Métodos Computacionales 1 - Semana 4

Ejercicio 1.6.2

4.

Método 2:

Términos de la interpolación:

x[m]	y[m]
1.4000	0.4007
3.5000	0.5941
5.6000	0.2980

$$p_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i)\, L_i(x) \qquad L_i(x) = \prod_{\substack{i=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

Aplicando la interpolación a los tres puntos:

$$p(x) = \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} f(a) + \frac{(x-a)(x-c)}{(b-a)(b-c)} f(b) + \frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} f(c)$$

$$p(x) = \frac{x^2 - cx - bx + bc}{(a-b)(a-c)} f(a) + \frac{x^2 - cx - ax + ac}{(b-a)(b-c)} f(b) + \frac{x^2 - bx - ax + ab}{(c-a)(c-b)} f(c)$$

$$p(x) = \frac{x^2 - x(c+b) + bc}{(a-b)(a-c)} f(a) + \frac{x^2 - x(c+a) + ac}{(b-a)(b-c)} f(b) + \frac{x^2 - x(b+a) + ab}{(c-a)(c-b)} f(c)$$

$$\begin{aligned} p(x) = {} & \frac{x^2}{(a-b)(a-c)} f(a) - \frac{x(c+b)}{(a-b)(a-c)} f(a) + \frac{bc}{(a-b)(a-c)} f(a) \\ & + \frac{x^2}{(b-a)(b-c)} f(b) - \frac{x(c+a)}{(b-a)(b-c)} f(b) + \frac{ac}{(b-a)(b-c)} f(b) \\ & + \frac{x^2}{(c-a)(c-b)} f(c) - \frac{x(b+a)}{(c-a)(c-b)} f(c) + \frac{ab}{(c-a)(c-b)} f(c) \end{aligned}$$

$$p(x) = \frac{x^2}{(a-b)(a-c)}f(a) + \frac{x^2}{(b-a)(b-c)}f(b) + \frac{x^2}{(c-a)(c-b)}f(c)$$
$$- \frac{x(c+b)}{(a-b)(a-c)}f(a) - \frac{x(c+a)}{(b-a)(b-c)}f(b) - \frac{x(b+a)}{(c-a)(c-b)}f(c)$$
$$+ \frac{bc}{(a-b)(a-c)}f(a) + \frac{ac}{(b-a)(b-c)}f(b) + \frac{ab}{(c-a)(c-b)}f(c)$$

$$p(x) = \left(\frac{1}{(a-b)(a-c)}f(a) + \frac{1}{(b-a)(b-c)}f(b) + \frac{1}{(c-a)(c-b)}f(c)\right)x^2$$
$$+ \left(-\frac{(c+b)}{(a-b)(a-c)}f(a) - \frac{(c+a)}{(b-a)(b-c)}f(b) - \frac{(b+a)}{(c-a)(c-b)}f(c)\right)x$$
$$+ \left(\frac{bc}{(a-b)(a-c)}f(a) + \frac{ac}{(b-a)(b-c)}f(b) + \frac{ab}{(c-a)(c-b)}f(c)\right)$$

Dada la expresión de cinemática para la altura del cuerpo que se quiere interpolar:

$$y = tan(\theta)x - \frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2 \cos^2\theta}x^2$$

Comparando el término lineal y el término cuadrático de la interpolación con la ecuación de trayectoria de la bala:

$$\tan\theta = \left(-\frac{(c+b)}{(a-b)(a-c)}f(a) - \frac{(c+a)}{(b-a)(b-c)}f(b) - \frac{(b+a)}{(c-a)(c-b)}f(c)\right)$$
$$\theta = \tan^{-1}\left(-\frac{(c+b)}{(a-b)(a-c)}f(a) - \frac{(c+a)}{(b-a)(b-c)}f(b) - \frac{(b+a)}{(c-a)(c-b)}f(c)\right)$$

$$-\frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2\cos^2\theta} = \left(\frac{1}{(a-b)(a-c)}f(a) + \frac{1}{(b-a)(b-c)}f(b) + \frac{1}{(c-a)(c-b)}f(c)\right)$$

Despejando v_0:

$$v_0 = \sqrt{\frac{g}{2\cos^2\theta\left(\frac{1}{(a-b)(a-c)}f(a) + \frac{1}{(b-a)(b-c)}f(b) + \frac{1}{(c-a)(c-b)}f(c)\right)}}$$