### INTRODUCCION

La libreta interactiva cuenta con el contenido de la materia de métodos numéricos, consistiendo en una versión condensada de la teoría en clase, imágenes y recursos adicionales relevantes, y entre las explicaciones líneas interactivas de código para que se pueda resolver un problema con las condiciones que ingrese el usuario con el método expuesto en la libreta. La libreta se puede abrir desde cualquier navegador moderno sin necesidad de instalar nada en la computadora de la persona.

La libreta se divide en apartados relacionados con la resolución de los métodos numéricos. Los apartados son los siguientes:

- -Interpolación.
- -Ecuaciones no lineales.
- -Ecuaciones lineales.
- -Mínimos Cuadrados.
- -Integración.
- -Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

Cada uno de ellos con características y funciones únicas que se verán más adelante.

### **USABILIDAD**

Lo primero en resaltar, es que puede ser modificada a pesar de ya poseer contenido. El usuario puede modificar la libreta a gusto y como desee, ya sea agregar más celdas a la libreta, más contenido, cambiar las celdas existentes de lugar, etc.

La libreta, como se dijo antes, puede ser usada en el navegador sin la necesidad de instalar nada, pero si el usuario quisiera descargar la libreta y modificarla en su PC sin tener que preocuparse por la conexión a internet, tendría que descargar los repositorios y contar en su computadora el lenguaje Python 3 o superior instalado.

La libreta cuenta con la capacidad de permitirle al usuario modificar el código. El usuario tiene acceso al código en todo momento, ya sea que lo modifique en la libreta abierta en el navegador o descargue la libreta para modificarlo sin conexión.

El lenguaje usado en el código es Python, así que el usuario deberá tener conocimiento de este lenguaje sí es que desea modificar o agregar código a su libreta. Si el usuario no cuenta con este conocimiento recomendamos no modificar el código.

En cuanto al texto de la libreta, el usuario puede agregar mas texto colocando las celdas en tipo Markdown. En ellas podrá escribir como si se tratase de procesador de palabras, aunque no es tan completo.

Al escribir texto, puedes cambiar el tamaño, si esta en negritas o si está en cursiva.

# se escribe al inicio del renglón para colocar un título.

## se escribe al inicio del renglón para colocar un subtítulo.

### se escribe al inicio del renglón para colocar un sub - subtítulo.

- \* [texto] \* se escribe el texto entre un par de asteriscos para que sea letra cursiva.
- \*\* [texto] \*\* se escribe el texto entre dos pares de asteriscos para que sea letras negritas.

El usuario también puede añadir imágenes que ayudan a mejor la calidad de los apuntes. Tiene que escribir de la siguiente manera para colocar una imagen.

¡[Imagen]("URL de la imagen")

Si el usuario simplemente le interesa usarla, sin hacer cambios, también lo puede hacer. Más abajo se explican los elementos ya existentes en la libreta para su entendimiento y que el usuario sea capaz de usar la libreta.

La libreta actualmente le permite al usuario el poder resolver problemas de cierto tipo aplicando un método numérico, los métodos numéricos disponibles son todos los vistos en clase.

# **USO GENERAL DE LA LIBRETA:**

# **Apartados:**

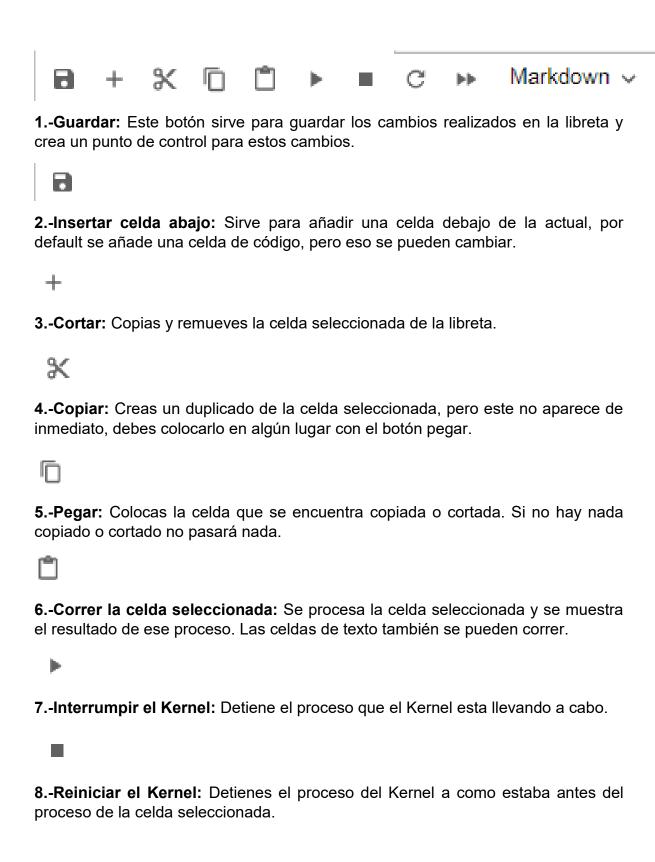
La libreta se divide en apartados relacionados con la aplicación de métodos numéricos. Puedes ser capaz de verlos en la parte de arriba.



En cada uno de ellos viene los respectivos métodos para la resolución de problemas en los que se pueden aplicar esos métodos.

### **Botones:**

Justo de bajo de los apartados, podemos observar los botones de la libreta. Estos botones nos sirven para realizar modificaciones y cambios en la libreta. A continuación, se explica la función de cada uno de ellos:





**9.-Reiniciar el Kernel, después correr toda la libreta**: Detienes el proceso del Kernel, lo vuelves a iniciar, y se ejecuta el proceso de todas las celdas de la libreta.



**10.- Tipo de celda:** La última opción se trata de una lista en la que puedes cambiar el tipo de celda que tienes seleccionada.

Markdown: Se refiere a las celdas de texto.

Code: Se refiere a las celdas de código.

Raw: Se usa si quieres convertir la libreta en otro formato, como HTML.

Markdown ~

#### **ESTRUCTURA GENERAL DE APARTADOS:**

**Celdas de texto:** Las celdas de texto son una parte importante de la libreta. Básicamente son las zonas en donde se encuentra todo tipo de texto. Se usan para dar explicación de los métodos y dar estructura al apartado, como títulos para identificar y separar temas.

.

# Interpolación Numérica: 1

¿Qué es?

La interpolación es el método por el que podemos obtener nuevos puntos a partir de un conjunto de datos previos, ajustándolos a una función o a una tabla de valores. Los puntos que se interpolen deben de estar en el intervalo del que se tienen los datos de los extremos. Su importancia radica en que muchos de los métodos numéricos que se implementan tienen sus bases en la interpolación.

#### ¿Cuál es su solución?

La interpolación de datos se soluciona cuando determinamos el polinomio de la función que se ajusta a los puntos, para esto existen múltiples métodos como:

- Interpolación Lineal
- Newton hacia Adelante
- Newton hacia Atrás
- Newton con Diferencias Divididas
- Lagrange

Celda de código no interactiva: Las celdas de código no interactivas se tratan de celdas que se usan para establecer elementos necesarios para el buen funcionamiento del código. Como su nombre lo dice, estas celdas no están creadas con el propósito de interactuar con el usuario. Esta celda debe ejecutarse, por que al final de cuentas sigue siendo parte del código y es necesaria para el buen funcionamiento.

```
%matplotlib widget
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import sys
from scipy.interpolate import lagrange
from IPython.display import Math,display
```

Celdas de código interactivas: Estas celdas se crearon con propósito de que puedan interactuar con el usuario. Tiene una estructura establecida dependiendo del método. La manera en que interactúa es llevando a cabo la resolución del método, específicamente te pide los datos que se necesitan, te muestra a cabo el proceso y la solución del problema aplicando el método. Cada celda interactiva tiene sus condiciones y estructura dependiendo del método.

Al lado de la celda de código aparece unos corchetes en color azul, estos corchetes sirven para indicarte el número de veces que se ha ejecutado esta celda de código colocando un numero dentro de los corchetes.

### ¿Cómo lo puedo usar? ¶

Para usar este método, hay que ejecutar la **celda** de código siguiente e ingresar dos valores a y b, posteriormente hay que ingresar los valores encontrados en f(a) y f(b) y por último el valor de x que se quiere interpolar. Debajo de la **celda** actual de código se encuentra una celda para poder graficar el resultado de la interpolación.

```
In []: arr_x_lineal = []
arr_x_lineal.append(float(input("Ingrese el valor de a: ")))
arr_x_lineal.append(float(input("Ingrese el valor de b: ")))
arr_x_lineal = np.array(arr_x_lineal)

arr_y_lineal = []
arr_y_lineal.append(float(input("\nIngrese el valor de f(a): ")))
arr_y_lineal.append(float(input("Ingrese el valor de (b): ")))
arr_y_lineal = np.array(arr_y_lineal)

x_interpolar_lineal = float(input("\nIngrese el valor de x a interpolar en g(x): "))

interp_lineal = np.interp(x_interpolar_lineal, arr_x_lineal, arr_y_lineal)
print("\nEl valor de la interpolación lineal de g(x) es: ", interp_lineal)
```

Celdas de código interactivas dependientes: Estas celdas se crearon con propósito de que puedan interactuar con el usuario si se cumplen las condiciones. Estas celdas no se encuentran en todos los métodos, se ubican principalmente en aquellos que necesitan de la respuesta de otra celda de código interactiva para activarse, como graficar una interpolación.

### Graficar interpolación

Para graficar el resultado es necesario haber corrido la celda anterior de código, no se necesitan datos de entrada.

```
In [ ]: #plotear
    print("Generando gráfica de la interpolación")
    plot_x_lineal = np.linspace(arr_x_lineal[0], arr_x_lineal[1], 2, endpoint=True)
    plot_y_lineal = np.linspace(arr_y_lineal[0], arr_y_lineal[1], 2, endpoint=True)
    plt.plot(plot_x_lineal,plot_y_lineal,'bo') #blue o
    plt.plot(x_interpolar_lineal, interp_lineal, 'ro') # red o
    plt.plot(plot_x_lineal,plot_y_lineal, color='green', linestyle='dashed',linewidth=1.2)
    plt.title('Interpolación lineal', fontsize=18)
    plt.xlabel('x', fontsize=15)
    plt.ylabel('g(x)', fontsize=15)
    plt.show()
```

### **ACLARACIONES**

Si la libreta detecta mucho tiempo de inactividad se desconectará automáticamente.

Si algún método te marca error por no ingresar lo que te pide con la sintaxis que se debe, reinicia el Kernel de la celda de código que marca error y la celda de código al inicio del apartado, la que establece librerías y parámetros, y vuelve a correr primero la que establece las librerías y parámetros, luego corre la celda de código del método.

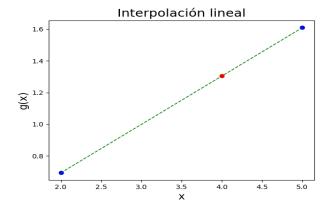
# **INTERPOLACIÓN**

La interpolación consiste en hallar un dato dentro de un intervalo en el que conocemos los valores en los extremos.

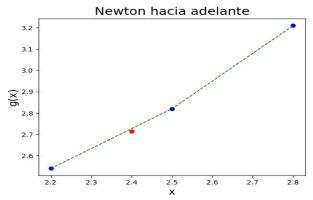
Cada método de interpolación tiene sus condiciones y maneras de realizar la interpolación, las cuales se explicarán más adelante en sus respectivos apartados.

Cabe mencionar que en estos métodos se puede graficar la interpolación, solo es necesario ejecutar la celda de código del método deseado primero y justo debajo de esa celda viene otra celda de código que sirve para graficar la interpolación de ese método en específico. Aquí un ejemplo de las interpolaciones graficadas.

Antes de correr cualquier celda de código de los métodos, recuerda correr la primera celda de código del apartado de integración, es importante hacerlo pues en ella se importan y establecen los recursos que serán necesarios para poder llevar a cabo la ejecución de las otras celdas.



Gráfica de la interpolación del ejemplo usado en el apartado del método numérico de interpolación lineal



Gráfica de la interpolación del ejemplo usado en el apartado del método numérico de Newton hacia adelante

# Interpolación lineal:

Para utilizar la interpolación lineal sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del apartado de interpolación lineal.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.

Ojo, los valores de f(a) y f(b) que se te piden, son valores numéricos, no se pide que introduzcas la función, solo el resultado de éstas.

Ejemplo:

$$a = 2$$
,  $b = 5$ ,  $f(a) = Ln2$ ,  $f(b) = Ln5$  y  $x=4$ 

```
Ingrese el valor de a: 2
Ingrese el valor de b: 5

Ingrese el valor de f(a): 0.69314718
Ingrese el valor de f(b): 1.609437912

Ingrese el valor de x a interpolar en g(x): 4

El valor de la interpolación lineal de g(x) es: 1.3040076680000001
```

# Lagrange:

Para utilizar el método de Lagrange sigue los siguientes pasos:

- Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Lagrange.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Lo primero que te pregunta es el número de coordenadas que vas a introducir. Ten en cuenta que en cada coordenada vas a tener que ingresar dos valores, uno para "y" y otro para "x".
- 5.-Ingresas todos los valores de las coordenadas.
- 6.-Te imprime los coeficientes y al final te pregunta por el valor a interpolar.

Este método se puede usar para intervalos no uniformes y uniformes.

```
Ingrese el número de datos: 3
Ingrese el valor de x1: 2.2
Ingrese el valor de y1: 2.54
Ingrese el valor de x2: 2.5
Ingrese el valor de y2: 2.82
Ingrese el valor de x3: 2.8
Ingrese el valor de y3: 3.21

Ingrese el valor a interpolar en g(x): 2.4
2
0.6111 x - 1.939 x + 3.848

El valor de la interpolación de Lagrange en g(x) es: 2.714444444444444
```

### Newton hacia adelante:

Para utilizar el método de Newton hacia adelante sigue los siguientes pasos:

1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Newton hacia adelante.

- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Lo primero que te pregunta es el número de coordenadas que vas a introducir. Ten en cuenta que en cada coordenada vas a tener que ingresar dos valores, uno para "y" y otro para "x".
- 5.-Ingresas todos los valores de las coordenadas.

6.-Te imprime los coeficientes y al final te pregunta por el valor a interpolar.

Para usar este método, recuerda las condiciones que deben cumplirse, los intervalos deben de ser uniformes.

#### Newton hacia atrás:

Para utilizar el método de Newton hacia atrás sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Newton hacia atrás.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Lo primero que te pregunta es el número de coordenadas que vas a introducir. Ten en cuenta que en cada coordenada vas a tener que ingresar dos valores, uno para "y" y otro para "x".

- 5.-Ingresas todos los valores de las coordenadas.
- 6.-Te imprime los coeficientes y al final te pregunta por el valor a interpolar.

Para poder usar este método, recuerda que los intervalos deben de ser uniformes.

#### Newton con diferencias divididas:

Para utilizar el método de Newton con diferencias divididas sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Newton con diferencias divididas.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Lo primero que te pregunta es el número de coordenadas que vas a introducir. Ten en cuenta que en cada coordenada vas a tener que ingresar dos valores, uno para "y" y otro para "x".
- 5.-Ingresas todos los valores de las coordenadas.
- 6.-Te imprime los coeficientes y al final te pregunta por el valor a interpolar.

```
Ingrese el número de datos: 3
Ingrese el valor de x1:    4.4
Ingrese el valor de y1:    -0.68
Ingrese el valor de x2:    3.7
Ingrese el valor de y2:    -1.59
Ingrese el valor de x3:    3.1
Ingrese el valor de y3:    -1.82
Imprimiendo tabla de diferencias:
-0.68    1.3    0.7051
-1.59    0.3833
-1.82
Ingrese el valor a interpolar en g(x):   3.5
El valor de la interpolación de Newton con Diferencias Divididas en g(x) es: -1.7230769230769234
```

Para poder usar este método, recuerda que los intervalos deben de ser no uniformes.

### **ECUACIONES NO LINEALES**

Llamamos ecuación no lineal a cualquier ecuación en la que alguna de sus incógnitas no es de primer grado, involucra polinomios de segundo grado, raíces, exponenciales, funciones trigonométricas, logaritmos, etcétera.

Antes de correr cualquier celda de código de los métodos, recuerda correr la primera celda de código, es importante hacerlo pues en ella se importan y establecen los recursos que serán necesarios para poder llevar a cabo la ejecución de las otras celdas.

Un aspecto delicado de las ecuaciones no lineales en la libreta es que éstas necesitan leer un String (cadena de caracteres) que vendría siendo la función para poder interpretarla. Por eso es importante que la sintaxis de la ecuación sea comprensible para el código programado en la libreta. A continuación, se presentan la manera en que se debe escribir en las funciones para que puedan ser procesadas por el código.

**Suma:** Debes usar el símbolo + y sin dejar espacio vacío entre los términos.

Resta: Debes usar el símbolo – y sin dejar espacio vacío entre los términos.

**Multiplicación:** Debes usar el símbolo \* y sin dejar espacio vacío entre los términos.

**División:** Debes usar el símbolo /. Es importante establecer una buena jerarquía de operaciones, si en tu denominador o numerador tienes varios términos que tienen operaciones aritméticas entre ellos, deberás usar paréntesis. El código solo podrá interpretar la función si se establece con claridad que es lo que se encuentra en el numerador y en el denominador, para eso los paréntesis, procesará esas operaciones aritméticas hasta que en su interpretación solo quede un solo termino en el numerador y uno en el denominador para al final realizar la división.

Ejemplo: (5\*y\*t-1)/(3)

**Potencias:** Debes usar el símbolo ^ seguido del número de la potencia y sin dejar espacio vacío entre los valores.

### Raíces:

Para expresar una raíz cuadrada puedes usar la siguiente sintaxis: sqrt(x) donde x es el valor que se le sacará raíz.

Para expresar una raíz cubica puedes usar la siguiente sintaxis: cbrt(x) donde x es el valor que se le sacará la raíz.

En términos generales, para sacar la raíz de un valor debes de usar la siguiente sintaxis: root(x,n) donde x es el valor que se le sacará la raíz y n el número de la raíz que se obtendrá. Ejemplo: root(8,3)=2

**Funciones exponenciales:** Deberás de escribir exp(x) cuando quieras referirte a una función exponencial. La excepción se da en el método de punto fijo, cuando desees que se despeje la función, deberás escribirla de la siguiente forma e^x si es que la función que vas a despejar contiene un término exponencial.

**Funcion trigonométricas:** La sintaxis para escribir funciones trigonométricas en la libreta son las siguientes:

sin(x) para seno.

cos(x) para coseno.

tan(x) para tangente.

sec(x) para secante.

csc(x) para cosecante.

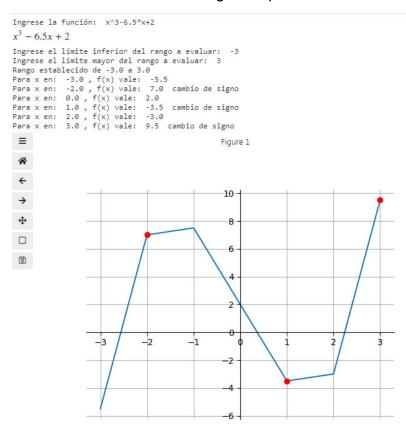
cot(x) para cotangente.

#### Gráfico:

Para utilizar el método gráfico sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método gráfico.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.

- 4.-Ingresa la función del problema. Ten mucho cuidado cuando la escribas, recuerda revisar la sintaxis al inicio del apartado de Ecuaciones no lineales.
- 5.-Ingresa el rango límite inferior y el rango limite superior del eje x.
- 6.-En este método se te da la gráfica por default.



### **Bisectriz:**

Para utilizar el método de bisectriz, sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del apartado de interpolación lineal.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, para que funcione correctamente es necesario haber ejecutado y obtenido la gráfica del método Gráfico para obtener la bisectriz de esa gráfica.
- 4.-Si se cumple la condición, el resultado es automático.

```
La raíz entre a: -2 y b: -3 es: -2.691306997641732
La raíz entre a: 0 y b: 1 es: 0.312382003359744
```

# Punto Fijo o Sustituciones Sucesivas:

Para utilizar el método de punto fijo sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de punto fijo.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.1.-Lo primera que se pregunta es si quieres que el sistema despeje la ecuación por ti o deseas introducir ya la ecuación despejada. Escribe un 1 para que el programa despeje la función por ti o un 2 para tu introducir la función despejada. Recuerda que, si eliges que el programa despeje la ecuación por ti, la exponencial deberás escribirla de la siguiente forma: e<sup>x</sup>, de lo contrario, escribe así exp(x).
- 4.2.-Ya que se haya despejado la función coloca el número del despeje que quieres usar. Siendo el despeje en el extremo superior el número 1, el de abajo el número 2 y así sucesivamente.
- 5.-Se realiza el proceso de resolución aplicando el método y se muestran los resultados.

Recuerda que en esta libreta los logaritmos naturales se expresan como log(x), no como log(x).

```
Para dejar que el sistema despeje su ecuación ingrese 1, de lo contrario i
ngrese 2 y su ecuación ya despejada. Mejores resultados para la ecuación d
espejada por el usuario 1
Ingrese la función: 2*x-e^x+2
-e^{x} + 2x + 2
Despejes de la ecuación para x:
\left[\frac{e^x}{2} - 1\right]
\left[\frac{\log(2x+2)}{\log(e)}\right]
¿Qué despeje desea usar? 1
Iteración: 1 Resultado: -0.5 Error: 0.5000000000
Iteración: 2 Resultado: -0.6967346701436833 Error: 0.1967346701
Iteración: 3 Resultado: -0.7508952655578246 Error: 0.0541605954
Iteración: 4 Resultado: -0.7640280757599033 Error: 0.0131328102
Iteración: 5 Resultado: -0.7671067899207249 Error: 0.0030787142
Iteración: 6 Resultado: -0.7678226989394608 Error: 0.0007159090
Iteración: 7 Resultado: -0.7679888572790121 Error: 0.0001661583
Iteración: 8 Resultado: -0.7680274046626707 Error: 0.0000385474
Iteración: 9 Resultado: -0.7680363464269596 Error: 0.0000089418
El resultado del método es: -0.7680363464269596
```

# Newton - Raphson:

Para utilizar el método de Newton-Raphson sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Newton-Raphson.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Te pedirá que escribas la función.
- 5.-Despues de eso te dará la derivada de la función y te pedirá que escribas el valor inicial de  $x_0$ .
- 6.-Se llevará a cabo el proceso y te mostrará las iteraciones y resultado.

```
Ingrese la función: 0.8*x^2+x-3 0.8x^2+x-3 Derivada de la función: 1.6x+1 Ingrese el valor inicial de x0: 1 Iteración: 1 Resultado: 1.4615384615384615 Error: 0.46153846153846145 Iteración: 2 Resultado: 1.4104927330733783 Error: 0.05104572846508315 Iteración: 3 Resultado: 1.409852675176783 Error: 0.0006400578965952697 Iteración: 4 Resultado: 1.409852574512466 Error: 1.0066431710420432e-07 El resultado es: 1.409852574512466
```

# Falsa Posición o Regula – Falsi (latín):

Para utilizar el método de falsa posición sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de falsa posición.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Te pedirá que ingreses la función. Recuerda que si es una exponencial deberás usar exp(x).
- 5.-Te pedirá que ingreses los valores de a y b.
- 6.-Se mostrará las iteraciones y el resultado.

```
Ingrese la función: x*exp(x)-10

xe^x-10

Ingrese el valor de a: 1

Ingrese el valor de b: 2

Iteración: 1 Resultado: 1.7217762482038113 Error: 0.1179768623

Iteración: 2 Resultado: 1.741651888142604 Error: 0.0198756399

Iteración: 3 Resultado: 1.7448983086109227 Error: 0.0032464205

Iteración: 4 Resultado: 1.745425781626986 Error: 0.0005274730

Iteración: 5 Resultado: 1.745511410722128 Error: 0.0000856291

Iteración: 6 Resultado: 1.7455253096601477 Error: 0.0000138989

Iteración: 7 Resultado: 1.7455275656233114 Error: 0.0000022560

El resultado del método es: 1.7455275656233114
```

### Secante:

Para utilizar el método de secante sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de secante.
- 2.-Presiona el botón de Correr.

Ingrese la función: exp(-x)-x

- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Te pedirá que ingreses la función. Recuerda escribir las exponenciales de la siguiente manera: exp(x).

```
-x + e^{-x}
Iteración: 1 Resultado: 0.36787944117144233 Error: 0.6321205588
Iteración: 2 Resultado: 0.36787944117144233 Error: 0.3243211864
Iteración: 3 Resultado: 0.6922006275553464 Error: 0.3243211864
Iteración: 4 Resultado: 0.6922006275553464 Error: 0.1917271270
Iteración: 5 Resultado: 0.5004735005636368 Error: 0.1917271270
Iteración: 6 Resultado: 0.5004735005636368 Error: 0.1057700345
Iteración: 7 Resultado: 0.6062435350855974 Error: 0.1057700345
Iteración: 8 Resultado: 0.6062435350855974 Error: 0.0608477491
Iteración: 9 Resultado: 0.545395785975027 Error: 0.0608477491
Iteración: 10 Resultado: 0.545395785975027 Error: 0.0342165495
Iteración: 11 Resultado: 0.5796123355033789 Error: 0.0342165495
Iteración: 12 Resultado: 0.5796123355033789 Error: 0.0194968741
Iteración: 13 Resultado: 0.5601154613610891 Error: 0.0194968741
Iteración: 14 Resultado: 0.5601154613610891 Error: 0.0110276537
Iteración: 15 Resultado: 0.571143115080177 Error: 0.0110276537
Iteración: 16 Resultado: 0.571143115080177 Error: 0.0062637677
Iteración: 17 Resultado: 0.5648793473910495 Error: 0.0062637677
Tteración: 18 Resultado: 0.5648793473910495 Error: 0.0035493776
Iteración: 19 Resultado: 0.5684287250290607 Error: 0.0035493776
Iteración: 20 Resultado: 0.5684287250290607 Error: 0.0020139919
Iteración: 21 Resultado: 0.5664147331468833 Error: 0.0020139919
Iteración: 22 Resultado: 0.5664147331468833 Error: 0.0011419042
Iteración: 23 Resultado: 0.5675566373282834 Error: 0.0011419042
Iteración: 24 Resultado: 0.5675566373282834 Error: 0.0006477254
Iteración: 25 Resultado: 0.5669089119214953 Error: 0.0006477254
Iteración: 26 Resultado: 0.5669089119214953 Error: 0.0003673203
Iteración: 27 Resultado: 0.5672762321755696 Error: 0.0003673203
Iteración: 28 Resultado: 0.5672762321755696 Error: 0.0002083338
Iteración: 29 Resultado: 0.5670678983907884 Error: 0.0002083338
Iteración: 30 Resultado: 0.5670678983907884 Error: 0.0001181517
Iteración: 31 Resultado: 0.567186050099357 Error: 0.0001181517
Iteración: 32 Resultado: 0.567186050099357 Error: 0.0000670100
Iteración: 33 Resultado: 0.5671190400572149 Error: 0.0000670100
Iteración: 34 Resultado: 0.5671190400572149 Error: 0.0000380039
Iteración: 35 Resultado: 0.5671570440012975 Error: 0.0000380039
Iteración: 36 Resultado: 0.5671570440012975 Error: 0.0000215538
Iteración: 37 Resultado: 0.5671354902062784 Error: 0.0000215538
Iteración: 38 Resultado: 0.5671354902062784 Error: 0.0000122241
Iteración: 39 Resultado: 0.5671477142601192 Error: 0.0000122241
Iteración: 40 Resultado: 0.5671477142601192 Error: 0.0000069328
El resultado del método es: 0.5671477142601192
```

Una ecuación lineal es una ecuación en la que cada uno de los términos que la componen tiene una variable de primer grado, es decir, que el exponente de su potencia es igual a 1.

Un sistema de ecuaciones lineales se considera solucionado cuando se encuentran los valores de las incógnitas que satisfagan todas y cada una de las ecuaciones individuales que componen al sistema.

Antes de correr cualquier celda de código de los métodos, recuerda correr la primera celda de código del apartado de integración, es importante hacerlo pues en ella se importan y establecen los recursos que serán necesarios para poder llevar a cabo la ejecución de las otras celdas.

#### Montante:

Para utilizar el método de Montante sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Montante.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Lo primero que deberás ingresar es el numero de variables del sistema de ecuaciones. Por ejemplo, si tienes 2ª-4b+c=10, el número de variables es 3, a,b y c.
- 5.-Luego te pedirá que ingreses los coeficientes de cada variable de todas las ecuaciones. Siguiendo el ejemplo anterior, empezaría con los 3 coeficientes de las tres variables de la primera ecuación, luego los coeficientes de las tres variables de la segunda ecuación y al final los coeficientes de las tres variables de la tercera ecuación. Solo debes escribir los coeficientes, separados por un espacio en blanco solamente. Si en la ecuación una variable se encuentra sola entonces deberás escribir un 1. Puedes basarte en el ejemplo más abajo.
- 6.-Despues se mostrará todo el proceso del método y al final el valor de cada variable.

```
Ingrese el número de variables del sistema 3
Ingrese los coeficientes de cada ecuación y su solución separados con un e
spacio 2 5 -2 1
Ingrese los coeficientes de cada ecuación y su solución separados con un e
spacio -1 2 3 2
Ingrese los coeficientes de cada ecuación y su solución separados con un e
spacio 3 -3 2 3
[[2 5 -2 1]
 [-1 2 3 2]
 [3 -3 2 3]]
[[2 5 -2 1]
 [0 9.0 4.0 5.0]
 [0 -21.0 10.0 3.0]]
[[9.0 0 -19.0 -8.0]
 [0 9.0 4.0 5.0]
 [0.0 0 87.0 66.0]]
[[87.0 0.0 0 62.0]
  0.0 87.0 0 19.0]
 [0.0 0 87.0 66.0]]
Matriz final:
[[87.0 0.0 0 62.0]
 [0.0 87.0 0 19.0]
 [0.0 0 87.0 66.0]]
Valores de x,y,z:
X = 0.7126436781609196
Y = 0.21839080459770116
Z = 0.7586206896551724
```

### Gauss - Jordán:

Para utilizar el método de Gauss-Jordán sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Gauss-Jordán.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Lo primero que te pide es el número de incógnitas que tiene cada ecuación del sistema. Por ejemplo, 2a + 3b + 4c = 12, serían 3 incógnitas, a, b y c.
- 5.-Luego te pide que escribas el coeficiente de cada incógnita, separadas solo por un espacio en blanco. En el ejemplo se escribiría 2 3 4 y luego los coeficientes de las otras ecuaciones del sistema de ecuaciones.
- 6.-Luego te preguntará, por separado, el resultado de cada ecuación. En el ejemplo se escribiría 12 primero y luego te pedirá los resultados de las otras ecuaciones.

```
Ingrese el número de incógnitas 3
Ingrese los coeficientes de cada ecuación separados con un espacio 3 -2 2
Ingrese los coeficientes de cada ecuación separados con un espacio 4 2 2
Ingrese los coeficientes de cada ecuación separados con un espacio 3 -3 3
Ingrese una por una las soluciones de cada ecuación 1
Ingrese una por una las soluciones de cada ecuación 2
Ingrese una por una las soluciones de cada ecuación 3
Matriz aumentada:
[[3.0 -2.0 2.0 1]
 [4.0 2.0 2.0 2]
 [3.0 -3.0 3.0 3]]
Pivoteo parcial por filas
[[4.0 2.0 2.0 2]
 [3.0 -3.0 3.0 3]
 [3.0 -2.0 2.0 1]]
Eliminacion hacia adelante
[[4.0 2.0 2.0 2]
  [0.0 -4.5 1.5 1.5]
 [0.0 0.0 -0.666666666666667 -1.6666666666666667]]
Eliminación hacia atrás
[[1.0 0.0 2.4671622769447922e-17 -0.9999999999999998]
  [-0.0 1.0 -4.9343245538895844e-17 0.499999999999999]
 [-0.0 -0.0 1.0 2.5]]
Solución del sistema:
[[-0.99999999999998]
 [0.49999999999999]
 [2.5]]
```

### Eliminación Gaussiana:

Para utilizar el método de eliminación Gaussiana sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de eliminación Gaussiana.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Lo primero que te pide es el número de incógnitas que tiene cada ecuación del sistema.
- 5.-Luego te pide que escribas el coeficiente de cada incógnita, separadas solo por un espacio en blanco.
- 6.-Luego te preguntará, por separado, el resultado de cada ecuación.

```
Ingrese el número de incógnitas 3
Ingrese los coeficientes de cada ecuación separados con un espacio 2 1 -3
Ingrese los coeficientes de cada ecuación separados con un espacio -1 3 2
Ingrese los coeficientes de cada ecuación separados con un espacio 3 1 -3
Ingrese una por una las soluciones de cada ecuación -1
Ingrese una por una las soluciones de cada ecuación 12
Ingrese una por una las soluciones de cada ecuación 0
Matriz aumentada:
[[2.0 1.0 -3.0 -1]
 [-1.0 3.0 2.0 12]
 [3.0 1.0 -3.0 0]]
Pivoteo parcial por filas
[[3.0 1.0 -3.0 0]
 [-1.0 3.0 2.0 12]
 [2.0 1.0 -3.0 -1]]
Eliminación hacia adelante
[[3.0 1.0 -3.0 0]
 [0.0 3.33333333333335 1.0 12.0]
 [0.0 0.0 -1.1 -2.2]]
Solución del sistema:
[[1.]
 [3.]
 [2.]]
```

## Gauss - Seidel:

Para utilizar el método de Gauss-Seidel sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Gauss-Seidel.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Lo primero que te pide es el número de incógnitas que tienen cada ecuación.
- 5.-Luego te pide que escribas el coeficiente de cada incógnita, separadas solo por un espacio en blanco. Los coeficientes los debes de escribir en orden y en base a las ecuaciones ya reordenadas en base a la diagonal dominante.
- 6.-Luego te preguntará, por separado, el resultado de cada ecuación.

```
Ingrese el número de incógnitas 3
Ingrese los coeficientes de cada ecuación separados con un espacio 8 -1 -1
Ingrese los coeficientes de cada ecuación separados con un espacio -2 4 1
Ingrese los coeficientes de cada ecuación separados con un espacio 1 -3 5
Ingrese una por una las soluciones de cada ecuación 8
Ingrese una por una las soluciones de cada ecuación 4
Ingrese una por una las soluciones de cada ecuación 5
Iteracion: 1
[1. 1.5 1.7]
Iteracion: 2
[1.4 1.275 1.485]
Iteracion: 3
[1.345 1.30125 1.51175]
Iteracion: 4
[1.351625 1.297875 1.5084 ]
Iteracion: 5
[1.35078437 1.29829219 1.50881844]
Las respuestas del sistema son:
[1.35078437 1.29829219 1.50881844]
```

### Jacobi:

Para utilizar el método de Jacobi sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Jacobi.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Lo primero que te pide es el número de incógnitas que tienen cada ecuación.
- 5.-Luego te pide que escribas el coeficiente de cada incógnita, separadas solo por un espacio en blanco. Los coeficientes los debes de escribir en orden y en base a las ecuaciones ya reordenadas en base a la diagonal dominante.
- 6.-Luego te preguntará, por separado, el resultado de cada ecuación.

```
Ingrese el número de incógnitas 3
Ingrese los coeficientes de cada ecuación separados con un espacio 8 -1 -1
Ingrese los coeficientes de cada ecuación separados con un espacio -2 4 1
Ingrese los coeficientes de cada ecuación separados con un espacio 1 -3 5
Ingrese una por una las soluciones de cada ecuación 8
Ingrese una por una las soluciones de cada ecuación 4
Ingrese una por una las soluciones de cada ecuación 5
Iteracion: 1
La solución actual es: 1.25 1.25 1.40000000000000001
Iteracion: 2
La solución actual es: 1.3625 1.2625 1.65000000000000001
Iteracion: 3
La solución actual es: 1.365625 1.271874999999999 1.4925
La solución actual es: 1.34515625 1.3001562500000001 1.4881250000000001
Iteracion: 5
La solución actual es: 1.3497265625 1.2996484375 1.51678125000000002
La solución actual es: 1.352166015625 1.296876953125 1.5103828125
La solución actual es: 1.35075634765625 1.2981713867187499 1.5069675781249
Iteracion: 8
La solución actual es: 1.3506818603515625 1.2984609619140626 1.50894111328
La solución es: 1.3509471740722656 1.2981940856933594 1.5090453955078127
```

### **MINIMOS CUADRADOS**

Los mínimos cuadrados se pueden aplicar con distintas funciones para ajustar, consideramos solucionado un problema de mínimos cuadrados cuando obtenemos la función de ajuste y se grafican los datos originales contra los datos pasados por la función de ajuste.

Antes de ejecutar una celda de código de un método numérico asegúrate de haber corrido la primera celda de código del apartado, ya que ésta establece las librerías que se importan y define varios parámetros necesarios para el funcionamiento de las celdas de código de los métodos numéricos.

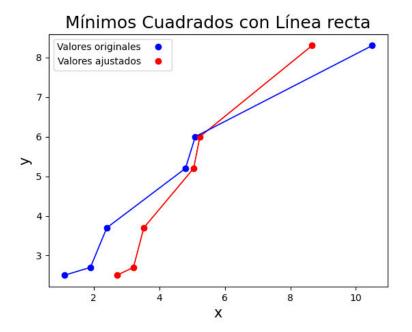
## Línea Recta:

Para utilizar el método de línea recta sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de línea recta.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-El programa te pedirá que ingreses el número de valores de x, que se interpreta como el número de coordenadas.
- 5.-Despues te pregunta por el valor "x" de todas las coordenadas.
- 6.-Luego te pregunta por el valor "y" de todas las coordenadas.
- 7.-Al final procesa los datos y te muestra el resultado.

```
Ingrese el número de valores de x: 6
Ingrese el valor de x1: 1.1
Ingrese el valor de x2: 1.9
Ingrese el valor de x3: 2.4
Ingrese el valor de x4: 4.8
Ingrese el valor de x5: 5.1
Ingrese el valor de x6: 10.5
Ingrese el valor de y1: 2.5
Ingrese el valor de y2: 2.7
Ingrese el valor de y3: 3.7
Ingrese el valor de y4: 5.2
Ingrese el valor de y5: 6.0
Ingrese el valor de y6: 8.3
Valores de x:
[1.1, 1.9, 2.4, 4.8, 5.1, 10.5]
Valores de y:
[2.5, 2.7, 3.7, 5.2, 6.0, 8.3]
Coeficientes de la matriz:
[[ 6. 25.8 28.4 ]
[ 25.8 169.88 159.47]]
El valor de a0 es: 2.008443614975681
El valor de a1 es: 0.633695283338989
El valor de x1 ajustada con g(x) es: 2.705508426648569
El valor de x2 ajustada con g(x) es: 3.21246465331976
El valor de x3 ajustada con g(x) es: 3.5293122949892544
El valor de x4 ajustada con g(x) es: 5.050180975002828
El valor de x5 ajustada con g(x) es: 5.240289560004524
El valor de x6 ajustada con g(x) es: 8.662244090035065
```

8.-Para acabar, te muestra la gráfica. En este método la gráfica te la muestra por default.



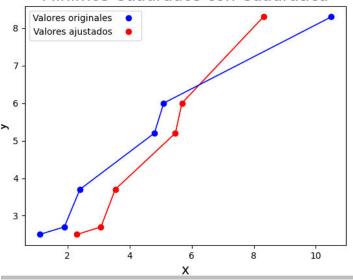
# Cuadrática:

Para utilizar el método de cuadrática sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de cuadrática.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-El programa te pedirá que ingreses el número de valores de x, que se interpreta como el número de coordenadas.
- 5.-Despues te pregunta por el valor "x" de todas las coordenadas.
- 6.-Luego te pregunta por el valor "y" de todas las coordenadas.
- 7.-Procesa los datos y te muestra el resultado.
- 8.-Para acabar, te muestra la gráfica. En este método la gráfica te la muestra por default.

```
Ingrese el número de valores de x:
Ingrese el valor de x1: 1.1
Ingrese el valor de x2:
Ingrese el valor de x3: 2.4
Ingrese el valor de x4:
Ingrese el valor de x5:
                              5.1
Ingrese el valor de x6: 10.5
Ingrese el valor de y1:
Ingrese el valor de y2:
Ingrese el valor de y3:
Ingrese el valor de y4:
Ingrese el valor de y5:
Ingrese el valor de y6: 8.3
Valores de x:
[1.1, 1.9, 2.4, 4.8, 5.1, 10.5]
Valores de y:
[2.5, 2.7, 3.7, 5.2, 6.0, 8.3]
Coeficientes de la matriz:
[[6, 25.7999999999997, 169.88, 28.40000000000000], [25.799999999997, 169.88, 1422.882, 159.47], [169.88, 1422.882, 13410.098, 1225.027]]
El valor de a0 es: 1.1589800114152162
El valor de a1 es: 1.0831842571289858
El valor de a2 es: -0.03826250236884342
El valor de x1 ajustada con g(x) es: 2.3041850663908 El valor de x2 ajustada con g(x) es: 3.0789024664087643 El valor de x3 ajustada con g(x) es: 3.538230214880244
El valor de x4 ajustada con g(x) es: 5.476696391056195
El valor de x5 ajustada con g(x) es: 5.688012036159426
El valor de x6 ajustada con g(x) es: 8.31397382510458
```

# Mínimos Cuadrados con Cuadrática



### Cúbica:

Para utilizar el método de cúbica sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de cúbica.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.

- 4.-El programa te pedirá que ingreses el número de valores de x, que se interpreta como el número de coordenadas.
- 5.-Despues te pregunta por el valor "x" de todas las coordenadas.
- 6.-Luego te pregunta por el valor "y" de todas las coordenadas.
- 7.-Procesa los datos y te muestra el resultado.
- 8.-Para acabar, te muestra la gráfica. En este método la gráfica te la muestra por default.

```
Ingrese el número de valores de x: 6
Ingrese el valor de x1: 1.1
Ingrese el valor de x2: 1.9
Ingrese el valor de x3: 2.4
Ingrese el valor de x4: 4.8
Ingrese el valor de x5: 5.1
Ingrese el valor de x6: 10.5
Ingrese el valor de y1: 2.5
Ingrese el valor de y2: 2.7
Ingrese el valor de y3: 3.7
Ingrese el valor de y4: 5.2
Ingrese el valor de y5: 6.0
Ingrese el valor de y6: 8.3
Valores de x:
[1.1, 1.9, 2.4, 4.8, 5.1, 10.5]
Valores de y:
[2.5, 2.7, 3.7, 5.2, 6.0, 8.3]
Coeficientes de la matriz:
[[6, 25.7999999999997, 169.88, 1422.882, 28.40000000000000], [25.79999999999997, 16
9.88, 1422.882, 13410.098, 159.47], [169.88, 1422.882, 13410.098, 133732.44618, 1225.02
7], [1422.882, 13410.098, 133732.44618, 1370162.439308, 11052.2675]]
[[ 0.00000000e+00 7.31600602e-14 1.83884841e+00]
  1.00000000e+00 -6.63605557e-14 4.34267740e-01]
 [ 0.00000000e+00 1.00000000e+00 1.11285302e-01]
 [-0.00000000e+00 -8.79390764e-16 -8.95530711e-03]]
El valor de a0 es: 1.8388484118272426
El valor de a1 es: 0.43426774029591664
El valor de a2 es: 0.11128530211992205
El valor de a3 es: -0.008955307112417231
El valor de x1 ajustada con g(x) es: 2.4392786279512295
El valor de x2 ajustada con g(x) es: 3.004272607558333
El valor de x3 ajustada con g(x) es: 3.3982961632261377
El valor de x4 ajustada con g(x) es: 5.4969616019142
El valor de x5 ajustada con g(x) es: 5.760214151706332
El valor de x6 ajustada con g(x) es: 8.300976847643774
```



# Lineal con Función:

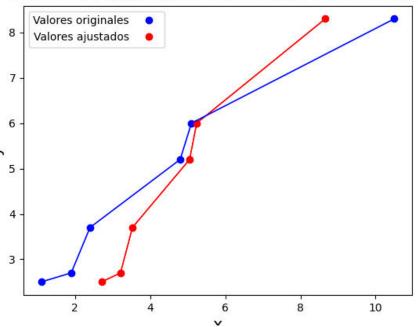
Para utilizar el método de lineal con función sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de lineal con función.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-El programa te pedirá que ingreses el número de valores de x, que se interpreta como el número de coordenadas.
- 5.-Después te pregunta por el valor "x" de todas las coordenadas.
- 6.-Luego te pregunta por el valor "y" de todas las coordenadas.
- 7.-Después te pregunta por el tipo de función que utilizarás. Para escoger la función basta con poner el número que le corresponde:
- 1 para exponencial.
- 2 para seno.
- 3 para coseno.
- 4 para tangente.
- 5 para logaritmo
- 8.-Procesa los datos y te muestra el resultado.

9.-Para acabar, te muestra la gráfica. En este método la gráfica te la muestra por default.

```
Ingrese el número de valores de x: 6
Ingrese el valor de x1: 1.1
Ingrese el valor de x2: 1.9
Ingrese el valor de x3: 2.4
Ingrese el valor de x4: 4.8
Ingrese el valor de x5:
Ingrese el valor de x6: 10.5
Ingrese el valor de y1: 2.5
Ingrese el valor de y2: 2.7
Ingrese el valor de y3: 3.7
Ingrese el valor de y4: 5.2
Ingrese el valor de y5: 6.0
Ingrese el valor de y6: 8.3
Valores de x:
[1.1, 1.9, 2.4, 4.8, 5.1, 10.5]
Valores de y:
[2.5, 2.7, 3.7, 5.2, 6.0, 8.3]
sin(x)
cos(x)
tan(x)
ln(x)
Ingrese el número de la función que desea usar 1
Los coeficientes de la matriz son:
[[6, 25.799999999997, 36621.74823591214, 28.40000000000002], [25.7999999999997, 16
9.88, 382775.0032162893, 159.47], [36621.74823591214, 382775.0032162893, 7.6026785750185
9e+47, 303101.00589380634]]
El valor de a0 es: 2.008443614975682
El valor de a1 es: 0.6336952833389887
El valor de a2 es: 0
El valor de x1 ajustada con g(x) es: 2.70550842664857
El valor de x2 ajustada con g(x) es: 3.2124646533197607
El valor de x3 ajustada con g(x) es: 3.5293122949892552
El valor de x4 ajustada con g(x) es: 5.050180975002828
El valor de x5 ajustada con g(x) es: 5.240289560004524
El valor de x6 ajustada con g(x) es: 8.662244090035063
```

# Mínimos Cuadrados con Lineal con función



### Cuadrática con Función:

Para utilizar el método de cuadrática con función sigue los siguientes pasos:

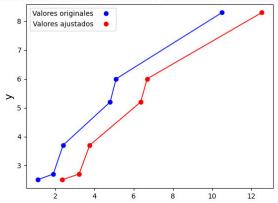
- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de cuadrática con función.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-El programa te pedirá que ingreses el número de valores de x, que se interpreta como el número de coordenadas.
- 5.-Después te pregunta por el valor "x" de todas las coordenadas.
- 6.-Luego te pregunta por el valor "y" de todas las coordenadas.
- 7.-Después te pregunta por el tipo de función que utilizarás. Para escoger la función basta con poner el número que le corresponde:
- 1 para exponencial.
- 2 para seno.
- 3 para coseno.
- 4 para tangente.

# 5 para logaritmo

- 8.-Procesa los datos y te muestra el resultado.
- 9.-Para acabar, te muestra la gráfica. En este método la gráfica te la muestra por default.

```
Ingrese el número de valores de x: 6
Ingrese el valor de x1: 1.1
Ingrese el valor de x2: 1.9
Ingrese el valor de x3: 2.4
Ingrese el valor de x4: 4.8
Ingrese el valor de x5:
Ingrese el valor de x6: 10.5
Ingrese el valor de y1: 2.5
Ingrese el valor de y2: 2.7
Ingrese el valor de y3: 3.7
Ingrese el valor de y4: 5.2
Ingrese el valor de y5: 6
Ingrese el valor de y6: 8.3
Valores de x:
[1.1, 1.9, 2.4, 4.8, 5.1, 10.5]
Valores de y:
[2.5, 2.7, 3.7, 5.2, 6.0, 8.3]
sin(x)
cos(x)
tan(x)
ln(x)
Ingrese el número de la función que desea usar 1
Los coeficientes de la matriz son:
[[6, 25.799999999997, 169.88, 36621.74823591214, 28.400000000000002], [25.79999999999
9997, 169.88, 1422.882, 382775.0032162893, 159.47], [169.88, 1422.882, 13410.098, 401094 1.244279972, 1225.027], [36621.74823591214, 382775.0032162893, 4010941.244279972, 7.6026
7857501859e+47, 303101.00589380634]]
El valor de a0 es: 1.158980011415222
El valor de a1 es: 1.0831842571289831
El valor de a2 es: 0
El valor de a3 es: -6.4461089034318584e-46
El valor de x1 ajustada con g(x) es: 2.3504826942571038
El valor de x2 ajustada con g(x) es: 3.21703009996029
El valor de x3 ajustada con g(x) es: 3.7586222285247812
El valor de x4 ajustada con g(x) es: 6.358264445634341
El valor de x5 ajustada con g(x) es: 6.683219722773035
El valor de x6 ajustada con g(x) es: 12.532414711269546
```

Mínimos Cuadrados con Cuadrática con funci



### **INTEGRACION**

Para que un problema de integración numérica se considere resuelto, se tiene que obtener una aproximación al resultado de la integración definida de una función de un límite superior a un límite inferior.

Antes de correr cualquier celda de código de los métodos, recuerda correr la primera celda de código del apartado de integración, es importante hacerlo pues en ella se importan y establecen los recursos que serán necesarios para poder llevar a cabo la ejecución de las otras celdas.

Al igual que en ecuaciones no lineales, la integración en la libreta necesita leer un String (cadena de caracteres) que vendría siendo la función para poder interpretarla. Por eso es importante que la sintaxis de la ecuación sea comprensible para el código programado en la libreta. A continuación, te volvemos a recordar la manera en que se debe escribir en las funciones para que puedan ser procesadas por el código.

**Suma:** Debes usar el símbolo + y sin dejar espacio vacío entre los términos.

**Resta:** Debes usar el símbolo – y sin dejar espacio vacío entre los términos.

**Multiplicación:** Debes usar el símbolo \* y sin dejar espacio vacío entre los términos.

**División:** Debes usar el símbolo /. Es importante establecer una buena jerarquía de operaciones, si en tu denominador o numerador tienes varios términos que tienen operaciones aritméticas entre ellos, deberás usar paréntesis. El código solo podrá interpretar la función si se establece con claridad que es lo que se encuentra en el numerador y en el denominador, para eso los paréntesis, procesará esas operaciones aritméticas hasta que en su interpretación solo quede un solo termino en el numerador y uno en el denominador para al final realizar la división.

Ejemplo: (5\*y\*t-1)/(3)

**Potencias:** Debes usar el símbolo ^ seguido del número de la potencia y sin dejar espacio vacío entre los valores.

### Raíces:

Para expresar una raíz cuadrada puedes usar la siguiente sintaxis: sqrt(x) donde x es el valor que se le sacará raíz.

Para expresar una raíz cubica puedes usar la siguiente sintaxis: cbrt(x) donde x es el valor que se le sacará la raíz.

En términos generales, para sacar la raíz de un valor debes de usar la siguiente sintaxis: root(x,n) donde x es el valor que se le sacará la raíz y n el número de la raíz que se obtendrá. Ejemplo: root(8,3)=2

**Funciones exponenciales:** Deberás de escribir exp(x) cuando quieras referirte a una función exponencial.

**Funcion trigonométricas:** La sintaxis para escribir funciones trigonométricas en la libreta son las siguientes:

sin(x) para seno.

cos(x) para coseno.

tan(x) para tangente.

sec(x) para secante.

csc(x) para cosecante.

cot(x) para cotangente.

Un ejemplo de una ecuación ingresada sería 3x-sin(x)+ex es: 3\*x -sin(x)+exp(x)

# Regla Trapezoidal:

Para utilizar el método de regla trapezoidal sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de regla trapezoidal.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Debes de introducir la función, no escribas el símbolo de la integral ni el diferencial.

- 5.-Después te mostrará la función que se va a integrar para que verifiques si es correcta.
- 6.- Después te pedirá el valor del límite inferior y el límite superior.
- 7.-Después te pedirá que ingreses el número de subintervalos de la integral(n).
- 8.-Al final te muestra el resultado de la integral.

```
Ingrese la función a integrar 1/(1+x^2) \frac{1}{x^2+1} Ingrese el límite inferior del rango de evaluación 2 Ingrese el límite superior del rango de evaluación 3 Ingrese el número de subintervalos de la integral 4 El resultado de la integral es: 0.14241695231472232
```

#### Newton - Cotes Cerradas:

Para utilizar el método de Newton-Cotes cerradas sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Newton-Cotes cerradas.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Debes de introducir solo la función, no escribas el símbolo de la integral ni el diferencial.
- 5.-Después te mostrará la función que se va a integrar para que verifiques si es correcta.
- 6.- Después te pedirá el valor del límite inferior y el límite superior.
- 7.-Después te pedirá que ingreses el número de subintervalos de la integral(n).
- 8.-Te mostrará el valor de h, el de alfa y el valor de los términos i. Esto te ahorra tener que revisar la tabla.
- 9.-Te muestra el valor de la suma interna.
- 10.-Al final te da el valor de la integral.

Recuerda que este método solo se puede aplicar si el número de tus subintervalos es <=10.

#### Newton - Cotes Abiertas:

Para utilizar el método de Newton-Cotes abiertas sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Newton-Cotes abiertas.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Debes de introducir solo la función, no escribas el símbolo de la integral ni el diferencial.
- 5.-Después te mostrará la función que se va a integrar para que verifiques si es correcta.
- 6.- Después te pedirá el valor del límite inferior y el límite superior.
- 7.-Después te pedirá que ingreses el número de subintervalos de la integral(n).
- 8.-Te mostrará el valor de h, el de alfa y el valor de los términos i. Esto te ahorra tener que revisar la tabla.
- 9.-Te muestra el valor de la suma interna.
- 10.-Al final te da el valor de la integral.

Recuerda que este método solo se puede aplicar si el número de tus subintervalos es <=6.

```
Ingrese la función a integrar 3*x^3-10
3x^3 - 10
Ingrese el límite inferior del rango de evaluación -2
Ingrese el límite superior del rango de evaluación 2
Ingrese el número de subintervalos de la integral 4
h: 0.666666666666666
alfa: 0.3
Término de i = 0: -0.0
Término de i = 1: -188.2222222222226
Término de i = 2: 152.444444444446
Término de i = 3: -260.0
Término de i = 4: 127.55555555555554
Término de i = 5: -31.777777777782
Término de i = 6: 0.0
Suma interna: -200.0000000000001
El resultado de la integral es: -40.000000000000002
```

# Regla de 1/3 de Simpson:

Para utilizar el método de regla de 1/3 de Simpson sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de regla de 1/3 de Simpson.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Debes de introducir solo la función, no escribas el símbolo de la integral ni el diferencial.
- 5.-Después te mostrará la función que se va a integrar para que verifiques si es correcta.
- 6.- Después te pedirá el valor del límite inferior y el límite superior.
- 7.-Después te pedirá que ingreses el número de subintervalos de la integral(n).
- 8.-Te mostrará el valor de h.
- 9.-Te muestra el valor del f(a).
- 10.-Después de eso, los siguientes valores que te muestra son el resultado de los términos que se multiplican por cuatro en la formula. En el ejemplo de la imagen son 5 valores.

- 11.-Después te muestra la sumatoria de los resultados que se multiplican por cuatro en la formula.
- 12.-Después te muestra el resultado de los valores de los términos que se multiplican por dos en la fórmula. En el ejemplo de la imagen son 5 valores.
- 13.- 11.-Después te muestra la sumatoria de los resultados que se multiplican por dos en la formula.
- 14.-Te muestra la sumatoria de todo lo que esta dentro de las llaves.
- 15.-Al final te da el valor de la integral.

Se puede aplicar a un número par de intervalos.

```
Ingrese la función a integrar 1/(1+x^2)
  1
x^2 + 1
Ingrese el límite inferior del rango de evaluación 2
Ingrese el límite superior del rango de evaluación 3
Ingrese el número de subintervalos de la integral 10
Primer término f(a): 0.2
Calculando los terminos de la primera sumatoria:
Término de i = 1para el valor de a+ih: 2.1 : 0.18484288354898337
Término de i = 3para el valor de a+ih: 2.3 : 0.15898251192368842
Término de i = 5para el valor de a+ih: 2.5 : 0.13793103448275862
Término de i = 7para el valor de a+ih: 2.7 : 0.12062726176115801
Término de i = 9para el valor de a+ih: 2.9 : 0.10626992561105207
El resultado de 4sigma es: 2.8346144693105617
Calculando los terminos de la primera sumatoria:
Término de i = 2para el valor de a+ih: 2.2 : 0.17123287671232876
Término de i = 4para el valor de a+ih: 2.4 : 0.14792899408284024
Término de i = 6para el valor de a+ih: 2.6 : 0.12886597938144329
Término de i = 8para el valor de a+ih: 2.8 : 0.11312217194570136
El resultado de 2sigma es: 1.1223000442446274
Tercer término f(b): 0.1
Suma interna: 4.256914513555189
El resultado de la integral es: 0.14189715045183962
```

## Regla de 3/8 de Simpson:

Para utilizar el método de regla de 3/8 de Simpson sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de regla de 3/8 de Simpson.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Ingresa solo la función, ignorando todo lo demás.
- 5.-Ingresa el límite inferior y el límite superior.

- 6.-Ingresa el número de intervalos.
- 7.-Después de introducir los datos, te mostrará el valor de h.
- 8.-Después te muestra el valor de f(a).
- 9.-Después te muestra los resultados de los términos que están adentro del paréntesis que multiplica a 3. En el ejemplo de la imagen, al final de cada renglón se muestran dos resultados, el primero es simplemente el resultado de a + ih y el que esta a un lado es cuando se efectúa la multiplicación con la exponencial. Lo mismo en el renglón de abajo solo que aplicando a x la adición de h.
- 10.-Después te muestra el resultado de efectuar todas las operaciones del término que multiplica a 3.
- 11.-Después te muestra el valor de f(b)
- 12.-Después te da el valor del resultado de todo lo que está en las llaves.
- 13.-Al final te muestra el valor de la integral.

#### **ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS**

Una ecuación diferencial se considera resuelta cuando se ha reducido a una expresión en términos de integrales, puedan o no resolverse las mismas.

Antes de correr cualquier celda de código de los métodos, recuerda correr la primera celda de código del apartado de integración, es importante hacerlo pues en ella se importan y establecen los recursos que serán necesarios para poder llevar a cabo la ejecución de las otras celdas.

#### Euler hacia adelante:

Para utilizar el método de Euler hacia adelante sigue los siguientes pasos:

1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Euler hacia adelante.

- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Lo primero que te pide el programa es que escribas la ecuación ya despejada para la y'.
- 5.-Te mostrará la ecuación que se va a interpretar por el código para que verifiques si es correcta.
- 6.-Luego te pedirá el valor de Y<sub>0</sub> y h.
- 7.-Despues el código aplicará el método y te mostrará el resultado de  $Y_1$  y un segundo resultado,  $Y_2$ .

#### Euler hacia atrás:

Para utilizar el método de Euler hacia atrás sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Euler hacia atrás.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Lo primero que te pide el programa es que escribas la ecuación ya despejada para la y'.
- 5.-Te mostrará la ecuación que se va a interpretar por el código para que verifiques si es correcta.
- 6.-Luego te pedirá el valor de Y<sub>0</sub> y h.
- 7.-Despues el código aplicará el método y te mostrará el resultado de  $Y_1$  y un segundo resultado,  $Y_2$ .

#### **Euler modificado:**

Para utilizar el método de Euler modificado sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Euler modificado.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Lo primero que te pide el programa es que escribas la ecuación ya despejada para la y'.
- 5.-Te mostrará la ecuación que se va a interpretar por el código para que verifiques si es correcta.
- 6.-Luego te pedirá el valor de Y<sub>0</sub>, Y<sub>1</sub> y h.
- 7.-Despues el código aplicará el método y te mostrará el resultado de Y'<sub>1</sub> y un segundo resultado, Y'<sub>2</sub>.

```
Ingrese la ecuación despejada para y': (-3*y*t-y)/(2) -\frac{3ty}{2} - \frac{y}{2} Ingrese el valor de y0: 1.2 Ingrese el valor de y1: 1.2 Ingrese el valor de h: 0.3 El valor de y'1 es: 0.93900000000001 El valor de y'2 es: 0.831809999999999
```

# Runge - Kutta 2do orden:

Para utilizar el método de Runge-Kutta 2do orden sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Runge-Kutta 2do orden.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Lo primero que te pide el programa es que escribas la ecuación ya despejada para la y'.
- 5.-Te mostrará la ecuación que se va a interpretar por el código para que verifiques si es correcta.
- 6.-Luego te pedirá el valor de Y<sub>0</sub> y h.
- 7.-Después el código aplicará el método y te mostrará el resultado de Y'<sub>1</sub> y todas las k obtenidas en el proceso para calcular Y'<sub>1</sub>.
- 8.- Después el código aplicará otra vez el método y te mostrará el resultado de Y'<sub>2</sub> y todas las k obtenidas en el proceso para calcular Y'<sub>2</sub>.

```
Ingrese la ecuación despejada para y': 2*t*y-1 2ty-1 Ingrese el valor de y0: 1 Ingrese el valor de h: 0.6 0.4 0.6 -0.52 k1 para y1: -0.6 k2 para y1: -0.312 El valor de y1 es: 0.544 k1 para y2: -0.208319999999998 k2 para y2: -0.116620799999999986 El valor de y2 es: 0.544
```

# Runge - Kutta 3er orden:

Para utilizar el método de Runge-Kutta 3er orden sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Runge-Kutta 3er orden.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.

- 4.-Lo primero que te pide el programa es que escribas la ecuación ya despejada para la y'.
- 5.-Te mostrará la ecuación que se va a interpretar por el código para que verifiques si es correcta.
- 6.-Luego te pedirá el valor de Y<sub>0</sub> y h.
- 7.-Después el código aplicará el método y te mostrará el resultado de Y'<sub>1</sub> y todas las k obtenidas en el proceso para calcular Y'<sub>1</sub>.
- 8.- Después el código aplicará otra vez el método y te mostrará el resultado de Y'<sub>2</sub> y todas las k obtenidas en el proceso para calcular Y'<sub>2</sub>.

```
Ingrese la ecuación despejada para y': (2*y*t+1)/(y^2) \frac{2ty+1}{y^2} Ingrese el valor de y0: 1 Ingrese el valor de h: 0.25 k1 para y1: 0.25 k2 para y1: 0.25 k2 para y1: 0.2579399815272051 El valor de y'1 es: 1.2533809434232586 k1 para y2: 0.258868231520248 k2 para y2: 0.2663339709929486 k3 para y2: 0.27089155693506595 El valor de y'2 es: 1.5192302221611098
```

# Runge - Kutta 4to orden 1/3 de Simpson:

Para utilizar el método de Runge-Kutta 4to orden 1/3 de Simpson sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Runge-Kutta 4to orden 1/3 de Simpson.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Lo primero que te pide el programa es que escribas la ecuación ya despejada para la y'.
- 5.-Te mostrará la ecuación que se va a interpretar por el código para que verifiques si es correcta.
- 6.-Luego te pedirá el valor de Y<sub>0</sub> y h.

- 7.-Después el código aplicará el método y te mostrará el resultado de Y'<sub>1</sub> y todas las k obtenidas en el proceso para calcular Y'<sub>1</sub>.
- 8.- Después el código aplicará otra vez el método y te mostrará el resultado de Y'<sub>2</sub> y todas las k obtenidas en el proceso para calcular Y'<sub>2</sub>.

```
Ingrese la ecuación despejada para y': (y+t)^2/(1-y) \frac{(t+y)^2}{1-y} Ingrese el valor de y0: 0.4 Ingrese el valor de h: 0.2 k1 para y1: 0.05333333333333344 k2 para y1: 0.09675968992248066 k3 para y1: 0.1090317138026198 k4 para y1: 0.20478959041186348 El valor de y'1 es: 0.5116176218658997 k1 para y2: 0.20737834222635732 k2 para y2: 0.43556086251769044 k3 para y2: 0.7831875298853692 k4 para y2: -1.94865285449699 El valor de y'1 es: 0.6276546672884807
```

# Runge - Kutta 4to orden 3/8 de Simpson:

Para utilizar el método de Runge-Kutta 4to orden 3/8 de Simpson sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Runge-Kutta 4to orden 3/8 de.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Lo primero que te pide el programa es que escribas la ecuación ya despejada para la y'.
- 5.-Te mostrará la ecuación que se va a interpretar por el código para que verifiques si es correcta.
- 6.-Luego te pedirá el valor de Y<sub>0</sub> y h.
- 7.-Después el código aplicará el método y te mostrará el resultado de Y'<sub>1</sub> y todas las k obtenidas en el proceso para calcular Y'<sub>1</sub>.
- 8.- Después el código aplicará otra vez el método y te mostrará el resultado de Y'<sub>2</sub> y todas las k obtenidas en el proceso para calcular Y'<sub>2</sub>

```
Ingrese la ecuación despejada para y': (-y)/(y^2+t)

- y
t + y²

Ingrese el valor de y0: 1

Ingrese el valor de h: 0.5
k1 para y1: -0.5
k2 para y1: -0.4838709677419355
k3 para y1: -0.4280664285451265
k4 para y1: -0.34354784291623963
El valor de y'1 es: 0.5525799960278218
k1 para y2: -0.34307050692433644
k2 para y2: -0.25516478037088686
k3 para y2: -0.3855033825773092
k4 para y2: -0.039338866280793215
El valor de y'2 es: 0.2645282632716071
```

# Runge – Kutta orden superior:

Para utilizar el método de Runge-Kutta orden superior sigue los siguientes pasos:

- 1.-Seleccionate al inicio de la celda de código del método de Runge-Kutta orden superior.
- 2.-Presiona el botón de Correr.
- 3.-El código de la celda se empezará a ejecutar, en la parte inferior de la celda de código aparecerán los recuadros de entrada de datos, ahí deberás escribir los valores que se te pidan.
- 4.-Lo primero que te pide el programa es que escribas la ecuación ya despejada para la y'.
- 5.-Te mostrará la ecuación que se va a interpretar por el código para que verifiques si es correcta.
- 6.-Luego te pedirá el valor de Y<sub>0</sub>, Y'<sub>0</sub> y h.
- 7.-Después el código aplicará el método y te mostrará el resultado de Y'<sub>1</sub> y todas las k y m obtenidas en el proceso para calcular Y'<sub>1</sub>.
- 8.- Después el código aplicará otra vez el método y te mostrará el resultado de Y'<sub>2</sub> y todas las k y m obtenidas en el proceso para calcular Y'<sub>2</sub>