PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA

MAT 237 CÁLCULO NUMÉRICO
Primera práctica (tipo a) – PARTE B
(Primer semestre 2018)

Indicaciones para la PARTE B:
- Duración: 1hora y 10 minutos.
- Sí se les permite el uso de apuntes, libros y computadoras.
- Las gráficas y tablas que se les piden deben estar en el cuadernillo.
- La presentación, la ortografía y la gramática de los trabajos influirán en la calificación.

Puntaje total de la PARTE B: 15 puntos

PREGUNTA 1 (5 puntos)
Usando el MATLAB genere n pares ordenados $\{(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)\}$ donde x_k e $y_k$son números aleatorios en el intervalo [0,1]. Dado este conjunto, calcule el número m de pares que se localizan dentro del círculo unitario.

a) Calcule el (verdadero) límite de la secuencia $z_n = 4m/n$. Justifique. (0.5 puntos)
b) Calcule los valores de z_n para $n = 1000, 1001, 1002,$ etc. El cálculo debe ser detenido, en lo posible, cuando los z_n sean “constantes” (es decir, cuando sus cifras significativas no cambien con n). Haga un bosquejo de la gráfica z_n versus n y de la gráfica $Error\ relativo_n$ versus n. ¿Cuál es el menor error relativo que se consigue? ¿Cuál es el z_n^* más preciso? Diga cuál es el máximo valor de n que usted consideró y cuáles son los valores de z_n y del $Error\ relativo_n$ que usted observa alrededor de este n máximo. ¿Estos valores son diferentes al del z_n^* más preciso? ¿Por qué? (4.5 puntos)

PREGUNTA 2 (5 puntos)
Sea la función $f(x) = \cosh x + \cos x - 2$.

a) Esboce la gráfica de f que permita ubicar al cero de f. (1 punto)
b) Calcule el cero aplicando el método de Newton. El criterio de parada debe estar basado en el residual r (ver pag. 50 del libro “Scientific Computing using MATLAB and Octave”). Si es posible, detener el cálculo cuando r sea “igual” a cero (es decir, cuando la máquina le asigna el valor cero al residual). ¿Cuál es la solución x_k^* en ese instante? (1,5 puntos)
c) Ahora, detenga el cálculo cuando los x_k sean “constantes” (es decir, cuando sus cifras significativas no cambien con k). ¿Cuál es la solución x_k^* en ese instante? ¿Es más preciso que la solución encontrada en b)? Comente. (1 punto)
d) En el computador, calcule los cocientes e_{k+1}/e_k y $e_{k+1}/(e_k)^2$ para verificar si la convergencia es lineal o cuadrática, respectivamente. ¿La convergencia es cuadrática? ¿Por qué? En el cuadernillo de respuestas, haga una tabla según el siguiente formato, para 5 valores de k:

k	x_k	e_{k+1}/e_k	$e_{k+1}/(e_k)^2$

(1,5 puntos)

PREGUNTA 3 (5 puntos)
Al comienzo de cada año, un cliente bancario deposita $v = 1000$ euros en un fondo de inversión y retira, al final del año $n = 5$, un capital de $M = 6000$ euros. Se quiere calcular la tasa de interés promedio anual r de esta inversión, sabiendo que esa tasa satisface la siguiente relación:

$$M = v\,\frac{1+r}{r}\left[(1+r)^n - 1\right]$$

a) Defina una función f tal que $f(r) = 0$. Esboce la gráfica de f que permita ubicar a r. (1 punto)

b) Calcule r aplicando el método de la secante. Recuerde que usted necesita dos valores iniciales: r_0 y r_1 (decida qué valores tomar). El cálculo debe ser detenido cuando:

$$|r_{k+1} - r_k| < 10^{-10}$$

¿Cuál es la solución según este criterio? (1 punto)

c) Use el computador para verificar si la convergencia es de orden $p = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, o no. En el cuadernillo de respuestas, haga una tabla para 5 valores de k que ayude a verificar el orden de convergencia. (3 puntos)

Profesor del curso: Juan Casavilca
San Miguel, 3 de abril del 2018