- Métodos computacionales:
  Alejandro Segura

- **Integración**

  a) Incluir el código Notebook (.ipynb).

  b) Guardar la información en una carpeta llamada Semana5_Nombre1_Nombre2

  c) Comprimir en formato `zip` la carpeta para tenga el nombre final Semana5_Nombre1_Nombre2.zip

  d) **Hacer una sola entrega por grupo**.

Contents

List of Figures

1 Integration

1.1 Cuadratura Gaussiana

1. **(30 Puntos)** Dada la aproximación de cuadratura gausiana:

$$\int_{-1}^{1} f(x) = \sum_{k=0}^{n} w_k f(x_k), \tag{1}$$

donde $w_0, w_1, ...w_n$ son los coeficientes ponderados ó pesos. Use el paquete `Symbol` para realizar los siguientes cálculos:

   (a) Halle los ceros de los primeros 30 polinomios de Legendre.

   (b) Halle los pesos de ponderación para los primeros 30 polinomios de Legendre.

2. **(10 puntos)** Halle el polinomio $p_2(x) = 1 + 2x + x^2$ en la base de Legendre.

3. **(30 Puntos)** Estime la siguiente integral usando el método de cuadratura de Gaus-Legendre:

$$\int_{0}^{\infty} \frac{1}{x^4+1} \approx 1.110721 \tag{2}$$

Hint: Dividir la integral para tener dos integrales con límites [-1,1] y [0,1].

1.2 Gauss-Laguerre quadrature

1. **(30 Points)** In the black-body radiation problem the following integral appears:

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}. \tag{3}$$

   a) Compute this integral using the Gauss-Laguerre quadrature method for n=3 evaluation points.

   b) For this estimation, plot the relative error ($\epsilon_r(n) = I_{estimated}(n)/I_{exact}$) as a function of the evaluation points, with $n = [2, 3, ..., 10]$ [1].

Hint: For the Gauss-Laguerre method, the weights are given by:

$$w_k = \frac{x_k}{(n+1)^2[L_{n+1}(x_k)]^2} \tag{4}$$

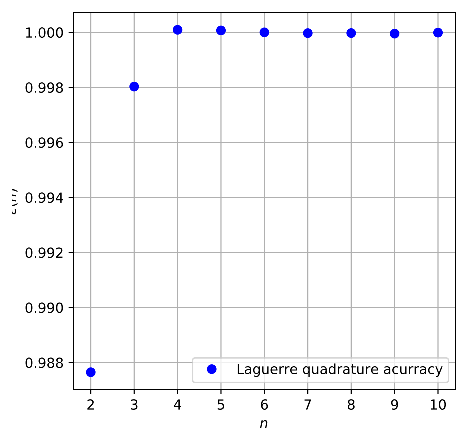

Figure 1: Accurracy vs n-points for the Gauss-Laguerre quadrature.