Juan Pablo Castro Idarraga - 202012399 Eduardo José Herrera Alba - 201912865

Métodos Computacionales 1 - Tarea Semana 5

Como el error en el método de Simpson está dado por el error de la interpolación:

$$E = f(x) - p(x) = \frac{f^{n+1}(\xi_x)}{(n+1)!}(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_n)$$

entonces el error asociado al método de Simpson 3/8 está dado por la sumatoria de los errores sobre el intervalo a integrar:

$$E = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}\int_a^b (x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n)dx$$

Dado n = 3 (debe ser múltiplo de 3), a la integral se le puede realizar el siguiente cambio de variable:

$$E = \frac{f^{(4)}(\xi)}{4!}\int_0^{3h}(x)(x-h)(x-2h)(x-3h)dx$$

$$E = \frac{f^{(4)}(\xi)}{4!}\int_0^{3h}(x^2-xh)(x-2h)(x-3h)dx$$

$$E = \frac{f^{(4)}(\xi)}{4!}\int_0^{3h}(x^3-x^2 2h-x^2h+2xh^2)(x-3h)dx$$

$$E = \frac{f^{(4)}(\xi)}{4!}\int_0^{3h}(x^4-x^3 2h-x^3h+2x^2h^2-3hx^3+6x^2h^2+3x^2h^2-6xh^4)\,dx$$

$$E = \frac{f^{(4)}(\xi)}{4!}\int_0^{3h}(x^4-6hx^3+11x^2h^2-6xh^3)\,dx$$

$$E = \frac{f^{(4)}(\xi)}{4!}\left[\frac{x^5}{5}-\frac{6hx^4}{4}+\frac{11h^2x^3}{3}-\frac{6h^3x^2}{2}\right]\begin{matrix}3h\\0\end{matrix}$$

$$E = \frac{f^{(4)}(\xi)}{4!}\left(\frac{243h^5}{5}-\frac{486h^5}{4}+\frac{297h^5}{3}-\frac{54h^6}{2}\right)$$

$$E = \frac{f^{(4)}(\xi)}{4!}\left(-\frac{9}{10}h^5\right)$$

$$E = -\frac{3}{80}h^5 f^{(4)}(\xi)$$