Exame final
19/07/2020

Considere a função $f(x) = -x^4 + 4x^3 + \frac{15}{2}x^2 + 4x - \frac{1}{2}$.

1. Verifique que $f'(x) = -(2x+1)^2(x-4)$
2. Estude a monotonia da função
3. Utilize o Teorema de Bolzano para mostrar que a função tem um zero no intervalo $]-\frac{1}{2}, 4[$
4. Utilize o Teorema de Rolle para justificar que a função não pode ter dois zeros no intervalo $]-\frac{1}{2}, 4[$

De 1. podemos dizer que $-\frac{1}{2}$ e 4 são os únicos zeros de f'. Logo são zeros consecutivos de f'.
Assim, pelo T. de Rolle existe quando muito um zero de f em $]-\frac{1}{2}, 4[$. Portanto f não pode ter dois zeros em $]-\frac{1}{2}, 4[$.

2. (3 valores) Considere a função definida por $g(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.

Exame Final

2021/2022

(a) Enuncie o Teorema de Lagrange e mostre, usando o teorema, que existe pelo menos um ponto $(c, f(c))$ do gráfico de g, com $c \in]1, 3[$, onde a tangente ao gráfico da função é horizontal.

(b) Determine todos os pontos do gráfico de g em que a tangente ao gráfico é horizontal.

21. Seja f uma função real de variável real definida por: **Virgínia Santos**

$$f(x) = \begin{cases} x \ln x & \text{se } x > 0 \\ \operatorname{sen}(5x) - x & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

(a) Estude f quanto à continuidade.

(b) Averigue se a função f é diferenciável para $x = 0$.

(c) Enuncie o Teorema de Rolle. Mostre que é aplicável à função f no intervalo $[0, 1]$ e determine o ponto b desse intervalo tal que $f'(b) = 0$.