PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
Escuela de Posgrado

ANÁLISIS REAL 1

Hoja de ejercicios No 3
2020-2

1. Sean $K, F \subset \mathbb{R}^n$, F cerrado y K compacto. Demuestre que:
   (a) Si $F \subset K$, entonces F es compacto
   (b) $F \cap K$ es compacto.
2. Demuestre que la intersección arbitraria de subconjntos compactos de $\mathbb{R}^n$ es compacto.
3. Sea $A \subset \mathbb{R}^n$ y $K \subset A$ un compacto. Demuestre que existe un conjunto compacto $L \subset \mathbb{R}^n$ tal que
$$K \subset int(L) \subset A$$
4. Sea $K \subset \mathbb{R}^n$ compacto. Si $f : K \to \mathbb{R}^n$ es continua e inyectiva, demuestre que f es un homeomorfismo.
5. Sea $\{x_n\} \subset \mathbb{R}^n$ una sucesión tal que $x_n \to a$. Demuestre que $\{x_n\} \cup \{a\}$ es compacto en $\mathbb{R}^n$.

San Miguel, 14 de setiembre del 2020