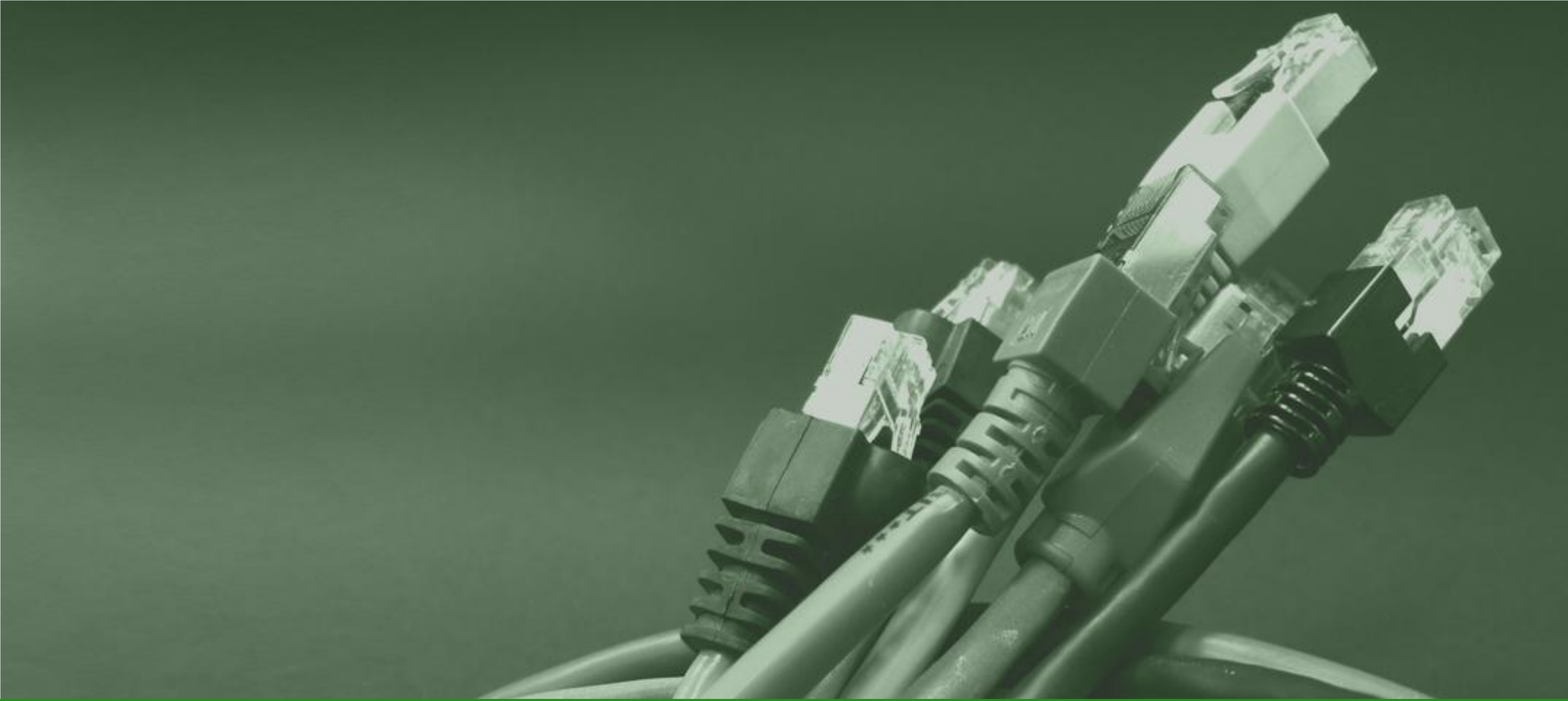


Teoria de Filas - Continuação

Prof. Gustavo Leitão

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
RIO GRANDE DO NORTE

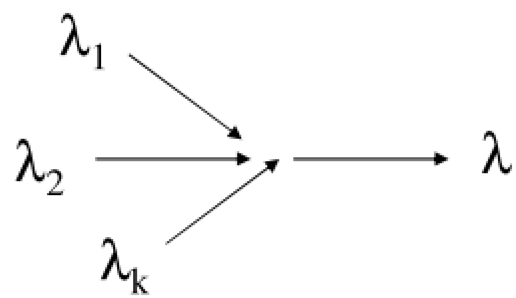
Baseada na Aula do Prof: Mário Meirelles (UFMA)
Campus Natal Central.
Planejamento de Capacidade de Sistemas

6/2/2010

Propriedades do Fluxo de poisson

- Superposição

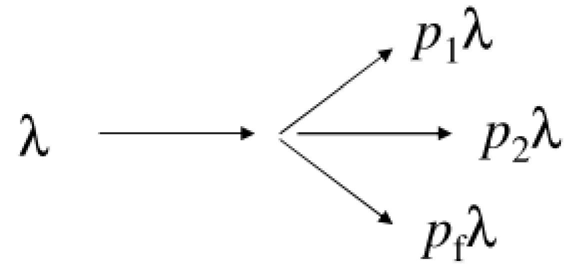
$$\lambda = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i$$



- A superposição de fluxos de Poisson dá como resultado um novo fluxo de Poisson cuja taxa de chegada é o somatório das taxas dos fluxos originais

PROPRIEDADES DO FLUXO DE POISSON

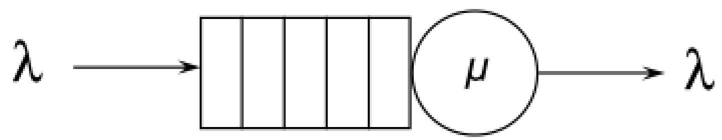
- Divisão



- Se um fluxo de Poisson for dividido em f subfluxos com probabilidade p_i de um usuário seguir o subfluxo i, então cada subfluxo é também um fluxo de Poisson com taxa média $p_i\lambda$

PROPRIEDADES DO FLUXO DE POISSON

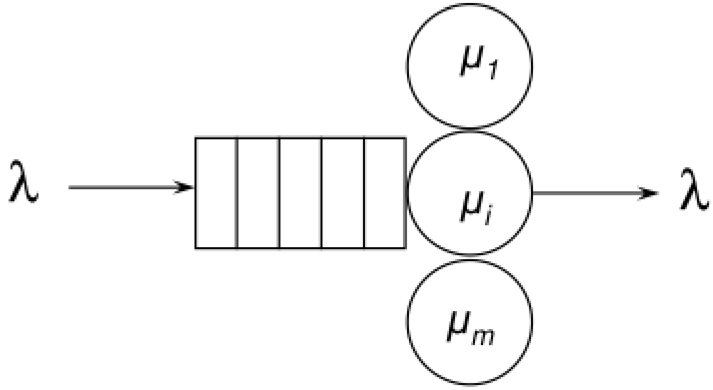
- Se as chegadas a uma fila com um servidor único e tempo de serviço exponencial forem Poisson com taxa média λ, então as partidas também serão Poisson, com a mesma taxa λ (desde que $\lambda < \mu$)



- $\lambda < \mu$: condição de equilíbrio do sistema

PROPRIEDADES DO FLUXO DE POISSON

- Se as chegadas a uma fila com *m* servidores e tempos de serviço exponenciais forem Poisson com taxa média λ, então as partidas também serão Poisson, com a mesma taxa λ (desde que $\lambda < \Sigma \mu_i$)



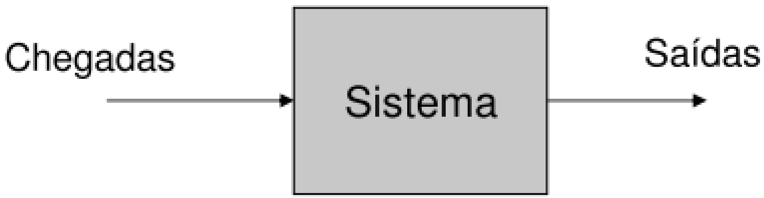
Leis operacionais

Introdução

- Relações simples que não necessitam de nenhuma hipótese sobre as distribuições dos tempos de serviço ou dos intervalos entre chegadas
- Foram identificadas inicialmente por Buzen (1976) e posteriormente estendidas por Denning e Buzen (1978)
- A palavra operacional significa que pode ser medida diretamente

Quantidades Operacionais

- São quantidades que podem ser medidas diretamente durante um período finito de observação:
  - Período de observação – T
  - Número de chegadas (arrivals) – A_i
  - Número de términos (completions) – C_i
  - Tempo ocupado (busy time) – B_i



Quantidades Operacionais

$$\text{Taxa de chegada } \lambda_i = \frac{\text{número de chegadas}}{\text{tempo}} = \frac{A_i}{T}$$

$$\text{Throughput } X_i = \frac{\text{número de términos}}{\text{tempo}} = \frac{C_i}{T}$$

$$\text{Utilização } U_i = \frac{\text{tempo ocupado}}{\text{tempo total}} = \frac{B_i}{T}$$

$$\text{Tempo médio de serviço } S_i = \frac{\text{tempo total de serviço}}{\text{número de saídas}} = \frac{B_i}{C_i}$$

Estas quantidades são variáveis que podem mudar de um período de observação para outro, mas as relações permanecem válidas!

Lei da Utilização

$$U_i = \frac{B_i}{T} = \frac{C_i}{T} \times \frac{B_i}{C_i}$$

$$U_i = X_i S_i$$

- Considere um roteador em que os pacotes chegam a uma taxa de 125 pps e o roteador leva em média 2 ms para encaminhá-los. Qual a utilização do sistema?

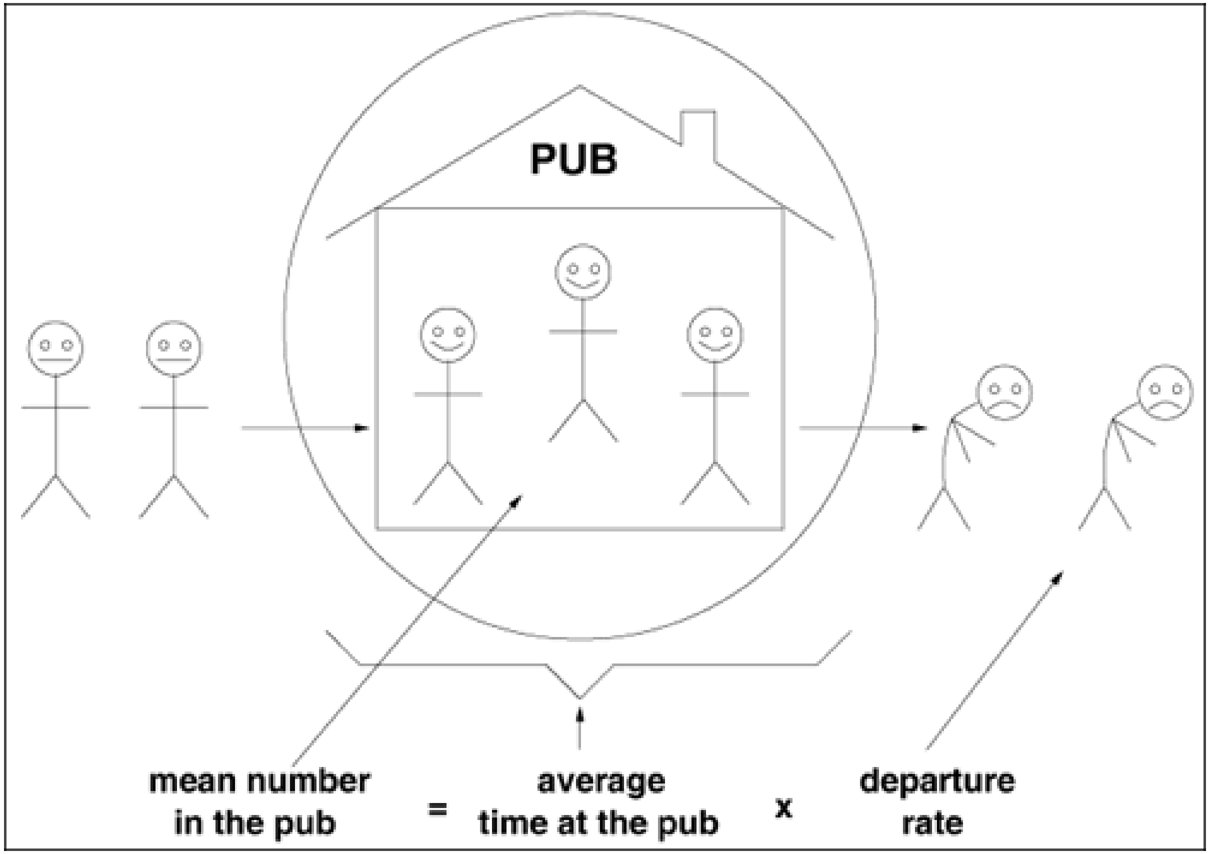
$$X_i = \text{taxa de saída} = \text{taxa de chegada} = 125 \text{ pps}$$

$$S_i = 0{,}002 \text{ segundos}$$

$$U_i = X_i S_i = 125 \times 0{,}002 = 0{,}25 = 25\%$$

Este resultado é válido para qualquer processo de chegada ou atendimento!

Lei de Little



Lei de Little

- A Lei de Little relaciona o número de clientes no sistema com o tempo médio despendido no sistema:

$$Q_i = \lambda_i R_i$$

Número médio = Taxa de chegada x Tempo médio de resposta

- $R_i = S_i + W_i$
- Esta lei se aplica sempre que o número de chegadas for igual ao número de saídas (sistema em equilíbrio)
- Pode-se aplicar a lei de Little a qualquer sistema ou subsistema (caixa preta)

Lei de Little

- Se o sistema está em equilíbrio, a taxa de chegada é igual ao throughput, portanto:

$$Q_i = X_i R_i$$

- Exemplo 3.14: Um servidor de arquivos NFS foi monitorado durante 30 minutos e o número observado de operações de I/O foi 10.800. Apurou-se que o número médio de pedidos ativos no NFS era três. Qual o tempo médio de resposta por pedido no servidor?

Lei do Fluxo Forçado

- Relaciona o throughput global do sistema com o throughput dos dispositivos individuais
- Se o período de observação *T* for tal que o número de chegadas em cada dispositivo é igual ao número de saídas, i.e., $A_i = C_i$, diz-se que o dispositivo satisfaz a Hipótese de Equilíbrio (*job flow balance*)
- Para um período de observação longo o bastante, a diferença A_i-C_i é normalmente pequena se comparada com C_i

Lei do Fluxo Forçado

- Seja V_i o número médio de visitas ao recurso i por uma tarefa
- Cada pedido que termina precisa passar, em média, V_i vezes pelo recurso i. Assim, se X pedidos foram concluídos por unidade de tempo, temos que $V_i X$ pedidos terão passado pelo recurso i:

$$X_i = V_i X$$

- Esta lei é aplicável sempre que a hipótese de equilíbrio for verdadeira

Lei da Demanda de Serviço

- Combinando as leis da Utilização e do Fluxo Forçado, temos:

$$U_i = X_i S_i = X V_i S_i$$

ou

$$U_i = X D_i$$

- Onde $D_i = V_i S_i$ é a demanda total de serviço no i-ésimo dispositivo
- O dispositivo com a maior demanda de serviço tem a maior utilização e pode tornar-se o gargalo do sistema

Exemplo 2

- As transações de um banco de dados realizam uma média de 4,5 operações de I/O no servidor de BD. O servidor foi monitorado durante uma hora e, durante esse período, 7.200 transações foram concluídas.

  a) Qual a taxa média de processamento no disco?
  b) Se cada I/O de disco leva 20 ms em média, qual a utilização do disco?
  c) Qual a demanda de serviço do disco?

Lei Geral do tempo de Resposta

- Sistemas de tempo compartilhado podem ser divididos em dois subsistemas: o subsistema de terminais e o subsistema central de processamento
- Dados os comprimentos individuais Q_i das filas de cada dispositivo, podemos calcular Q:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_M$$

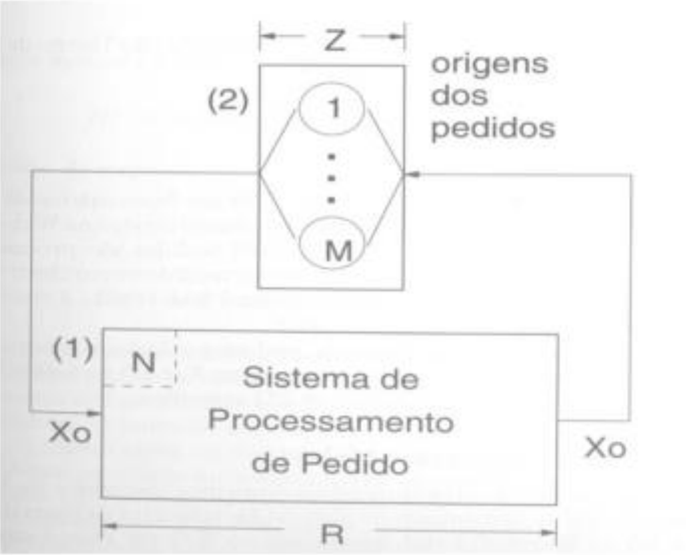
$$XR = X_1 R_1 + X_2 R_2 + \cdots + X_M R_M$$

- Dividindo ambos os lados por X e usando a lei do fluxo forçado:

$$R = V_1 R_1 + V_2 R_2 + \cdots + V_M R_M \quad \text{ou} \quad R = \sum_{i=1}^{M} R_i V_i$$

Lei do Tempo de resposta Interativo

- Num sistema interativo, os usuários geram pedidos que são processados pelo subsistema central e os resultados voltam ao terminal. Após um tempo ocioso Z, o usuário submete o próximo pedido.



Lei do Tempo de resposta Interativo

- Aplicando-se a lei de Little ao subsistema central, temos:

$$Q = XR$$

- Agora, aplicando-se a lei de Little aos M terminais:

$$\overline{M} = XZ$$

- Considerando que um cliente ou está sendo processado ou está ocioso:

$$M = Q + \overline{M} = XR + XZ = X(R + Z)$$

$$R = \frac{M}{X} - Z$$

EXEMPLO 3

- Um portal corporativo oferece serviços na Web aos funcionários de uma empresa. Em média, 500 funcionários estão on-line solicitando serviços. Uma análise do log do portal revelou que, em média, 6.480 pedidos são processados por hora. O tempo de resposta médio por pedido é de cinco segundos.

  Qual o tempo médio entre o momento em que a resposta a uma réplica é recebida e um novo pedido é enviado por um funcionário?

LEIS OPERACIONAIS

Box 33.1 Operational Laws

Utilization law	$U_i = X_i S_i = X D_i$
Forced flow law	$X_i = X V_i$
Little's law	$Q_i = X_i R_i$
General response time law	$R = \sum_{i=1}^{M} R_i V_i$
Interactive response time law	$R = N/X - Z$
Asymptotic bounds	$R \geq \max\{D, ND_{max} - Z\}$
	$X \leq \min\{1/D_{max}, N/(D+Z)\}$

Symbols:

D	Sum of service demands on all devices, $= \sum_i D_i$
D_i	Total service demand per job for the ith device, $= S_i V_i$
D_{max}	Service demand on the bottleneck device, $= \max_i\{D_i\}$
N	Number of jobs in the system
Q_i	Number in the ith device
R	System response time
R_i	Response time per visit to the ith device
S_i	Service time per visit to the ith device
U_i	Utilization of the ith device
V_i	Number of visits per job to the ith device
X	System throughput
X_i	Throughput of the ith device
Z	Think time