- Métodos computacionales:
  Alejandro Segura

- **Estadística**

  a) Incluir el código Notebook (.ipynb).

  b) Guardar la información en una carpeta llamada Semana12_Nombre1_Nombre2

  c) **Hacer una sola entrega por grupo**.

Contents

List of Figures

1 Estadística

1.1 Momentos de una combinación lineal de variables aleatorias

1. Considere la variable aleatoria definida por una combinación lineal de otras variables aleatorias: $X = a_1X_1 + a_2X_2 + ...a_nX_n$, donde las variables aleatorias (X_i) no son necesariamente idénticamente distribuidas, y las componentes $[a_1, a_2, ..., a_n] \in \mathbb{R}$. La variable aleatoria X puede ser escrita como: $X = a^T\vec{X}$ con la definición usual de producto interno entre vectores. El primer y segundo momento de la variable X queda entonces expresados por:

$$\begin{aligned} E(X) &= E(a^T\vec{X}) = a^T E(\vec{X}) \\ Var(X) &= Var(a^T\vec{X}) = a^T Cov(\vec{X})a \end{aligned} \tag{1}$$

Donde $Cov(\vec{X})$ es la matriz de covarianza de $\vec{X}$. Sea $X_1 \sim \Gamma(2,3)$, $X_2 \sim N(5,2)$ y $X_3 \sim U(0,10)$, Genere $N = 10^4$ eventos (que estabilice el valor de los momentos) para obtener la distribución de $X = X_1 + 2X_2 - X_3$. Calcule el primer y segundo momento de X a través de dos estrategias:

a) Usando directamente el array de X.

b) Usando las definiciones generales dadas en la Ecuación (1).

c) Calcule el coeficiente de correlación de Pearson para las tres variables.

d) Demuestre que la formula de la varianza de la media se puede escribir escalarmente como:

$$Var(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i) = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N} Var(X_i) + \frac{2}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=i+1}^{N} Cov(X_i, X_j) \tag{2}$$

Hint: Encuentre el resultados para $N = 2$ y use la intuición adquirida para el caso general.

Solo realizar item c) y d)

2. Dada la función de probabilidad conjunta ():

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2}{3}(x+2y) & 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1. \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \tag{3}$$

encuentre analíticamente y a través del paquete `SymPy` los siguientes valores:

a) Verifique que sea una función de densidad conjunta válida.

b) Hallar las distribuciones marginales $g(x)$ y $h(y)$.

c) Son las variables x and y independientes?

d) $\mathbb{E}(x) = \frac{10}{18}$

e) $\mathbb{E}(y) = \frac{11}{18}$

f) Calcular la covarianza usando: $\sigma_{xy} = \mathbb{E}(xy) - \mathbb{E}(x)\mathbb{E}(y) = -0.00617$

g) Calcular la covarianza usando: $\sigma_{xy} = \mathbb{E}((x - \mu_x)(y - \mu_y)) = -0.00617$