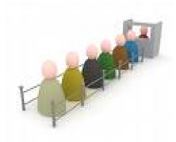

D i s c i p l i n a : **P e s q u i s a O p e r a c i o n a l I I**

T e o r i a d a s F i l a s - L i s t a d e E x e r c í c i o s : 0 3

S e g u n d a f e i r a , 1 8 d e m a i o d e 2 0 1 5

Nomes: ____ ____

01. Os clientes chegam a um banco, em média, a cada 36 segundos. O banco tem dois caixas atendendo com a mesma eficiência e eles são capazes de atender, em média, um cliente em 1 minuto e 9 segundos. Considere que o tempo de atendimento é exponencial e as chegadas ocorrem de acordo com uma Poisson. Determine:

(i) O número esperado de clientes no banco.

____

(ii) O tempo médio, em minutos, que um cliente gasta na fila do banco.

____

(iii) A fração de tempo que um caixa está ocupado.

____

(iv) A probabilidade de que existir mais de 10 clientes na fila do banco.

____

(v) A probabilidade de que um cliente gaste mais do que cinco minutos no banco.

____

02. Estudantes chegam a um laboratório de computação de acordo com Exponencial de média igual 45 segundos. Cada estudante gasta em média 18 minutos utilizando um computador e assume-se que este tempo seja, também, exponencialmente distribuído. O laboratório tem atualmente 25 computadores e os alunos têm reclamado que os tempos de espera são muito longos.

(i) Calcule a probabilidade de um aluno chegar e encontrar um computador disponível.

____

(ii) Determine o tamanho médio da fila e o tempo médio de espera.

____

(ii) Quantos computadores o laboratório deveria ter, mantidos as taxas de acesso e utilização, para que o tempo de espera por um computador fique abaixo de um minuto?

(iii) Determine a probabilidade de que um aluno tenha que esperar na fila por mais do que 25minutos.

(iv) Se um computador ficar fora de operação (quebrar) o que deve ocorrer com o sistema? Como você explica a situação?

(v) Determine qual seria o número de computadores necessários para que a probabilidade de que um aluno encontre um disponível seja maior do que 80%?

03. Uma pequena cidade é atendida por duas empresas de tele-táxi, sendo que cada uma tem dois táxis e dividem o mercado igualmente. Os telefonemas chegam a central de cada empresa, em média, a cada 7,5 minutos de acordo com uma Poisson. O tempo médio de cada corrida é de 12 minutos e segue um modelo exponencial. Um investidor comprou as duas empresas e tem interesse em consolidá-las em uma única central de atendimento.

(i) Analise se a junção das duas empresas em uma só é vantajosa para o novo proprietário. Utilize como critério: o número médio de clientes esperando por um táxi, o tempo médio que um cliente espera por um táxi e a probabilidade de ter que esperar mais do que 5 minutos por um táxi.

(ii) Se o tempo médio por viagem fosse de 13,5 minutos (ao invés de 12 minutos), qual das condições acima representaria o maior percentual de redução?

(iii) Suponha que um cliente tenha disposição para esperar, em média, 3 minutos por um táxi, em quanto o tempo médio de cada corrida deveria ser reduzido para alcançar esse valor: (i) se as empresas atuarem separadamente? (b) se elas atuarem em conjunto?

04. Um trailer de Xis tem três atendentes. Os clientes chegam de acordo com uma distribuição de Poisson a cada 2 minutos e 30 segundos em média e são atendidos pelo primeiro servidor que estiver livre. O tempo que um atendente leva para fazer um Xis " no capricho" é, em média, de 5 minutos e 37,50 segundos. O trailer tem atualmente cinco vagas para esperar sentado. Como o lanche é bom e o preço também os clientes estão dispostos a fazer fila e esperar em pé caso necessário.

(i) Determine o número lugares que o trailer deve ter, de modo que a probabilidade de que um cliente tenha que esperar em pé, seja de no máximo 0,05.

(ii) Qual a probabilidade de que um cliente tenha que esperar mais de 10 minutos na fila para ser atendido.

05. Um centro que trabalha com pessoas em crise é gerenciado por uma equipe de voluntários treinados que atendem telefonemas de pessoas depressivas. A experiência mostrou que à medida que o Natal se aproxima eles devem estar preparados para atender uma demanda crescente que chega a uma taxa de chamadas de uma a cada 10 minutos. Cada chamada requer aproximadamente 20 minutos de um atendente para acalmar e convencer a pessoa que ligou a não tomar nenhuma atitude impensada. No momento o centro está planejando ter 5 atendentes para dar conta da demanda de Natal.

(i) Analise a situação do centro determinando as suas estatísticas básicas (L, L_q, L_s, W, W_q e W_s) e verificando se o número mínimo de atendentes voluntários planejado é suficiente para que o tempo médio, de espera de uma pessoa em crise que ligou, não supere 15 segundos.

(ii) Qual é o desvio padrão do número de atendimentos.

(iii) Qual seria o tempo médio de espera se o centro contar com seis voluntários.

(iii) Se a taxa de chamadas aumentar para uma a cada 8 minutos, qual seria o número mínimo de atendentes para que o tempo de espera seja inferior a 5 segundos?

A notação utilizada na teoria das filas é variada, mas em geral, as seguintes são comuns:

λ = número médio de clientes que entram no sistema por unidade de tempo;

μ = número médio de clientes atendidos (que saem do sistema) por unidade de tempo;

L = número médio de clientes no sistema; Lq = número médio de clientes na fila;

Ls = número médio de clientes sendo atendidos;

W = tempo médio que o cliente fica no sistema; Wq = tempo médio que o cliente fica na fila;

Ws = tempo médio que um cliente leva para ser atendido;

W(t) = P(T > t) = a probabilidade de que um cliente fique mais do que um tempo t no sistema;

$W_q(t)$ = (Tq > t) = a probabilidade de que um cliente fique mais do que um tempo t na fila.

Assim se um sistema de filas está em estado estacionário, tem-se: (Leis de Little)

$L = \lambda W$ $\qquad$ $Lq = \lambda Wq$ $\qquad$ $Ls = \lambda Ws$

$\sum_{k=0}^{\infty} p_k = 1$, onde $\mathbf{p_k}$ = probabilidade de que existam k clientes no sistema.

O sistema M/M/s/GD/∞/∞

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu} \qquad P_0 = \left[\sum_{i=0}^{s-1}\frac{(s\rho)^i}{i!} + \frac{(s\rho)^s}{s!(1-\rho)}\right]^{-1} \qquad p_j = \frac{(s\rho)^j p_0}{j!} \quad j = 1, 2, \ldots, s$$

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu} \qquad L_q = \frac{P(j \geq s)\rho}{1-\rho} \qquad Ls = \frac{\lambda}{\mu} \qquad p_j = \frac{(s\rho)^j p_0}{s!\,s^{j-s}} \quad j = s, s+1, s+2, \ldots$$

$$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{P(j \geq s)}{s\mu - \lambda} + \frac{1}{\mu} \qquad W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{P(j \geq s)}{s\mu - \lambda} \qquad Ws = \frac{1}{\mu}$$

$$p_0 + \frac{S-1}{S}p_1 + \frac{S-2}{S}p_2 \ldots + \frac{1}{S}p_{S-1} \qquad P(j \geq s) = \frac{(s\rho)^s P_0}{s!(1-\rho)}$$

(*) Se s - 1 = sρ, então

$$W(t) = e^{-\mu t}[1 + P(j \geq s)\mu t]$$

$$W_q(t) = P(j \geq s)\exp[-s\mu t(1-\rho)] \qquad W(t) = \mathrm{Exp}(-\mu t)\left\{1 + P(j \geq s)\frac{[1 - \mathrm{Exp}(-\mu t(s-1-s\rho))]}{(s-1-s\rho)}\right\}(*)$$

Obs. O valor ρ é denominado de taxa de ocupação do sistema.