A equação que rege, num primeiro momento, a respeito do modelo simplificado de medidas de uma tríade de acelerômetro *strapdown*, é dada por:

$$\widetilde{f}^b = f^b + b_a + S_1 f^b + S_2 (f^b)^2 + N_a f^b + \delta g + \epsilon_a$$

em que

- $\widetilde{f}^b$: é o vetor com as medida coletada diretamente dos acelerômetros, em unidades de engenharia $\left(\frac{m}{s^2}\right)$;
- f^b: é o vetor com as medidas da força específica (isto é, aquela observável na prática), em unidades de engenharia $\left(\frac{m}{s^2}\right)$. Apenas para fins de esclarecimentos, a representaçao $(f^b)^2$ significa que as entradas dos vetores estão ao quadrado. Ou seja, $(f^b)^2 = \left[(f_x)^2 \quad (f_y)^2 \quad (f_z)^2\right]^T$;
- b_a : é o vetor das medidas de bias, em unidades de engenharia $\left(\frac{m}{s^2}\right)$;
- S_1: é a matriz dos fatores de escala linear;
- S_2: é a matriz dos fatores de escala não-linear;
- N_a: é a matriz representando as não ortogonalidades da tríade de acelerômetros;
- δg : é o vetor que representa as anomalias na gravidade (isto é, os desvios do valor teórico da gravidade); e
- ϵ_a : é o erro representando o ruído dos acelerômetros $\left(\frac{m}{s^2}\right)$;

As matrizes S_1, S_2 e N_a são dadas por:

$$S_1 = \begin{bmatrix} S_{1,x} & 0 & 0 \\ 0 & S_{1,y} & 0 \\ 0 & 0 & S_{1,z} \end{bmatrix}$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} S_{2,x} & 0 & 0 \\ 0 & S_{2,y} & 0 \\ 0 & 0 & S_{2,z} \end{bmatrix}$$

$$N_a = \begin{bmatrix} 1 & \theta_{a,\mathrm{xy}} & \theta_{a,\mathrm{xz}} \\ \theta_{a,\mathrm{yx}} & 1 & \theta_{a,\mathrm{yz}} \\ \theta_{a,\mathrm{zx}} & \theta_{a,\mathrm{zy}} & 1 \end{bmatrix}$$

Na expansão dos termos, vetores e matrizes, a equação acima pode ser expressa por:

$$\begin{bmatrix} \widetilde{f}_x \\ \widetilde{f}_y \\ \widetilde{f}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{1,x} & 0 & 0 \\ 0 & S_{1,y} & 0 \\ 0 & 0 & S_{1,z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{2,x} & 0 & 0 \\ 0 & S_{2,y} & 0 \\ 0 & 0 & S_{2,z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (f_x)^2 \\ (f_y)^2 \\ (f_z)^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \theta_{a,\mathrm{xy}} & \theta_{a,\mathrm{xz}} \\ \theta_{a,\mathrm{yx}} & 1 & \theta_{a,\mathrm{yz}} \\ \theta_{a,\mathrm{zx}} & \theta_{a,\mathrm{zy}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta g_x \\ \delta g_y \\ \delta g_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{bmatrix}$$

Outros mais termos podem entrar nessa equação no desejo de se ter um equacionamento mais fidedigno para os acelerômetros. Esse é o primeiro que temos e é com base nele que iremos trabalhar. Será num primeiro momento, desconsiderada quaisquer imperfeições no modelo de gravidade. Desse modo, o vetor $\begin{bmatrix}\delta g_x & \delta g_y & \delta g_z\end{bmatrix}^T$ será considerado nulo.

Na calibração, a gente fará o equacionamento das variáveis de tal modo que consigamos identificar os termos acima. A tríade de acelerômetros segue a regra da mão direita $x - y - z$. Na situação em que temos z+, por exemplo, o que a gente deveria medir, de forma teórica, é apenas a medida de $-g$ no canal z e nos demais canais a medida nula.

Z+ e Z-

O que a gente tem é que em teoria as medidas são tais que:

$$\begin{bmatrix} \tilde{f}_{x,z\,\mathrm{up}} \\ \tilde{f}_{y,z\,\mathrm{up}} \\ \tilde{f}_{z,z\,\mathrm{up}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{1,x} & 0 & 0 \\ 0 & S_{1,y} & 0 \\ 0 & 0 & S_{1,z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{2,x} & 0 & 0 \\ 0 & S_{2,y} & 0 \\ 0 & 0 & S_{2,z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (-g)^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \theta_{a,\mathrm{xy}} & \theta_{a,\mathrm{xz}} \\ \theta_{a,\mathrm{yx}} & 1 & \theta_{a,\mathrm{yz}} \\ \theta_{a,\mathrm{zx}} & \theta_{a,\mathrm{zy}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{bmatrix}$$

E assim, tem-se as seguintes equações (para o eixo z apontado para cima, ou seja, **Z+**):

$$\tilde{f}_{x,z\,\mathrm{up}} = b_x - \theta_{a,\mathrm{xz}}.\, g$$

$$\tilde{f}_{y,z\,\mathrm{up}} = b_y - \theta_{a,\mathrm{yz}}.\, g$$

$$\tilde{f}_{z,z\,\mathrm{up}} = -g \; + \; b_z - S_{1,z}.\, g + S_{2,z}.\, g^2 - g = -2g + b_z - S_{1,z}.\, g + S_{2,z}.\, g^2$$

E com o eixo z apontado para baixo, ou seja, **Z-**, tem-se que:

$$\tilde{f}_{x,z\,\mathrm{down}} = b_x + \theta_{a,\mathrm{xz}}.\, g$$

$$\tilde{f}_{y,z\,\mathrm{down}} = b_y + \theta_{a,\mathrm{yz}}.\, g$$

$$\tilde{f}_{z,z\,\mathrm{down}} = +g \; + \; b_z + S_{1,z}.\, g + S_{2,z}.\, g^2 + g = +2g + b_z + S_{1,z}.\, g + S_{2,z}.\, g^2$$

De posse dessas equações, a gente consegue determinar alguns parâmetros. Tomando por base as médias dos parâmetros (diversas medidas para amortização dos desvios), tem-se, por exemplo, para x:

$$f_{x,z\,\mathrm{up}} = b_x - \theta_{a,\mathrm{xz}}.\, g$$

$$f_{x,z\,\mathrm{down}} = b_x + \theta_{a,\mathrm{xz}}.\, g$$

Resulta em:

$$b_x = \frac{f_{x,z\,\mathrm{up}} + f_{x,z\,\mathrm{down}}}{2}$$

$$\theta_{a,\mathrm{xz}} = -\left(\frac{f_{x,z\,\mathrm{up}} - f_{x,z\,\mathrm{down}}}{2.\,g}\right)$$

Equivalentemente para y, tem-se:

$$b_y = \frac{f_{y,z\,\mathrm{up}} + f_{y,z\,\mathrm{down}}}{2}$$

$$\theta_{a,\mathrm{yz}} = -\left(\frac{f_{y,z\,\mathrm{up}} - f_{y,z\,\mathrm{down}}}{2.\,g}\right)$$

E para z, tem-se que:

$$f_{z,z\,\mathrm{up}} = -2g + b_z - S_{1,z}.\,g + S_{2,z}.\,g^2$$

$$f_{z,z\,\mathrm{down}} = +2g + b_z + S_{1,z}.\,g + S_{2,z}.\,g^2$$

Das equações acima, tem-se que:

$$S_{1,z} = -\frac{4.\,g + \left(f_{z,z\,\mathrm{up}} - f_{z,z\,\mathrm{down}}\right)}{2g}$$

$$b_z + S_{2,z}.\,g^2 = \frac{f_{z,z\,\mathrm{up}} + f_{z,z\,\mathrm{down}}}{2}$$

Y+ e Y-

O que a gente tem é que em teoria as medidas são tais que:

$$\begin{bmatrix} \tilde{f}_{x,z\,\mathrm{up}} \\ \tilde{f}_{y,z\,\mathrm{up}} \\ \tilde{f}_{z,z\,\mathrm{up}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{1,x} & 0 & 0 \\ 0 & S_{1,y} & 0 \\ 0 & 0 & S_{1,z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{2,x} & 0 & 0 \\ 0 & S_{2,y} & 0 \\ 0 & 0 & S_{2,z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ (-g)^2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \theta_{a,\mathrm{xy}} & \theta_{a,\mathrm{xz}} \\ \theta_{a,\mathrm{yx}} & 1 & \theta_{a,\mathrm{yz}} \\ \theta_{a,\mathrm{zx}} & \theta_{a,\mathrm{zy}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{bmatrix}$$

E assim, tem-se as seguintes equações (para o eixo y apontado para cima, ou seja, y**+**):

$$\tilde{f}_{x,y\,\mathrm{up}} = b_x - \theta_{a,\mathrm{x}y}.\,g$$

$$\tilde{f}_{y,y\,\mathrm{up}} = -g\ +\ b_y - S_{1,y}.\,g + S_{2,y}.\,g^2 - g = -2g + b_y - S_{1,y}.\,g + S_{2,y}.\,g^2$$

$$f_{\widetilde{z,z}\,\text{up}} = b_z - \theta_{a,\text{zy}}.\,g$$

E com o eixo y apontado para baixo, ou seja, Y**-**, tem-se que:

$$f_{\widetilde{x,y}\,\text{down}} = b_x + \theta_{a,\text{x}y}.\,g$$

$$f_{\widetilde{y,y}\,\text{down}} = +g\ +\ b_y + S_{1,y}.\,g + S_{2,y}.\,g^2 + g = +2g + b_y + S_{1,y}.\,g + S_{2,y}.\,g^2$$

$$f_{\widetilde{z,z}\,\text{down}} = b_z + \theta_{a,\text{zy}}.\,g$$

De posse dessas equações, a gente consegue determinar alguns parâmetros. Tomando por base as médias dos parâmetros (diversas medidas para amortização dos desvios), tem-se, por exemplo, para x:

$$f_{x,y\,\text{up}} = b_x - \theta_{a,\text{x}y}.\,g$$

$$f_{x,y\,\text{down}} = b_x + \theta_{a,\text{xz}}.\,g$$

Resulta em:

$$b_x = \frac{f_{x,y\,\text{up}} + f_{x,y\,\text{down}}}{2}$$ (JÁ FOI DETERMINADO LÀ EM CIMA)

$$\theta_{a,\text{x}y} = -\left(\frac{f_{x,y\,\text{up}} - f_{x,y\,\text{down}}}{2.\,g}\right)$$

Equivalentemente para z, tem-se:

$$b_z = \frac{f_{z,y\,\text{up}} + f_{z,y\,\text{down}}}{2}$$ (JÁ FOI DETERMINADO LÀ EM CIMA)

$$\theta_{a,\text{zy}} = -\left(\frac{f_{z,y\,\text{up}} - f_{z,y\,\text{down}}}{2.\,g}\right)$$

E para y, tem-se que:

$$f_{y,y\,\text{up}} = -2g + b_y - S_{1,y}.\,g + S_{2,y}.\,g^2$$

$$f_{y,y\,\text{down}} = +2g + b_y + S_{1,y}.\,g + S_{2,y}.\,g^2$$

Das equações acima, tem-se que:

$$S_{1,y} = -\frac{4.\, g + \left(f_{y,y\,\text{up}} - f_{y,y\,\text{down}}\right)}{2g}$$

$$b_y + S_{2,y}.\, g^2 = \frac{f_{y,y\,\text{up}} + f_{y,y\,\text{down}}}{2}$$

X+ e X-

O que a gente tem é que em teoria as medidas são tais que:

$$\begin{bmatrix} \tilde{f}_{x,x\,\text{up}} \\ \tilde{f}_{y,x\,\text{up}} \\ \tilde{f}_{z,x\,\text{up}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{1,x} & 0 & 0 \\ 0 & S_{1,y} & 0 \\ 0 & 0 & S_{1,z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{2,x} & 0 & 0 \\ 0 & S_{2,y} & 0 \\ 0 & 0 & S_{2,z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (-g)^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \theta_{a,\text{xy}} & \theta_{a,\text{xz}} \\ \theta_{a,\text{yx}} & 1 & \theta_{a,\text{yz}} \\ \theta_{a,\text{zx}} & \theta_{a,\text{zy}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{bmatrix}$$

E assim, tem-se as seguintes equações (para o eixo x apontado para cima, ou seja, x**+**):

$$\tilde{f}_{x,x\,\text{up}} = -g \;+\; b_x - S_{1,x}.\, g + S_{2,x}.\, g^2 - g = -2g + b_x - S_{1,x}.\, g + S_{2,x}.\, g^2$$

$$\tilde{f}_{y,y\,\text{up}} = b_y - \theta_{a,\text{yx}}.\, g$$

$$\tilde{f}_{z,z\,\text{up}} = b_z - \theta_{a,\text{zx}}.\, g$$

E com o eixo x apontado para baixo, ou seja, X**-**, tem-se que:

$$\tilde{f}_{x,x\,\text{down}} = +g \;+\; b_x + S_{1,x}.\, g + S_{2,x}.\, g^2 + g = +2g + b_x + S_{1,x}.\, g + S_{2,x}.\, g^2$$

$$\tilde{f}_{y,y\,\text{down}} = b_y + \theta_{a,\text{yx}}.\, g$$

$$\tilde{f}_{z,z\,\text{down}} = b_z + \theta_{a,\text{zx}}.\, g$$

De posse dessas equações, a gente consegue determinar alguns parâmetros. Tomando por base as médias dos parâmetros (diversas medidas para amortização dos desvios), tem-se, por exemplo, para y:

$$f_{y,x\,\text{up}} = b_y - \theta_{a,\text{yx}}.\, g$$

$$f_{y,x\,\text{down}} = b_y + \theta_{a,\text{yx}}.\, g$$

Resulta em:

$b_y = \dfrac{f_{y,x\,\text{up}} + f_{y,x\,\text{down}}}{2}$ (JÁ FOI DETERMINADO LÀ EM CIMA)

$$\theta_{a,\mathrm{yx}} = -\left(\frac{f_{y,x\,\mathrm{up}} - f_{y,x\,\mathrm{down}}}{2.\,g}\right)$$

Equivalentemente para z, tem-se:

$b_z = \dfrac{f_{z,x\,\mathrm{up}} + f_{z,x\,\mathrm{down}}}{2}$ (JÁ FOI DETERMINADO LÀ EM CIMA)

$$\theta_{a,\mathrm{zx}} = -\left(\frac{f_{z,x\,\mathrm{up}} - f_{z,x\,\mathrm{down}}}{2.\,g}\right)$$

E para x, tem-se que:

$$f_{x,x\,\mathrm{up}} = -2g + b_x - S_{1,x}.\,g + S_{2,x}.\,g^2$$

$$f_{x,x\,\mathrm{down}} = +2g + b_x + S_{1,x}.\,g + S_{2,x}.\,g^2$$

Das equações acima, tem-se que:

$$S_{1,x} = -\frac{4.\,g + \left(f_{x,x\,\mathrm{up}} - f_{x,x\,\mathrm{down}}\right)}{2g}$$

$$b_x + S_{2,x}.\,g^2 = \frac{f_{x,x\,\mathrm{up}} + f_{x,x\,\mathrm{down}}}{2}$$