

Métodos Computacionales 1 - Semana 4

Ejercicio 1.6.2

4.

Método 2:

Términos de la interpolación:

x[m]	y[m]
1.4000	0.4007
3.5000	0.5941
5.6000	0.2980

$$p_n(x) = \sum_{i=0}^n f(x_i) L_i(x) \quad L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

Aplicando la interpolación a los tres puntos:

$$p(x) = \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} f(a) + \frac{(x-a)(x-c)}{(b-a)(b-c)} f(b) + \frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} f(c)$$

$$p(x) = \frac{x^2 - cx - bx + bc}{(a-b)(a-c)} f(a) + \frac{x^2 - cx - ax + ac}{(b-a)(b-c)} f(b) + \frac{x^2 - bx - ax + ab}{(c-a)(c-b)} f(c)$$

$$p(x) = \frac{x^2 - x(c+b) + bc}{(a-b)(a-c)} f(a) + \frac{x^2 - x(c+a) + ac}{(b-a)(b-c)} f(b) + \frac{x^2 - x(b+a) + ab}{(c-a)(c-b)} f(c)$$

$$\begin{aligned} p(x) &= \frac{x^2}{(a-b)(a-c)} f(a) - \frac{x(c+b)}{(a-b)(a-c)} f(a) + \frac{bc}{(a-b)(a-c)} f(a) \\ &\quad + \frac{x^2}{(b-a)(b-c)} f(b) - \frac{x(c+a)}{(b-a)(b-c)} f(b) + \frac{ac}{(b-a)(b-c)} f(b) \\ &\quad + \frac{x^2}{(c-a)(c-b)} f(c) - \frac{x(b+a)}{(c-a)(c-b)} f(c) + \frac{ab}{(c-a)(c-b)} f(c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p(x) &= \frac{x^2}{(a-b)(a-c)}f(a) + \frac{x^2}{(b-a)(b-c)}f(b) + \frac{x^2}{(c-a)(c-b)}f(c) \\
&\quad - \frac{x(c+b)}{(a-b)(a-c)}f(a) - \frac{x(c+a)}{(b-a)(b-c)}f(b) - \frac{x(b+a)}{(c-a)(c-b)}f(c) \\
&\quad + \frac{bc}{(a-b)(a-c)}f(a) + \frac{ac}{(b-a)(b-c)}f(b) + \frac{ab}{(c-a)(c-b)}f(c) \\
p(x) &= \left(\frac{1}{(a-b)(a-c)}f(a) + \frac{1}{(b-a)(b-c)}f(b) + \frac{1}{(c-a)(c-b)}f(c) \right) x^2 \\
&\quad + \left(-\frac{(c+b)}{(a-b)(a-c)}f(a) - \frac{(c+a)}{(b-a)(b-c)}f(b) - \frac{(b+a)}{(c-a)(c-b)}f(c) \right) x \\
&\quad + \left(\frac{bc}{(a-b)(a-c)}f(a) + \frac{ac}{(b-a)(b-c)}f(b) + \frac{ab}{(c-a)(c-b)}f(c) \right)
\end{aligned}$$

Dada la expresión de cinemática para la altura del cuerpo que se quiere interpolar:

$$y = \tan(\theta)x - \frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2 \cos^2 \theta} x^2$$

Despejando para cada constante con el término del polinomio correspondiente:

$$\begin{aligned}
\tan \theta &= \left(-\frac{(c+b)}{(a-b)(a-c)}f(a) - \frac{(c+a)}{(b-a)(b-c)}f(b) - \frac{(b+a)}{(c-a)(c-b)}f(c) \right) \\
\theta &= \tan^{-1} \left(-\frac{(c+b)}{(a-b)(a-c)}f(a) - \frac{(c+a)}{(b-a)(b-c)}f(b) - \frac{(b+a)}{(c-a)(c-b)}f(c) \right)
\end{aligned}$$

$$-\frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2 \cos^2 \theta} = \left(\frac{1}{(a-b)(a-c)}f(a) + \frac{1}{(b-a)(b-c)}f(b) + \frac{1}{(c-a)(c-b)}f(c) \right)$$

Despejando v_0 :

$$v_0 = \sqrt{\frac{g}{2 \cos^2 \theta \left(\frac{1}{(a-b)(a-c)}f(a) + \frac{1}{(b-a)(b-c)}f(b) + \frac{1}{(c-a)(c-b)}f(c) \right)}}$$