

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
Escuela de Posgrado

ANÁLISIS REAL 1

Hoja de ejercicios No 1
2020-2

1. Demuestre que

$$\|\mathbf{x}\| \leq \sum_{i=1}^n |x_i|$$

2. Sean f y g dos funciones continuas en $[a, b]$

(a) $|\int_a^b f(x)g(x)dx| \leq \sqrt{\int_a^b f^2(x)dx} \sqrt{\int_a^b g^2(x)dx}$

(b) Analice en que caso se da la igualdad en el item a).

3. Se dice que una transformación lineal $T : R^n \rightarrow R^n$ preserva la norma si $\|T(\mathbf{x})\| = \|\mathbf{x}\|$ y preserva el producto interno si, $\langle T\mathbf{x}, T\mathbf{y} \rangle = \langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle$.

(a) Demuestre que T preserva norma si y solamente si preserva el producto interno

(b) Si T preserva la norma, demuestre que T tiene inversa y T^{-1} también preserva la norma.

4. Sean $X, Y \subset R^n$, demuestre que

(a) $\text{int}(X \cap Y) = \text{int}(X) \cap \text{int}(Y)$

(b) $\text{int}(X) \cup \text{int}(Y) \subset \text{int}(X \cup Y)$. Analice si se puede dar la igualdad.

5. Sea $X \subset R^n$ un subconjunto abierto, demuestre que $\text{int}(\partial X) = \emptyset$. Halle ∂Q

San Miguel, 31 de agosto del 2020