PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESCUELA DE POSGRADO

ANALISIS REAL 1

Segundo examen
(2do. período 2020)

Indicaciones Generales

La presentación, la ortografía y la gramâtica de los trabajos influirán en la calificación

Puntaje debido al cuestionario: 20 puntos

Cuestionario

Pregunta 1 (5 puntos)

Sean M una superficie de dimensión m conexa y $f : M \to R$ una aplicación diferenciable tal que $df_p = 0$ para todo $p \in M$, demuestre que f es constante

Pregunta 2 (5 puntos)

Sea $f : U \to R^m$ una aplicación diferenciable en un abierto $U \subset R^n$ y $\varphi : R^n \to R$ de clase C^1, con $\varphi(f(x) = 0)$ para todo $x \in U$. Dado $a \in U$ tal que $grad\varphi(b) \neq 0$ y $f(a) = b$, demuestre que $\det f'(a) = 0$.

Pregunta 3 (5 puntos)

Sea $f : R\times]-\pi/2, \pi/2[\to]0, \infty[\times R$ dada por

$$f(x, y) = (e^x \cos(y), e^x \sin(y))$$

Demuestre que f es un difeomorfismo global.

Pregunta 4 (5 puntos) Sea $f : U \to R^m$ una función diferenciable en un abierto $U \subset R^m$.

Si $< f(x), f(x) >$ es constante, demuestre que $\det(f'(x)) = 0$

Profesor Christian Figueroa San Miguel, 29 de diciembre 2020