

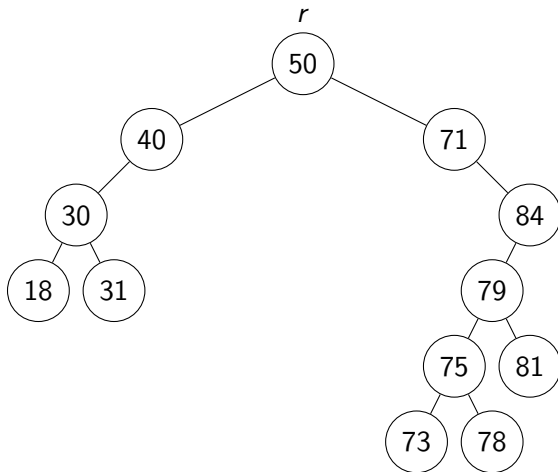
Estruturas de Dados - Árvore Binária de Busca 02

O que já vimos

- Aula passada:
 - Árvore binária de busca
 - Estrutura do nó
 - Métodos:
 - criar BST (retorna árvore vazia)
 - buscar por um valor (retorna o nó)
 - incluir na BST (retorna a raiz)
 - mínimo e máximo de uma BST (retornam o nó)

Árvore binária de busca: percurso em ordem

- Exemplo: visitar os elementos da BST em ordem



Árvore binária de busca: percurso em ordem (ou em ordem simétrica)

Algoritmo: EmOrdemBST(r)

Entrada: nó raiz r da BST

```
1 se  $r \neq \lambda$  então
2   | EmOrdemBST( $r \rightarrow esq$ )
3   | visitar  $r \rightarrow chave$ 
4   | EmOrdemBST( $r \rightarrow dir$ )
```

Complexidade: proporcional à quantidade de nós na BST - $O(n)$

Árvore binária de busca: percurso pré-ordem

Algoritmo: PreOrdemBST(r)

Entrada: nó raiz r da BST

```
1 se  $r \neq \lambda$  então
2   |  visitar  $r \rightarrow chave$ 
3   |  PreOrdemBST( $r \rightarrow esq$ )
4   |  PreOrdemBST( $r \rightarrow dir$ )
```

Complexidade: proporcional à quantidade de nós na BST - $O(n)$

Árvore binária de busca: percurso pós-ordem

Algoritmo: PosOrdemBST(r)

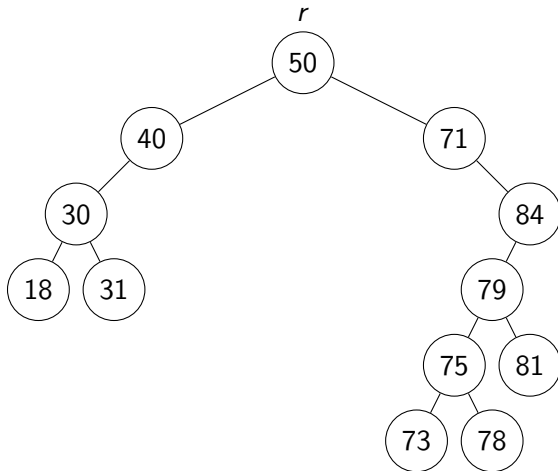
Entrada: nó raiz r da BST

```
1 se  $r \neq \lambda$  então
2   | PosOrdemBST( $r \rightarrow esq$ )
3   | PosOrdemBST( $r \rightarrow dir$ )
4   | visitar  $r \rightarrow chave$ 
```

Complexidade: proporcional à quantidade de nós na BST - $O(n)$

Árvore binária de busca: altura da BST

- Exemplo: calcular a altura desta BST



Árvore binária de busca: altura da BST

Algoritmo: AlturaBST(r)

Entrada: nó raiz r da BST

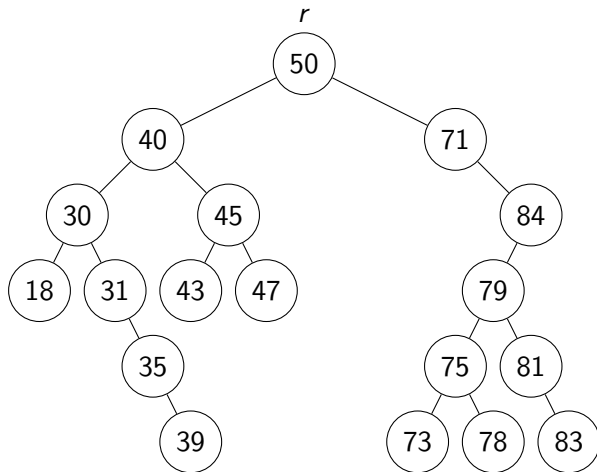
Saída: altura da BST

```
1 se  $r == \lambda$  então
2   |   retorne 0
3  $alt\_e = \text{AlturaBST}(r \rightarrow esq)$ 
4  $alt\_d = \text{AlturaBST}(r \rightarrow dir)$ 
5 retorne  $1 + \max\{alt\_d, alt\_e\}$ 
```

Complexidade: proporcional à quantidade de nós na BST - $O(n)$

Árvore binária de busca: sucessor e antecessor de um nó

- Exemplo: encontrar o sucessor e o antecessor de um nó nesta BST



Árvore binária de busca: sucessor

Algoritmo: SucessorBST(v)

Entrada: nó v (não nulo)

Saída: nó sucessor de v na BST (ou λ caso v seja o máximo da BST)

```
1 se  $v \rightarrow dir \neq \lambda$  então
2   |   retorne MinimoBST( $v \rightarrow dir$ )
3  $f = v \rightarrow dir$ 
4 enquanto  $v \neq \lambda$  e  $f == v \rightarrow dir$  faça
5   |    $f = v$ 
6   |    $v = v \rightarrow pai$ 
7 retorne  $v$ 
```

Complexidade: proporcional à altura da BST - $O(h)$

Árvore binária de busca: antecessor

Algoritmo: AntecessorBST(v)

Entrada: nó v (não nulo)

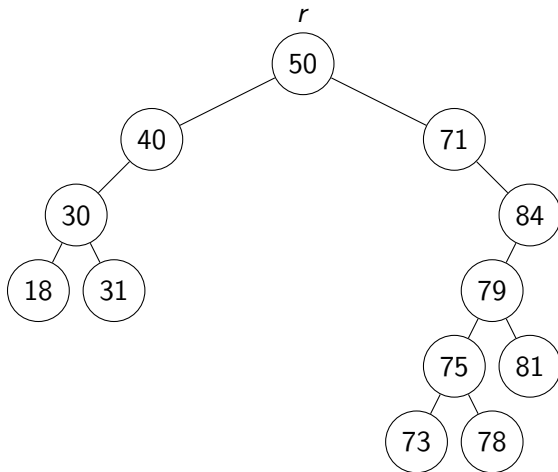
Saída: nó antecessor de v na BST (ou λ caso v seja o mínimo da BST)

```
1 se  $v \rightarrow \text{esq} \neq \lambda$  então
2   |   retorne MaximoBST( $v \rightarrow \text{esq}$ )
3  $f = v \rightarrow \text{esq}$ 
4 enquanto  $v \neq \lambda$  e  $f == v \rightarrow \text{esq}$  faça
5   |    $f = v$ 
6   |    $v = v \rightarrow \text{pai}$ 
7 retorne  $v$ 
```

Complexidade: proporcional à altura da BST - $O(h)$

Árvore binária de busca: remoção

- Exemplo: remover um nó desta BST



Árvore binária de busca: remoção

- Remoção de um nó v de uma BST:
 - se v for uma folha (duas sub-árvores vazias), basta removermos v
 - caso trivial de se resolver!
 - se v tiver apenas uma sub-árvore não vazia, sua sub-árvore deve se tornar sub-árvore do pai de v após a remoção
 - caso simples de se resolver!
 - se v tiver duas sub-árvores não vazias, devemos selecionar o sucessor de v e torná-lo a nova raiz, tomando a posição de v
 - caso mais complexo de se resolver!