Demostración del polinomio de Taylor

Cogemos un polinomio genérico $F(x) = a_0 + a_1(x-b) + a_2(x-b)^2 + a_3(x-b)^3 \ldots a_n(x-b)^n$

$F'(x) = a_1 + a_2 \cdot 2(x-b) + a_3 \cdot 3 \cdot (x-b)^2 + a_n \cdot n \cdot (x-b)^{n-1}$

$F''(x) = 2a_2 + a_3 \cdot 3 \cdot 2(x-b) + a_n \cdot n(n-1)(x-b)^{n-2}$

$F^n(x) = n \cdot a_n (n-1) \cdot (n-2)(n-3) = a_n n!$

Si hacemos la función en b queda

$F(b) = a_0 \quad F''(b) = 2a_2 \quad F'''(b) = 3!\,a_3 \quad F^n(b) = n!\,a_n$

$\frac{F''(b)}{2} = a_2 \quad \frac{F'''(b)}{3!} = a_3 \quad \frac{F^n(b)}{n!} = a_n$

$F(x) = a_0 + a_1(x-b) + a_2(x-b)^2 + a_3(x-b)^3 + \ldots a_n(x-b)^n$

$F(x) = F(b) + F'(b)(x-b) + \frac{F''(b)(x-b)^2}{2!} + \frac{F^n(b)(x-b)^n}{n!}$

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(b)}{n!}(x-b)^n$$

Eduardo Herrera Alba y Juan Idarraga Castro

¿Qué repercusión tiene que converja absolutamente?