

Tarea 1 - Complejidad y computabilidad

Eduardo David Martínez Neri

Esta práctica intenta responder de manera probabilística la siguiente pregunta:

¿Es posible obtener cadenas de longitud 2 a partir del sistema formal MIU?

El sistema formal MIU, consta de 4 axiomas, los cuales se definen mediante reglas en notación similar a Backus-Naur.

| Número | Regla | Explicación breve | Ejemplo |
|--------|-------------------------|---|---------------------------|
| 1 | $xI \rightarrow xIU$ | Si la cadena termina en I, se puede agregar U | $MI \rightarrow MIU$ |
| 2 | $Mx \rightarrow Mxx$ | Se duplica la cadena x | $MIU \rightarrow MIUIU$ |
| 3 | $XIIIy \rightarrow xUy$ | Cualquier III se reemplaza por U | $MUIIIU \rightarrow MUUU$ |
| 4 | $XUUY \rightarrow xy$ | Eliminar cualquier UU | $MUUU \rightarrow MU$ |

Para demostrar que el sistema formal MIU, no puede generar cadenas de longitud 2, se utiliza un estadístico similar a χ^2 , denominado Π , el cual de acuerdo a [1], permite asegurar cuando una distribución es igual a otra.

En este caso utilizamos este estadístico, para obtener una distribución normal de promedios de cadenas MIU, lo cual mediante teorema central de límite, sabemos que la distribución se va a comportar de forma normal, sólo que no sabemos a partir de cuantos promedios. Es por eso que este estadístico, mediante el parámetro ya obtenido 3.2 en [1], si el valor que obtenemos es menor a 3.2 podemos asegurar normalidad.

Una vez que obtenemos normalidad, mediante Chebichev podemos obtener un límite en el cual el 95% de las cadenas, son superiores a cierto valor, si el número es mayor que 2, podemos asegurar que el 95% de las veces no se puede obtener 2.

El programa creado sigue el siguiente pseudocódigo:

Repetir:

Repetir 100 veces:

Generar 1000 cadenas (teoremas) MIU, a partir de aplicación aleatoria de las reglas (axiomas) indicadas, en este caso se aplican 5 reglas.

Obtener la longitud de cada una de las cadenas y posteriormente obtener el promedio de todas.

Calcular media y desviación estandar a partir de las observaciones obtenidas.

Estandarizar las observaciones obtenidas (media=0, desviación estandar=1)

Utilizando la tabla de deciles de [1], obtener las observaciones de cada decil O_i

El valor esperado de observaciones E_i se obtiene a partir de $100/Q = 10$

Calcular el estadístico Π , de [1].

$$\Pi = \sum_{i=1}^Q \left(\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \right) \wedge [O_i \geq \phi \forall i]$$

Si $\Pi < 3.2$, podemos asegurar que nuestra distribución se comporta normal, utilizando el indicador de [1]

Calculamos el límite del 95% utilizando Chebichev, utilizando la desigualdad de Chebichev, simplificando obtenemos:

Tarea 1 - Complejidad y computabilidad

Eduardo David Martínez Neri

$n = \text{media} - k * \text{desviación_estandar}$

Y a partir de ese valor, podemos con certeza saber que una cadena de longitud menor que n , no se puede encontrar con un 95% de probabilidad.

Salir del ciclo y terminar programa

El código se envía adicional al pseudocódigo, el cual esta escrito en Python, y se puede ejecutar con el comando:

```
python MU.py
```

Un ejemplo de ejecución del programa, es la siguiente:

```
Iteracion: 9, Estadistico_L: 1.2  
Es Normal con media: 5.2507, Desviacion estándar: 0.10215600814440623  
Por Chebichev podemos inferir que el 95% de las cadenas son mayores que  
4.7938444429581715
```

Solo es necesario tener instalado el lenguaje de programación Python, el cual se puede obtener de <https://www.python.org/downloads/>

Referencias

[1] Normality from Monte Carlo Simulation for Statistical Validation of Computer Intensive Algorithms, Angel Fernando Kuri-Morales y Ignacio López-Peña.