**Professora:** Sarah Thomaz de Lima Sa

**Aluno:** Luiz Eduardo Barros Coelho

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
RIO GRANDE DO NORTE

**Matéria:** Matemática Discreta

**Campus:** Natal - Central

**Curso:** Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas

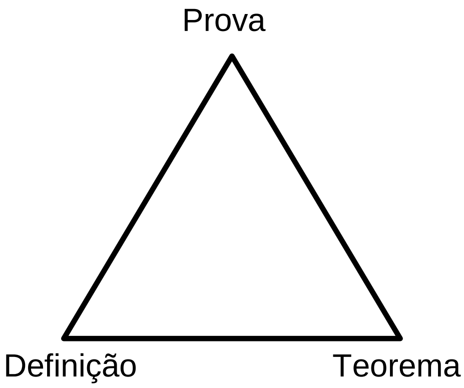
**Turma:** 01 Matutino

**Nº do aluno:** 039

Natal/RN

04/2019

# Matemática Discreta - Professora Sarah




**Definição:** especificam com precisão os conceitos em que estamos interessados.

**Teorema:** afirmam exatamente o que é verdadeiro sobre esses conceitos.

**Provas:** demonstram de maneira irrefutável a verdade dessas asserções.

- **Objetos matemáticos são puramente conceituais:** adquirem existência através das definições.

**Exemplo:** um número é chamado de par ou primo desde que satisfaça condições precisas, sem ambiguidade.

## Leis x Definições matemáticas

- **Definição – Par:** um inteiro é par se é divisível por 2.
- **Definição – Divisível:** sejam a e b inteiros. Dizemos que **a** é divisível se existe um inteiro **c**, tal que **a = b.c**

**Dizemos que: b** divide **a**; **b** é fator de **a**; **c** é divisor de **a**.

**Notações: b|a** "**b** divide **a**"

**Observação:** não confundir "|" com "/".

**Exemplo: 24 é divisível por 4?** Sim, pois existe um inteiro **c**, a saber, 6, tal que 6.4 = 24

**Exemplo 02:**

a) **21 é divisível por 3?** Sim, pois, existe um número inteiro **c** que multiplicado por 3 resulta em 21. No caso, **c** = 7
b) **5 divide 40?** Sim, pois, existe um número inteiro **c** que multiplicado por 5 resulta em 40. No caso, **c** = 8
c) **7 divide 3?** Não, pois, não existe um número inteiro **c** que multiplicado por 7 resulte em 3. No caso, **c** = não existe

d) **32 é múltiplo de -16?** Sim, pois, existe um número inteiro **c** que multiplicado por -16 resulta em 32. **c** = - 2
e) **7 é fator de -7?** Sim, pois existe um número inteiro **c** que multiplicado por 7 resulta em -7. No caso, **c** = -1

**Exemplo 03:**

a) **12 é par?** Sim, pois é divisível por 2 no momento que existe um número inteiro **c** que multiplicado por 2 resulta em 12. **c** = 6
b) **13 é par?** Não, pois não é divisível por 2 no momento em que não existe um número inteiro **c** que multiplicado por 2 resulte em 13. **C** = não existe.

- **Definição - Impar:** um inteiro **a** é chamado de ímpar, desde que existe um inteiro **b**, qual que **a = 2b + 1**
- **Definição - Primo:** um inteiro **a** é chamado de primo se a>1 e se seus únicos divisores forem **a** e 1.

**Exemplo:** 11 é primo; 1 não é primo pois não existe um inteiro a>1 que seja seu divisor.

**Exemplo:** defina o que significa um inteiro ser um quadrado. Por exemplo: os inteiros 1, 0, 4 e 16 são quadrados.

Um inteiro x é chamado de quadrado desde que x elevado a 2 resulte em um número, por saber y. Este número y será divisível por 2, portanto, 2|y a partir do momento que existe um inteiro a, que multiplicado por 2, resulte em y. Logo, um número inteiro é quadrado a partir do momento que x = a.

Dando o 4 como exemplo. X = 4 que elevado a 2 resulta em 16. Portanto, 16 será divisível por 2, logo, 2|16 a partir do momento que existe um número inteiro a, por saber 4, que multiplicado por 2 resulte em 16. Observe que x = a (4 = 4). Portanto, x é um número quadrado.

**OBS:** um teorema é uma afirmação declarativa sobre a matemática para a qual existe uma prova.

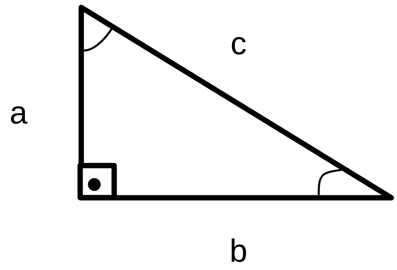
- **Matemáticos fazem três tipos de afirmações:**

1. A que sabemos que são verdadeiras, pois podemos provar a sua veracidade: teoremas;
2. Cuja veracidade não podemos provar: conjectura;
3. Falsas: erros.

**OBS:** na matemática o termo verdadeiro deve ser considerado como **absoluto, incondicional e sem exceção.**

- **Teorema - Pitágoras:** Se a e b são os comprimentos dos catetos de um triângulo retângulo e c é o comprimento da sua hipotenusa, então:

$$c^2 = a^2 + b^2$$




- **Designação de um teorema:**

**Fato:** teorema de importância limitada. 3 + 6 = 9.

**Proposição:** teorema de importância secundária.

**Lema:** teorema com o objetivo principal de auxiliar outro teorema mais importante.

**Colorário:** resultado de uma prova rápida, cujo objetivo principal é o uso de outro teorema provado anteriormente.

**Alegações:** análogo a tema.

- **Conjectura - GoldBach:** todo inteiro par maior que 2 é a soma de dois números primos.
  4 = 2 + 2 12 = 5 + 7 8 = 3 + 5
  6 = 3 + 3 14 = 7 + 7 10 = 3 + 7 (...)
- **Conjectura - Primos Gêmeos:** existem infinitos números primos cuja diferença entre eles é 2.
  **- Primos de Mersome:** primos de forma 2 elevado a p - 1, onde p é primo.
  **-Primos de Fernat:** primos de forma 2 elevado a 2n + 1, onde n é inteiros positivos.
- **Crivo de Erastótenes:** método utilizado para se encontrar um número primo até certo limite.
  1. Se escreve todos os naturais até o limite;
  2. Corta-se o número 1;
  3. Corta-se os múltiplos de 2 exceto o 2, que é primo;
  4. Corta-se os múltiplos de 3, exceto o 3, que é primo;
  5. O primeiro número não cortado é primo;
  6. Repete-se o passo 4 com o último primo.

## E, OU e NÃO

- **E:** “A e B” é verdade se ambas 25 informações A e B forem verdadeiras. Exemplo: “Todo inteiro cujo algarismo das unidades é o 0 é divisível por 2 **e** por 5.”

| A | B | A e B |
|---|---|---|
| F | F | F |
| F | V | F |
| V | F | F |
| V | V | V |

**OBS:** A ^ B

- **NÃO:** “Não A” é uma afirmação verdadeira somente se A for falsa.
  Exemplo: “Todos os primos são impares” →F

| A | NÃO A |
|---|---|
| F | V |
| V | F |

**OBS: ¬ A**

- **OU:** “A ou B” significa que A é verdadeira ou B é verdadeira ou A e B são verdadeiros.
  Exemplo: “Você é aluno de Matemática Discreta ou de TADS”.

| A | B | A OU B |
|---|---|---|
| F | F | F |
| F | V | V |
| V | F | V |
| V | V | V |

**OBS:** A v B

**OBS2:** O “ou” matemático permite a possibilidade de ambos.

- **Proposição 01:** a soma de dois inteiros pares é par

**Prova:**

1. Vamos mostrar que se X e Y são inteiros pares então X + Y é um inteiro par;
2. Sejam X e Y inteiros pares;
3. Como X é par, sabemos pela definição 01 que 2 **|** X (X é divisível por 2);
4. Analogamente, lema Y, pela definição 01, 2 **|** Y (Y é divisível por 2);
5. Como 2 **|** X sabemos pela definição 02 que existe um número inteiro **a** que multiplicado por 2 resulta em X, logo, 2.a = x;
6. Analogamente, existe um inteiro b tal que 2.b = Y

7. Observe que X + Y = 2.a + 2.b, logo, X + Y = 2.(a + b);
8. Logo, temos pela definição 02, que existe um número inteiro c, a saber (a + b), tal que 2.c = X + Y
9. Logo, pela definição 02, 2 | X + Y;
10. Portanto, pela definição 01, X + Y é par.

- **Prova Direta**

**P1)** Convertemos para "se então";

**P2)** Admitimos a primeira parte para chegar na segunda;

**P3)** Admitimos que a condição é satisfeita;

**P3)** Desenvolvemos a prova sabendo de onde começamos e onde queremos chegar;

**P4)** Terminamos com "Portanto...".

- **Proposição 02:** sejam a, b e c inteiros, se a|b e b|c então a|c.

**Prova:**

1. Sejam a, b e c inteiros com a|b e b|c então a|c;
2. Como a|b, sabemos pela definição 02 que existe um número inteiro **X** que multiplicado por a resulta em b, logo, a.X = b;
3. Analogamente com b|c, pela definição sabemos que existe um inteiro **Y** que multiplicado por b resulta em c, logo b.Y = c;
4. Substituindo a.x em b na fórmula (b.Y = c), temos, a.(x.Y) = c;
5. Portanto, pela definição 02 sabemos que existe um número inteiro z, por sua vez (x.Y), que multiplicado por a resulta em c, logo, a.z = c
6. Portanto a|c

- **Proposição 03:** sejam a, b,c e d inteiros. Se a|b, b|c, c|d então a|d.

**Prova:**

1. Sejam a, b, c e d inteiros, tais que a|b, b|c, c|d;
2. Como a|b, então, sabemos pela definição 02 que existe um número inteiro **x** que multiplicado por a resulta em b, logo, a.x = b;
3. Analogamente em b|c, existe um inteiro **y** que multiplicado por b resulta em c, logo, b.y = c;
4. Da mesma forma que em c|d, existe um inteiro **z** que multiplicado por c resulta em d, logo, c.z = d;
5. Substituindo a.x em b na fórmula (b.y = c) se tem a.(x.y) = c;
6. Pela definição 02, sabe-se que existe um número inteiro **J,** por sua vez (x.y), que multiplicado por a resulta em c, logo a.j = c;
7. Substituindo c na fórmula (c.z = d) se tem a(j.z) =d;

8. Sabe-se pela definição 02 que existe um número inteiro **K,** por sua vez (j.z), que multiplicado por em a resulta em d, logo a.k = d
9. Portanto, concluímos que, pela definição 02 a|d.

- **Proposição 04:** seja X um inteiro então X é par se e somente x+1 é ímpar.

**Prova:**

- ❖ Se X é par significa que 2|X. Logo, pela definição de divisibilidade há um inteiro tal que 2.a=X
    - Somando um de ambos os lados obtemos: 2a+1=X+1;
    - Portanto, pela definição de ímpar, (X+1) é ímpar.
- ❖ Isso significa que existe um inteiro b, tal que 2b+1=X+1
    - Subtraindo 1 de ambos os lados obtemos 2b=X;
    - Portanto, pela definição de divisibilidade temos que 2|X e então pela definição de par podemos afirmar que X é par.

- **Proposição 05:** sejam a e b inteiros. Se a|b e bZa então a=b
    - Tomando a=2 e b=2, temos que a|b e b|a, no entanto, a é diferente de b. Logo, a proposição é falsa.
- **Proposição 06:** se um inteiro 1 e 20 é divisível por 6 então também é divisível por 3
    - Não existe nenhum número inteiro c tal que c.6 que resulte em 1 ou 20, portanto, a afirmação é falsa.

# Conjuntos

- ## Teoria dos Conjuntos

**Conjunto:** agrupamento de objetos, denominados elementos.

**Representação:** S → Conjunto

A £(pertence) S → Elemento

**Definição:** um conjunto é uma coleção não ordenada de elementos, sem repetição.

**Axioma de extensão:** se dois conjuntos X e Y são tais que todo elemento de X é elemento de Y e todo elemento de Y é elemento de X, então X e Y são iguais.

**OBS:** dado um elemento a e um conjunto S temos apenas duas possibilidades: a £ S ou a ¢(não pertence) S.

**Ex:** A = {2, 3, 5, 7}

B = {5, 3, 2, 7}

C = {5 , 5, 3, 3 , 3, 2, 3, 3, 3, 7, 7, 2}

3 £ A? Não

A £ A? Sim

{3, 5} £ A? não

- **Um conjunto pode ser descrito listando todos os elementos ou caracterizando-os a partir de duas propriedades:**

Ex:

- O conjunto de todos os inteiros positivos ímpares menores que 10
- A = {X|X é um inteiro positivo ímpar menor que 10}
- A = {X £ Z+|X é ímpar e X<10}
- A = {1, 3, 5, 7, 9}

**Conjuntos importantes**

N = {1, 2, 3, 4, 5,...} → Naturais

Z = {..., -2, -1, 0, 1, 2, ...} → Reais

Q = {m/n;m, n £ Z; n (diferente) 0 → Racionais

R = Q U II → Reais

**Conjunto vazio:** caracterizado por não possuir elementos.

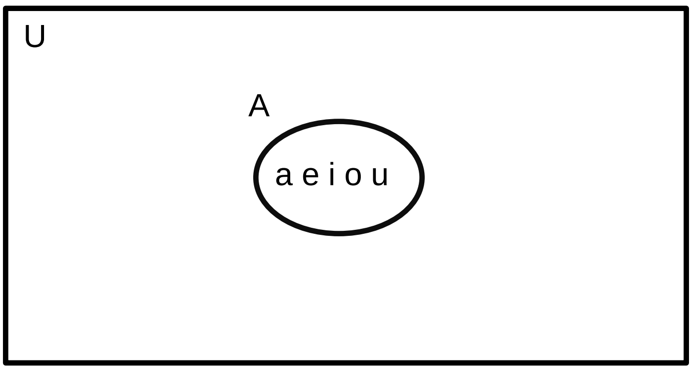
Notação: { } ou ø

**Conjunto unitário:** conjunto com um único elementos

Ex: {1}

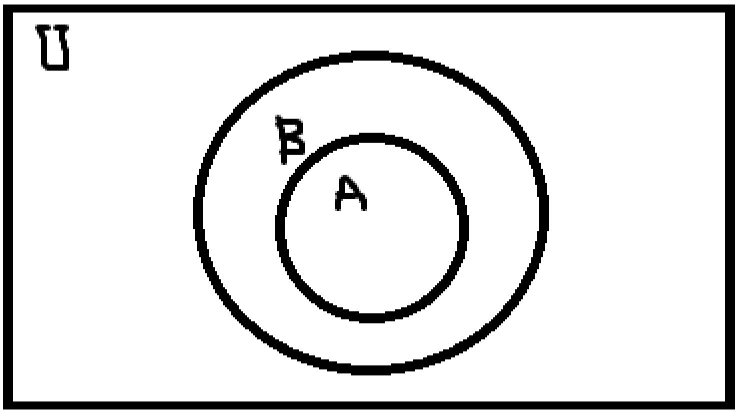
{ø}

**Diagrama de Venn:** representações gráficas de conjuntos



- **Relação entre conjuntos**

**Subconjunto:** o conjunto A é um subconjunto de B se e somente se todo elemento de A for também elemento de B.




A é subconjunto de B.

**Exemplo:** O conjunto de todos os inteiros positivos ímpares menores que 10 pé um subconjunto de todos os inteiros positivos menores que 10.

A = {1, 2, 3}          B = {1, 2, 3, 4, 5}

A é subconjunto restrito de B

**OBS: Para todo conjunto A qualquer**

Ø conjunto restrito de A e A é conjunto restrito de A

Logo, todo conjunto não vazio tem no mínimo dois subconjuntos.

**Subconjunto eestrito:** quando A faz parte de B porém A é diferente de B.

**Cardinal de A:** um conjunto finito de A possui n elementos distintos

N é dito cardinal de A

n = |A|

Exemplos:

| | |
|---|---|
| A = {2, 3, 5} | \|A\| = 3 |
| A = { } | \|A\| = 0 |
| A = {2, 2, 3, 3, 5} | \|A\| = 3 |
| A = {IN} | \|A\| = infinito |

**Conjunto das partes:** dado o conjunto A o conjunto das partes de A é o conjunto de todos os subconjuntos de A.

Notação: P(A)

Exemplo: Qual o conjunto das partes de A = {0, 1, 2}?

P(A) = {ø, {0}, {1}, {2}, {0,1}, {0,2}, {1,2}, {0,1,2}}

- ➔ Ø e {0,1,2} são elementos de P(A).

Questão 01: qual o conjunto das partes de { }?

P({ }) = {ø} ou {{}}

Questão 02: Qual o conjunto das partes de {ø}?

P({ø}) = {ø, {ø}}

**Produto cartesiano:** considere A e B conjuntos. O produto cartesiano de A e B, indicado por AxB é o conjunto de todos os pares ordenados (a,b) em que a £ A e b £ B.

Exemplo: considere A como o conjunto de todos os estudantes e B o conjunto de todas as universidades. Qual o produto cartesiano?

A = {1, 2} e B = {a, b, c}

AxB = {(1,a),(1,b),(1,c),(2,a),(2,b),(2,c)}

**OBS:** um subconjunto R de um produto cartesiano é chamado de relação de um conjunto A com o conjunto B.

**OBS:** AxB e BxA são iguais caso

A = ø ou B diferente de 0, onde AxB = ø ou A=B

Exemplo: mostre que AxB é diferente de BxA, onde A = {1, 2} e B = {a, b, c}

BxA = {(a,1),(b,2),(a,1),(a,2),(c,1),(c,2)}

AxB = {(1,a),(1,b),(1,c),(2,a),(2,b),(2,c)}

Exemplo: mostre AxB para os conjuntos A = {1,2} e B = {a, b, c, {d}}

AxB = {(1,a),(1,b),(1,c),(1,{d}),(2,a),(2,b),(2,c),(2,{d})}

# Exercício

**1)** Suponha que A={2,4,6}, B={2,6}, C={4,6}, D={4,6,8} e E={x,y}

**a)** Determine o conjunto das partes de cada um desses conjuntos

P(A) = {ø,{2},{4},{6},{2,4},{2,6],{4,6},{2,4,6}}

P(B) = {ø,{2},{6},{2,6}}

P(C) = {ø,{4},{6},{4,6}}

P(D) = {ø,{4},{6},{8},{4,6},{4,8},{6,8},{4,6,8}}

P(E) = {ø,{x},{y},{x,y}}

**b)** Quais desses conjuntos é subconjunto de outro?

B é subconjunto estrito de A, C é subconjunto estrito de A, C é subconjunto estrito de D, B é subconjunto de A, C é subconjunto de A, C é subconjunto de D.

**c)** Determine P(A)xE:

P(A) x E= {(ø,x),(ø,y),({2},x),({2},y),({4},x),({4},y),({6},x),({6},y),({2,4},x),({2,4},y),({2,6},x),({2,6},y),({4,6},x),({4,6},y),({2,4,6},x),({2,4,6},y)}

**2)** Para cada um dos conjuntos abaixo determine se 2 é um elemento de conjunto

**a)** {x £ IR | x £ Z ^ x>1}

2 pertence a esse conjunto.

**b)** {X £ IR | X = $a^2$ ^ a £ Z}

2 não pertence a esse conjunto.

**c)** {2, {2}}

2 pertence a esse conjunto.

**d)** {{2},{{2}}}

2 não pertence a esse conjunto.

**e)** {{2},{2,{2}}}

2 não pertence a esse conjunto

**f)** {{{2}}}

2 não pertence a esse conjunto.

**3)** Determine se cada uma das afirmações abaixo é verdadeiro ou falso

**a)** 0 £ ø

Falso

**b)** {0} é subconjunto de ø

Falso

**c)** {0} £ {0}

Falso

**d)** {ø} é subconjunto restrito de {ø}

Falso

**e)** ø £ {ø}

Verdadeiro

**f)** ø é subconjunto de {0}

Verdadeiro

**g)** {0} é subconjunto de {0}

Verdadeiro

**4)** Qual a cardinalidade de cada um dos conjuntos abaixo?

**a)** ø → 0

**b)** {ø,{ø}} → 2

**c)** {{{}}, {{}, {}}} → 1

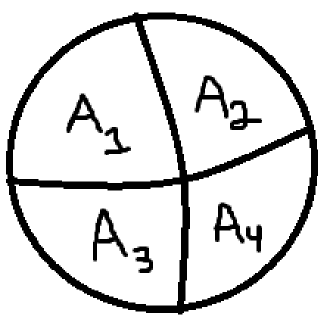
**d)** {ø} → 1

**e)** {ø,{ø},{ø,{ø}}} → 3

**f)** {ø,ø,{ },{ø,ø},{{ }}} → {ø,{ø},{ø}} → {ø,{ø}} → 2

**Participação de um conjunto:** dizemos que uma família de subconjuntos de A é uma partição de A, quando:

- A união desses conjuntos resulta em A;
- A intersecção de qualquer par desses conjuntos é vazia.



A = {1,2,3,4,5,6,7}  A1 = {1,3}

A2 = {2,4}  A3 = {5,6,7}Π

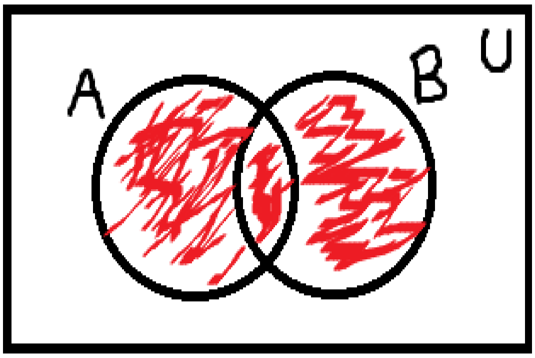
- ## Operações entre conjuntos

**Definição U:** sejam A e B conjuntos. A união dos conjuntos A e B, indicada por AUB é o conjunto que contém todos os elementos que estão em A,B ou ambos.

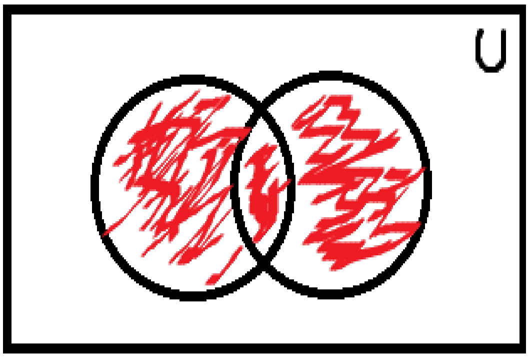
AUB = {x | x £ A ou x £ B}

A = {1,2,3}  B = {7,8}

AUB = {1,2,3,7,8}




ou

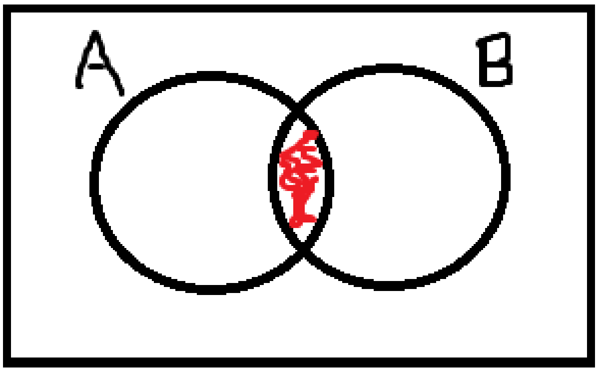



**Definição Π:** sejam A e B conjuntos. A intersecção de A e B indicada por AΠB, é o conjunto que contém os elementos que estão em A e B simultaneamente.

AΠB = {x | x £ A e X £ B}

Exemplo: A = {1,2,4}  B = {4,6,8}

AΠB = {4}




**Definição disjuntos:** dois conjuntos são disjuntos se a intersecção é vazia.

AΠB = ø

**Cardinalidade da união entre conjuntos:**

|A|+|B| diferente |AUB|

|AUB| = |A|+|B|-|AΠB|

A = |{1,2}| = 2 ; B = |{1,3}| = 2

AUB = |{1,2,3}| = 3

**Definição diferença:** sejam A e B conjuntos. A diferença entre A e B, indicada por A-B é o conjunto que contém todos os elementos que estão em A mas não estão em B.

A-B = {x | x £ A e x ¢(não pertence) B}

|A-B| = |A|-|AΠB|

Exemplo: A = {1,3,5} e B = {1,2,3}

A-B = {5}

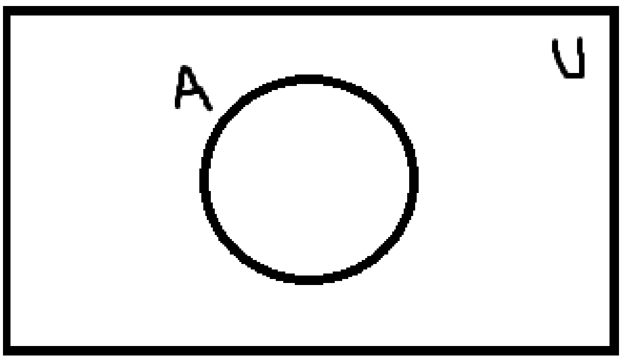
**Definição complemento:** considere U como universo. O complemento de A, indicado por $\overline{A}$ é o complemento de A em relação a U.

$\overline{A}$ = U-A

$\overline{A}$ = {x | x ¢ A}

**OBS:** AΠ$\overline{A}$ = ø

AU$\overline{A}$ = ø




- ## Identidade de conjuntos

**Identidade:**

**01.** Propriedades dos elementos neutros:

$$\begin{cases} A \cup \emptyset = A \\ A \cap U = A \end{cases}$$

**02.** Propriedades de dominação:

$$\begin{cases} A \cup U = U \\ A \cap \phi = \phi \end{cases}$$

**03.** Propriedades idempotentes:

$$\begin{cases} A \cup A = A \\ A \cap A = A \end{cases}$$

**04.** Propriedades da complementação:

$$\overline{\overline{A}} = A$$

**05.** Propriedades comutativas:

$$\begin{cases} A \cup B = B \cup A \\ A \cap B = B \cap A \end{cases}$$

**06.** Propriedades associativas:

$$\begin{cases} A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C \\ A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C \end{cases}$$

**07.** Propriedades distributivas:

$$\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{cases}$$

**08.** Leis de Morgan:

$$\begin{cases} \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \\ \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \end{cases}$$

**09.** Propriedades de Absorção:

$$\begin{cases} A \cup (A \cap B) = A \\ A \cap (A \cup B) = A \end{cases}$$

**10.** Propriedades de complementação:

$$\begin{cases} A \cup \overline{A} = U \\ A \cap \overline{A} = \emptyset \end{cases}$$

Exemplo: use a notação de construção do conjunto e equivalências lógica para estabelecer a segunda lei de Morgan

$\overline{A \sqcap B} = \overline{A} U \overline{B}$

$\overline{A \sqcap B}$ = {x | x ¢(não pertence) A⊓B}

= {x | ¬( x £ A⊓B)}

= {x | ¬(x £ A ^ x £ B}

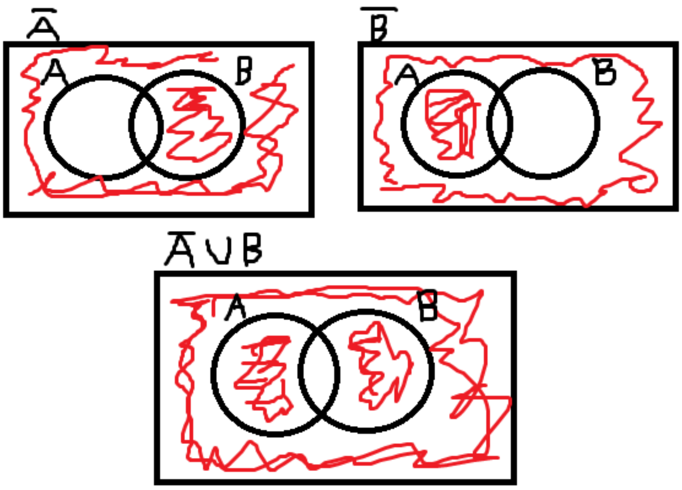
= {x | ¬(x £ A) ou ¬(x £ B)}

= {x | x ¢ A ou x ¢ B}

= {x | x £ $\overline{A}$ ou x £ $\overline{B}$}

= {x | x £ $\overline{A}$U$\overline{B}$}

$\overline{A \sqcap B} = \overline{A} U \overline{B}$



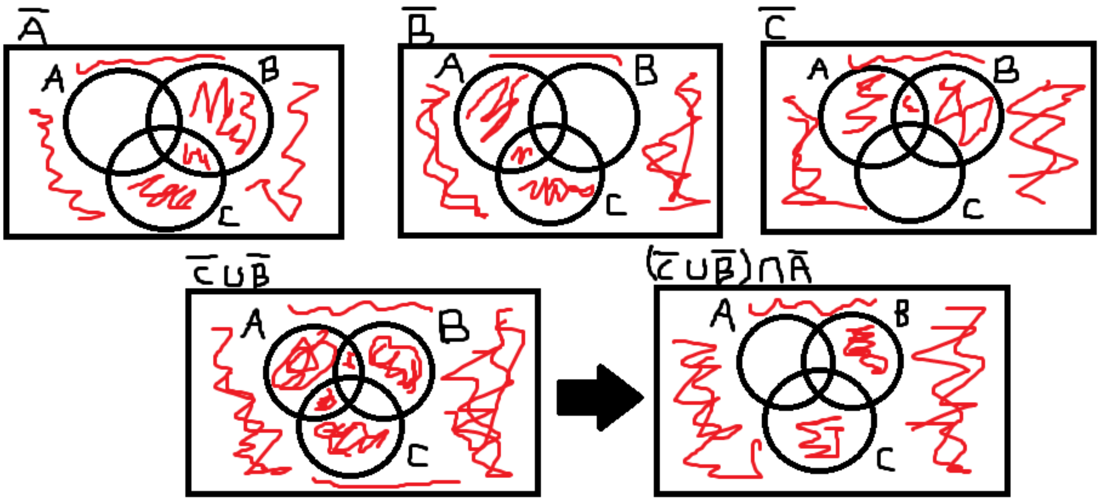
Exemplo: Considere A, B e C como conjuntos e mostre que $\overline{A\Pi(B\Pi C)}$ = $(\overline{C}U\overline{B})\Pi\overline{A}$

$$\overline{AU(B\Pi C)} = \overline{A}\Pi\overline{(B\Pi C)}$$

$$= \overline{A}\Pi(\overline{B}\Pi\overline{C})$$

$$= (\overline{B}\Pi\overline{C})\Pi\overline{A}$$

$$= (\overline{C}U\overline{B})\Pi\overline{A}$$



# Funções e Relações

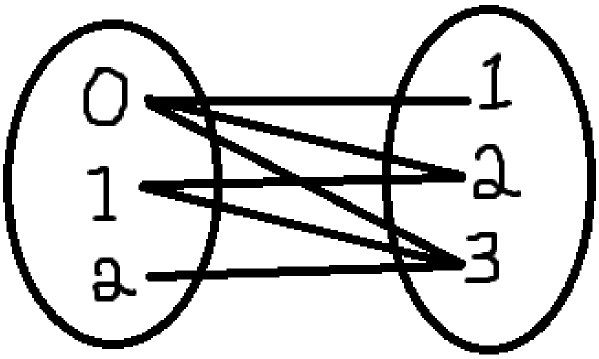
**Definição 01:** sejam A e B conjuntos. Definimos uma relação R de A em B, representada por R: A → B como sendo qualquer subconjunto de AxB.

Exemplo:

A = {0,1,2} B = {1,2,3}

R = {(x,y) £ AxB | x<y}

R = {(0,1),(0,2),(0,3),(1,2),(1,3),(2,3)}



**OBS:** quando (x,y) £ R escrevemos xRy; quando (x,y) ¢ R escrevemos x$\not R$y.

**Composição de Relações:**

R1: A→B

R2: B→C

R2oR1: A→C

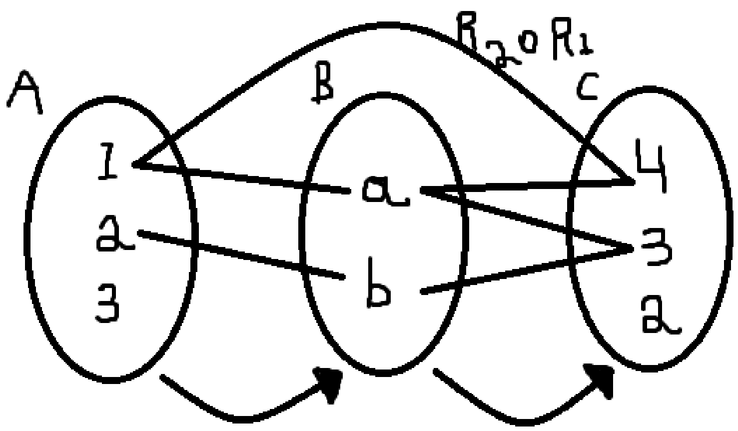
(x,y) £ AxC; tal que, existe Z £ B com (x,z) £ R1 e (z,y) £ R2

Exemplo:

A = {1,2,3}　　　　B = {a,b}　　　　C = {4,3,2}

R1 = {(1,a),(2,b)}　　　　R2 = {(a,4),(a,3),(b,3)}

R2oR1 = {(1,4),(2,3),(1,3)}




**Definição 02:** sejam A e B conjuntos não vazios. Uma função f de A em B é uma determinação de exatamente um elemento de B para cada elemento de A. Escrevemos f(a)=b, se b for o único elemento de B determinado pela função f para o elemento a de A.

f: A→B

**Mapeamento ou transformação:**

Bruno → Química

Robson → Matemática

Pedro → Física

**OBS:** uma função só é uma função se todos os elementos de A estiverem cada um determinando somente um elemento de B.

**Definição 03:** se f é uma função de A para B, dizemos que A é o domínio de f e B é o contradomínio de f. Se f(a) = b dizemos que b é a imagem de a e a é a imagem inversa de b.

A imagem de f é o conjunto de todas as imagens dos elementos de A.

- **Se f é uma função de A para B, dizemos que f mapeia A em B.**

**OBS:** duas funções são iguais quando possuem o mesmo domínio, tem o mesmo contradomínio e mapeiam os elementos de seus domínios comuns para as mesos elementos de contradomínio.

Exemplo> considere f como a função que determina os dois últimos bits de uma cadeia de bits maior que 2.

F(110101) = 01

Domínio: qualquer cadeia de bits com mais de dois bits.

Contradomínio: {01,00,11,10}

Imagem: {01,00,11,10}

**Duas funções com valores reais para o mesmo domínio podem ser somadas ou multiplicadas**

f1+f2 → (f1+f2)(x) = f1(x)+f2(x)

f1*f2 → (f1*f2)(x) = f1(x)*f2(x)

Exemplo:

$f1(x) = x^2$ $\qquad$ $f2(x) = x-x^2$

$$f1+f2 = x^2+(x-x^2)$$

$$\mathbf{f1+f2 = x}$$

$$f1*f2 = x^2*(x-x^2)$$

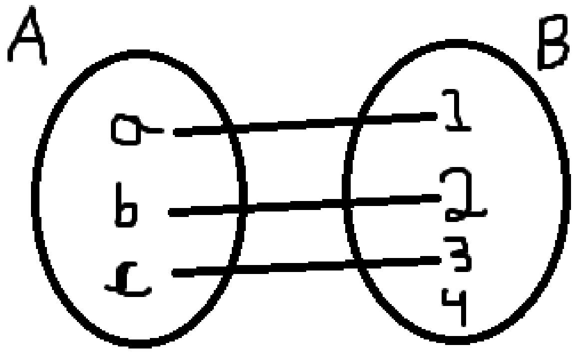
$$f1*f2 = x^2*x - x^2*x^2$$

$$\mathbf{f1*f2 = x^3-x4}$$

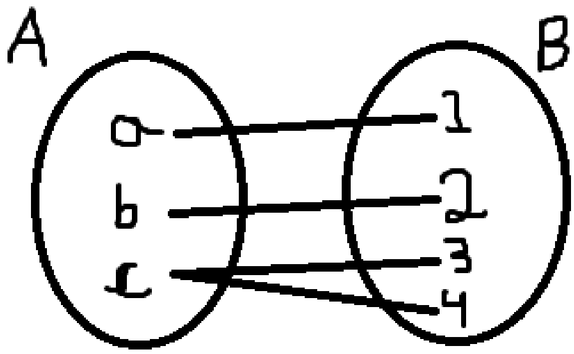
**Definição:** uma função é chamada de **injetora** ou **um para um**, se e somente se f(a) = f(b) implica que a=b para todos os a e b do domínio f.

(para todo)a(para todo)b (f(a) = f(b) → a=b)

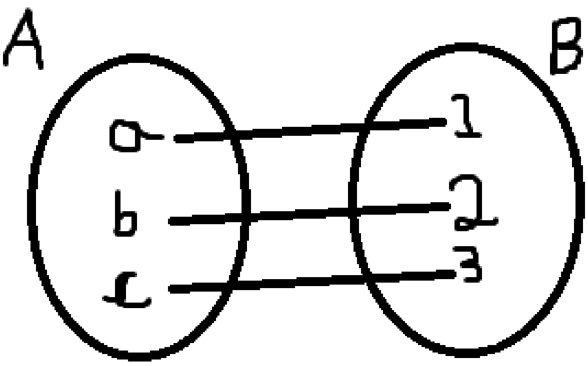
Exemplo: determine se a função f de {a,b,c,d} para {1,2,3,4,5} com f(a) = 4, f(b) = 5, f(c) = 1 e f(d) = 3 é injetora → **Sim, pois para todo a se tem um b.**




**Definição:** uma função f de A para B é **sobrejetora** ou **sobrejetiva** se e somente de para todo b £ B existe um a £ A com f(a)=b. Nesta função, todos os elementos do contradomínio são imagem.




**Definição:** a função f é bijetora, ou seja, correspondência, um para um se for injetora e sobrejetora.




# Exercícios

**Q1)** Use as identidades dos conjuntos para se a seguinte afirmação é verdadeira. Sejam A e B conjuntos arbitrários.

(AUB) - (AΠB) = (A-B) U (B-A)

$$(A \cap \overline{B}) \cup (B \cap \overline{A})$$

$$(A \cup B) \cap (A \cup \overline{A}) \cap (\overline{B} \cup B) \cap (\overline{B} \cup \overline{A})$$

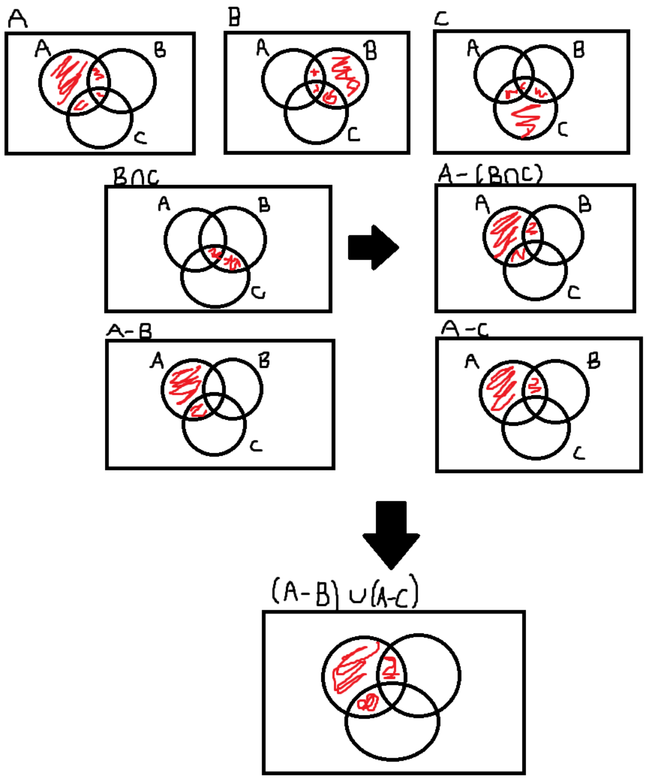
$$(A \cup B) \cap (U) \cap (U) \cap (\overline{B} \cup \overline{A})$$

$$(A \cup B) \cap (\overline{B \cap A})$$

$$(A \cup B) - (A \cap B)$$

**Q2)** Determine se a seguinte afirmação é verdadeira a partir de diagrama de venn e identidade de conjuntos:

A-(B⊓C) = (A-B) U (A-C)




$$A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$$

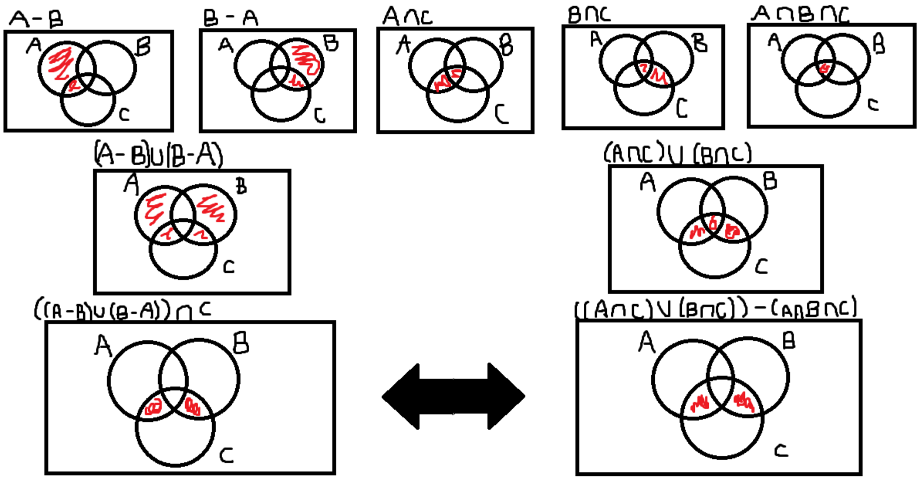
$$A \cap (\overline{B \cap C})$$

$$A \cap (\overline{B} \cup \overline{C})$$

$$(A \cap \overline{B}) \cup (A \cap \overline{C})$$

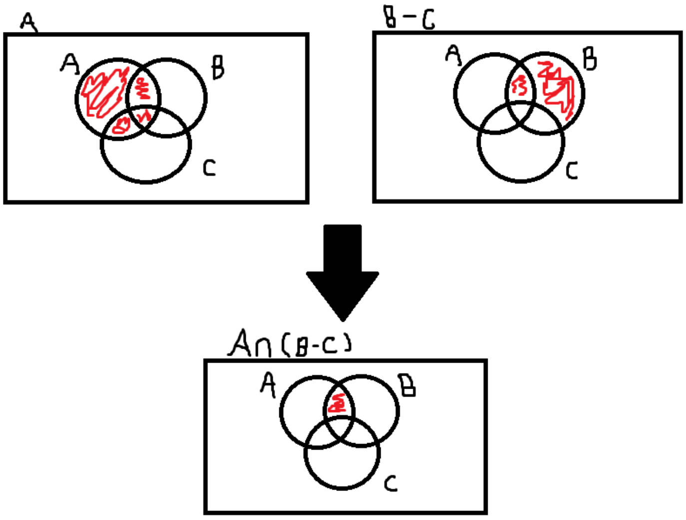
$$(A - B) \cup (A - C)$$

**Q3)** Mostre que para quaisquer conjuntos A,B e C:

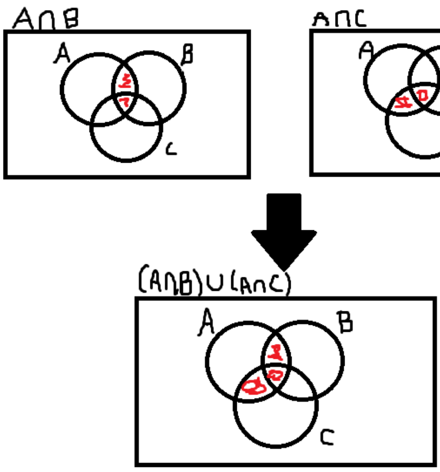



**Q4)** Desenhe o diagrama de Venn para cada uma das combinações abaixo:

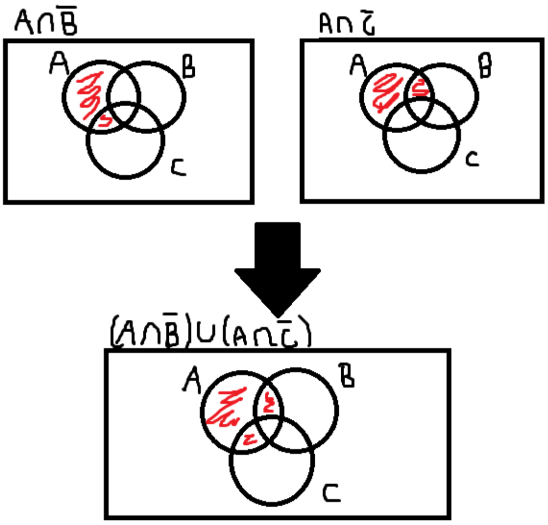
a) AП(B-C)



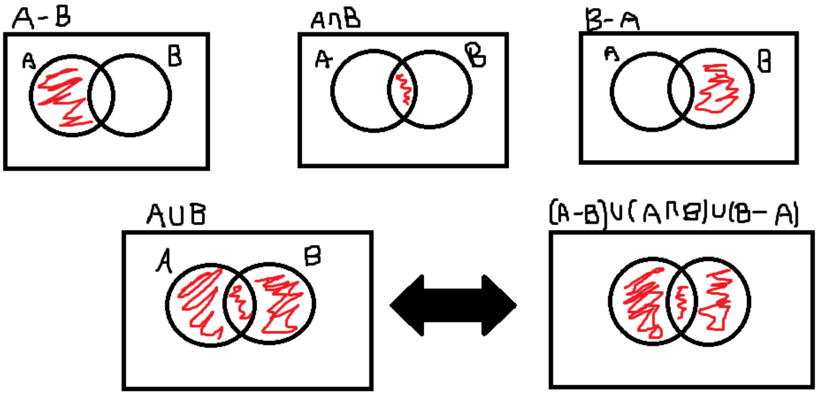

b) (AПB)U(AПC)



c) $(A \sqcap \overline{B})U(A \sqcap \overline{C})$




**Q5)** Mostre que A⊓B=(A-B)U(A⊓B)U(B-A)




**Definição:** considere g como uma função A→B e f como uma função B→C. A composição das funções f e g, indicada por f o g é definida por:

$$f \circ g\ (a) = f(g(a))$$

- **f o g só pode ser definida se o conjunto imagem de g for um subconjunto ao domínio de f.**

Exemplo: f o g

f(x) = 2x+3

g(x) = 3x+2

**f o g =** 2(3x+2)+3

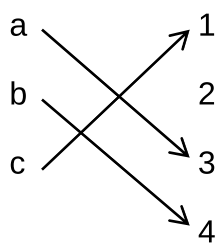
**f o g = 6x + 7**

**Princípio da casa de pombos:** estabelece que se n pombos voam para m casas, se n>m então ao menos uma casa deverá conter dois ou mais pombos.

**OBS:** uma função de um conjunto finito para um conjunto finito maior não pode ser bijetora, 1→1 deve haver pelo menos dois elementos do domínio que possuem a mesma imagem.

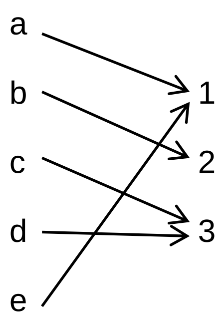
# Exercício

**a)**



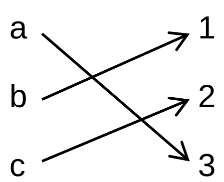

**Injetora**

**b)**



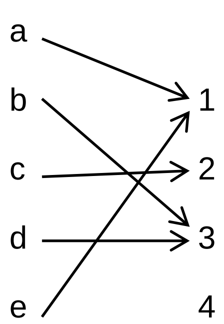

**Sobrejetora**

**c)**



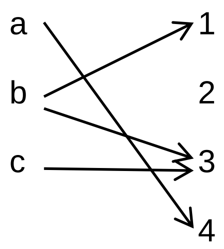

**Bijetora**

**d)**




**Apenas função**

**e)**




**Não é uma função, apenas relação.**