

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
Escuela de Posgrado

ANÁLISIS REAL 1

Hoja de ejercicios No 10
2020-2

1. Sea $f : R^n \rightarrow R^n$ de clase C^k tal que $f \circ f = Id$. Si $M \subset R^n$ es una superficie C^k tal que $f(M) \subset M$ demuestre que f es un difeomorfismo en M .
2. Sea $M \subset R^n$ una superficie de clase C^k y dimensión m . Considere el conjunto

$$TM = \{(p, v) \in R^n \times R^n : p \in M, v \in T_p M\}$$

- (a) Demuestre que TM es una superficie de dimensión $2m$ de clase C^{k-1} .
- (b) Si N es otra superficie y $f : M \rightarrow N$ es una aplicación C^k , demuestre que la aplicación $Tf : TM \rightarrow TN$ dada por

$$Tf(p, v) = (f(p), f'(p)(v))$$

es de clase C^{k-1} .

3. Sea TM el fibrado tangente de una superficie M de clase C^k y dimensión m .
- (a) Demuestre que la aplicación $\pi : TM \rightarrow M$ dada por

$$\pi(p, v) = p$$

es una submersión de clase C^{k-1} .

- (b) Demuestre que para todo punto $p \in M$ existe una vecindad $V \subset M$ y un difeomorfismo

$$\phi : V \times R^m \rightarrow \pi^{-1}(V)$$

tal que $\pi \circ \phi = \pi_1$, donde π_1 es la proyección sobre la primera coordenada.

San Miguel, 7 de diciembre del 2020