Eduardo José Herrera Alba y Juan Pablo Idárraga

Semana 11 Métodos Computacionales

1.

El orden importa, no hay repetición y se seleccionan dos elementos de tres ⇒ variación sin repetición

$$V_2^3 = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{3!}{(3-2)!} = 3! = 6$$

3.

El orden importa, no hay repetición y se seleccionan todos los elementos ⇒ permutación sin repetición.

$$P^5 = n! = 5! = 120$$

5.

El orden no importa, no hay repetición y se seleccionan 2 elementos de 10 ⇒ Combinación sin repetición.

$$C_2^{10} = \binom{10}{2} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{10!}{2!\,8!} = 45$$

7.

El orden no importa, no hay repetición y se seleccionan 2 elementos de 10 ⇒ combinación sin repetición.

$$C_2^{10} = \binom{10}{2} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{10!}{2!\,8!} = 45$$

9.

Es equivalente a buscar equipos de 5 jugadoras de un total de 11.

No importa el orden, no hay repetición y se seleccionan 5 jugadoras de 11 ⇒ combinación sin repetición.

$$C_5^{11} = \binom{11}{5} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{11!}{5!\,6!} = 462$$

11.

Importa el orden, no hay repetición y se seleccionan 3 estudiantes de 10 ⇒ variación sin repetición.

$$V_3^{10} = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{10!}{(10-3)!} = 720$$

13.

Importa el orden, no hay repetición y se seleccionan 3 dígitos de 7 ⇒ variación con repetición.

$$V_3^{7} = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{7!}{(7-3)!} = 210$$

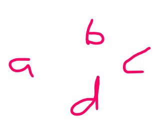
15.

No importa el orden, no hay repetición y se seleccionan 3 estudiantes de 10 ⇒ combinación sin repetición.

$$C_3^{10} = \binom{10}{3} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{10!}{3!\,7!} = 120$$

17.

Para que no se repitan la misma configuración de personas en diferentes sillas, como por ejemplo:



y

Se fija un elemento y todos los demás elementos (n-1) “se permutan” alrededor de este primer elemento fijado. Por lo tanto, se tiene (n-1)! maneras diferentes formas de sentar alrededor de una mesa.

19.

No importa el orden, sí hay repetición y se seleccionan 3 gaseosas de 6 $\Rightarrow$ combinación con repetición.

$$C_3^6 = \binom{n+r-1}{r} = \frac{(n+r-1)!}{r!\,(n-1)!} = \frac{8!}{3!\,5!} = 56$$

No importa el orden, no hay repetición y se seleccionan 3 gaseosas de 6 $\Rightarrow$ combinación sin repetición.

$$C_3^6 = \binom{6}{3} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{6!}{3!\,3!} = 20$$

21.

No importa el orden, no hay repetición y se seleccionan 5 números de 43 $\Rightarrow$ combinación sin repetición (sin tener en cuenta la superbalota).

$$C_5^{43} = \binom{43}{5} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{43!}{5!\,38!} = 962598$$

Al agregar las posibilidades de la superbalota, (un número del 1 al 16) se tiene un total de 962598 * 16 = 15401568.

Por lo tanto, la probabilidad de ganar el baloto es de $\frac{1}{15401568} = 6.4928 \times 10^{-8}$

23.

Combinación con repetición. Se tienen 3 colores y se van a elegir 4 de ellos (se puede repetir).

$$C_4^3 = \binom{n+r-1}{r} = \frac{(n+r-1)!}{r!\,(n-1)!} = \frac{6!}{4!\,2!} = 15$$

Pero como solo hay tres bolas de cada color, se deben excluir los casos de 4 bolas del mismo color, es decir, los casos de 4 verdes, 4 azules y 4 rojas:

$$Formas\ totales = 15 - 3 = 12$$

25.

a)

Formas de hacer una pareja = 5C2

Número de la pareja = 6

Los demás dígitos (diferentes entre sí) = 5*4*3

Casos totales = 6^5

$$P(a) = \frac{\binom{5}{2} \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{6^5} = \frac{25}{54}$$

b)

Formas de tomar los números de las parejas = 6C2

Formar la primera pareja = 5C2

Formar la segunda pareja = 3C2

Último dígito = 4

Casos totales = 6^5

$$P(b) = \frac{\binom{6}{2} \cdot \binom{5}{2} \cdot \binom{3}{2} \cdot 4}{6^5} = \frac{25}{108}$$

c)

Formas de hacer un cuarteto = 5C4

Número del cuarteto = 6

Número del otro dígito = 5

$$P(c) = \frac{\binom{5}{4} \cdot 6 \cdot 5}{6^5} = \frac{25}{1296}$$

26.

a)

Formas de obtener 3 ases (de 4 en total) = 4C3

Formas de obtener 2 cartas diferentes a as (de 52-4 en total) = 48C2

Formas de sacar 5 cartas de una baraja francesa = 52C5

$$P(a) = \frac{\binom{4}{3}\binom{48}{2}}{\binom{52}{5}} = \frac{94}{54145}$$

b)

Formas de obtener 4 corazones (de 52/4 en total) = 13C4

Formas de obtener 1 bastos (de 52/4 en total) = 13C1

Formas de sacar 5 cartas de una baraja francesa = 52C5

$$P(a) = \frac{\binom{13}{4}\binom{13}{1}}{\binom{52}{5}} = \frac{143}{39984}$$

27.

a)

$$P(\sim a) = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{9 \cdot 8 \cdot 7}(es\ decir, fallar\ con\ cada\ libro) = \frac{2}{3}$$

$$P(a) = 1 - P(\sim a) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

b)

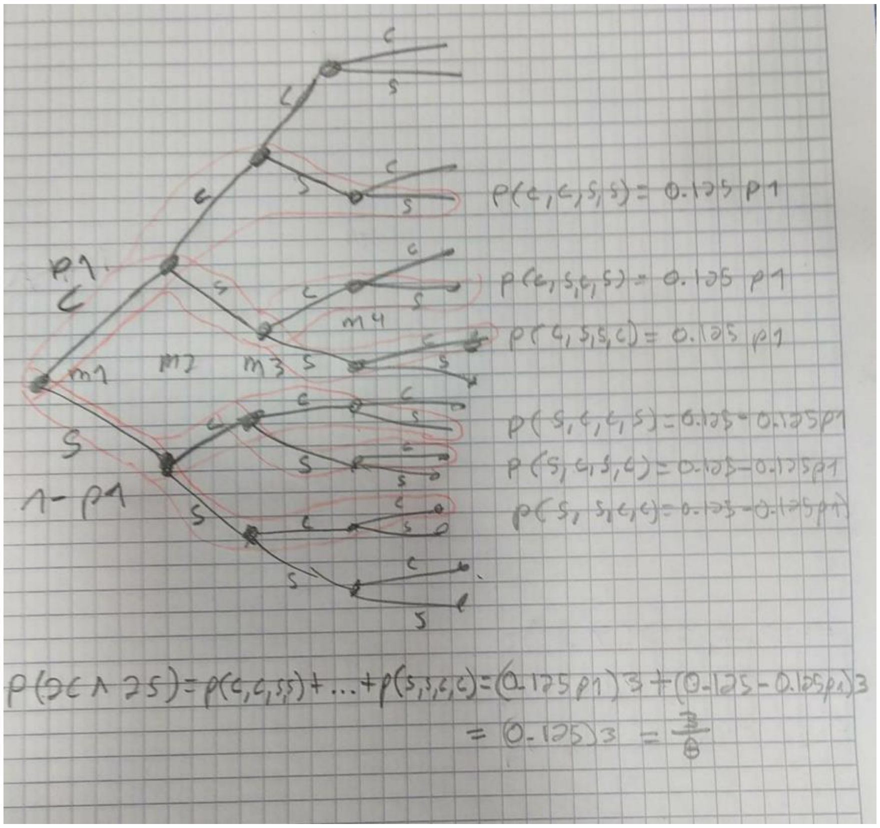
Formas de elegir 2 novelas = 5C2

Formas de elegir 1 poemario = 3C1

Formas de elegir 3 libros = 9C3

$$P(b) = \frac{\binom{5}{2}\binom{3}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{5}{14}$$

29.


p1
C
m1
m2
m3
m4
S
1- p1
p(c,c,s,s) = 0.125 p1
p(c,s,c,s) = 0.125 p1
p(c,s,s,c) = 0.125 p1
p(s,c,c,s) = 0.125 - 0.125p1
p(s,c,s,c) = 0.125 - 0.125p1
p(s,s,c,c) = 0.125 - 0.125p1
p(2c ∧ 2s) = p(c,c,s,s) + ... + p(s,s,c,c) = (0.125 p1)3 + (0.125 - 0.125p1)3
= (0.125)3 = 3/8

Eduardo Herrera y Juan Idárraga

Pares

(2) $C_2^3 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{3}{1} = 3$

(4) $V_3^8 = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = 8 \cdot 6 \cdot 7 = 336$

(6) $V_5^7 = \frac{7!}{(7-5)!} = \frac{7!}{2!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 2520$

(8) $P^8_{2,3,2,1} = \frac{8!}{2!\,3!\,2!} = 1680$

(10) $C_2^4 + C_3^4 + 1 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{3!} + 1 = 6 + 4 + 1 = 11$

(12) $V_2^8 = \frac{8!}{6!} = 8 \times 7 = 56$

(14) $V_3^7 = 7^3 = 343$

(16) $V_3^{26} + V_3^{10} = 26^3 \cdot 10^3 = 17576000$

(18) $C_3^7 = \frac{(7+3-1)!}{3!(7-1)!} = \frac{9!}{3! \cdot 6!} = \frac{9 \times 8 \times 7}{6} = 84$

(20) n = numero de posibilidades

r = numero de casillas para elegir, espacios disponibles

$a + b + c + D \ldots = r$ $a, b \ldots \in \mathbb{Z}^+$

numero de veces que se elige un elemento de n

$a, b, c \ldots$ se pueden expresar como $(1+1+1+1 \ldots)$

y $r = (1+1\ldots) + (1+1\ldots) + (1+1\ldots \ldots$ hay $n-1$ grupos de unos

Todas las formas de agrupar 1s en parentesis o de separarlos por)+(seran $n-1 \rightarrow$ separaciones y $n+r-1$ lugares entre los 1's $\rightarrow C^{n+r-1}_{n-1}$

Escaneado con CamScanner

$$C^{n+r-1}_{n-1} = \frac{(n+r-1)!}{(n-1)!(n+r-1-n-1)!} = \frac{(n+r-1)!}{r!\,(n-1)!}$$

22 $x, y, z \in Z^+$

$x + y + z = 10 \rightarrow z = 10 - x - y$

x	y
10 →	0
9 →	1
8 →	2
⋮	
0 →	10

10 tiene 0 posibilidades
9 tiene 1   8 tiene 2

todas son $11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$

Total = 66

24 Este ejercicio es computacional debe dar

$C^3_2 \cdot \frac{5 \cdot 6}{6^3}$ → posibilidades dado 2, → posibilidades dado 3 $\rightarrow \frac{35}{6^2} = \frac{5}{12}$

28

$\#$ total casos $= V^4_2 = 2^4 = 16$

con repetición, se usan todas, importa el orden → Permutación

$P^4_{2,2} = \frac{4!}{2!\,2!} = 6$

se repite cara, se repite sello

probabilidad $= \frac{\#f}{\#P} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$