

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ  
ESCUELA DE POSGRADO

**ANÁLISIS REAL 1**

**Primer examen  
(Segundo semestre 2020)**

**Indicaciones Generales**

La presentación, la ortografía y la gramática de los trabajos influirán en la calificación

Duración: 3 horas.

Puntaje debido al cuestionario: 20 puntos

**Cuestionario**

**Pregunta 1** (4 puntos)

Sea  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  una función diferenciable tal que  $f(tx) = t^k f(x)$  con  $t > 0$ . Demuestre que

$$\sum_{i=1}^n x_i \frac{\delta f}{\delta x_i} = kx_i$$

**Pregunta 2** (4 puntos)

Sea

$$C = \{(x, y) : y = nx, x \geq 0, n = 1, 2, \dots\}$$

Determine

1.  $\text{int}(C)$
2.  $\overline{C}$
3.  $\delta C$
4.  $C$  es cerrado?

**Pregunta 3** (4 puntos)

Sea  $f : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  tal que

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq 1/2 \\ 1 & \text{si } 1/2 < x \leq 1 \end{cases}$$

Demuestre que  $f$  es integrable y halle  $\int_{[0,1] \times [0,1]} f$

**Pregunta 4** (4 puntos)

Sea  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  una función diferenciable tal que  $f(x/2) = f(x)/2$ . Demuestre que  $f$  es un funcional.

**Pregunta 5 (4 puntos)**

Considere la siguiente ecuación

$$G(x, y) = x^3 - 3xy + y^3 - 7 = 0$$

Sabiendo que  $x = 4, y = 3$  es solución de la ecuación, estime un valor aproximado para  $y$  correspondiente a  $x = 4, 1$

Profesor Christian Figueroa

San Miguel, 29 de octubre 2020