



- Métodos computacionales:
Alejandro Segura
- **Sistemas Lineales**
 - a) Incluir el código Notebook (.ipynb).
 - b) Guardar la información en una carpeta llamada **Semana6_Nombre1_Nombre2**
 - c) Comprimir en formato **zip** la carpeta para tenga el nombre final **Semana6_Nombre1_Nombre2.zip**
 - d) **Hacer una sola entrega por grupo.**

Contents

1	Linear-Systems	3
1.1	Colisión de dos discos rígidos - Física I avanzada	4

List of Figures

1	Esquema de colisión de dos discos rígidos.	4
2	Esquema para la conservación del momentum angular.	4
3	Conservación del momento lineal total antes y después del choque.	6
4	Conservación del momento angular total antes y después del choque.	6
5	Variables cinemáticas los dos discos después del choque.	7

1 Linear-Systems

1.1 Colisión de dos discos rígidos - Física I avanzada

- La Figura [1] representa la colisión de dos discos de masa m_1 y m_2 , y radios r_1 y r_2 respectivamente. El primer disco tiene una velocidad inicial \vec{u}_1 antes del choque y el segundo disco se encuentra en reposo $\vec{u}_2 = 0$. El parámetro de impacto b , que es la distancia entre la dirección de la velocidad \vec{u}_1 y el centro del segundo disco caracteriza la interacción.

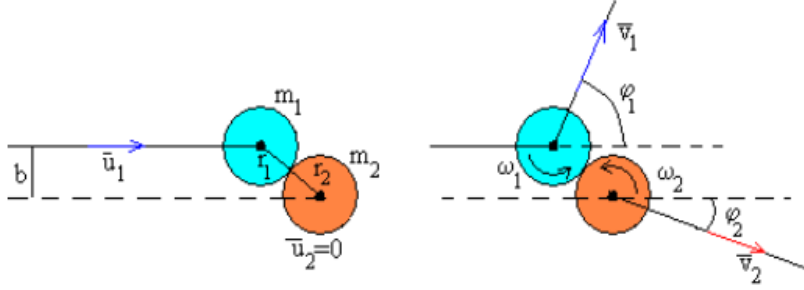


Figure 1: Esquema de colisión de dos discos rígidos.

Los siguientes son resultados teóricos que deben deducir y justificar físicamente.

- De la conservación del momento lineal demuestre que:

$$m_1 u_1 = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} \quad (1)$$

$$0 = m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} \quad (2)$$

- De la conservación del momento angular respecto del punto de contacto demuestre que (ver Figura [2]):

$$-m_1 r_1 u_1 \sin(\theta) = I_1 \omega_1 - m_1 r_1 (v_{1x} \sin(\theta) + v_{1y} \cos(\theta)) \quad (3)$$

$$0 = I_2 \omega_2 + m_2 r_2 (v_{2x} \sin(\theta) + v_{2y} \cos(\theta)) \quad (4)$$

- De la definición del coeficiente de restitución demuestre que:

$$e = - \frac{(v_{1x} \cos(\theta) - v_{1y} \sin(\theta)) - (v_{2x} \cos(\theta) - v_{2y} \sin(\theta))}{u_1 \cos(\theta)} \quad (5)$$

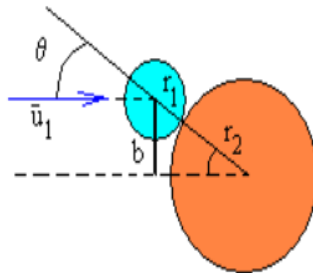


Figure 2: Esquema para la conservación del momentum angular.

- d) Si no se considera deslizamiento de un disco respecto al otro en el punto de contacto P . Las velocidades de los discos en el punto P son iguales. Muestre que esta restricción conduce a:

$$r_1 w_1 + v_{1x} \sin(\theta) + v_{1y} \cos(\theta) = -r_2 w_2 + v_{2x} \sin(\theta) + v_{2y} \cos(\theta) \quad (6)$$

El sistema lineal queda descrito como:

$$\begin{pmatrix} \sin\theta & \cos\theta & -\sin\theta & -\cos\theta & 1 & 1 \\ 0 & M & 0 & 1 & 0 & 0 \\ M & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\cos\theta & \sin\theta & \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 & -k & 0 \\ 0 & 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 & k \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_{1x} \\ v_{1y} \\ v_{2x} \\ v_{2y} \\ r_1 \omega_1 \\ r_2 \omega_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ Mu_1 \\ eu_1 \cos\theta \\ u_1 \sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

Para la aplicación numérica definamos los parámetros del problema:

Parámetros	
m_1	3 kg
m_2	1 kg
M	3
r_1	0.1 m
r_2	0.2 m
k	1/2
e	0.8
\vec{u}_1	$2\hat{i}$ m/s

Table 1: Parámetros del cálculo. Recuerde que el momento de inercia de un sólido respecto a su centro de masas es $I = kmr^2$.

Variar el ángulo de incidencia ($0 < \theta < \pi/2$) para describir algunos estados finales después del choque. Debe verificar que los principios de conservación se cumplan en este fenómeno, esto significa que el momento lineal y angular se mantengan constantes. La energía no se conserva porque hay restitución (e) en la colisión, si todo va bien, graficar las seis variables cinemáticas de los discos para entender como se mueven los cuerpos después del proceso de "scattering". *Sería muy interesante realizar la animación de este fenómeno, sin embargo, las dificultades para animar la traslación + rotación de los discos son enormes.*

Para que tengan una guía de los resultados, las graficas de este problema son:

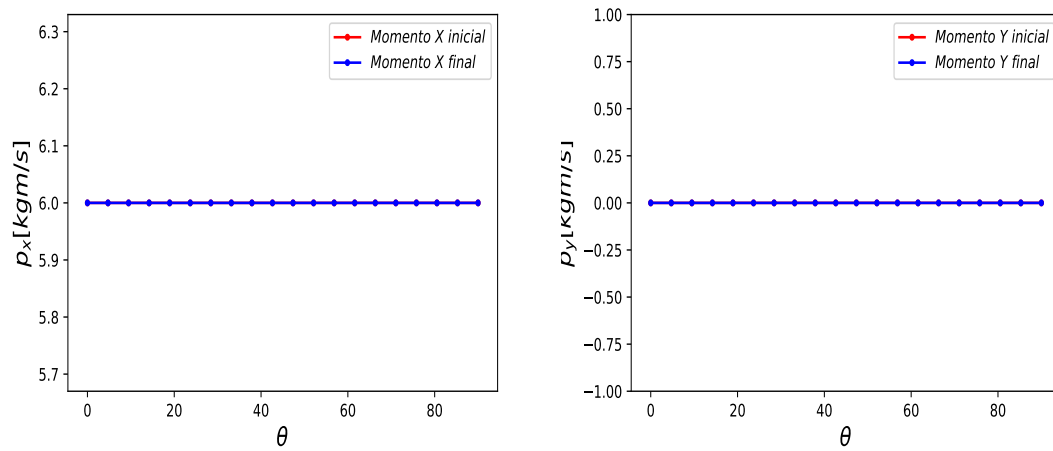


Figure 3: Conservación del momento lineal total antes y después del choque.

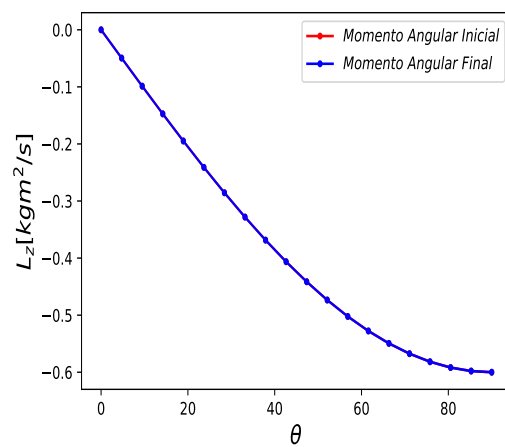


Figure 4: Conservación del momento angular total antes y después del choque.

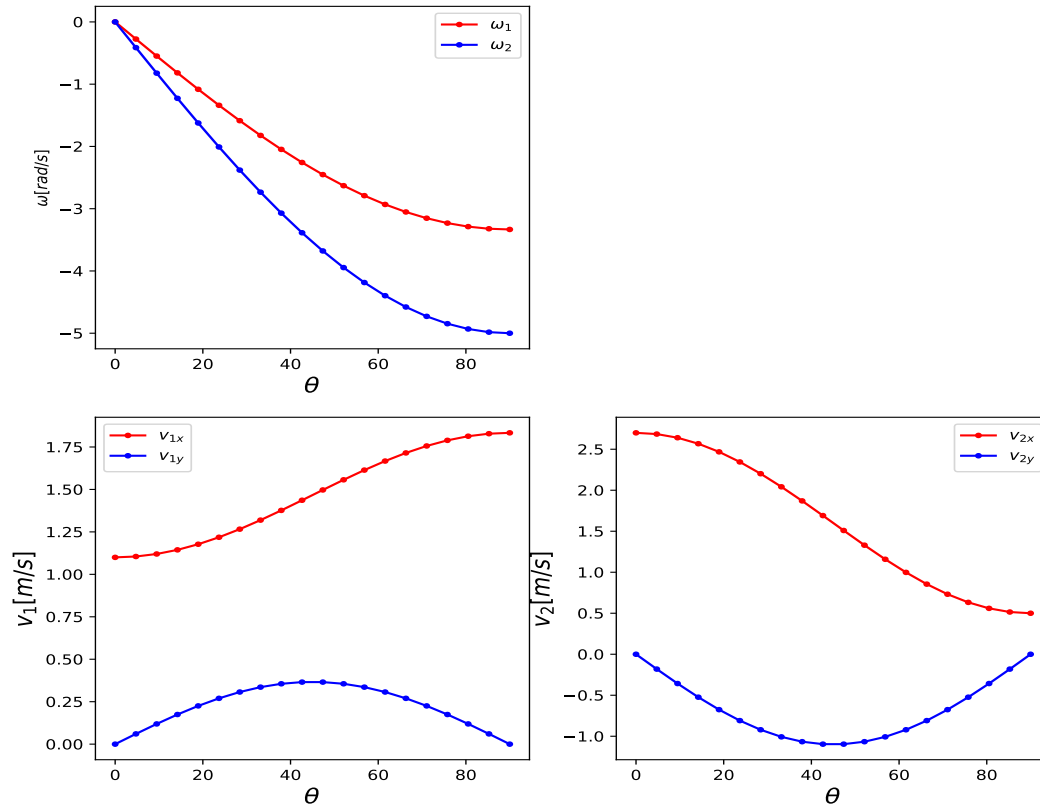


Figure 5: Variables cinemáticas los dos discos después del choque.