- Métodos computacionales:
  Alejandro Segura

- **Estadística**

  a) Incluir el código Notebook (.ipynb).

  b) Guardar la información en una carpeta llamada Semana13_Nombre1_Nombre2

  c) **Hacer una sola entrega por grupo**.

# Contents

# List of Figures

# 1 Estadística

## 1.1 Bondad del Ajuste

### 1.1.1 Binomial

1. Se realiza un experimento aleatorio del lanzamiento de 5 monedas $N = 1000$, cuyo espacio muestral está definido por $\Omega = \{C, S\}$. Se mide el número $x$ de caras que se observan durante el experimento. El resultado del experimento se resume en: `https://raw.githubusercontent.com/asegura4488/Database/main/MetodosComputacionalesReforma/BinomialCoins.csv`. Note que es un archivo para cargar en `Pandas`. Se desea saber si el número de caras tiene una distribución binomial $x \sim Bin(n = 5, p)$. Se tienen las siguientes hipótesis:

   a) $H_0$ : El número de caras tiene distribución binomial $x \sim Bin(n = 5, p = \hat{p})$.

   b) $H_1$ : El número de caras tiene distribución binomial.

   Suponemos que la hipótesis nula es verdadera, de este modo, necesitamos realizar los siguientes pasos para realizar la bondad del ajuste:

   a) Estimar el parámetro de la distribución $\hat{p} = 0.4946$

   b) Suponiendo que $H_0$ es verdadera, estimar la probabilidad de que se presenten el número de caras encontrados en el experimento. Ejemplo: la probabilidad de obtener 0 caras en un experimento es:

   $$\mathbb{P}(X = 0|\hat{p} = 0.4946) = \binom{5}{0} 0.4946^0 (1 - 0.4946)^{5-0} = 0.0329 \tag{1}$$

   c) Estimar las frecuencias esperadas asociadas a el número de errores $f_e^i(x) = \mathbb{P}^i(x) \times N$.

   d) Dibuje los histogramas correspondientes a las distribución esperada y observada.

   e) Medir la discrepacia que existe entre las frecuencias esperadas y observadas a través del estadístico de prueba $\chi^2$.

   $$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(f_o^i - f_e^i)^2}{f_e^i} \tag{2}$$

   f) Cuál es el p-value de esta observación.

   g) Calcular el valor crítico de la distribución $\chi^2_{\alpha,k-t-1}$, donde la significancia es $\alpha = 0.05$. $k = 10$ es el número de categorías, $t$ es el número de parámetros que se estimaron en el proceso, en este caso, se estimo $\hat{\lambda}$. Note que los grados de libertad son $gl = 4$.

   h) Si el estadístico de prueba es menor que el valor crítico no rechazamos la hipótesis nula.

   i) Dar la conclusión.

### 1.1.2 Poisson

1. Una empresa de motos realiza la construcción de $N = 440$ motos. Durante las pruebas mecánicas y eléctricas, la empresa reportó el número de fallas que presenta cada artículo. El archivo que resume esta información es: `https://raw.githubusercontent.com/asegura4488/Database/main/MetodosComputacionalesReforma/PoissonCars.csv`. Note que es un archivo para cargar en `Pandas`. La empresa quiere saber si la distribución de errores es una distribución de Possion y cuál es el estimador máximo verosimil que describe dicha distribución. De esta manera, se tienen las siguientes hipótesis.

   a) $H_0$ : El número de errores tiene distribución Poisson $n \sim Poiss(\lambda = \hat{\lambda})$.

   b) $H_1$ : El número de errores no tiene distribución Poisson.

Suponemos que la hipótesis nula es verdadera, de este modo, necesitamos realizar los siguientes pasos para realizar la bondad del ajuste:

a) Estimar el parámetro de la distribución $\hat{\lambda} = 3.047$

b) Suponiendo que $H_0$ es verdadera, estimar la probabilidad de que se presenten el número de errores encontrados en las motos. Ejemplo: la probabilidad de obtener 0 errores en una moto es:

$$\mathbb{P}(x = 0|\hat{\lambda} = 3.047) = \frac{e^{-3.047}3.047^0}{0!} = 0.04746 \tag{3}$$

c) Estimar las frecuencias esperadas asociadas a el número de errores $f_e^i(x) = \mathbb{P}^i(x) \times N$.

d) Dibuje los histogramas correspondientes a las distribución esperada y observada.

e) Medir la discrepacia que existe entre las frecuencias esperadas y observadas a través del estadístico de prueba $\chi^2$.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(f_o^i - f_e^i)^2}{f_e^i} \tag{4}$$

f) Cuál es el p-value de esta observación.

g) Calcular el valor crítico de la distribución $\chi^2_{\alpha,k-t-1}$, donde la significancia es $\alpha = 0.05$. $k = 10$ es el número de categorías, $t$ es el número de parámetros que se estimaron en el proceso, en este caso, se estimo $\hat{\lambda}$. Note que los grados de libertad son $gl = 8$.

h) Si el estadístico de prueba es menor que el valor crítico no rechazamos la hipótesis nula.

i) Dar la conclusión.

### 1.1.3 Problema modelo **(Challenge)

1. Una partícula se mueve aleatoriamente desde el centro de una caja cuadradada de longitud $l = 5$. El ángulo para realizar el paso se genera uniformemente entre 0 y $2\pi$ y luego se actualiza la posición actual:

```
x += lstep * np.cos(theta)
y += lstep * np.sin(theta)
```

*lstep* es el tamaño del paso, use $lstep = 0.4$ para este experimento. Se quiere medir el número de pasos promedio que le toma a una partícula salir de la caja. Genere $N = 200$ experimentos guardando el número de pasos que le toma a la partícula salir de la caja. Una posible trayectoria se describe en la Figura [1]

a) Eliga una distribución de clases que tenga su valor mínimo y máximo en los valores mínimo y máximo de la lista y un ancho de paso $h = 15$ steps:
`bins = np.arange(min_,max_+h,h)`

b) Calcule el histograma de la distribución.

c) Normalice el histograma a la unidad.
`H1Norm = H1 / np.sum(H1*w)`

d) Realice el ajuste de la distribución usando la densidad de Weibull exponencial:

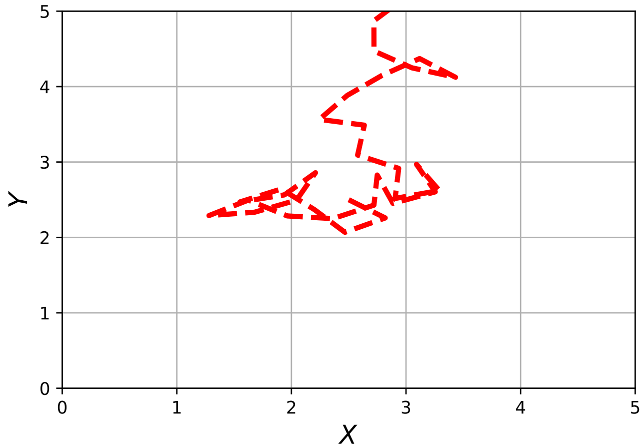


Figure 1: Trayectoria de la partícula (Toy model). En este experimento la partícula le tomo 33 pasos salir de la caja.

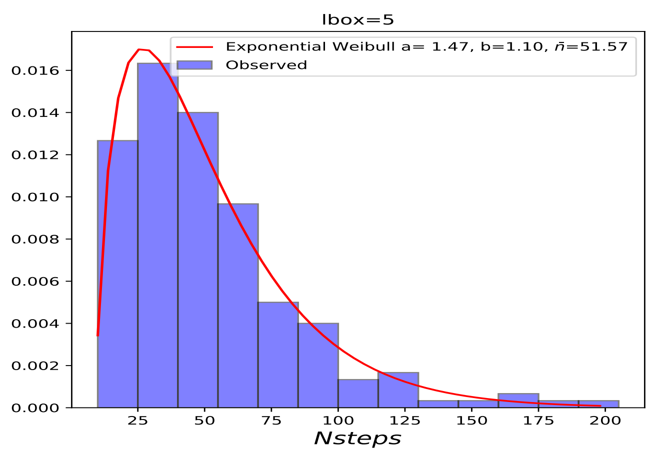


Figure 2: Ajuste a los datos usando la distribución de Weibull exponencial.

```
from scipy.stats import exponweib
a,c,d,e = exponweib.fit(lista)
```

debería obtener un resultado similar a Figura [2]:

e) Calcule el valor medio de pasos usando los métodos de scipy: `mean = exponweib.mean(a,c,d,e)`

f) Ahora se quiere realizar la bondad en el ajuste. Genere la distribución esperada usando el método de generación de `Scipy`, con mismo número de eventos observados $N = 200$.
`ExpFreq.append(exponweib.rvs(a,c,d,e))`
Debería obtener distribuciones similares como se muestra en la Figura [3].

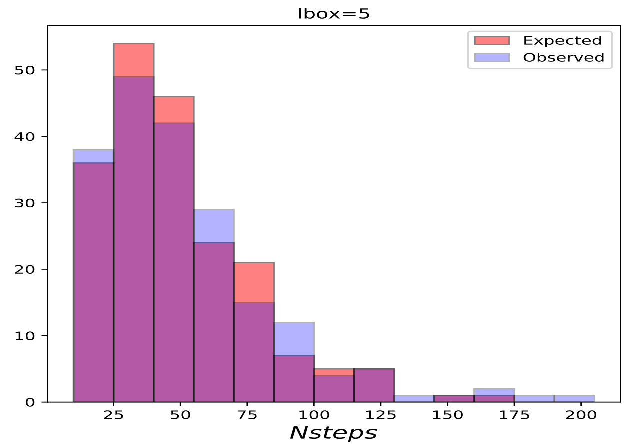


Figure 3: Comparación entre la distribución observada y esperada para el número de pasos de escape de la partícula.

g) Calcule el estadístico de prueba $\chi^2$: (Ignore las clases que tengan menos de 5 entradas, es decir las colas de la distribución).

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(f_o^i - f_e^i)^2}{f_e^i} \tag{5}$$

h) Calcular el valor crítico de la distribución $\chi^2_{\alpha,k-t-1}$, donde la significancia es $\alpha = 0.05$. $k$ es el número de categorías, $t$ es el número de parámetros que se estimaron en el proceso, en este caso, se estimo $\hat{n}$. Note que los grados de libertad son $gl = \#Clases - 1 - 1$.

i) Si el estadístico de prueba es menor que el valor crítico no rechazamos la hipótesis nula.

j) Dar la conclusión.