



- Métodos computacionales:
Alejandro Segura
- **Introduction to Probability**
 - a) Incluir el código Notebook (.ipynb).
 - b) Guardar la información en una carpeta llamada **Semana10_Nombre1_Nombre2**
 - c) **Hacer una sola entrega por grupo.**

Contents

1	Probability	3
1.1	Introduction to probability	4

List of Figures

1	Probabilidad que $n \leq 80$ personas tengan una edad diferente.	5
---	--	---

1 Probability

1.1 Introduction to probability

- Sean \mathbb{P}_1 y \mathbb{P}_2 dos medidas de probabilidad. Definamos $\mathbb{P} = a_1\mathbb{P}_1 + a_2\mathbb{P}_2$, donde $a_1 + a_2 = 1$ y $a_1, a_2 \in \mathbb{R}^+$. ¿Es \mathbb{P} una medida de probabilidad?

Hint: Verifique los axiomas de Kolmogorov para \mathbb{P} .

- Sea $\Omega = \{1, 2\}$, $\mathfrak{F} = \sigma(\Omega)$ y \mathbb{P} una aplicación definida sobre \mathfrak{F} dada por:

$$\mathbb{P}(A) = \begin{cases} 0 & \text{si } A = \{\emptyset\} \\ 1/3 & \text{si } A = \{1\} \\ 2/3 & \text{si } A = \{2\} \\ 1 & \text{si } A = \{1, 2\} \end{cases} \quad (1)$$

Muestre detalladamente que \mathbb{P} es una medida de probabilidad. ¹

- Sea $(\Omega, \mathfrak{F}, \mathbb{P})$ un espacio de probabilidad. Demuestre las siguientes propiedades básicas de esta medida usando los axiomas de Kolmogorov y diagramas de Venn:

- $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$.
- $\mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A)$.
- Si dos eventos A y B son tales que $A \subset B$, entonces $\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B - A)$.
- Dado un evento A , $\mathbb{P}(A) \leq 1$, $\forall A \in \mathfrak{F}$. Use el teorema anterior.
- $A \subseteq B$, entonces $\mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$.
- $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$.
- $\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(C) - \mathbb{P}(A \cap B) - \mathbb{P}(A \cap C) - \mathbb{P}(B \cap C) + \mathbb{P}(A \cap B \cap C)$.
- Probabilidad de la diferencia: Use $A - B = A \cap B^c$, para mostrar: $\mathbb{P}(A - B) = \mathbb{P}(A) - \mathbb{P}(A \cap B)$.
- Probabilidad de la diferencia simétrica: Use $(A - B) \cup (B - A)$, para mostrar: $\mathbb{P}((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - 2\mathbb{P}(A \cap B)$. Esto significa la probabilidad que ocurra A o B pero no ambos eventos al tiempo.

- Se lanza un dado equi-probable dos veces. Dados los siguientes eventos:

- La suma de los resultados es menor o igual a 3.
- El resultado del primer lanzamiento es impar.

Calcular $\mathbb{P}(A) = 1/12$, $\mathbb{P}(B) = 1/2$, $\mathbb{P}(A \cup B) = 19/36$ y $\mathbb{P}(A^c) = 11/12$

- Se prueban 5 celulares de un lote de 50 equipos donde existen 2 defectuosos. Si el muestreo se realiza sin reposición. Hallar la probabilidad que al menos un celular sea defectuoso. $\mathbb{P}(A) = 47/245$. Piense en A^c y en el principio multiplicativo o en una estrategia combinatoria.

- En una cierta ciudad el 60% de los propietarios están suscritos al diario y el 80% al cable. Adicionalmente, el 50% están suscritos a ambos. Si un propietario es elegido al azar:

- ¿Cuál es la probabilidad que esté suscrito a uno de los dos servicios? $\mathbb{P}(A) = 0.9$.
- ¿Cuál es la probabilidad que esté suscrito al diario o al cable, pero no a ambos servicios? $\mathbb{P}(B) = 0.4$.

- Calcular la probabilidad que n personas ($n \leq 365$) tengan fechas diferentes de cumpleaños, i.e, escribir la formula general de cálculo. Grafique dicha probabilidad como función de $n \leq 80$. Los números son demasiado grandes, pero Python puede manejar dichas cantidades.

https://www.youtube.com/watch?v=7uzx6D_0V7M&ab_channel=Derivando

¹Tomado de Probabilidad, Liliana Blanco Castañeda UNAL.

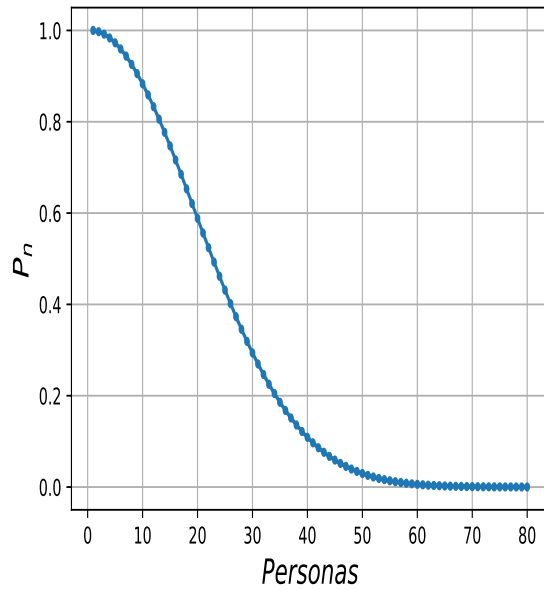


Figure 1: Probabilidad que $n \leq 80$ personas tengan una edad diferente.

8. Se lanzan dos dados equi-probables y se observan los siguientes eventos:

- a) La suma es 8.
- b) El segundo dado es impar.

Calcule $\mathbb{P}(A \cap B)$ y $\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$

¿Qué podría concluir ?