

Universidad Autónoma de Coahuila
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas



TESIS

Desarrollo de una cadena de suministro para el aprovechamiento de residuos agroindustriales en la región sureste del estado de Coahuila de Zaragoza

Presentado por
Maximiliano Ibarra Navarro

Para la obtención del título de
Licenciado en Matemáticas Aplicadas

Saltillo, Coahuila

Marzo de 2021

Universidad Autónoma de Coahuila
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas



TESIS

Desarrollo de una cadena de suministro para el aprovechamiento de residuos agroindustriales en la región sureste del estado de Coahuila de Zaragoza

Presentado por
Maximiliano Ibarra Navarro

Para la obtención del título de
Licenciado en Matemáticas Aplicadas

Directores de tesis:
Dra. Yajaira Cardona Valdés Dr. Alibeit Kakes Cruz

Codirector:
Dra. Vanesa Ávalos Gaytán

Saltillo, Coahuila

Marzo de 2021

Dedicatoria

A mí.

Agradecimientos

A la Universidad Autónoma de Coahuila (UAdeC) por la formación académica de calidad que brinda a todos los estudiantes.

A los investigadores del Centro de Investigación en Matemáticas Aplicadas de la UAdeC por la importancia y compromiso que tienen hacia sus estudiantes y con la investigación en el Estado.

A los profesores e investigadores de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la UAdeC por toda la enseñanza que brindan dentro y fuera de las aulas y siempre contar con cualquier tipo de apoyo.

Al Programa de Fortalecimiento para el Desarrollo de la Educación y la Sociedad (PROFIDES) por su apoyo financiero al inicio del proyecto.

Al Dr. Oliver Ávalos por los conocimientos que me brindó en sus clases y disponibilidad, y en especial a la Dra. Yajaira Cardona y la Dra. Vanesa Ávalos por los conocimientos, apoyos y ánimos que me brindaron a lo largo de mi trayecto y por fomentarme a continuar con el camino de la investigación.

A la Dra. Irma García, al Dr. Alibet Kakes y al Dr. Carlos Rodríguez por los conocimientos y retroalimentación que me brindaron para mejorar este trabajo.

A mis compañeros y amigos de clase: Andrés, Martín, Liza, Pepe, Marco, Charly y Vicky por siempre contar con ustedes y siempre permanecer unidos como grupo a pesar de las adversidades que enfrentemos.

A mi hermano Miguel y mi tía Beatriz por orientarme en tomar decisiones y siempre apoyarme.

A mi madre por ser una inspiración desde niño para la ciencia y el apoyo que me brindó.

A mi padre, Jaqueline y su familia por la confianza y el apoyo que me brindaron.

Y por último a Francisco, a quien le agradezco por todo el apoyo y ánimo que me brinda para continuar avanzando.

Resumen

El aumento de residuos agroindustriales a nivel mundial genera un grave problema ambiental, puesto que comúnmente se han desecharo e incinerado en el campo, disminuyendo el pH del suelo e incrementando la resistencia a la degradación. Como una alternativa a ello se ha considerado la utilización de la pomaza de fruta, un subproducto de los residuos agroindustriales con muy poco valor económico útil para la elaboración de *snacks* extruidos, donde se pueden incorporar en programas escolares de nutrición.

En la región sureste del estado de Coahuila de Zaragoza se encuentran productores agrícolas de manzana, uva, tuna, entre otros que generan residuos agroindustriales y se pueden utilizar para la elaboración de productos tipo *snack* mediante la extrusión de pomaza de fruta típica de la región.

En el presente trabajo de tesis se realizó un estudio de cadena de suministro para el aprovechamiento de los residuos agroindustriales de la región sureste de Coahuila, donde se realizó una investigación acerca de las características de éstos residuos para la elaboración de *snacks*. Para establecer el diseño de la cadena de suministro, se consideraron tres niveles, todos los parámetros deterministas, múltiples tipos de materia prima y factores de rendimiento en dos etapas. El problema se modeló matemáticamente como un problema de programación lineal entera, se construyó un graficador de soluciones para facilitar el análisis de algunas instancias, se construyó un generador de instancias para generar un conjunto de instancias aleatorias en las que se consideraron diferentes configuraciones, se realizó la experimentación computacional para analizar el valor de la función objetivo, el tiempo de CPU y el GAP (desviación relativa al óptimo) respecto a las instancias con su misma configuración (promedios) y respecto a los tipos de materia prima. Finalmente, se construyó una instancia representativa del caso de estudio haciendo algunos ajustes sobre el generador de instancias aleatorias. Además, se propuso y analizó la solución óptima obtenida para dicha instancia.

Respecto a las experimentaciones computacionales, se obtuvo que para todas las instancias de dos y cinco tipos de materia prima se garantiza la optimalidad bajo las configuraciones presentadas en esta investigación, mientras que para las instancias con diez tipos de materia prima solo se pueden ofrecer soluciones factibles ya que a medida que aumenta el tamaño de la configuración de la instancia no es posible alcanzar optimalidad bajo el tiempo límite de cómputo establecido. Sin embargo, todas las instancias obtuvieron valores de GAP aceptables, por debajo del 7% lo cual nos permite garantizar la calidad de las soluciones obtenidas con el modelo matemático propuesto en esta tesis.

Palabras clave- *residuos agroindustriales, pomaza de fruta, snacks extruidos, cadena de suministro, programación lineal entera.*

Índice general

| | Página |
|---|------------|
| Agradecimientos | I |
| Resumen | II |
| Índice de figuras | V |
| Índice de tablas | VII |
| Introducción | 1 |
| 1. Problema de investigación | 3 |
| 1.1. Justificación y antecedentes | 3 |
| 1.2. Pregunta de investigación | 4 |
| 1.3. Objetivo general | 4 |
| 1.4. Objetivos específicos | 5 |
| 1.5. Metodología y contribución | 5 |
| 2. Marco teórico | 7 |
| 2.1. Residuos agroindustriales | 7 |
| 2.1.1. Definición | 7 |
| 2.1.2. Causas y consecuencias | 7 |
| 2.1.3. Aplicaciones | 8 |
| 2.1.4. Aplicación alimentaria de la pomaza como subproducto | 8 |
| 2.2. Cadena de suministro | 10 |
| 2.2.1. Definición | 10 |
| 2.2.2. Modelación y optimización | 13 |
| 2.2.3. Algunos métodos de optimización clásicos | 15 |
| Tesis licenciatura: Maximiliano Ibarra, 2021 | III |

| | |
|---|-----------|
| 2.2.4. Etapas de diseño y solución del modelo matemático | 15 |
| 2.3. Métodos y técnicas de solución de la cadena de suministro | 16 |
| 2.3.1. Metodologías exactas | 17 |
| 2.3.2. Metodologías aproximadas | 17 |
| 3. Descripción y formulación matemática del problema | 18 |
| 3.1. Caracterización del problema de cadena de suministro | 18 |
| 3.2. Modelación matemática | 20 |
| 3.3. Análisis de una instancia | 25 |
| 4. Construcción de instancias aleatorias para la experimentación computacional | 33 |
| 4.1. Generador de coordenadas | 34 |
| 4.2. Generador de instancias | 34 |
| 4.2.1. Generando costos de transporte | 36 |
| 4.2.2. Generando factores de rendimiento | 36 |
| 4.2.3. Generando capacidades | 37 |
| 4.2.4. Generando costos fijos (costos de apertura) | 40 |
| 4.2.5. Generando costos de producción | 42 |
| 5. Experimentación computacional | 43 |
| 5.1. Implementación | 43 |
| 5.2. Configuración de las instancias generadas | 43 |
| 5.3. Análisis de los resultados obtenidos | 45 |
| 5.3.1. Análisis de la función objetivo respecto a la cantidad de tipos de materia prima | 48 |
| 5.3.2. Análisis del GAP respecto a la cantidad de tipos de materia prima | 51 |
| 5.3.3. Análisis del tiempo de CPU respecto a la cantidad de tipos de materia prima | 54 |
| 5.4. Discusión | 56 |
| 6. Caso de estudio | 58 |
| 6.1. Generación de las coordenadas del caso de estudio | 58 |
| 6.2. Generación de la instancia del caso de estudio | 61 |
| 6.2.1. Estimación de la demanda | 61 |
| 6.2.2. Estimación de los costos de transporte | 63 |

| | |
|---|-----------|
| 6.2.3. Estimación de los costos de producción | 64 |
| 6.3. Análisis de la instancia del caso de estudio | 67 |
| 7. Conclusiones | 71 |
| Apéndices | 76 |
| A. | 76 |
| A.1. Tabla de resultados generales | 76 |
| A.2. Tabla de resultados promedios | 80 |

Índice de figuras

| | Página |
|---|--------|
| 1.1. Diagrama de la metodología de solución propuesta. | 6 |
| 2.1. Pomaza de uva (Fernández, 2018). | 9 |
| 2.2. Alimento extruido a base de maíz (Freepik, 2019). | 9 |
| 2.3. Diagrama de flujo de una cadena de suministro lineal. | 10 |
| 3.1. Diagrama de flujo de productos de la cadena de suministro. | 19 |
| 3.2. Representación gráfica de la relación de las variables y parámetros respecto a los conjuntos (etapas) y niveles (arcos) de la cadena de suministro. Los conjuntos que se muestran representan las etapas y los niveles representan el flujo de productos entre las etapas. | 22 |
| 3.3. Representación gráfica de la solución óptima de la instancia $3pr3c3p3b3pdto2cap$. . | 32 |
| 4.1. Delimitaciones de las 3 regiones para la generación de coordenadas. | 34 |
| 4.2. Regiones consideradas respecto a los proveedores, centros de recolección, plantas y bodegas. | 35 |
| 4.3. Márgenes de las 3 regiones. | 35 |
| 4.4. Subregiones para los proveedores y centros de recolección. | 35 |
| 5.1. Función objetivo promedio para las instancias aleatorias de la tabla anexada en el apéndice A.2. | 46 |
| 5.2. GAP promedio para las instancias aleatorias de la tabla anexada en el apéndice A.2. | 47 |
| 5.3. Tiempo promedio de CPU para las instancias aleatorias de la tabla anexada en el apéndice A.2. | 47 |
| 5.4. Desviación estándar del tiempo promedio de CPU para las instancias aleatorias de la tabla anexada en el apéndice A.2. | 48 |
| 5.5. Funciones objetivos obtenidas de instancias con dos tipos de materia prima. . | 49 |
| 5.6. Funciones objetivos obtenidas de instancias con cinco tipos de materia prima. | 50 |

| | |
|---|----|
| 5.7. Funciones objetivos obtenidas de instancias con diez tipos de materia prima. | 50 |
| 5.8. GAP's obtenidos de instancias con dos tipos de materia prima. | 52 |
| 5.9. GAP's obtenidos de instancias con cinco tipos de materia prima. | 53 |
| 5.10. GAP's obtenidos de instancias con diez tipos de materia prima. | 53 |
| 5.11. Tiempos de CPU obtenidos de instancias con dos tipos de materia prima. . . | 55 |
| 5.12. Tiempos de CPU obtenidos de instancias con cinco tipos de materia prima. . | 55 |
| 5.13. Tiempos de CPU obtenidos de instancias con diez tipos de materia prima. . | 56 |
| 6.1. Mapa del caso de estudio con las coordenadas reales de los proveedores, denotando el tipo de materia prima de cada proveedor (Google., sfa). | 59 |
| 6.2. Representación gráfica de las coordenadas de la instancia representativa del caso de estudio. | 61 |
| 6.3. Mapa de la zona metropolitana de Saltillo (Google., sfb). | 62 |
| 6.4. Representación gráfica de la solución de la instancia del caso de estudio con configuración $8pr3c4p4b3pdto2cap$ | 69 |
| 6.5. Representación gráfica de la solución óptima del caso de estudio sobre la repre- sentación de las coordenadas de los nodos con configuración $8pr3c4p4b3pdto2cap$. | 70 |

Índice de tablas

| | Página |
|--|--------|
| 2.1. Tipos de modelos que existen según sus características (Eppen et al., 2000) | 13 |
| 3.1. Cantidad de restricciones del modelo lineal entero para el problema de cadena de suministro. | 24 |
| 3.2. Cantidad de variables del del modelo lineal entero para el problema de cadena de suministro. | 25 |
| 3.3. Dimensiones de los arreglos del archivo <i>3pr3c3p3b3pto2cap.txt</i> | 28 |
| 5.1. Instancias aleatorias resueltas respecto a los tiempos y arquitectura del CPU. | 44 |
| A.1. Resultados generales obtenidos sobre cada instancia. | 76 |
| A.2. Valores promedios obtenidos al agrupar los resultados de las instancias que comparten la misma configuración. | 80 |

Introducción

La creciente demanda de los productos agrícolas se refleja en el aumento de la producción de estos, y a su vez generan una gran cantidad de *residuos agroindustriales* como las semillas, tallos, cáscaras, hojas, etcétera. El crecimiento de residuos agroindustriales está presente a nivel mundial y su eliminación representa un grave problema ambiental, ya que tiene una limitada explotación adicional debido a su rápida degradación (Schieber et al., 2001; Vendruscolo et al., 2008). Como posibles soluciones tradicionalmente se han realizado actividades como incinerar o desechar los residuos en el campo, lo que puede ser perjudicial para el medio ambiente, debido a que los compuestos fenólicos tienden a disminuir el pH del suelo, así como incrementar la resistencia a la degradación biológica. Otros conflictos ambientales asociados a la problemática son la contaminación de suelos y agua, mal olor, atracción de insectos y pestes que pueden propagar enfermedades y el agotamiento del oxígeno en el suelo y las aguas subterráneas (Beres et al., 2017).

Un subproducto generado de los residuos agroindustriales y que se considera un desecho industrial con muy poco valor económico es la pomaza de fruta, que representa entre el 20% y 25% del peso de la fruta (Paraman et al., 2015). ul Hassan Shah et al. (2019) proponen una alternativa alimentaria del uso de la pomaza, “los *snacks* extruidos” pues son alimentos de larga duración en almacenamiento. Además, el desarrollo de estos *snacks* se puede incorporar exitosamente en programas escolares de nutrición debido a su estabilidad de almacenamiento, su agradable sabor, su costo accesible y la satisfacción de los requerimientos nutricionales de los estudiantes (ul Hassan Shah et al., 2019).

En la región sureste del estado de Coahuila de Zaragoza se encuentran productores agrícolas de manzana, uva, tuna, entre otros, que generan residuos agroindustriales. Este trabajo de tesis surge a partir de una iniciativa de la Universidad Autónoma de Coahuila, en colaboración con ocho cuerpos académicos de seis instituciones nacionales y extranjeras a través del proyecto “Desarrollo de alimentos extruidos de alto contenido nutricional basados en aprovechamiento de residuos agro-industriales regionales para mitigar problemas de obesidad infantil en la región Noreste de México” donde participo como alumno en la primera fase del proyecto en el problema de diseño de la cadena de suministro para alimentos perecederos. El objetivo de este trabajo es diseñar, modelar e implementar una cadena de suministro para el aprovechamiento de los residuos agroindustriales de la región sureste de Coahuila de Zaragoza para proporcionar *snacks* a estudiantes de educación básica (preescolar y primaria) de la región.

Los problemas de cadena de suministro se consideran problemas clásicos del área de investigación de operaciones, pues se han estudiado desde hace mucho tiempo y existen numerosas investigaciones acerca de este tipo de problemas. Actualmente se encuentran en

la literatura varias clasificaciones para este tipo de problemas, Melo et al. (2007, 2009) destacan por sus extensas investigaciones acerca del mantenimiento de las cadenas de suministro y la ubicación de instalaciones, donde aborda una extensa recopilación de artículos científicos respecto a las características y las metodologías de solución para resolver los problemas de cadena de suministro. Además, Daskin et al. (2005) realizaron una investigación dirigida a expandir el contexto de los problemas de ubicación de instalaciones como la administración de inventarios, robustez y confiabilidad.

El presente trabajo de tesis se desarrolló en siete capítulos. En el capítulo 1 se presenta el problema de investigación, mientras que en el capítulo 2 se documenta el marco teórico. En el capítulo 3 se introduce la descripción del problema de cadena de suministro y la modelación matemática del mismo. Luego, en el capítulo 4 se presentan las características necesarias para la construcción del generador de coordenadas e instancias, utilizados para generar todos los parámetros del modelo matemático. Posteriormente, en el capítulo 5 se muestra la experimentación computacional sobre un conjunto de instancias aleatorias y se analizan los resultados. En el capítulo 6 se presenta el caso de estudio del problema de cadena de suministro, se describen algunas modificaciones para construir la instancia correspondiente, se resuelve y se analiza la solución obtenida. Por último, en el capítulo 7 se presentan las conclusiones del trabajo y se mencionan las líneas futuras de investigación.

Capítulo 1

Problema de investigación

1.1. Justificación y antecedentes

Además de la contaminación generada por los residuos agroindustriales, los proveedores de productos agrícolas se enfrentan a distintos factores (ambientales o generados por el hombre) que afectan la calidad, y por ende, el rendimiento de las producciones agrícolas, como heladas, plagas, lluvias, mal manejo de productos, etcétera. Por ello, se buscan alternativas sobre el aprovechamiento de los residuos agroindustriales como generar subproductos o su re-utilización en otras actividades primarias.

Por otro lado, en la región sureste del estado de Coahuila de Zaragoza existen productores agrícolas de manzana, uva, tuna, entre otros, que son productos típicos de la región y que, a su vez, generan residuos agroindustriales. Alavi et al. (2011) y Paraman et al. (2015) mencionan que, a partir de los residuos agroindustriales, se obtienen subproductos como la pomaza, que tiene utilidad en aplicaciones alimentarias puesto que las frutas y verduras tienen una baja densidad calórica y contienen fibras dietéticas, que se pueden utilizar para el control del peso, obteniendo beneficios en la salud.

El propósito principal de la cadena de suministro es satisfacer las necesidades del cliente, y en el proceso, generar ganancias para sí misma. Las partes involucradas en la cadena de suministro conectan cada etapa a través del flujo de productos e información los cuales ocurren frecuentemente en ambas direcciones y pueden ser manejados por un intermediario (Sunil Chopra, 2016).

En la optimización de las cadenas de suministro se encuentran dos casos (Gamboa Ocampo y Tabares Pineda, 2012):

1. La cadena ya existe, y se trata de optimizar flujos de productos.
2. Parte de la cadena o su totalidad no existe.

En el primer caso suele utilizarse programación lineal, mientras que en el segundo caso, suele utilizarse programación lineal entera mixta (Gamboa Ocampo y Tabares Pineda, 2012). El enfoque de los modelos de cadenas de suministro considera decisiones a corto, mediano y largo plazo.

Actualmente hay un gran número de trabajos que abordan problemas de cadena de suministro, donde Melo et al. (2007, 2009) abordaron una extensa recopilación de artículos científicos de cadenas de suministro donde se analizan las características y metodologías de solución, mientras que Daskin et al. (2005) realizaron una investigación dirigida a expandir el contexto de los problemas de ubicación de instalaciones. Sin embargo, los problemas de cadena de suministro tienen características únicas que no se han trabajado por igual, debido a la gran cantidad de variantes que resultan en el planteamiento de cada problemática de cadena de suministro. Este trabajo contribuye a la resolución del problema de cadena de suministro para la adquisición de alimentos extruidos mediante la modelación matemática, así como de la generación de instancias para conocer las limitaciones sobre los cuales se pueda resolver el problema.

1.2. Pregunta de investigación

Actualmente existe una amplia variedad de investigaciones relacionadas a las operaciones de las cadenas de suministro por medio de la optimización, donde se distinguen por el tipo de problema (determinista o estocástico), el tipo de solución que presentan (exacta o aproximada), el tipo de función objetivo (lineal o no lineal), el tipo de restricciones (lineales o no lineales), el tipo de variables (reales, enteras o binarias), entre muchas otras. Para que cualquier empresa pueda realizar las operaciones de la cadena de suministro de la mejor manera, es recomendable que se realice una investigación sobre la cadena de suministro del producto que se desea comercializar, en este caso, los *snacks*.

Debido a la variedad de cadenas de suministro que existen para cada problemática, es necesario explorar las características del producto tipo *snack* que se desea comercializar para establecer el diseño, la planificación y las operaciones que se pueden realizar en la cadena de suministro. Para ello es importante realizar la modelación matemática, considerando el tamaño de la problemática que se aborda. Entonces, ¿cuál puede ser un diseño y modelo matemático de la cadena de suministro que se adapte a los requerimientos del producto tipo *snack*, de forma que pueda resolver de la mejor manera la problemática de suministro en la región Noreste de México? Una vez que se diseña y modele la cadena de suministro, es necesario explorar las limitaciones que tiene sobre los tamaños de configuración de las instancias para que se puedan resolver de manera que sus soluciones sean óptimas o factibles con un GAP aceptable en un tiempo de CPU considerable, por lo que se cuestiona también ¿qué limitaciones sobre el estado de la solución, el tiempo de CPU y el GAP se presentan al resolver instancias generadas aleatoriamente sobre el modelo matemático, respecto al tamaño de configuración de las instancias?

1.3. Objetivo general

El objetivo de esta investigación será estudiar, diseñar, modelar e implementar un modelo para el problema de diseño de cadena de suministro para el aprovechamiento de residuos agroindustriales en la región sureste de Coahuila de Zaragoza, a través de la programación lineal entera para obtener soluciones óptimas al problema. También se pretende determinar

el alcance del modelo resolviendo un conjunto de instancias aleatorias, así como resolver una instancia de caso de estudio.

1.4. Objetivos específicos

1. Establecer el diseño de la cadena de suministro mediante la revisión de la literatura y el análisis de las características que debe de satisfacer el producto tipo *snack* en cada una sus etapas, pues el modelo matemático debe de satisfacer las mismas características observadas en el diseño.
2. Modelar matemáticamente el problema de cadena de suministro mediante la programación lineal entera.
3. Implementar el modelo matemático en el editor de Visual Studio 2019 en lenguaje de programación C++ utilizando la herramienta IBM ILOG CPLEX, con el fin de resolver cada instancia sobre la que se analizarán la función objetivo, el GAP, y el tiempo de CPU.
4. Modelar las ecuaciones del generador de coordenadas e instancias mediante las adaptaciones utilizadas por otros autores, necesarias para la generación de los parámetros.
5. Programar un generador de coordenadas y un generador de instancias en el editor de Visual Studio 2019 en lenguaje de programación C++, para generar los parámetros de las instancias que se utilizarán para probar el modelo matemático.
6. Programar un graficador de soluciones en el editor de Visual Studio 2019 en lenguaje de programación C++, para analizar algunos resultados obtenidos de haber ejecutado instancias sobre el modelo matemático.
7. Generar las soluciones de las instancias sobre el modelo matemático mediante la construcción de archivos de lotes .bat para el análisis de los resultados obtenidos.
8. Generar una instancia representativa del caso de estudio mediante el generador de coordenadas e instancias para su implementación en el modelo matemático.
9. Resolver la instancia representativa del caso de estudio utilizando el modelo matemático como un problema de programación lineal entera y analizar la solución.

1.5. Metodología y contribución

La metodología que se siguió se presenta en el diagrama de la Figura 1.1. Se revisó constantemente la literatura para establecer las características que debe de satisfacer la cadena de suministro, la cual se diseñó de acuerdo a los requerimientos del producto tipo *snack*. A partir del diseño, se modeló matemáticamente como un problema de programación lineal entera y se implementó en el editor de Visual Studio 2019 en el lenguaje de programación C++ utilizando el optimizador comercial de IBM ILOG CPLEX para su optimización.

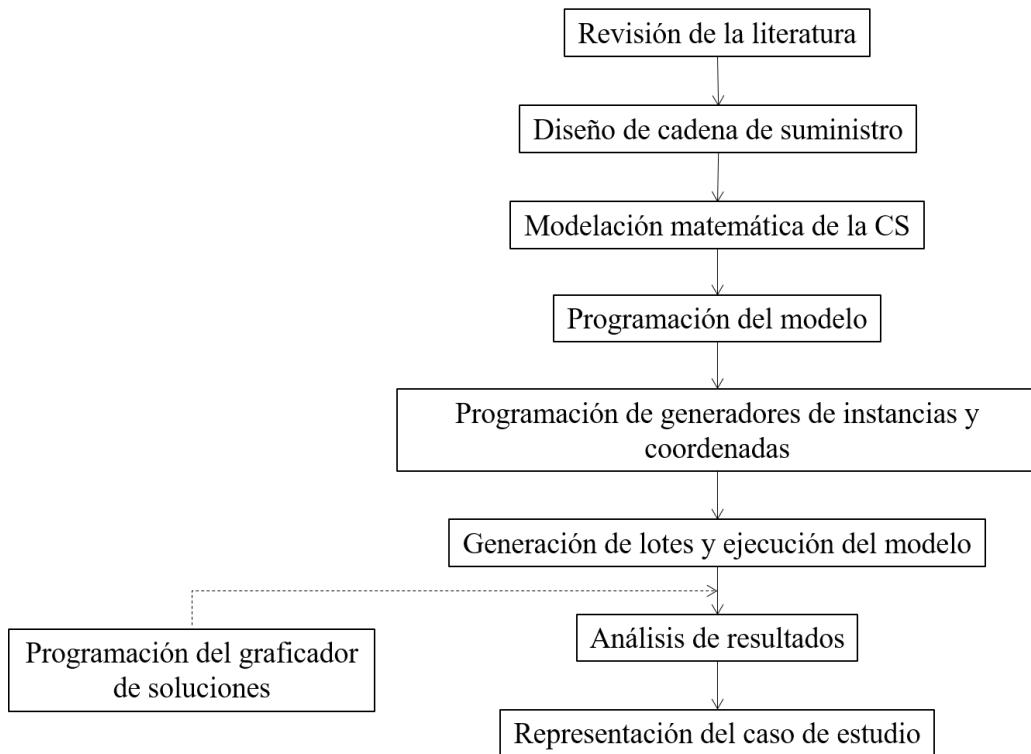


Figura 1.1: Diagrama de la metodología de solución propuesta.

Para estudiar las limitaciones de las soluciones del modelo, se programó un generador de coordenadas e instancias que se utilizaron para generar los parámetros necesarios para resolver el modelo matemático. Además, se programó un graficador de soluciones para representar de manera gráfica los flujos de algunas soluciones obtenidas. Después, se obtuvieron las soluciones de las instancias generadas mediante la ejecución de lotes, donde se analizaron sus características mediante gráficas y se discutieron los resultados obtenidos. Por último, se generó una instancia representativa del caso de estudio al acoplar algunas características del problema real a los generadores de coordenadas e instancias, y se ejecutó la instancia representativa sobre el modelo matemático, donde se propuso una solución para el caso de estudio.

La contribución de este trabajo se muestra en cuatro aspectos, que son:

1. el modelo matemático, que se diseñó acorde a las características necesarias del producto tipo *snack*.
2. el generador de instancias aleatorias, donde se generaron las coordenadas inspiradas en el trabajo de Schittekat et al. (2013), y en base a ello, se generaron las instancias de Olivares Benítez (2007) en el que se adaptaron las ecuaciones utilizadas para generar los parámetros necesarios en cada instancia del modelo matemático.
3. la experimentación computacional de las instancias aleatorias implementadas en el modelo matemático.
4. la solución del caso de estudio, para el que se presentó y analizó una solución para una instancia representativa de la problemática del caso de Coahuila.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. Residuos agroindustriales

Para abordar correctamente cualquier diseño de cadena de suministro, es necesario conocer sobre el producto y los procesos necesarios para su elaboración, por lo que en la sección 2.1 se presenta información relevante a los residuos agroindustriales, su definición, tratamiento, causas y consecuencias ambientales, aplicaciones para prevenir la contaminación o recuperar ecosistemas y su aplicación alimentaria como pomaza de fruta.

2.1.1. Definición

Los residuos que se generan en cualquier proceso productivo de la cadena de producción, no suelen ser de utilidad posterior como materia prima (Rosas Calleja et al., 2016). En el caso de la industria agrícola y alimentaria, Saval Bohórquez (2012) define que los residuos agroindustriales son materiales sólidos o líquidos generados a partir del consumo directo de productos primarios o de su industrialización, sin utilidad para el proceso que los generó, y vulnerables para su aprovechamiento o transformación para generar otro producto con valor económico, de interés comercial y/o social. Los residuos agrícolas consisten principalmente en cáscaras, melazas, semillas, bagazo, paja, tallo, hojas, rastrojos, raíces, etcétera. Contienen compuestos bioactivos y son libres de compuestos fitotóxicos (Ranga et al., 2019).

2.1.2. Causas y consecuencias

En todo el mundo se generan grandes cantidades de residuos agroindustriales y su eliminación representa un grave problema ambiental, ya que al ser biodegradables, se limita su explotación adicional (Schieber et al., 2001; Vendruscolo et al., 2008). La producción de materia orgánica derivada de procesos fotosintéticos en la tierra es alrededor de 155 billones de toneladas al año, de la cual solo una mínima porción es consumida directamente por el hombre o animales, mientras que la mayoría de la materia orgánica se transforma en residuos no comestibles que se constituyen como fuente de contaminación ambiental (Cury R. et al., 2017). Como posibles soluciones tradicionalmente se han realizado actividades como

incinerar o desechar los residuos en el campo, lo que puede ser perjudicial para el medio ambiente, debido a que los compuestos fenólicos tienden a disminuir el pH del suelo, así como incrementar la resistencia a la degradación biológica. Otros problemas ambientales asociados a la problemática son la contaminación de suelos y agua, mal olor, atracción de insectos y pestes que pueden propagar enfermedades así como el agotamiento del oxígeno en el suelo y las aguas subterráneas (Beres et al., 2017).

“El problema al que se enfrentan los residuos agroindustriales es que no existe una clara conciencia ambiental para su manejo, además de que falta capacidad tecnológica y recursos económicos para darles un destino final, así como una legislación específica para promover la gestión de este tipo de residuos, que asegure un buen manejo desde su generación hasta su disposición final. Aún en nuestros días, esta problemática prevalece a nivel mundial” (Saval Bohórquez, 2012).

La problemática generada a partir de la generación de residuos agroindustriales podría verse reducida si se les da un uso a los mismos, es por eso que es relevante estudiar las diversas aplicaciones que aprovechan dichos residuos.

2.1.3. Aplicaciones

La industria agrícola y alimentaria genera grandes cantidades de desechos que se pueden utilizar en diversas formas, como la fabricación de fertilizantes, alimentos para animales, mejoras del suelo, fabricación en su propio sistema de producción agrícola, etcétera (Rosas Calleja et al., 2016; Ranga et al., 2019). Cada subsector de la industria alimentaria genera residuos específicos, los cuales presentan en su mayoría características ideales para su aprovechamiento en diferentes cadenas de producción, e incluso como alternativa para la recuperación de algún medio contaminado (Vargas Corredor y Pérez Pérez, 2018).

Los residuos agroindustriales tienen posibilidades de ser aprovechados al reciclarse y utilizarse para prevenir contaminación o recuperar ecosistemas alterados, generando beneficios para el ambiente y la sociedad. Por ejemplo, los residuos agroindustriales son utilizados como una solución a problemáticas ambientales como la contaminación del suelo y de agua por el vertimiento de hidrocarburos y residuos textiles contaminados con metales pesados (Vargas Corredor y Pérez Pérez, 2018). Algunas formas para el aprovechamiento de residuos agroindustriales son el compostaje, producción de metano a través de estiércol (digestión anaerobia), pirólisis (se vaporiza una parte de material dejando carbón como residuo), alimentación animal (aunque complementar el forraje y el pasto con granos y concentrado de proteínas puede no satisfacer las necesidades futuras de proteínas de carne) y la combustión directa (quemar los residuos agrícolas como combustible) (Ranga et al., 2019).

2.1.4. Aplicación alimentaria de la pomaza como subproducto

Un subproducto del procesamiento agrícola de frutas es la pomaza de fruta (ver Figura 2.1), que representa el 20% a 25% del peso de la fruta fresca. Se trata como un desecho industrial con muy poco valor económico (Paraman et al., 2015). La pomaza de manzana es otro subproducto de la industria de manzanas, que consiste en cáscaras y núcleos secos y molidos. Es considerado un ingrediente alimentario potencial debido a su alto contenido

fenólico total, alto contenido antioxidante y alto contenido de fibra (Alavi et al., 2011).

"La utilización directa de pomaza en aplicaciones alimentarias ofrece una oportunidad atractiva tanto para los procesadores como para los consumidores" (Paraman et al., 2015).



Figura 2.1: Pomaza de uva (Fernández, 2018).

El uso de la pomaza en los *snacks* extruidos es una buena alternativa alimentaria, pues son alimentos de larga duración en almacenamiento, siendo el proceso de extrusión de fluido supercrítico una herramienta utilizada para procesar los residuos industriales con alto contenido nutricional. El desarrollo de estos *snacks* puede ser incorporado de manera exitosa en programas escolares de nutrición debido a su estabilidad de almacenamiento, su agradable sabor, su costo accesible y que satisfacen los requerimientos nutricionales de los estudiantes (ul Hassan Shah et al., 2019) (ver Figura 2.2).



Figura 2.2: Alimento extruido a base de maíz (Freepik, 2019).

Ya que se conoce más sobre el producto tipo *snack*, y sobre qué consideraciones se deben hacer sobre cada etapa de la cadena de suministro (por ejemplo, evitar el deterioro micro-

biano), se considera introducir ideas acerca de las cadenas de suministro, y sobre cómo se relacionan los conocimientos de matemáticas con el diseño de la cadena de suministro.

2.2. Cadena de suministro

Una vez que se conoce más acerca sobre la materia prima que se considera para la elaboración del producto y se presentan algunas consideraciones importantes que se deben tomar en cuenta en la elaboración del mismo, es necesario introducir los conceptos de cadena de suministro con los cuales se busca que se comprenda qué es una cadena de suministro, mediante los diferentes autores.

2.2.1. Definición

El término *cadena de suministro* es una representación de la manera en que las organizaciones están vinculadas, desde el punto de vista de una compañía en particular (Chase et al., 2009). Por un lado, Vilana Arto (2011) define la cadena de suministro como un conjunto de proveedores y clientes conectados donde cada cliente es a su vez proveedor de la siguiente organización (en términos de niveles de la cadena) hasta que el producto terminado alcanza al cliente. La cadena de suministro abarca todas las actividades asociadas con el flujo y transformación de bienes e información asociada desde la fase de materias primas hasta el usuario final. Para Martín-Andino (2006) el concepto de cadena de suministro se refiere al control y seguimiento de todas las operaciones realizadas sobre el producto, desde las materias primas hasta la entrega del producto final terminado hacia el cliente (ver Figura 2.3).



Figura 2.3: Diagrama de flujo de una cadena de suministro lineal.

Objetivo

Hoy en día, las empresas deben evolucionar del enfoque industrial endogámico basado en la eficiencia y estabilidad interna de los procesos a un paradigma orientado en el valor añadido que se da a los clientes con una visión global de la cadena (Vilana Arto, 2011). La finalidad de la cadena de suministro es conseguir mayores beneficios para sus miembros a través de una mejora en la atención al cliente. Sus metas consisten en agilizar la entrega de productos, aumentar la variedad y disminuir sus costos; y la estrategia para conseguirlo es la colaboración (Martín-Andino, 2006). Como se mencionó en el capítulo anterior, Sunil Chopra

(2016) afirma que satisfacer las necesidades del cliente y generar ganancias en el proceso son el propósito principal de cualquier cadena de suministro.

Las empresas actualmente buscan mejorar constantemente las operaciones internas, para poder mantenerse en el mercado competitivo junto a otras empresas. Para ello, la gestión de la cadena de suministro busca, entre otras cosas, reducir tiempos, reducir costos, maximizar ganancias, etcétera.

Gestión

Las compañías de todo el mundo están acudiendo a la cadena de suministro como la última metodología para reducir costos, incrementar la satisfacción del cliente, utilizar mejor los activos y construir nuevos ingresos (Vilana Arto, 2011). El manejo de la cadena de suministro es un tema importante en la actualidad pues muchas empresas logran una significativa ventaja competitiva con su forma de configurar y manejar sus operaciones (Chase et al., 2009). La gestión de la cadena de suministro surge como la combinación de la tecnología y las mejores prácticas de negocios en todo el mundo. Las compañías que han mejorado sus operaciones internas ahora están trabajando para lograr mayores ahorros y beneficios al mejorar los procesos y los intercambios de información que ocurren entre los asociados de negocios (García García, 2007).

La cadena de suministro agrupa los procesos de negocios de múltiples compañías, así como a las diferentes divisiones y departamentos de la empresa (García García, 2007). La gestión de la cadena de suministro consiste en la integración de estas actividades a través de relaciones mejoradas en la cadena, para adquirir una ventaja competitiva sostenible (Vilana Arto, 2011).

Para saber cómo establecer los niveles de la cadena de suministro, es necesario considerar una estrategia de diseño, en el cual se diferencien las características que presenta la cadena de suministro de acuerdo al producto tipo *snack*.

Estrategia de diseño

La causa principal de los problemas en la cadena de suministro es una diferencia entre el tipo de producto y el tipo de cadena de suministro. Los aspectos de la demanda de un producto, el ciclo de vida del producto, la capacidad de predicción de la demanda, la variedad de productos y los estándares de mercado para los tiempos de entrega y el servicio, son importantes. Para entender la naturaleza de la demanda de los productos, Fisher et al. (1994) desarrollaron una estructura y una cadena de suministro que satisface mejor las demandas, clasificando los productos como principalmente funcionales o principalmente innovadores, donde cada categoría requería una cadena de suministro distinta.

Por otro lado, existen factores importantes para elegir la estrategia de diseño, como la incertidumbre del lado del suministro. Chase et al. (2009) definen un proceso de suministro estable como “aquel en el que el proceso de manufactura y la tecnología subyacente están maduros y la base de suministro está bien establecida”. A diferencia de un proceso de suministro, Chase et al. (2009) definen un proceso de suministro evolutivo como “aquel en

el que el proceso de manufactura y la tecnología subyacente siguen en sus primeras etapas de desarrollo y cambian con rapidez".

Los autores definen también cuatro tipos de estrategias para la cadena de suministro:

- *Cadenas de suministro eficientes.* Son cadenas de suministro que emplean estrategias dirigidas a crear la eficiencia de costos más alta. Eliminar las actividades sin valor, buscar economías de escala, optimizar para aprovechar al máximo la producción y la distribución, así como establecer vínculos de información (para garantizar la transmisión de información más eficiente, precisa y efectiva en costos en toda la cadena de suministro), son estrategias para lograr estas eficiencias.
- *Cadenas de suministro con riesgos compartidos.* Son cadenas de suministro que usan estrategias dirigidas a reunir y compartir los recursos, de modo que permiten compartir los riesgos en cuanto a la interrupción del suministro. Si hay más de una fuente de suministro, las cadenas de suministro en conjunto reducen el riesgo de ser interrumpidas de manera individual. Este tipo de estrategia es común en las ventas minoristas, donde varias tiendas minoristas o distribuidores comparten el inventario.

La agregación de datos de demandas distintas es un aspecto utilizable en las cadenas de suministro y en cualquier otro sistema en el que se apliquen, donde el efecto que provoca es provechoso. Además, facilitan la gestión de los flujos de producto en las cadenas de suministro, siendo aplicable en muchas de las cadenas de suministro como Zara, Dell Computer, Amazon, etc. (Martín-Andino, 2006).

- *Cadenas de suministro responsivas.* Son cadenas de suministro que emplean estrategias dirigidas a ser responsivas y flexibles en relación con las necesidades cambiantes y diversas de los clientes. Para ello, los procesos de fabricación son sobre pedido y personalización para cubrir las necesidades específicas de sus clientes.
- *Cadenas de suministro ágiles.* Son las cadenas que usan estrategias dirigidas a ser responsivas y flexibles ante las necesidades de los clientes, mientras comparten los riesgos de escasez o interrupción en el suministro al unir sus inventarios y otros recursos. Manejan estrategias que combinan las fortalezas de las cadenas de suministro responsivas y con riesgos compartidos, y son ágiles porque tienen la habilidad de ser responsivas a las demandas cambiantes, diversas e impredecibles de los clientes, al tiempo que minimizan los riesgos de interrupciones en el suministro.

"La incertidumbre de la oferta y la demanda es un marco adecuado para entender la estrategia de la cadena de suministro. Los productos innovadores con una demanda impredecible y un proceso de suministro evolutivo enfrentan un reto importante. Gracias a los ciclos de vida del producto cada vez más cortos, la presión por un ajuste dinámico y la adopción de una estrategia para la cadena de suministro en una compañía es muy grande" (Chase et al., 2009).

Una vez establecidas las estrategias de diseño que se pueden seguir, se presenta el concepto de modelación matemática y optimización en el ámbito de cadena de suministro.

2.2.2. Modelación y optimización

Para Romero Pimentel (2012), los modelos son representaciones externas y explícitas de una parte de la realidad bajo estudio. De manera similar, para Eppen et al. (2000) un modelo es una abstracción cuidadosamente seleccionada de la realidad. La tabla 2.1 presenta tres tipos de modelos: físicos, analógicos y simbólicos, sus características y algunos ejemplos (Eppen et al., 2000).

Tabla 2.1: Tipos de modelos que existen según sus características (Eppen et al., 2000).

| Tipo de modelo | Características | Ejemplos |
|------------------|--|--|
| Modelo físico | Tangible Comprensión: fácil Duplicación y posibilidad de compartirlo: difícil Modificación y manipulación: difícil Alcance de utilización: la más baja | Modelo de un aeroplano, modelo de una casa, modelo de una ciudad |
| Modelo analógico | Intangible Comprensión: más difícil Duplicación y posibilidad de compartirlo: más fácil Modificación y manipulación: más fácil Alcance de utilización: más amplio | Mapa de carreteras, velocímetro, gráfica de rebanadas de pastel |
| Modelo simbólico | Intangible Comprensión: la más difícil Duplicación y posibilidad de compartirlo: las más fáciles Modificación y manipulación: las más fáciles Alcance de utilización: el más amplio | Modelo de simulación, modelo algebraico, modelo de hoja de cálculo electrónica |

Un modelo simbólico emplea las matemáticas para representar las relaciones entre los datos de interés. Requiere que sus datos sean cuantificables, es decir, que resulte posible expresarlos en forma numérica (Eppen et al., 2000).

En el sentido de modelación de cadena de suministro, los modelos describen la relación entre variables de decisión, restricciones y objetivos. Suelen presentarse en forma de un conjunto de ecuaciones matemáticas (es decir, de forma de modelo simbólico o cuantitativo), donde se representa el sistema real para el cual se desea tomar decisiones (Gamboa Ocampo y Tabares Pineda, 2012). El diseño de la cadena de suministro determina las instalaciones a utilizar, ubicación y número de ellas, los productos y clientes asignados a las instalaciones,

los transportes, el lugar de origen, actividades entre las instalaciones, la distribución de los flujos de productos hacia los clientes y los niveles de inventario entre cada una de las instalaciones (Ballou, 2004).

La modelación matemática es una herramienta viable para el diseño de las cadenas de suministro de cualquier organización, pues es posible describir las interacciones entre los distintos participantes de la red, las restricciones dentro de la red, los objetivos y sus medidas de desempeño; a fin de poder evaluar las alternativas de instalación, los costos asociados, etcétera (Romero Pimentel, 2012).

La utilización de modelos es muy abundante, se pueden usar para vender un diseño o idea, para pedir las cantidades óptimas de materia prima o dirigir una corporación internacional. Su uso se debe por algunas razones; los modelos obligan a definir explícitamente los objetivos, identificar los tipos de decisiones de los objetivos, identificar y registrar las interacciones en todas las decisiones, pensar en las variables que va a incluir y determinarlas cuantificablemente, saber que datos son pertinentes para cuantificar las variables, conocer las restricciones de los valores que puedan tomar las variables, comunicar las ideas y conocimientos (Eppen et al., 2000).

Dentro de los modelos simbólicos, existen otros tipos de modelos, llamados *modelos de decisión*, que son modelos simbólicos donde algunas variables representan las posibles decisiones que se deben/podrían tomar. Éstas decisiones que toman las variables de decisión buscan alcanzar un objetivo en particular. Una operación crucial en el diseño del modelo es determinar la influencia de las variables de decisión sobre la medida de desempeño (Eppen et al., 2000).

Gamboa Ocampo y Tabares Pineda (2012) mencionan a la optimización como una herramienta adecuada al diseño de cadenas de suministro, donde se toman decisiones importantes que consideran muchos aspectos logísticos, relacionadas al número, localización y tamaño de los almacenes en la red logística. Cuando se debe tomar la decisión de asignar de forma óptima recursos limitados a actividades que compiten entre sí por ellos, con el fin de alcanzar los mejores resultados, se originan los problemas de optimización.

“Los modelos de programación matemática observan la ventaja de requerir menos información para determinar los parámetros del modelo y las formulaciones son más robustas frente a errores pequeños en los datos. Finalmente, se puede mencionar que los modelos matemáticos de optimización están desarrollados bajo uno o muy pocos objetivos, empleando para ello una visión más simplificada de la realidad” (Romero Pimentel, 2012).

Con el pasar del tiempo la programación lineal se ubica como un elemento importante en el desarrollo de la construcción de modelos de optimización. Los conceptos matemáticos deben ser desglosados y ajustados al tema empresarial para que permitan ganar tiempo y realizar análisis de diferentes escenarios, para tomar decisiones con cierto error muy bajo (Gamboa Ocampo y Tabares Pineda, 2012).

Una vez que se abordó sobre los modelos simbólicos como una herramienta viable para el diseño de cualquier cadena de suministro, es importante aclarar que el modelo de cadena de suministro presente en esta investigación se establece como un *modelo de decisión*, pues algunas de las variables consideran decisiones de apertura.

2.2.3. Algunos métodos de optimización clásicos

Vidal Esmorís (2013) clasifica algunos métodos de optimización clásicos de la siguiente forma:

- Programación lineal. Si la función objetivo y las restricciones son lineales.
- Programación no lineal. Si la función objetivo o alguna restricción no es lineal.
- Programación entera. Se clasifican según las variables:
 - Programación entera pura. Todas las variables son enteras.
 - Programación entera binaria. Todas las variables son binarias.
 - Programación entera mixta. Si hay alguna variable entera o binaria y el resto son continuas.
- Programación lineal entera. Si la función objetivo es lineal, las restricciones son lineales y las variables son enteras.

Algunos otros métodos mencionados por Vidal Esmorís (2013) son la programación estocástica, la programación dinámica y la programación multiobjetivo. En este trabajo se utilizó la programación lineal entera puesto que cuenta con variables enteras que indican el flujo de productos entre las etapas de cada nivel y cuenta con variables binarias que indican la apertura de nodos en dos etapas de la cadena de suministro.

2.2.4. Etapas de diseño y solución del modelo matemático

Gamboa Ocampo y Tabares Pineda (2012) estructuran las etapas del estudio de investigación y diseño del modelo matemático de la siguiente forma:

1. *Definición del problema y recolección de datos relevantes.* Se realiza el estudio del sistema actual de la empresa y se presenta el problema a analizar, se definen los objetivos que se desea optimizar, se identifican las restricciones y las variables implicadas, se recolectan los datos relevantes del problema.
2. *Formulación de un modelo matemático que represente el problema.* Se toma la decisión del modelo a utilizar, relacionando variables de decisión con los parámetros y restricciones del sistema.
3. *Desarrollo de un procedimiento basado en un software.* Una vez que se tiene el modelo, se procede a derivar una solución matemática empleando un software (optimizador comercial) para resolver problemas y ecuaciones.
4. *Ánálisis de resultados.* Se realiza un análisis de los resultados y se comparan con los costos actuales del sistema, y se verifica si el modelo logra mejorar los costos relevantes de la operación. Se analiza si es viable o no la estructuración de la nueva configuración.

Después de definir el problema, se introduce a un software (optimizador comercial), que busca una solución que se acerque al objetivo mediante una serie de pasos y reglas lógicas, al mismo tiempo que cumpla con las restricciones impuestas (Gamboa Ocampo y Tabares Pineda, 2012).

Enfoque de gestión e integración de la cadena de suministro de residuos agroindustriales

“En el estudio del comportamiento de las cadenas de suministro se generan diferentes conceptos dependiendo de las características o del tipo de pensamiento con que se aborde la estructura y las relaciones entre los actores de la cadena” (Moina Quijano, 2017). Actualmente se busca abordar los distintos enfoques de la cadena de suministro tomando en cuenta las características de cada sector, además de la búsqueda de aumentar la productividad, la rentabilidad y la satisfacción de las necesidades de los clientes (Moina Quijano, 2017). El término “cadenas de suministro agroalimentario” se utiliza para describir las actividades que llevan los productos agrícolas u hortícolas, desde la producción hasta su distribución (Moina Quijano, 2017).

Para Flynn et al. (2010) “*la integración de la cadena de suministro es el grado en que una empresa colabora estratégicamente con los demás miembros de la cadena de suministro y logra gestionar los procesos intra e interorganizacionales, con el fin de alcanzar un flujo efectivo y eficiente de productos o servicios, información y recursos financieros, para brindar el máximo valor a los consumidores a bajo costo y una alta velocidad*”. Debido a la volatilidad de las condiciones meteorológicas, el carácter perecedero de los productos, el entorno complejo reglamentario de la seguridad alimentaria, las restricciones de capacidad, los cambios de tendencia de vida de los consumidores, las preocupaciones medioambientales y la gran cantidad de actores involucrados, se encuentran mucho menos artículos de integración de cadenas de suministro agroindustriales con respecto a las cadenas de suministro alimentarias y convencionales (Ruiz Moreno et al., 2015; Ahumada y Villalobos, 2009). Los factores tecnológicos, regulatorios y financieros han motivado la integración de cadenas de suministro agroindustriales, además de los consumidores que cada vez son más exigentes con la calidad y seguridad de los productos de corto ciclo de vida. De esta forma, se altera el contexto actual de los agentes involucrados en este tipo de cadenas (Ruiz Moreno et al., 2015).

Como se observa en la sección anterior, es importante conocer las características de los productos para plantear un diseño de cadena que se ajuste a las necesidades y características de estos. También es importante conocer los pasos a seguir para lograr el diseño de la cadena. Hasta este punto, es necesario explicar qué métodos y técnicas se pueden usar para resolver el problema de optimización.

2.3. Métodos y técnicas de solución de la cadena de suministro

Para resolver un problema de optimización, se pueden clasificar dos tipos de metodologías: *metodologías exactas* y *metodologías aproximadas*.

2.3.1. Metodologías exactas

Para obtener la solución exacta de un diseño de cadena de suministro, Cardona Valdés (2012) distingue dos categorías que se presentan a continuación:

- *Uso de algún software de propósito general.* Para resolver los problemas de cadena de suministro, generalmente de programación entera mixta.
- *Uso de algoritmos especializados.* Comúnmente se aplican los métodos de ramificación y acotamiento combinado con relajación lagrangeana. Otras metodologías que prevalecen son las técnicas como ramificación y acotamiento, ramificación y corte, generación de columnas y métodos de descomposición.

Conforme aumenta el número de decisiones estratégicas en el diseño de la cadena de suministro, los problemas de optimización se vuelven más complejos, y la solución de las cadenas de suministro puede sólo realizarse mediante técnicas heurísticas o metaheurísticas (Cardona Valdés, 2012). Para esta investigación, se utilizó el *software* (optimizador comercial) de CPLEX 12.9 mediante la programación lineal entera.

2.3.2. Metodologías aproximadas

Para problemas mono-objetivo, se ha utilizado la relajación lagrangeana en combinación con métodos heurísticos, heurísticos basados en la relajación lineal y metaheurísticas (Melo et al., 2009).

Heurísticas

En el ámbito científico, una heurística es un método de indagación basado en la experiencia, con objeto de explicar problemas específicos, referente al uso de métodos inductivos racionales (López Jiménez y Vergara, 2017). En el ámbito de la informática, una heurística es una regla que permite elegir una solución de un gran número de posibles soluciones parciales, que supuestamente tiene una mayor probabilidad de contribuir a la solución final del problema, con el objetivo de ahorrar tiempo de procesamiento (Cogollo-Flórez, 2017). Para Cardona Valdés (2012) los heurísticos son las estrategias que permiten ofrecer posibles soluciones en un tiempo de cómputo razonable. Un problema que se presenta en los algoritmos heurísticos es que pueden “estancarse” en una vecindad de óptimos locales. Por ello, se introducen otros algoritmos de búsqueda que eviten quedar estancados, dentro de lo posible, llamados *metaheurísticas* (Vidal Esmorís, 2013).

Metaheurísticas

Para Vidal Esmorís (2013), las metaheurísticas son reglas que permiten hacer una búsqueda inteligente, por medio del sentido común. El término metaheurística fue creado en 1986 por F. Glover, donde lo definió como un “procedimiento maestro de alto nivel que guía y modifica otras heurísticas para explorar soluciones más allá de la simple optimalidad local”.

Capítulo 3

Descripción y formulación matemática del problema

Para modelar matemáticamente el problema de cadena de suministro, será necesario definir cuáles serán cada una de las fases o etapas que la componen, determinar cómo será el flujo de información desde la obtención de la materia prima hasta que el producto tipo *snack* llegue a manos del cliente. Para diseñar la cadena de suministro es necesario caracterizar todas sus componentes, tal y como se describe en la sección 3.1. Una vez que se establecen las características a considerar, en la sección 3.2 se presenta la formulación matemática del problema y en la sección 3.3 se presenta el análisis de una instancia.

3.1. Caracterización del problema de cadena de suministro

Para cumplir con los requerimientos que se deben de considerar desde la obtención de la materia prima hasta la entrega del producto final en manos del cliente, de manera general, la cadena de suministro se compone de cinco etapas (nodos que componen la cadena de suministro) con cuatro niveles (la conexión entre cada par de etapas): proveedores, centros de recolección, plantas, bodegas y clientes. El problema correspondiente a la última etapa, de bodegas a clientes puede abordarse como un problema de ruteo de vehículos, este problema está fuera del objetivo de estudio de esta tesis. Por lo que la cadena de suministro que estudiaremos se compone únicamente de cuatro etapas y 3 niveles: proveedores, centros de recolección, plantas y bodegas, como se muestra en la Figura 3.1.

1. **Primera etapa: Proveedores.** En la primera etapa, los proveedores aportan los residuos agroindustriales para la elaboración del producto tipo *snack*. Cada proveedor solo puede suministrar un tipo de materia prima (manzana, uva, etc.). Los proveedores se ubican en distintas zonas de la región sureste del estado de Coahuila y norte de Zacatecas (Estado colindante con Coahuila), donde se encuentran variedad de materias primas, principalmente manzana, uva y tuna.

Para la primera etapa, se contempla que se conoce el número total de proveedores, su ubicación y el tipo y la cantidad de materia prima que puede proveer, la cual se

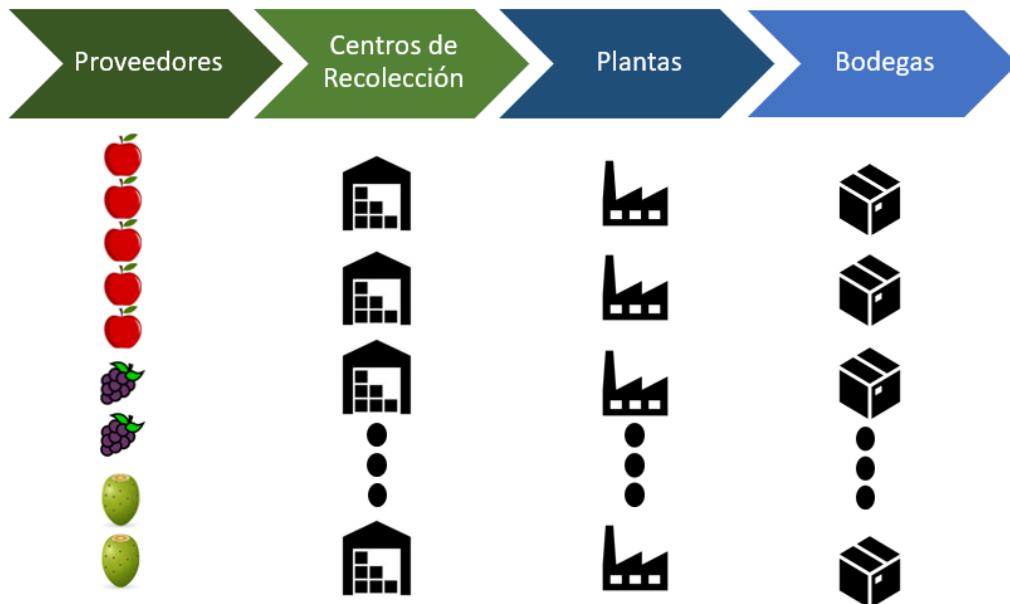


Figura 3.1: Diagrama de flujo de productos de la cadena de suministro.

asume fija y conocida. Además, cualquier proveedor puede proveer la materia prima necesaria para satisfacer parcialmente o totalmente la demanda.

2. **Segunda etapa: Centros de recolección.** En la segunda etapa, los centros de recolección mantienen los residuos en refrigeración para evitar su descomposición. En estos centros se “limpia” y se preprocesa la materia prima.

Se considera un número potencial de centros de recolección para los cuales se conoce su ubicación. Estos tienen distintas capacidades, el costo fijo de apertura depende de las capacidades. Debe determinarse cuántos y cuáles abrir.

3. **Tercera etapa: Plantas.** En la tercera etapa se encuentran las plantas donde se almacena la materia prima limpia y después pasa por un proceso de extrusión, obteniendo el alimento tipo *snack*.

Igual que para los centros de recolección, se dispone de un conjunto potencial de plantas, se conoce su ubicación y el costo fijo de apertura. Es necesario determinar cuántas y cuáles de ellas se abren.

4. **Cuarta etapa: Bodegas.** En la cuarta etapa se encuentran las bodegas donde se almacenan los alimentos tipo *snack*. El número de bodegas se considera fijo y conocido. Las bodegas representan las escuelas en la cadena de suministro, éstas tienen asociada una demanda, la cual se estima anualmente, en función de la cantidad de niños por escuela y el número de barritas que se le proporcionan semanalmente.

Las consideraciones sobre la modelación del problema son las siguientes:

1. **Se asume que todos los parámetros son conocidos (problema determinista), con múltiples tipos de materias primas, con variables de decisión y con factores de rendimiento entre cada etapa.** Se conoce la oferta y la demanda, se consideran diferentes

tipos de materias primas donde cada proveedor sólo puede proveer de un tipo de materia prima, hay diferentes tamaños para los centros de recolección, las plantas sólo pueden procesar un tipo de materia prima y se consideraron factores de rendimiento que afectan la cantidad de productos que se producen en cada etapa de la cadena de suministro.

En el problema de cadena de suministro se presenta el problema de ubicación de instalaciones, el cual se clasifica como problema NP-difícil (Cornuéjols et al., 1990). En este caso dicho problema está presente en el nivel uno para los centros de recolección y el nivel dos para las plantas, por lo tanto el problema de cadena de suministro considerado en esta tesis también es NP-difícil.

3.2. Modelación matemática

El problema de cadena de suministro planteado se modeló matemáticamente de manera preliminar como un problema de programación lineal entera. A continuación definimos los conjuntos, parámetros y variables necesarias para plantear el modelo (función objetivo y restricciones).

1. Conjuntos

- I : conjunto de proveedores, indexados por i .
- J : conjunto de centros de recolección, indexados por j .
- K : conjunto de plantas, indexados por k .
- L : conjunto de bodegas, indexados por l .
- M : conjunto de tipos de materias primas, indexados por m .
- N : conjunto de tamaños de los centros de recolección, indexados por n .

2. Parámetros

- γ_i^m : oferta de los proveedores i para el tipo de materia prima m .
- β_j^{mn} : capacidad de los centros de recolección j con tamaño n para el tipo de materia prima m .
- λ_k^m : capacidad de las plantas k para el tipo de materia prima m .
- d_l^m : demanda de las bodegas l para el tipo de materia prima m .
- c_{ij}^m : costo por enviar un producto del tipo de materia prima m desde el proveedor i al centro de recolección j .
- c_{jk}^m : costo por enviar un producto del tipo de materia prima m desde el centro de recolección j a la planta k .

- c_{kl}^m : costo por enviar un producto del tipo de materia prima m desde la planta k a la bodega l .
 h_j^n : costo fijo por abrir un centro de recolección j de tamaño n .
 ξ_k : costo fijo por abrir una planta k .
 ι_j^m : factor de rendimiento que se produce en los centros de recolección j de residuo agroindustrial a residuo agroindustrial limpio para el tipo de materia prima m .
 ζ_k^m : factor de rendimiento que se produce en las plantas k de residuo agroindustrial limpio a snack para el tipo de materia prima m .
 δ_j^m : costo por transformar de residuo agroindustrial a residuo agroindustrial limpio en el centro de recolección j para el tipo de materia prima m .
 ϵ_k^m : costo por transformar de residuo agroindustrial limpio a snack en la planta k para el tipo de materia prima m .

3. Variables de control de flujos

- X_{ij}^m : cantidad de residuo agroindustrial transportado desde el proveedor i al centro de recolección j del tipo de materia prima m .
 Y_{jk}^m : cantidad de residuo agroindustrial limpio transportado desde el centro de recolección j a la planta k del tipo de materia prima m .
 Z_{kl}^m : cantidad de producto tipo snack transportado de la planta k a la bodega l del tipo de materia prima m .

4. Variables de decisión

$$O_j^n = \begin{cases} 1 & \text{si el centro de recolección } j \text{ se abre de tamaño } n. \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

$$\Phi_k^m = \begin{cases} 1 & \text{si la planta } k \text{ se abre para el tipo de materia prima } m. \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

En la Figura 3.2 se pueden observar en una representación gráfica los conjuntos, parámetros y variables del modelo matemático, donde los conjuntos se muestran en la parte superior del diagrama de flujo, enseguida se muestran las variables con color de fuente negra y los parámetros con color de fuente azul. Las variables y parámetros que afectan a cada etapa de la cadena de suministro se encuentran debajo del conjunto, por ejemplo, la variable de decisión Φ_k^m se encuentra debajo del conjunto K , ya que esta variable permite la apertura de una planta k para algún tipo de materia prima m . Las variables y parámetros que afectan a cada nivel de la cadena de suministro se encuentran debajo de los arcos de color rojo, que representa los flujos de productos

entre dos etapas de la cadena de suministro, por ejemplo, el parámetro c_{ij}^m que se refiere a los costos de transporte se encuentra debajo del arco que se encuentra entre los proveedores i y los centros de recolección j .

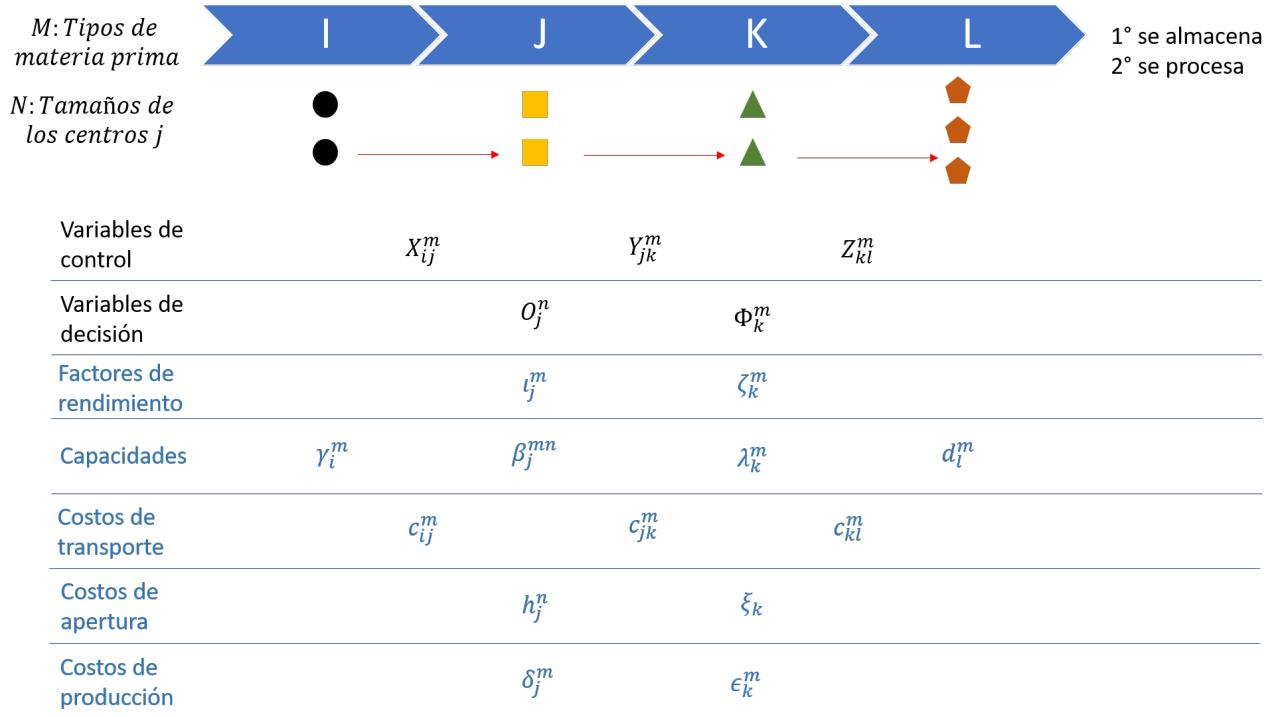


Figura 3.2: Representación gráfica de la relación de las variables y parámetros respecto a los conjuntos (etapas) y niveles (arcos) de la cadena de suministro. Los conjuntos que se muestran representan las etapas y los niveles representan el flujo de productos entre las etapas.

5. Función objetivo

$$\begin{aligned} \min f = & \sum_{n \in N} \sum_{j \in J} O_j^n h_j^n + \sum_{m \in M} \sum_{k \in K} \Phi_k^m \xi_k + \sum_{m \in M} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij}^m X_{ij}^m + \sum_{m \in M} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} c_{jk}^m Y_{jk}^m \\ & + \sum_{m \in M} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} c_{kl}^m Z_{kl}^m + \sum_{m \in M} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \delta_j^m X_{ij}^m + \sum_{m \in M} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \epsilon_k^m Y_{jk}^m \end{aligned} \quad (3.1)$$

6. Restricciones

$$\sum_{k \in K} Z_{kl}^m \geq d_l^m, \quad \forall l \in L, \forall m \in M \quad (3.2)$$

$$\sum_{j \in J} Y_{jk}^m \leq \Phi_k^m \lambda_k^m, \quad \forall k \in K, \forall m \in M \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in I} X_{ij}^m \leq \sum_{n \in N} O_j^n \beta_j^{mn}, \quad \forall j \in J, \forall m \in M \quad (3.4)$$

$$\sum_{i \in I} \iota_j^m X_{ij}^m - \sum_{k \in K} Y_{jk}^m = 0, \quad \forall j \in J, \forall m \in M \quad (3.5)$$

$$\sum_{j \in J} \zeta_k^m Y_{jk}^m - \sum_{l \in L} Z_{kl}^m = 0, \quad \forall k \in K, \forall m \in M \quad (3.6)$$

$$\sum_{j \in J} X_{ij}^m \leq \gamma_i^m, \quad \forall i \in I, \forall m \in M \quad (3.7)$$

$$\sum_{k \in K} Y_{jk}^m \leq \sum_{n \in N} O_j^n \iota_k^m \beta_j^{mn}, \quad \forall j \in J, \forall m \in M \quad (3.8)$$

$$\sum_{l \in L} Z_{kl}^m \leq \Phi_k^m \zeta_k^m \lambda_k^m, \quad \forall k \in K, \forall m \in M \quad (3.9)$$

$$\sum_{n \in N} O_j^n \leq 1, \quad \forall j \in J \quad (3.10)$$

$$\sum_{m \in M} \Phi_k^m \leq 1, \quad \forall k \in K \quad (3.11)$$

$$X_{ij}^m \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall m \in M \quad (3.12)$$

$$Y_{jk}^m \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \quad \forall j \in J, \forall k \in K, \forall m \in M \quad (3.13)$$

$$Z_{kl}^m \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \quad \forall k \in K, \forall l \in L, \forall m \in M \quad (3.14)$$

$$O_j^n \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in J, \forall n \in N \quad (3.15)$$

$$\Phi_k^m \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K, \forall m \in M \quad (3.16)$$

La ecuación (3.1) busca minimizar los costos totales de la cadena de suministro, es decir, los costos de apertura (primer y segundo término), transporte (tercer, cuarto y quinto término) y producción (sexto y séptimo término).

Las ecuaciones (3.2) indican que la cantidad de producto transportado de las plantas k a las bodegas l debe ser mayor o igual a la demanda de las bodegas l para el tipo de materia prima m . De manera similar, las ecuaciones (3.3) y las ecuaciones (3.4) muestran que la cantidad de producto transportado de los centros de recolección j a las plantas k debe ser menor o igual a la capacidad de la planta k abierta para el tipo de materia prima m , y la cantidad de producto transportado de los proveedores i a los centros de recolección j debe ser menor o igual a la capacidad de los centros de recolección j abiertos de tamaño n para el tipo de materia prima m .

Las ecuaciones (3.5) y (3.6) relacionan los flujos que hay entre cada nivel de los centros de recolección y las plantas. Estas ecuaciones establecen que la cantidad de producto transportado de los proveedores i a los centros de recolección j y transformado en los centros de recolección j debe ser igual a la cantidad de producto transportado de los centros de recolección j a las plantas k para cada tipo de materia prima m , y también que la cantidad de producto transportado de los centros de recolección j a las plantas k y transformado en el centro de recolección j debe ser igual a la cantidad de producto transportado de las plantas k a las bodegas l para cada tipo de materia prima m , respectivamente.

Las ecuaciones (3.7), (3.8) y (3.9) indican que no se puede enviar más producto del que se puede disponer. Las ecuaciones (3.7) utilizan el hecho que la cantidad de producto que sale de los proveedores i a los centros de recolección j debe ser menor o igual a la oferta de los proveedores i para el tipo de materia prima m . Por su parte, las ecuaciones (3.8) establecen que la cantidad de producto que sale de los centros de recolección j a las plantas k debe ser menor o igual al producto que se puede disponer ya procesado de los centros de recolección j abiertos de tamaño n para el tipo de materia prima m , y las ecuaciones (3.9) indican que la cantidad de producto que sale de las plantas k a las bodegas l debe ser menor o igual al producto que se puede disponer ya procesado de las plantas k para el tipo de materia prima m .

Con las ecuaciones (3.10) se asegura que si se abre el centro de recolección j sea con un único tamaño n . Las ecuaciones (3.11) se utilizan para asegurar que si se abre la planta k sea para un único tipo de materia prima m .

Las ecuaciones (3.12), (3.13) y (3.14) indican que las variables de control son variables enteras, y las ecuaciones (3.15) y (3.16) indican que las variables de decisión son variables binarias.

Para determinar las dimensiones del problema, en las tablas 3.1 y 3.2 se muestran la cantidad de restricciones y la cantidad de variables del modelo, respectivamente. Estas dimensiones están en función de las cardinalidades de los conjuntos del modelo matemático.

Tabla 3.1: Cantidad de restricciones del modelo lineal entero para el problema de cadena de suministro.

| Restricciones | Número de restricciones |
|---------------|---|
| 3.2 | $ L \times M $ |
| 3.3 | $ K \times M $ |
| 3.4 | $ J \times M $ |
| 3.5 | $ J \times M $ |
| 3.6 | $ K \times M $ |
| 3.7 | $ I \times M $ |
| 3.8 | $ J \times M $ |
| 3.9 | $ K \times M $ |
| 3.10 | $ J $ |
| 3.11 | $ K $ |
| 3.12 | $ I \times J \times M $ |
| 3.13 | $ J \times K \times M $ |
| 3.14 | $ K \times L \times M $ |
| 3.15 | $ J \times N $ |
| 3.16 | $ K \times M $ |
| Total | $ J + K + (I \times M) + 3(J \times M) + 4(K \times M) + (L \times M)$ $+ (J \times N) + (I \times J \times M) + (J \times K \times M) + (K \times L \times M)$ |

Tabla 3.2: Cantidad de variables del modelo lineal entero para el problema de cadena de suministro.

| Variables | Número de variables |
|------------|---|
| X_{ij}^m | $ I \times J \times M $ |
| Y_{jk}^m | $ J \times K \times M $ |
| Z_{kl}^m | $ K \times L \times M $ |
| O_j^n | $ J \times N $ |
| Φ_k^m | $ K \times M $ |
| Enteras | $(I \times J \times M) + (J \times K \times M) + (K \times L \times M)$ |
| Binarias | $(J \times N) + (K \times M)$ |
| Total | $(I \times J \times M) + (J \times K \times M) + (K \times L \times M) + (J \times N) + (K \times M)$ |

Una vez que se modeló matemáticamente el problema, se implementó el modelo en Visual Studio 2019 y para resolverlo se empleó el optimizador comercial CPLEX 12.9 en lenguaje de programación C++. Para evaluar el desempeño del modelo se construyeron un conjunto de instancias aleatorias, para lo cual fue necesario modelar las ecuaciones que representan los parámetros del problema y posteriormente implementarlas computacionalmente, lo cual se describe detalladamente en el capítulo 4.

A continuación se presenta el análisis de una instancia resuelta a optimalidad compuesta por tres proveedores, tres centros de recolección, tres plantas, tres bodegas, tres tipos de materia prima y dos tamaños de apertura para los centros de recolección. Esta configuración tiene por nombre *3pr3c3p3b3pdto2cap*.

3.3. Análisis de una instancia

Primero se generaron las coordenadas de la instancia *3pr3c3p3b3pdto2cap.txt* que aparece a continuación.

Coordenadas proveedores xy

42.1311 33.0665

141.082 188.177

65.8208 30.6049

Coordenadas centros xy

56.0456 74.0233

59.1227 70.3027

147.345 126.371

Coordenadas plantas xy

62.9853 121.137

131.83 70.6289

127.681 80.9529

Coordenadas bodegas xy

106.5 104.836

```

106.669 108.321
127.886 130.733
Matriz de distancias Nivel 1
43.2559 40.9298 140.626
142.346 143.568 62.1224
44.5052 40.2589 125.767
Matriz de distancias Nivel 2
47.6222 75.8605 71.9698
50.981 72.7081 69.3806
84.5218 57.8614 49.4926
Matriz de distancias Nivel 3
46.4677 45.5248 65.6059
42.5646 45.3186 60.2331
31.9224 34.5039 49.7803

```

Este archivo muestra las coordenadas de los tres proveedores, tres centros de recolección, tres plantas y tres bodegas. Por ejemplo, los datos que aparecen para el primer proveedor se muestran con coordenadas $(x, y) = (42.1311, 33.0665)$. Estas coordenadas son necesarias para conocer la distancia entre los nodos de cada etapa y por si se desea elaborar la representación de la solución en un plano cartesiano.

Enseguida de las coordenadas de las bodegas, se encuentran las matrices de distancias para cada uno de los tres niveles donde, por ejemplo, la matriz de distancias del primer nivel tiene dimensión de $|I| \times |J|$ ($|I|$ renglones y $|J|$ columnas), donde el elemento 40.9298 corresponde a la distancia euclídea de ir del proveedor $i = 1$ al centro de recolección $j = 2$. La dimensión de la matriz de distancias del segundo nivel tiene dimensión de $|J| \times |K|$ y la matriz de distancias del tercer nivel tiene dimensión de $|K| \times |L|$.

Una vez que se generó el archivo de coordenadas, se utilizan las matrices de distancias de los tres niveles para generar la instancia con nombre *3pr3c3p3b3pdto2cap.txt* que aparece enseguida.

```

noProv: 3
noCentros: 3
noPlantas: 3
noBodegas: 3
noPdctos: 3
noCapCentros: 2
iota:
0.4 0.6 0.6
0.5 0.5 0.4
0.6 0.5 0.5

zeta:
11 9 11
11 9 9
10 11 10

```

demandas:

1128 1078 1728
1786 1728 1711
1896 1303 1040

lambda:

1044.47 1525.57 732.456
1002.72 1586.12 1458.8
1897.94 1035.11 917.933

beta:

1655.68 1649.99 1371
1701.68 2188.67 1291.41
1741.63 2708.53 1391.97

830.596 827.742 687.782
1699.21 2185.5 1289.54
1000.72 1556.28 799.807

gamma:

0 0 5962.28
0 8692.1 0
6784.39 0 0

costos_niv1:

12.5973 11.9199 40.9542
41.4551 41.811 18.0917
12.9611 11.7245 36.6269

12.025 11.3784 39.0938
39.5719 39.9117 17.2699
12.3723 11.1919 34.963

11.2925 10.6853 36.7123
37.1613 37.4804 16.2179
11.6187 10.5101 32.8332

costos_niv2:

36.713 58.4825 55.4831
39.3023 56.0523 53.487
65.1597 44.6067 38.1549

25.943 41.3263 39.2068
27.7728 39.609 37.7963
46.0447 31.521 26.962

19.6622 31.3212 29.7148
 21.049 30.0196 28.6458
 34.8973 23.8898 20.4345

costos_niv3
 4.76922 4.67245 6.73348
 4.36863 4.65129 6.18204
 3.27637 3.54131 5.10921

3.51673 3.44538 4.96514
 3.22134 3.42977 4.55852
 2.41593 2.6113 3.76744

5.45896 5.34819 7.7073
 5.00043 5.32397 7.07611
 3.7502 4.05347 5.84812

Costo_ApCen_tamN:
 44382.3 22265
 49175.6 49104.3
 55442.5 31856.6

Matriz_delta:
 40.1709 43.7025 42.2047
 51.5482 42.555 41.6718
 50.1602 50.4141 52.8019

Matriz_epsilon:
 97.9223 107.46 94.4963
 93.2264 92.1635 111.01
 109.382 108.894 113.393

Xi_CostoFijo:
 43930.8 53842.8 51226.9

La información de los primeros renglones indican el número de proveedores, centros de recolección, plantas, bodegas, tipos de materia prima y tamaños de apertura de los centros de recolección. En la tabla 3.3 se indica el nombre del arreglo que aparece en el archivo, los parámetros que representan y la dimensión de éstos.

Tabla 3.3: Dimensiones de los arreglos del archivo 3pr3c3p3b3pdto2cap.txt

| Nombre del arreglo (vector, matriz o matrices) | Parámetros | Dimensión |
|--|-------------|------------------|
| iota | ι_j^m | $ J \times M $ |
| zeta | ζ_k^m | $ K \times M $ |
| demandas | d_l^m | $ L \times M $ |

| Nombre del arreglo (vector, matriz o matrices) | Parámetros | Dimensión |
|--|----------------|------------------------------------|
| lambda | λ_k^m | $ K \times M $ |
| beta | β_j^{mn} | $ N $ matrices de $ J \times M $ |
| gamma | γ_i^m | $ I \times M $ |
| costos_niv1 | c_{ij}^m | $ M $ matrices de $ I \times J $ |
| costos_niv2 | c_{jk}^m | $ M $ matrices de $ J \times K $ |
| costos_niv3 | c_{kl}^m | $ M $ matrices de $ K \times L $ |
| Costo_ApCen_tamN | h_j^n | $ J \times N $ |
| Matriz_delta | δ_j^m | $ J \times M $ |
| Matriz_epsilon | ϵ_k^m | $ K \times M $ |
| Xi_CostoFijo | ξ_k | $ K $ |

Una vez que se generaron todos los parámetros de la instancia, se implementa la instancia sobre el modelo matemático, obteniéndose los archivos *Salida.txt* y *Tabla.txt* que se describen a continuación.

El archivo *Salida.txt* que aparece enseguida muestra la información relevante de la solución, que son el nombre de la instancia que se implementó, el valor de la función objetivo, el tiempo de CPU, el estado de la solución y el GAP.

Instancia: 3pr3c3p3b3pdto2cap.txt

Función Objetivo: 572253

Tiempo: 0.169

Estado: Optimal

GAP: 0

costofijo: 44382.3

costofijo2: 149001

costoniv1: 46603.7

costoniv2: 48340.1

costoniv3: 63703

costoniv123 = 158647

costotransformJ: 100000

costotransformK: 120223

CostoFinal: 572253

x[1][1][3]=680

x[2][1][2]=625

x[3][1][1]=1095

y[1][1][3]=408

y[1][2][1]=438

y[1][3][2]=375

z[1][1][3]=1728

z[1][2][3]=1720

z[1][3][3]=1040

z[2][1][1]=1136

z[2][2][1]=1786

```

z[2][3][1]=1896
z[3][1][2]=1094
z[3][2][2]=1728
z[3][3][2]=1303
0[1][1]=1
phi[1][3]=1
phi[2][1]=1
phi[3][2]=1
-----

```

A partir de la quinta línea se muestra el desglose de los costos relacionados al valor de la función objetivo, donde “costofijo” se presenta como el costo de apertura de los centros de recolección y “costofijo2” representa el costo de apertura de las plantas; “costoniv1”, “costoniv2” y “costoniv3” representan los costos por transportar producto en el nivel uno, dos y tres respectivamente, y la suma de los costos correspondientes a los tres niveles se muestran en “costoniv123”. Los costos de producción de residuo agroindustrial a residuo agroindustrial limpio efectuados en los centros de recolección se muestran en “costotransformJ” y los costos de producción de residuo agroindustrial a *snack* realizados en las plantas se muestran en “costotransformK”. Por último, el costo total de todas las operaciones se muestra como “CostoFinal”, conformados por la suma de “costofijo”, “costofijo2”, “costoniv123”, “costotransformJ” y “costotransformK”. Se observa que el valor de la función objetivo obtenida del optimizador comercial CPLEX 12.9 coincide con el “CostoFinal” obtenido de desglosar los costos de operación a partir de la solución, haciendo uso solamente de las variables de decisión que resultaron positivas.

Finalmente, en el archivo aparecen los valores de las variables X_{ij}^m , Y_{jk}^m , Z_{kl}^m , O_j^n y Φ_k^m que no fueron cero, expresadas como $x[i][j][m]$, $y[j][k][m]$, $z[k][l][m]$, $O[j][n]$ y $phi[k][m]$ respectivamente. Por ejemplo, el valor obtenido $x[1][1][3] = 680$ representa que se enviaron 680 unidades del proveedor $i = 1$ hacia el centro de recolección $j = 1$ del tipo de materia prima $m = 3$. La delimitación en línea punteada que se muestra al último marca el final de la salida de la instancia, y se escribe debajo de ella las salidas correspondientes a otras instancias.

El archivo *Tabla.txt* que se presenta a continuación muestra los datos más relevantes de la solución de la instancia, cada línea de este archivo se compone por el nombre de la instancia que se resolvió, el valor de la función objetivo, el GAP, el estado de la solución y el tiempo de CPU, respectivamente. Este archivo se utiliza para generar una tabla con las características más relevantes de la solución de cada instancia, donde al resolver una o más instancias, se registran los mismos datos debajo de esta.

3pr3c3p3b3pdto2cap.txt & 572253 & 0 & Optimal & 0.169 //

Para analizar algunas soluciones de las instancias sobre el modelo matemático, se programó un graficador de soluciones en lenguaje de programación C++ en el editor de Visual Studio 2019. El programa se utilizó para generar un archivo .tex con el código para la graficación de las Figuras representativas del modelo de cadena de suministro, con el lenguaje gráfico de **TikZ** del editor de texto de L^AT_EX. Este programa utilizó dos archivos generados, que son el archivo *3pr3c3p3b3pdto2cap1.txt* con extensión .dat y el archivo *Config_3pr3c3p3b3pdto2cap.txt* que se muestra a continuación.

3 3 9 1
 1 1 3 1 680
 2 1 2 1 625
 3 1 1 1 1095

1 1 3 1 408
 1 2 1 1 438
 1 3 2 1 375

1 1 3 1 1728
 1 2 3 1 1720
 1 3 3 1 1040
 2 1 1 1 1136
 2 2 1 1 1786
 2 3 1 1 1896
 3 1 2 1 1094
 3 2 2 1 1728
 3 3 2 1 1303

1 1 1 1

El archivo *Config_3pr3c3p3b3pdto2cap.txt* son datos referentes a la configuración extraídos del archivo *Salida.txt*. En el primer renglón de izquierda a derecha se muestra el número de variables distintas de cero X_{ij}^m , Y_{jk}^m , Z_{kl}^m y O_j^n que aparecen en dicho archivo. Este número de variables representa el número de renglones de los cuatro arreglos posteriores que se encuentran a partir del segundo renglón, por ejemplo, el número nueve que se indica en la tercera posición del primer renglón representa el número de renglones de la tercer matriz correspondientes a las variables Z_{kl}^m .

Las columnas de la primer matriz correspondientes a las variables X_{ij}^m representan el número del proveedor, el número del centro de recolección, el tipo de materia prima, un valor de uno por default y el número de unidades que se transportan. De manera similar, las columnas de la segunda matriz correspondientes a las variables Y_{jk}^m representan el número del centro de recolección, el número de la planta, el tipo de materia prima, un valor de uno por default y el número de unidades que se transportan; y las columnas de la tercer matriz correspondientes a las variables Z_{kl}^m representan el número de la planta, el número de la bodega, el tipo de materia prima, un valor de uno por default y el número de unidades que se transportan. Por último, el vector que se muestra al final representa la apertura de un centro de recolección O_j^n , donde los elementos del vector representan, de izquierda a derecha, el número de centro de recolección, el tamaño de apertura, un valor de uno por default y el valor de la variable. En las matrices el valor de uno por default en la cuarta posición podrían indicar posteriormente el número de escenario, para un problema en el que se considere incertidumbre.

Una vez modificado el archivo con extensión .tex a *3pr3c3p3b3pdto2cap.dat* y generado el archivo *Config_3pr3c3p3b3pdto2cap.txt*, se utilizó el graficador de soluciones para generar la Figura 3.3. Esta figura representa las etapas y niveles de la instancia de la cadena de

suministro de forma “lineal”, puesto que no se une el flujo de productos de las bodegas a los proveedores y no se representan las coordenadas de las etapas en el plano cartesiano. Se muestran de izquierda a derecha, los proveedores, representados por círculos de color morado, rojo y verde; los centros de recolección, representados por diamantes de color rosa; las plantas, representadas por cuadrados de color café; y las bodegas, representadas por pentágonos naranjas. Los colores de los proveedores denotan diferentes tipos de materia prima.

Los arcos que van de izquierda a derecha representan los flujos de productos que suceden entre las etapas de la cadena de suministro, donde los colores representan los diferentes tipos de materia prima que son utilizadas desde los proveedores hasta las bodegas. Cada arco cuenta con dos recuadros, donde el recuadro amarillo representa el costo unitario por transportar producto por ese arco, y el recuadro azul muestra el número de productos que se transportan por ese arco. Además, el recuadro negro que se encuentra encima del centro de recolección $j = 1$ muestra el tamaño con el que el centro de recolección se abrió.

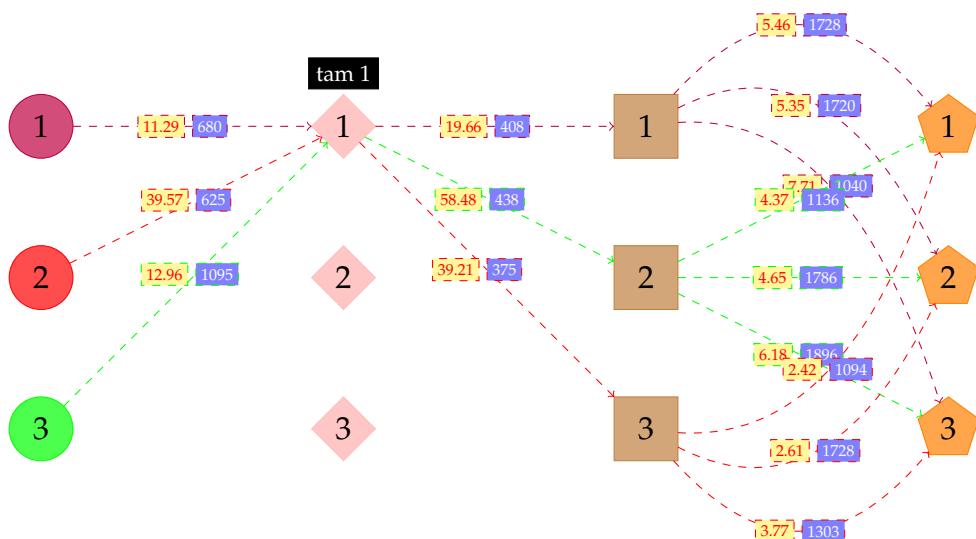


Figura 3.3: Representación gráfica de la solución óptima de la instancia 3pr3c3p3b3pdto2cap.

Se observa que cada proveedor de residuos agroindustriales cuenta con un tipo de materia prima, donde los residuos agroindustriales se envían a el centro de recolección $j = 1$ que se abrió de tamaño $n = 1$. Allí, se “limpian” los residuos agroindustriales y se deshidratan. Por un kilogramo de residuos agroindustriales se obtiene entre 40% y 60% de producto limpio. Después, se enviaron los residuos agroindustriales limpios a todas las plantas k , debido a que las restricciones denotadas en las ecuaciones (3.11) permiten que cada planta sólo pueda procesar producto procedente de un tipo de materia prima. En las plantas se procesan y se le añade aditivos a los residuos agroindustriales limpios para transformarlos a snacks. Por cada kilogramo de residuos agroindustriales limpios se obtienen entre 9 y 11 snacks. Por último, se muestra que las tres plantas distribuyen los snacks elaborados con un tipo de materia prima a todas las bodegas, donde todas reciben producto elaborado con diferente tipo de materia prima.

Capítulo 4

Construcción de instancias aleatorias para la experimentación computacional

Para analizar el modelo matemático se generaron un conjunto de instancias aleatorias con diferentes características. El fin es emplear estas instancias para analizar el desempeño del modelo en términos de la función objetivo, el tiempo de CPU, el GAP obtenido, y el estado de la solución. Los parámetros que conforman una instancia para el problema de cadena de suministro son los siguientes:

- *Costos de transporte.* Se calcularon dichos costos para cada uno de los niveles de la cadena de suministro.
- *Factores de rendimiento.* Se calcularon distintos factores de rendimiento (en relación a la materia prima limpia y a los *snacks*).
- *Capacidades.* Se calcularon a partir de la demanda bajo algunos supuestos.
- *Costos fijos.* Se calcularon a partir de las capacidades, a partir de ciertos supuestos.
- *Costos de producción.* Se generaron aleatoriamente en un intervalo (a, b) con distribución uniforme.

Para determinar todos los parámetros, se desarrolló un *generador de instancias*. Sin embargo, previo al generador de las instancias para el problema de cadena de suministro, se desarrolló un *generador de coordenadas* donde se generaron las coordenadas de los nodos correspondientes a los proveedores, centros de recolección, plantas y bodegas de manera aleatoria. Después de generar las coordenadas, se obtuvo la distancia entre cada par de nodos utilizando la métrica euclíadiana, y se multiplicó por un factor aleatorio generado en un intervalo con distribución uniforme.

En la sección 4.1 se describe cómo se generaron las coordenadas que se utilizan más adelante en el generador de instancias aleatorias para el problema de cadena de suministro, que se encuentra descrito en la sección 4.2. En esta última, se describe cómo se generaron cada uno de los parámetros de las instancias.

4.1. Generador de coordenadas

La generación de coordenadas de los nodos correspondientes a proveedores, centros de recolección, plantas y bodegas están basadas en el trabajo de Schittekat et al. (2013).

Las coordenadas se generan en un plano bidimensional, se propuso considerar un mapa de 200×200 unidades cuadradas, siendo el origen el extremo inferior izquierdo. Dentro de éste se consideraron tres recuadros o regiones distintas centrados uno dentro de otro. Las dimensiones de los recuadros son de 200×200 , 100×100 , y 80×80 unidades cuadradas, y las delimitaciones se muestran en la Figura 4.1. Pensando en la aplicación real que motiva este trabajo de tesis, al exterior del recuadro de 100×100 unidades se generaron los proveedores, al exterior del recuadro de 80×80 unidades se generaron los centros de recolección, y dentro del recuadro de 80×80 unidades se generaron las plantas y las bodegas, como se muestra en la Figura 4.2.

En cada recuadro se utilizaron márgenes donde no se generan coordenadas para evitar que se tuvieran instancias con solo ubicaciones en los extremos del mapa, con grosor de diez, una y una unidades respectivamente, como se muestra en la Figura 4.3. Se dividieron en cuatro subregiones la región de los proveedores (a_1, a_2, a_3 y a_4) y centros de recolección (b_1, b_2, b_3 y b_4), donde se generaron los puntos de manera aleatoria, como se muestra en la Figura 4.4.

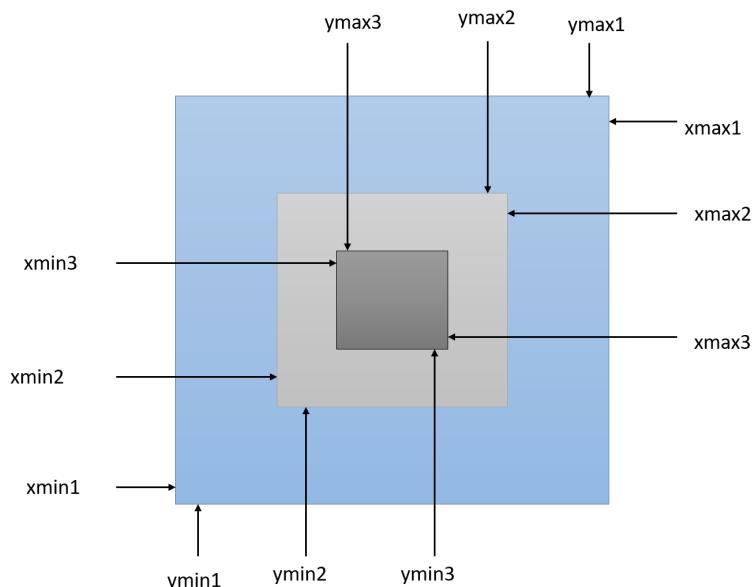


Figura 4.1: Delimitaciones de las 3 regiones para la generación de coordenadas.

4.2. Generador de instancias

Como se mencionó al inicio de esta sección, los parámetros que se generaron en cada instancia son los que se presentan detalladamente a continuación.

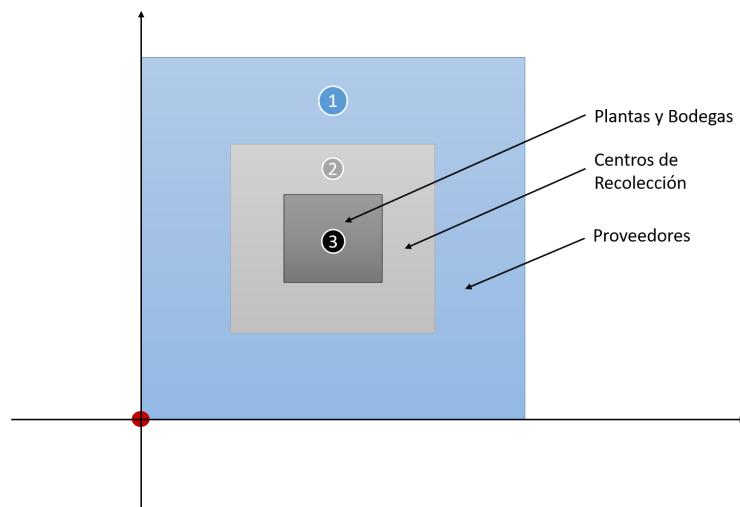


Figura 4.2: Regiones consideradas respecto a los proveedores, centros de recolección, plantas y bodegas.

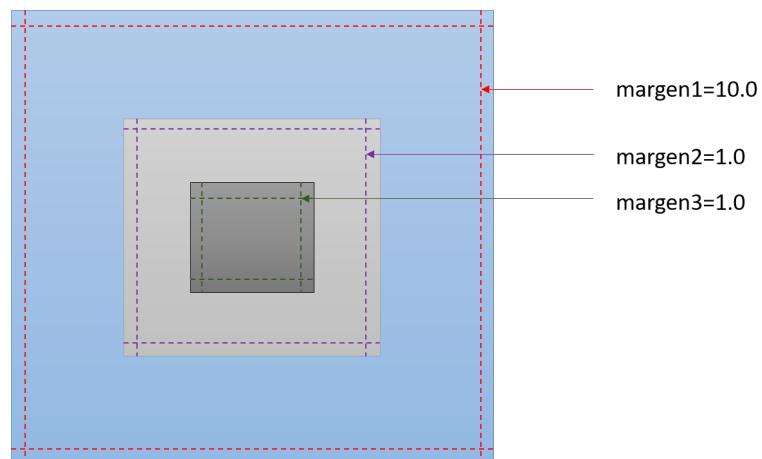


Figura 4.3: Márgenes de las 3 regiones.

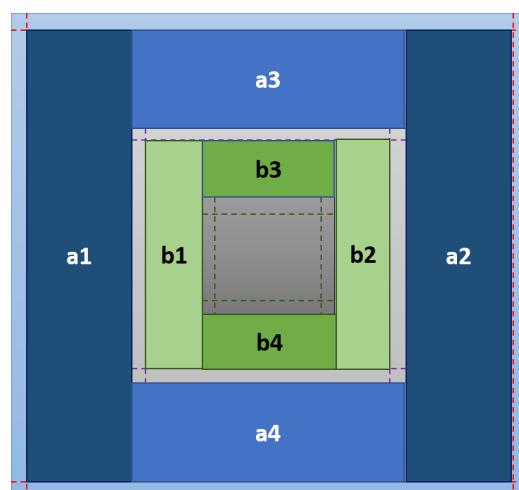


Figura 4.4: Subregiones para los proveedores y centros de recolección.

4.2.1. Generando costos de transporte

Los costos de transporte para el nivel uno, nivel dos y nivel tres de la cadena de suministro (parámetros c_{ij}^m , c_{jk}^m y c_{kl}^m respectivamente) se generaron creando primero, las coordenadas de los proveedores, centros de recolección, plantas y bodegas, justo como se menciona en la sección 4.1, con las ecuaciones (4.1), (4.2) y (4.3), donde se obtuvieron las matrices de distancias $MdistNiv1_{ij}$, $MdistNiv2_{jk}$ y $MdistNiv3_{kl}$

$$MdistNiv1_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J. \quad (4.1)$$

$$MdistNiv2_{jk} = \sqrt{(x_j - x_k)^2 + (y_j - y_k)^2}, \quad \forall j \in J, \forall k \in K. \quad (4.2)$$

$$MdistNiv3_{kl} = \sqrt{(x_k - x_l)^2 + (y_k - y_l)^2}, \quad \forall k \in K, \forall l \in L. \quad (4.3)$$

También se consideraron tres factores generados aleatoriamente en un intervalo con distribución uniforme, uno por cada nivel y para todo tipo de materia prima, $factor_m \in (0.25, 0.3)$, $factor2_m \in (0.4, 0.8)$, y $factor3_m \in (0.05, 0.125)$ respectivamente. Finalmente se calculan los costos de transporte c_{ij}^m , c_{jk}^m y c_{kl}^m con las ecuaciones (4.4), (4.5) y (4.6)

$$c_{ij}^m = factor_m * MdistNiv1_{ij}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall m \in M. \quad (4.4)$$

$$c_{jk}^m = factor2_m * MdistNiv2_{jk}, \quad \forall j \in J, \forall k \in K, \forall m \in M. \quad (4.5)$$

$$c_{kl}^m = factor3_m * MdistNiv3_{kl}, \quad \forall k \in K, \forall l \in L, \forall m \in M. \quad (4.6)$$

4.2.2. Generando factores de rendimiento

Los factores de rendimiento de los centros de recolección y las plantas (factores ι_j^m y ζ_k^m respectivamente) representan la cantidad de producto que se obtiene al procesar una unidad de producto elaborado con un tipo de materia prima en una etapa de la cadena de suministro. Éstos se generaron de manera aleatoria entre los elementos de los conjuntos que se presentan en las ecuaciones (4.7) y (4.8)

$$\iota_j^m \in \{0.4, 0.5, 0.6\}, \quad \forall j \in J, \forall m \in M. \quad (4.7)$$

$$\zeta_k^m \in \{9, 10, 11\}, \quad \forall k \in K, \forall m \in M. \quad (4.8)$$

4.2.3. Generando capacidades

Para generar las capacidades de los nodos de la cadena de suministro, se utilizaron los supuestos y se acoplaron las ecuaciones similares a las reportadas por Olivares Benítez (2007). La primera consideración que se adopta es que la cadena de suministro debe cumplir la siguiente condición: $|I| \leq |J| \leq |K| \leq |L|$.

Los supuestos que se consideraron para construir el generador son los siguientes:

- 1. La demanda al menos se tiene que cumplir.**
- 2. Más opciones sobre el flujo de los productos hace que la instancia sea más difícil de resolver.**
- 3. Para producir una instancia difícil, el costo fijo total debe estar cerca al costo total de transporte.**

La demanda se generó aleatoriamente en un intervalo con distribución uniforme, como se describe en las ecuaciones (4.9)

$$d_l^m \in (1, 2), \quad \forall l \in L, \quad \forall m \in M. \quad (4.9)$$

A partir de la demanda generada por las ecuaciones (4.9) y los factores de rendimiento que aparecen en las ecuaciones (4.7) y (4.8), se generaron las capacidades de las plantas, las capacidades de los centros de recolección y las capacidades de los proveedores, como se indica a continuación.

- Generando la capacidad de las plantas λ_k^m

Un hecho importante que se consideró es que la capacidad de cada planta debe ser superior a la demanda máxima, como se muestra en las ecuaciones (4.10)

$$\lambda_k^m \geq \max_{l \in L} (d_l^m), \quad \forall m \in M, \quad \forall k \in K. \quad (4.10)$$

Para lograr este hecho, se generaron las capacidades de las plantas como se indica en las ecuaciones (4.11)

$$\lambda_k^m \in |K| * (\lambda_{low}^m, \lambda_{high}^m), \quad \forall m \in M, \quad \forall k \in K. \quad (4.11)$$

Si las ecuaciones (4.11) no se multiplicaran por $|K|$, se generarían las capacidades de las plantas, pero para satisfacer las demandas sería necesario abrir todas las plantas. En este caso, se busca que cada planta pueda satisfacer la demanda total sobre un solo tipo de materia prima m .

Para generar las capacidades de las plantas en el intervalo descrito en las ecuaciones (4.11), se definen los extremos de los intervalos mediante las ecuaciones (4.12) y (4.13)

$$\lambda_{low}^m = \frac{\max_{l \in L}(d_l^m)}{\min_{k \in K}(\zeta_k^m)}, \quad \forall m \in M \quad (4.12)$$

$$\lambda_{high}^m = \frac{d_T^m + (d_T^m - \lambda_{low}^m)}{\max_{k \in K}(\zeta_k^m)} = \frac{2d_T^m - \lambda_{low}^m}{\max_{k \in K}(\zeta_k^m)}, \quad \forall m \in M \quad (4.13)$$

donde las demandas totales d_T^m vienen dadas por las ecuaciones (4.14)

$$d_T^m = \sum_{l \in L} d_l^m, \quad \forall m \in M. \quad (4.14)$$

- Generando la capacidad de los centros de recolección β_j^{mn}

El hecho que se considera es que la capacidad de los centros de recolección de tamaño $n = 1$ debe ser superior a la capacidad máxima de las plantas. Este hecho lo describen las ecuaciones (4.15)

$$\beta_j^{mn} \geq \max_{k \in K}(\lambda_k^m), \quad \forall m \in M, \quad \forall j \in J, \quad n = 1. \quad (4.15)$$

Para ello se generan las capacidades de los centros de recolección, como se muestran en las ecuaciones (4.16)

$$\beta_j^{mn} \in (\beta_{low}^{mn}, \beta_{high}^{mn}), \quad \forall m \in M, \quad \forall j \in J, \quad n = 1. \quad (4.16)$$

Para determinar los extremos de los intervalos de las ecuaciones (4.16), se utilizan las ecuaciones (4.17) y (4.18)

$$\beta_{low}^{mn} = \frac{\max_{k \in K}(\lambda_k^m)}{\min_{j \in J}(\iota_j^m)}, \quad \forall m \in M, \quad n = 1 \quad (4.17)$$

$$\beta_{high}^{mn} = \frac{\lambda_T^m + (\lambda_T^m - \beta_{low}^{mn})}{\max_{j \in J}(\iota_j^m)} = \frac{2\lambda_T^m - \beta_{low}^{mn}}{\max_{j \in J}(\iota_j^m)}, \quad \forall m \in M, \quad n = 1 \quad (4.18)$$

donde las capacidades totales de las plantas λ_T^m se describen en las ecuaciones (4.19)

$$\lambda_T^m = \sum_{k \in K} \lambda_k^m, \quad \forall m \in M. \quad (4.19)$$

Para generar las capacidades de los centros de recolección β_j^{mn} con tamaño de apertura mayor a uno ($n > 1$), se utilizaron las ecuaciones (4.20)

$$\beta_j^{mn} = \gamma_j^n * \beta_j^{m1} \quad \forall j \in J, \quad \forall m \in M, \quad \forall n > 1. \quad (4.20)$$

donde sus factores γ_j^n se generaron aleatoriamente en un intervalo con distribución uniforme, como se muestran en las ecuaciones (4.21)

$$\gamma_j^n \in \left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n-1} \right) \quad \forall j \in J, \quad \forall n > 1. \quad (4.21)$$

Antes de presentar cómo se generaron las capacidades de los proveedores, es necesario presentar cómo resolver el hecho de que cada proveedor solo puede proveer un solo tipo de materia prima. En este caso, dado un conjunto de proveedores $i \in I$ y un conjunto de tipos de materia prima $m \in M$, se asignaron a cada proveedor i un tipo de materia prima específica m .

- Disponibilidad de productos según el proveedor

Como ya se mencionó, se consideró el hecho de que cada proveedor i sólo puede suministrar un tipo de materia prima m . Con ello, se determinó que el tipo de materia prima m depende de qué proveedor i fue enviado, para ello se establece la relación $m'(i) = m$, $\forall i \in I$. De esta forma, se utilizaron las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} m'(i) &= |M| && \text{para } i = 1 \text{ hasta } Prop \\ m'(i) &= |M| - 1 && \text{para } i = Prop + 1 \text{ hasta } 2 \text{ Prop \\ } \\ m'(i) &= |M| - 2 && \text{para } i = 2 \text{ Prop + 1 hasta } 3 \text{ Prop \\ } \\ &\vdots && \\ m'(i) &= |M| - (|M| - 1) && \text{para } i = (|M| - 1) \text{ Prop + 1 hasta } |M| \text{ Prop} \end{aligned}$$

donde $Prop$ determina la proporcionalidad que hay entre el número de proveedores $|I|$ y el número de tipos de materia prima $|M|$, y se observa esto en las ecuaciones (4.22) y (4.23). Para efectos de implementación, se consideró que $Prop \in \mathbb{Z}^+$ para evitar que algún tipo de materia prima sea exclusiva de un solo proveedor, evitar generar disponibilidad de materia prima muy baja y evitar generar instancias infactibles.

$$Prop * |M| = |I|, \quad Prop \in \mathbb{Z}^+. \quad (4.22)$$

$$Prop = \frac{|I|}{|M|}, \quad Prop \in \mathbb{Z}^+. \quad (4.23)$$

- Generando capacidades de los proveedores $\gamma_i^{m'(i)}$

Se toma el hecho de que la materia prima disponible de los proveedores debe ser superior a la capacidad máxima de los centros de recolección de tamaño $n = 1$, como se expresa en las ecuaciones (4.24)

$$\gamma_i^{m'(i)} \geq \max_{j \in J} \left(\beta_j^{m'(i) n} \right), \quad \forall i \in I, \quad n = 1. \quad (4.24)$$

Para ello se generaron las ofertas disponibles de los proveedores i respecto al tipo de materia prima que disponen $m'(i) = m$, como se muestra en las ecuaciones (4.25)

$$\gamma_i^{m'(i)} \in \left(\gamma_{low}^{m'(i)}, \gamma_{high}^{m'(i)} \right), \quad \forall i \in I. \quad (4.25)$$

Para generar los extremos de los intervalos de las ecuaciones (4.25) se utilizan las ecuaciones (4.26) y (4.27)

$$\gamma_{low}^{m'(i)} = \max_{j \in J} \left(\beta_j^{m'(i) n} \right) \quad \forall i \in I, \quad n = 1 \quad (4.26)$$

$$\gamma_{high}^{m'(i)} = \beta_T^{m'(i) n} + \left(\beta_T^{m'(i) n} - \gamma_{low}^{m'(i)} \right) = 2\beta_T^{m'(i) n} - \gamma_{low}^{m'(i)} \quad \forall i \in I, \quad n = 1 \quad (4.27)$$

donde las capacidades totales de los centros de recolección con tamaño $n = 1$ (denotados como $\beta_T^{m'(i) n}$) se muestran en las ecuaciones (4.28)

$$\beta_T^{m'(i) n} = \sum_{j \in J} \beta_j^{m'(i) n}, \quad \forall i \in I, \quad n = 1 \quad (4.28)$$

4.2.4. Generando costos fijos (costos de apertura)

En la generación de los costos fijos, se utilizaron los supuestos y las ecuaciones reportadas por Olivares Benítez (2007). Para producir una instancia difícil, Olivares Benítez (2007) trabajó bajo el supuesto que el costo fijo debe de estar cerca del costo total de transporte. Para ello, en este trabajo se pretendió que el costo máximo total de transporte debe de ser cercano al costo fijo total por abrir todos los centros de recolección j con el tamaño más grande $n = 1$ y el costo fijo total por abrir todas las plantas k para algún tipo de materia prima m . También se consideró que el costo por abrir la planta k es igual para cualquier tipo de materia prima m .

- Costo fijo de centros de recolección h_j^n .

Para determinar el costo fijo de los centros de recolección, se utilizaron las ecuaciones (4.29), que emplean un costo de referencia C_{ref} y una capacidad media de los centros de recolección β_{media}^n

$$h_j^n = C_{ref} * \frac{\sum_{m \in M} \beta_j^{mn}}{\beta_{media}^n}, \quad \forall j \in J, \quad \forall n \in N. \quad (4.29)$$

La capacidad media de los centros de recolección β_{media}^n que se describe en las ecuaciones (4.30) considera n promedios de capacidades con dimensión $|J| \times |M|$

$$\beta_{media}^n = \frac{\sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \beta_j^{mn}}{|J||M|}, \quad \forall n \in N. \quad (4.30)$$

El costo de referencia C_{ref} se utiliza para determinar el costo máximo total de transporte que se obtiene en los tres niveles de la cadena de suministro, como se muestra en la ecuación (4.31)

$$C_{ref} = C_{ref\ 1} + C_{ref\ 2} + C_{ref\ 3} \quad (4.31)$$

donde $C_{ref\ 1}$, $C_{ref\ 2}$ y $C_{ref\ 3}$ son los costos de referencia que se utilizan para determinar el costo máximo total de transporte en el nivel uno, nivel dos y nivel tres, como se muestran en las ecuaciones (4.32), (4.33) y (4.34)

$$C_{ref\ 1} = \max_{i \in I, j \in J, m \in M} (C_{ij}^m) * \frac{\sum_{m \in M} d_T^m}{|M||I|\ell_{prom}\zeta_{prom}}. \quad (4.32)$$

$$C_{ref\ 2} = \max_{j \in J, k \in K, m \in M} (C_{jk}^m) * \frac{\sum_{m \in M} d_T^m}{|M||J|\zeta_{prom}}. \quad (4.33)$$

$$C_{ref\ 3} = \max_{k \in K, l \in L, m \in M} (C_{kl}^m) * \frac{\sum_{m \in M} d_T^m}{|M||K|}. \quad (4.34)$$

Las ecuaciones (4.32), (4.33) y (4.34) se caracterizan por utilizar la demanda total y los promedios de los factores de rendimiento que aparecen en las ecuaciones (4.35) y (4.36) para determinar el flujo que se tiene en cada nivel, además de las cardinalidades de los conjuntos sobre los que fluyen los productos

$$\ell_{prom} = \frac{\sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \ell_j^m}{|J||M|}. \quad (4.35)$$

$$\zeta_{prom} = \frac{\sum_{k \in K} \sum_{m \in M} \zeta_k^m}{|K||M|}. \quad (4.36)$$

- Costo fijo de las plantas ξ_k .

De manera similar, se determinó el costo fijo de las plantas ξ_k con las ecuaciones (4.37), donde utiliza la capacidad media de las plantas λ_{media} que aparece en la ecuación (4.38).

El costo de referencia C_{ref} que se utiliza en las ecuaciones (4.37) es el mismo que se definió en la ecuación (4.31), y de la misma forma se utilizan las ecuaciones (4.32), (4.33), (4.34), (4.35) y (4.36)

$$\xi_k = C_{ref} * \frac{\sum_{m \in M} \lambda_k^m}{\lambda_{media}}, \quad \forall k \in K. \quad (4.37)$$

$$\lambda_{media} = \frac{\sum_{k \in K} \sum_{m \in M} \lambda_k^m}{|K||M|}. \quad (4.38)$$

4.2.5. Generando costos de producción

Los costos de producción de los centros de recolección y plantas (denotados por δ_j^m y ϵ_k^m respectivamente) se generaron aleatoriamente en un intervalo con distribución uniforme, como se muestra en las ecuaciones (4.39) y (4.40)

$$\delta_j^m \in (40, 60), \quad \forall j \in J, \forall m \in M. \quad (4.39)$$

$$\epsilon_k^m \in (90, 120), \quad \forall k \in K, \forall m \in M. \quad (4.40)$$

Una vez que se modelaron matemáticamente las ecuaciones que se necesitaron para generar los parámetros, se implementó el generador de coordenadas e instancias en Visual Studio 2019 en lenguaje de programación C++. Primero se generaron las coordenadas de las instancias donde se utilizó la información para generar algunos parámetros. Una vez generadas todas las instancias se ejecutaron, como se muestra en el siguiente capítulo.

Capítulo 5

Experimentación computacional

En este capítulo se presentan los resultados de la experimentación computacional que se llevó a cabo para estudiar el desempeño del modelo matemático de programación lineal entera para el problema de cadena de suministro. En dicha experimentación se mide el valor de la función objetivo, el tiempo de CPU y el GAP (desviación relativa al óptimo).

5.1. Implementación

Como se mencionó anteriormente al final de la sección 3.2, el modelo matemático se implementó en lenguaje de programación C++ en el editor de Visual Studio 2019, utilizando el optimizador comercial de IBM ILOG CPLEX 12.9. El generador de coordenadas y el generador de instancias se implementaron en el lenguaje de programación C++, en el editor de Visual Studio 2019, tal y como se dio a conocer al final de la sección 4.2. La experimentación se llevó a cabo en un ordenador Acer Aspire 3 con procesador intel core i5 con 4 GB de RAM y arquitectura de 64 bits. Se consideró un tiempo límite de cómputo de 3600 segundos.

5.2. Configuración de las instancias generadas

Como se describió en la subsección 4.2.3, la configuración que determina las cardinalidades de los conjuntos debe satisfacer la condición $|I| \leq |J| \leq |K| \leq |L|$. Además, se utilizó la ecuación (4.22):

$$\text{Prop} * |M| = |I|, \quad \text{Prop} \in \mathbb{Z}^+.$$

que determina la relación entre la cardinalidad de M respecto a la cardinalidad de I , como se observa en la tabla 5.1. La tabla 5.1 indica las cardinalidades de I (proveedores), J (centros de recolección), K (plantas), L (bodegas), M (tipos de materia prima), y N (tamaños de apertura de los centros de recolección). Para el número (cardinalidad) de proveedores se consideró $I = \{10, 20, 30, 40\}$, el número de centros de recolección se consideró $J = \{10, 20, 30, 40, 50\}$, el número de plantas se consideró $K = \{10, 20, 30, 40, 50\}$, el número de bodegas se consideró

$L = \{10, 20, 30, 40, 50\}$, el número de los tipos de materia prima se consideró $M = \{2, 5, 10\}$ y el número de tamaños de aperturas de los centros de recolección se consideró $N = \{2\}$. En dependencia del tipo de materia prima, se generaron 16 grupos, como se muestra en la tabla 5.1.

Tabla 5.1: Instancias aleatorias resueltas respecto a los tiempos y arquitectura del CPU.

| Grupo | I | J | K | L | M | N | No. de instancias resueltas |
|-------|----|----|----|----|----|---|-----------------------------|
| 1 | 10 | 10 | 10 | 10 | 2 | 2 | 5 |
| | 10 | 10 | 10 | 10 | 5 | 2 | 5 |
| | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 2 | 5 |
| 2 | 10 | 10 | 10 | 20 | 2 | 2 | 5 |
| | 10 | 10 | 10 | 20 | 5 | 2 | 5 |
| | 10 | 10 | 10 | 20 | 10 | 2 | 5 |
| 3 | 10 | 10 | 20 | 20 | 2 | 2 | 5 |
| | 10 | 10 | 20 | 20 | 5 | 2 | 5 |
| | 10 | 10 | 20 | 20 | 10 | 2 | 5 |
| 4 | 10 | 20 | 20 | 20 | 2 | 2 | 5 |
| | 10 | 20 | 20 | 20 | 5 | 2 | 5 |
| | 10 | 20 | 20 | 20 | 10 | 2 | 5 |
| 5 | 20 | 20 | 20 | 20 | 2 | 2 | 5 |
| | 20 | 20 | 20 | 20 | 5 | 2 | 5 |
| | 20 | 20 | 20 | 20 | 10 | 2 | 5 |
| 6 | 20 | 20 | 20 | 30 | 2 | 2 | 5 |
| | 20 | 20 | 20 | 30 | 5 | 2 | 5 |
| | 20 | 20 | 20 | 30 | 10 | 2 | 5 |
| 7 | 20 | 20 | 30 | 30 | 2 | 2 | 5 |
| | 20 | 20 | 30 | 30 | 5 | 2 | 5 |
| | 20 | 20 | 30 | 30 | 10 | 2 | 3 |
| 8 | 20 | 30 | 30 | 30 | 2 | 2 | 5 |
| | 20 | 30 | 30 | 30 | 5 | 2 | 5 |
| | 20 | 30 | 30 | 30 | 10 | 2 | 5 |
| 9 | 30 | 30 | 30 | 30 | 2 | 2 | 5 |
| | 30 | 30 | 30 | 30 | 5 | 2 | 5 |
| | 30 | 30 | 30 | 30 | 10 | 2 | 5 |
| 10 | 30 | 30 | 30 | 40 | 2 | 2 | 5 |
| | 30 | 30 | 30 | 40 | 5 | 2 | 5 |
| | 30 | 30 | 30 | 40 | 10 | 2 | 5 |
| 11 | 30 | 30 | 40 | 40 | 2 | 2 | 5 |
| | 30 | 30 | 40 | 40 | 5 | 2 | 5 |
| | 30 | 30 | 40 | 40 | 10 | 2 | 5 |
| 12 | 30 | 40 | 40 | 40 | 2 | 2 | 4 |
| | 30 | 40 | 40 | 40 | 5 | 2 | 5 |
| | 30 | 40 | 40 | 40 | 10 | 2 | 5 |
| 13 | 40 | 40 | 40 | 40 | 2 | 2 | 5 |
| | 40 | 40 | 40 | 40 | 5 | 2 | 5 |
| | 40 | 40 | 40 | 40 | 10 | 2 | 4 |

| Grupo | I | J | K | L | M | N | No. de instancias resueltas |
|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------------------------------|
| 14 | 40 | 40 | 40 | 50 | 2 | 2 | 5 |
| | 40 | 40 | 40 | 50 | 5 | 2 | 5 |
| | 40 | 40 | 40 | 50 | 10 | 2 | 5 |
| 15 | 40 | 40 | 50 | 50 | 2 | 2 | 4 |
| | 40 | 40 | 50 | 50 | 5 | 2 | 4 |
| | 40 | 40 | 50 | 50 | 10 | 2 | 2 |
| 16 | 40 | 50 | 50 | 50 | 2 | 2 | 4 |
| | 40 | 50 | 50 | 50 | 5 | 2 | 5 |

Por cada combinación de I , J , K , L , M y N se ejecutaron cinco instancias, por lo que se consideraron en total 235 instancias. La última columna de la tabla 5.1 se refiere al número de instancias que se resolvieron con esa configuración de instancia y con las especificaciones mencionadas en la sección 5.1. Como puede observarse para algunas configuraciones, algunas de las instancias no se alcanzaron a resolver debido a que no se encontró una solución en el tiempo límite o se acabó la memoria del ordenador, por lo que se obtuvieron en total 225 instancias resueltas.

5.3. Análisis de los resultados obtenidos

En el apéndice A.1 se muestran los resultados completos de la experimentación para las 225 instancias aleatorias que se presentaron en la tabla 5.1, donde el nombre de una instancia se presenta como número de proveedores (pr), número de centros de recolección (c), número de plantas (p), número de bodegas (b), número de tipos de materia prima (pdto), número de capacidades de los centros de recolección (cap), y el número de la instancia. Por cada instancia se presenta el valor de la Función Objetivo (F.O.), el GAP, el estado de la solución (Estado), y el tiempo que le tomó al CPU la resolución de cada instancia (Tiempo CPU). En el apéndice A.2 se presentan los resultados promedios para los valores de la función objetivo, el GAP y el tiempo de CPU.

A continuación, para analizar la información contenida en dichas tablas se muestran las gráficas de las Figuras 5.1, 5.2 y 5.3, referentes a la función objetivo, el GAP y el tiempo de CPU, respectivamente. La Figura 5.4 muestra la desviación estándar del tiempo de CPU que se calculó y se encuentra en la última columna de la tabla del apéndice A.2.

Cabe resaltar que las figuras se realizaron únicamente con la información de las instancias resueltas a optimalidad indicadas en la tabla 5.1. En el eje horizontal de las Figuras 5.1, 5.2, 5.3 y 5.4 se muestran las configuraciones de las instancias en el orden de $|I|$, $|J|$, $|K|$, $|L|$, $|M|$, $|N|$ y el número de instancias resueltas. Cada punto representado por distintos colores corresponde a un determinado número de tipos de materia prima, por ejemplo, los primeros tres puntos (rojo, verde y azul) de la Figura 5.1 representan los valores de la función objetivo promedio para las instancias de dos, cinco y diez tipos de materia prima respectivamente, presentadas en el apéndice A.2.

En la Figura 5.1 se muestra el costo total promedio para las instancias aleatorias. En el eje vertical se indica el valor de la función objetivo promedio para las distintas configuraciones

de instancias consideradas (indicadas en el eje horizontal). Se observa que los resultados para la función objetivo presentan comportamientos homogéneos entre las variaciones en la configuración de las instancias y sobre el número de tipos de materia prima, lo que indica que las instancias a pesar de ser aleatorias no presentan inconsistencias entre ellas.

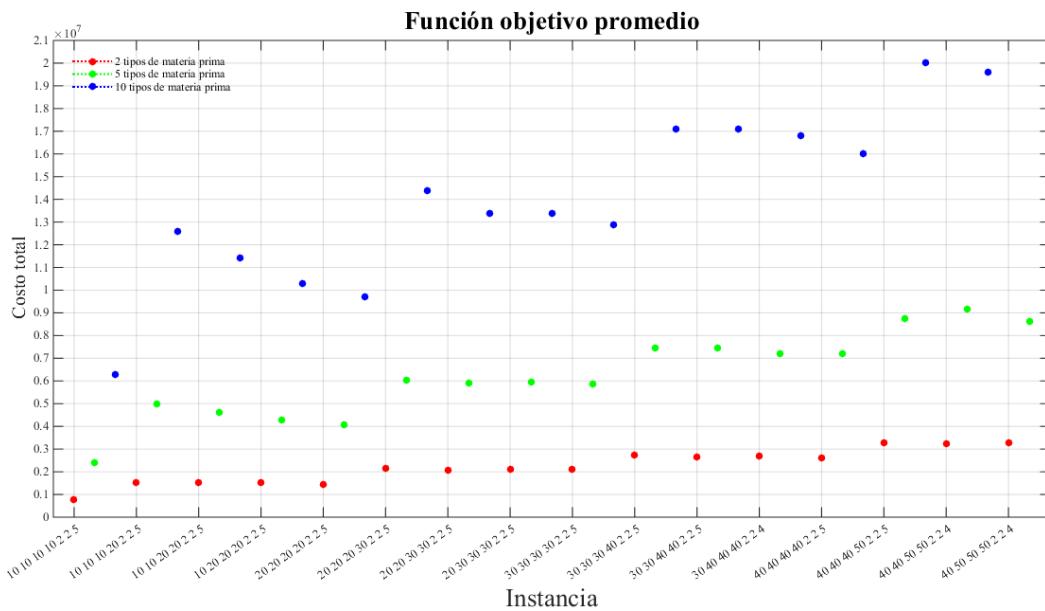


Figura 5.1: Función objetivo promedio para las instancias aleatorias de la tabla anexada en el apéndice A.2.

La Figura 5.2 muestra en el eje vertical el valor del GAP promedio obtenido (%) para las instancias agrupadas con su misma configuración, indicadas en el eje horizontal. Se observa que los valores del GAP promedio obtenido (%) en las instancias con diez tipos de materia prima suelen ser mayores respecto a las de dos y cinco tipos de materia prima. Las instancias con diez tipos de materia prima configuradas a partir de 20 20 30 30 2 2 5 son las que destacan de las demás, pues su GAP promedio es mayor a 0.5%. Las instancias con dos y cinco tipos de materia prima presentan más soluciones cercanas al óptimo global, pues ambas presentan GAP's promedios cercanos a 0%.

La Figura 5.3 muestra en el eje vertical el tiempo promedio de CPU obtenido (s) y en el eje horizontal los grupos de instancias con cierta configuración. Se observa que los resultados para el tiempo promedio de CPU con diez tipos de materia prima muestran mayor tiempo de CPU (s) respecto a las instancias de dos y cinco tipos de materia prima, de hecho algunas instancias con diez tipos de materia prima alcanzan el tiempo límite de 3600 segundos. Además, de los 16 grupos de instancias solamente tres grupos presentaron que las instancias con dos tipos de materia prima obtuvieron mayores tiempos de CPU respecto a las de cinco tipos de materia prima (grupos 8, 11 y 12).

La Figura 5.4 muestra la misma información de la Figura 5.3 en relación al tiempo de CPU, donde se le añadió el error obtenido de la desviación estándar que se muestra en el apéndice A.2. En el eje vertical se indica el valor del tiempo promedio de CPU obtenido para los grupos de instancias con cierta configuración (indicadas en el eje horizontal). Cada punto con un color específico corresponde a un determinado número de tipo de materia prima, y por cada uno de ellos cada bigote indica la variabilidad del tiempo promedio de

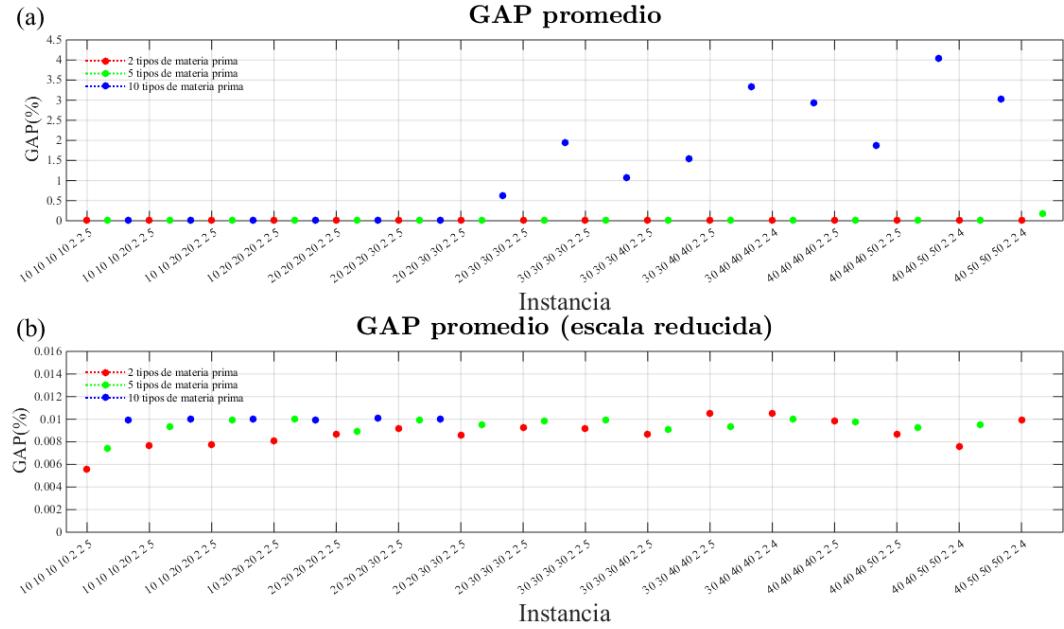


Figura 5.2: GAP promedio para las instancias aleatorias de la tabla anexada en el apéndice A.2.

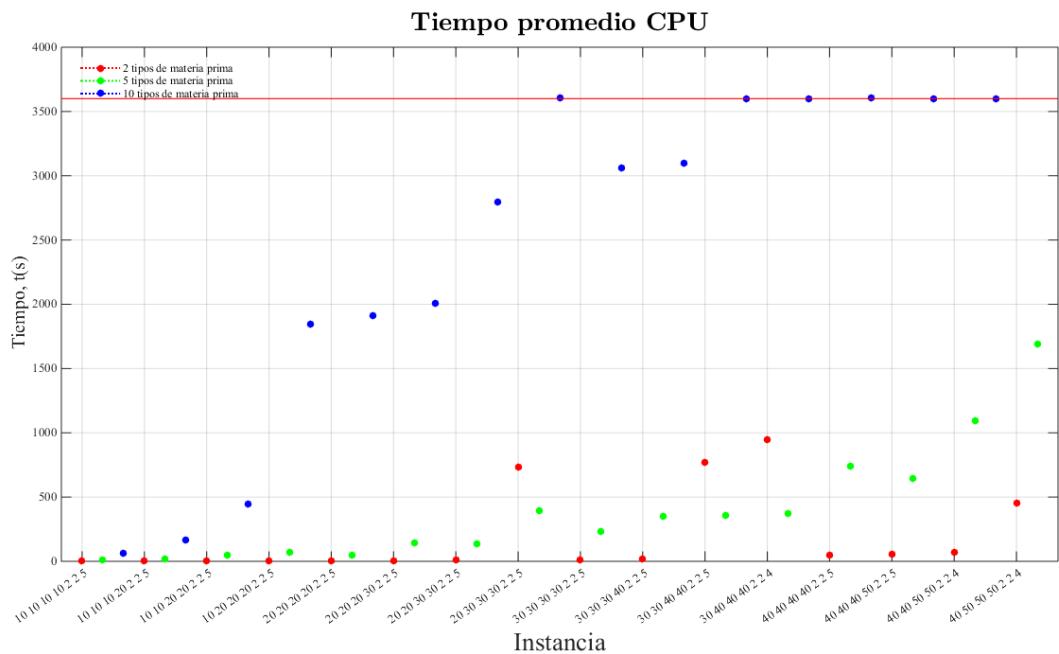


Figura 5.3: Tiempo promedio de CPU para las instancias aleatorias de la tabla anexada en el apéndice A.2.

CPU (desviación estándar) presentadas en el apéndice A.2, donde entre más abierto sean los bigotes mayor será la variabilidad.

Como puede observarse en la Figura 5.4 se observa que se obtienen valores de error altos, sin embargo esto se puede deber a que solo se consideraron las instancias resultas (entre dos y cinco instancias) por cada una de las configuraciones, y que se obtengan tiempos de CPU muy diferentes respecto a los de su grupo.

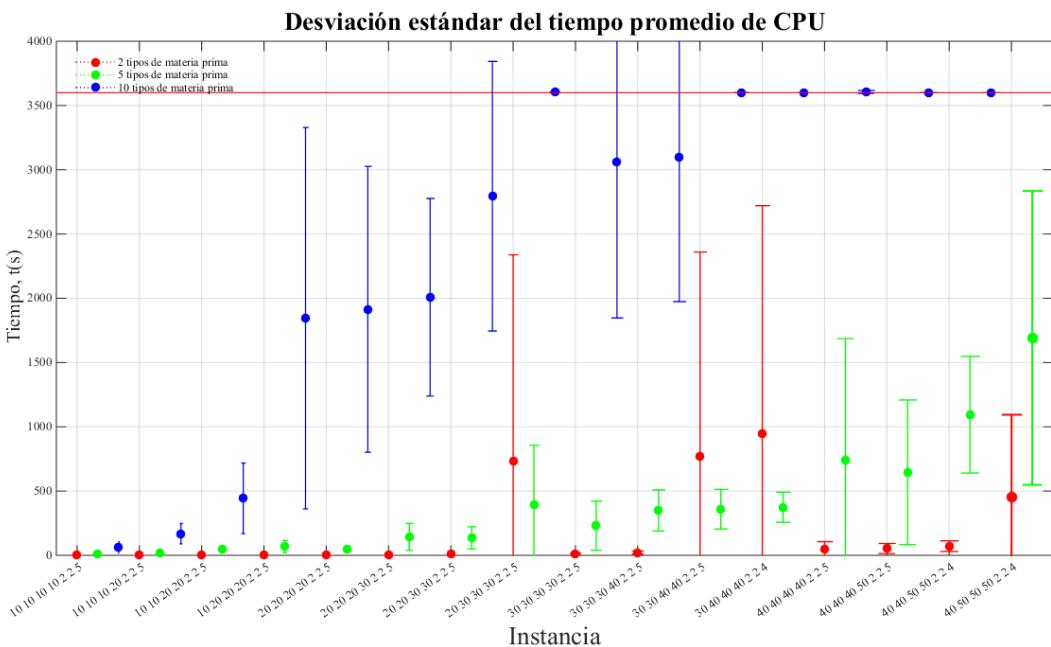


Figura 5.4: Desviación estándar del tiempo promedio de CPU para las instancias aleatorias de la tabla anexada en el apéndice A.2.

Como se mostró en las Figuras 5.1, 5.2 y 5.3, los resultados difieren respecto al número de tipos de materia prima que presenta cada grupo de instancias. Por ello, es necesario analizar en todas las instancias la función objetivo, el GAP, y el tiempo de CPU obtenidos distinguiendo el número de tipo de materia prima considerados, como se muestra en las siguientes subsecciones.

5.3.1. Análisis de la función objetivo respecto a la cantidad de tipos de materia prima

Es importante mencionar que se representan las instancias en el mismo orden que la tabla 5.1, donde primero se analizaron los valores de la función objetivo (Figuras 5.5, 5.6 y 5.7), después se analizaron los valores del GAP (Figuras 5.8, 5.9 y 5.10) y por último se analizaron los tiempos de CPU (Figuras 5.11, 5.12 y 5.13) para las instancias con dos, cinco y diez tipos de materia prima, respectivamente.

Las instancias que cuentan con la misma configuración se agrupan en marcas con el mismo símbolo y el mismo color, unidas con una línea punteada. Cada conjunto corresponde a una determinada configuración de la instancia, por ejemplo, en la Figura 5.5 los primeros cinco

puntos con marca de triángulo en color rojo, representan las primeras cinco instancias de la tabla 5.1.

En las Figuras 5.5, 5.6 y 5.7 se presentan los resultados obtenidos para los costos totales de las instancias con dos, cinco y diez tipos de materia prima respectivamente. El eje horizontal representa las instancias para 10, 20, 30 y 40 proveedores, mientras que el eje vertical de las subfiguras (a) muestran el valor del costo total obtenido y en las subfiguras (b) muestran la misma información pero acotando la escala del eje vertical.

En las Figuras 5.5, 5.6 y 5.7 se observa que los valores de la función objetivo de las instancias con dos, cinco y diez tipos de materia prima, respectivamente, son homogéneos entre sí debido a que presentan igual número de bodegas (y por ende demandas similares), como puede observarse el costo total aumenta a medida que aumenta el número de tipos de materia prima (al observar las tres gráficas) y bodegas (al observar cada gráfica). Note que, en las gráficas cada conjunto de marcas con un determinado color corresponde a un número de proveedores, centros de recolección, plantas y bodegas, el cual el tamaño de configuración va incrementando primero por el número de bodegas.

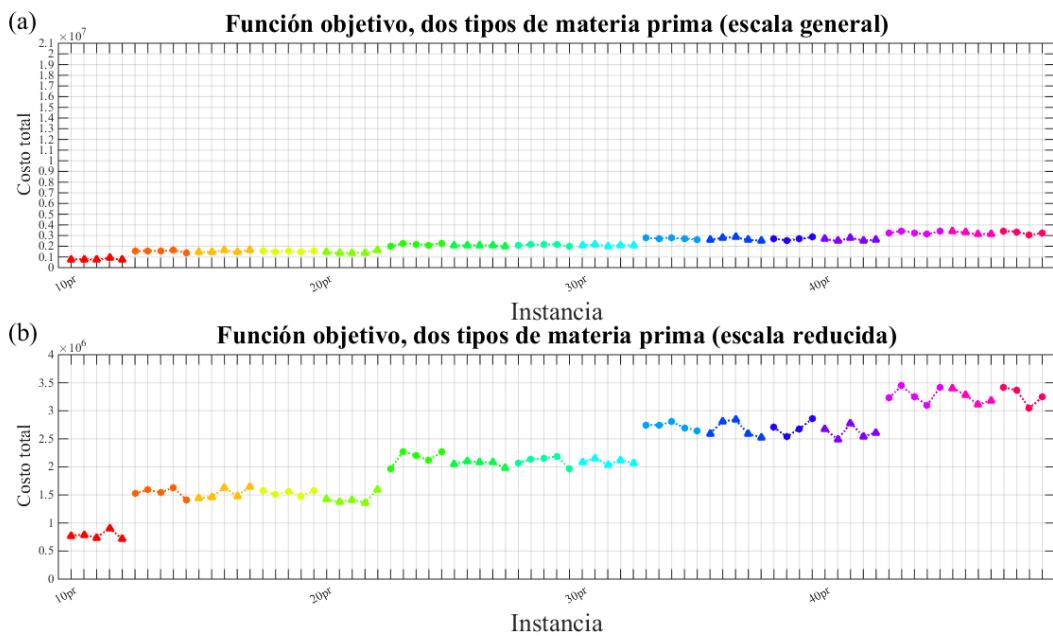


Figura 5.5: Funciones objetivos obtenidas de instancias con dos tipos de materia prima.

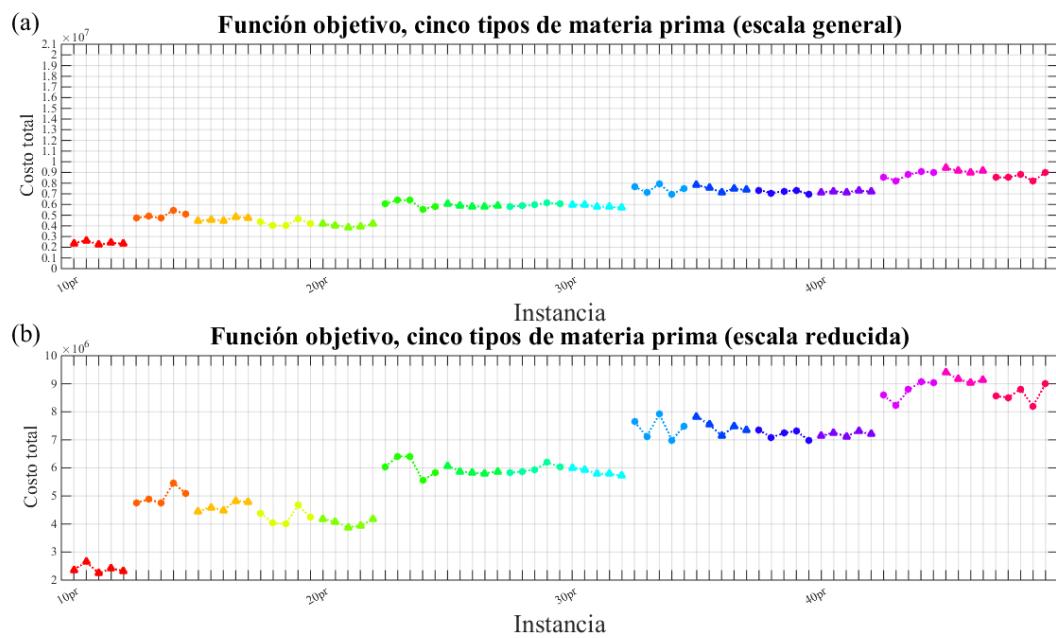


Figura 5.6: Funciones objetivos obtenidas de instancias con cinco tipos de materia prima.

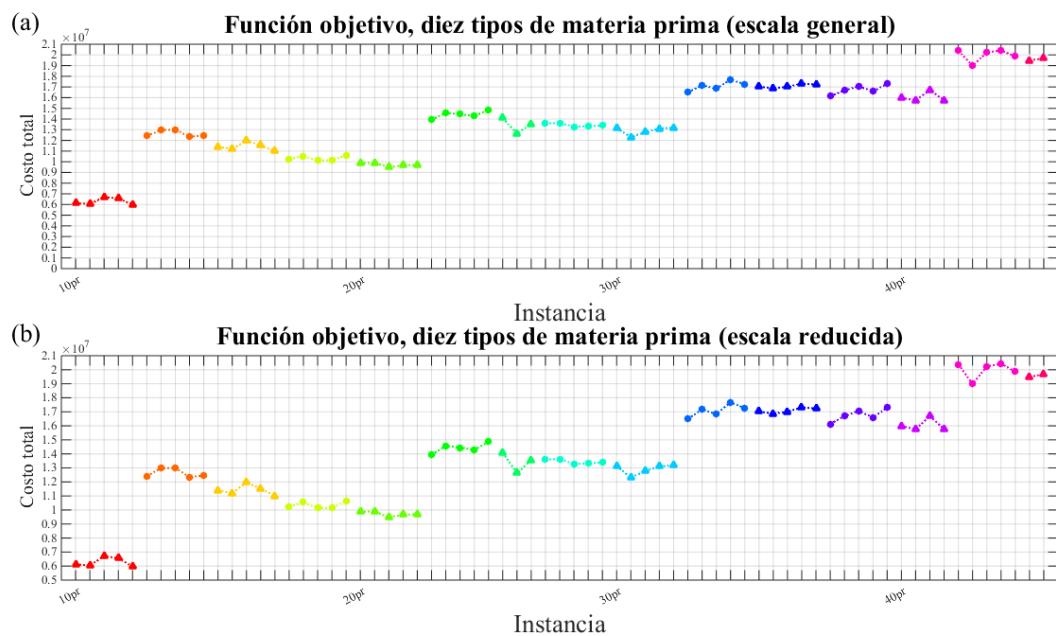


Figura 5.7: Funciones objetivos obtenidas de instancias con diez tipos de materia prima.

5.3.2. Análisis del GAP respecto a la cantidad de tipos de materia prima

El análisis del valor del GAP es importante en los resultados obtenidos, puesto que el GAP es una métrica que se determina en los problemas de programación lineal entera y programación lineal entera mixta (MIP) cuyo valor mide la brecha entre el mejor objetivo entero (*best integer*) y el objetivo del mejor nodo restante (*best bound*). Para ello, utiliza un criterio de terminación que el usuario puede establecer conocido como tolerancia de espacio MIP (*MIP gap tolerance*). Este criterio de terminación puede ser relativo (conocido como tolerancia de espacio MIP relativa o *relative MIP gap tolerance*) o absoluto (conocido como tolerancia de espacio MIP absoluta o *absolute MIP gap tolerance*), que tienen un valor predeterminado de 1×10^{-4} y 1×10^{-6} , respectivamente. Para esta investigación se utilizó el criterio de terminación relativo, que se puede observar en la siguiente instrucción con la que se mide el GAP en CPLEX 12.9:

```
gap = 100.0 * cplex.getMIPRelativeGap();
```

Este criterio marca la terminación de la optimización cuando se cumple la condición que denota la ecuación (5.1)

$$\frac{|best\ bound - best\ integer|}{1 \times 10^{-10} + |best\ integer|} < 1 \times 10^{-4}. \quad (5.1)$$

En las Figuras 5.8, 5.9 y 5.10 se presentan los resultados referentes al GAP (%) para las instancias con dos, cinco y diez tipos de materia prima respectivamente. El eje horizontal destaca las instancias para 10, 20, 30 y 40 proveedores, mientras que el eje vertical de las subfiguras (a) indican el valor del GAP (%) obtenido y las subfiguras (b) muestran la misma información pero acotando la escala del eje vertical.

En la Figura 5.8 se observa que los GAP's obtenidos para las instancias con dos tipos de materia prima se encuentran entre 0 y 0.018 % aproximadamente, lo que indica que estas instancias son óptimas o son muy cercanas al óptimo.

Similar a lo observado en la Figura 5.8, en la Figura 5.9 se observa que los GAP's obtenidos para las instancias con cinco tipos de materia prima son similares a los GAP's obtenidos de las instancias con dos tipos de materia prima, y se encuentran entre 0 y 1 % aproximadamente.

Por otro lado, en la Figura 5.10 se demuestra que se obtuvieron valores de los GAP's entre 0.008 y 6.7 % aproximadamente. En la Figura 5.10 (b) se muestra que los valores de los GAP's obtenidos para las instancias anteriores a la configuración de 20 proveedores, 30 centros de recolección, 30 plantas y 30 bodegas están entre 0.008 y 0.011 % aproximadamente. En la Figura 5.10 (a) se observa que los GAP's obtenidos de las instancias iguales o posteriores a dicha configuración se encuentran entre 0.008 y 6.7 % aproximadamente, donde la mayoría de ellas obtuvieron GAP's por encima del 1 %. Estos resultados pueden deberse a que dichas instancias alcanzaron su tiempo límite de cómputo de 3600 s y sólo se obtuvieron soluciones factibles, no óptimas, mientras que las instancias anteriores a dicha configuración presentaron soluciones óptimas que se obtienen antes del tiempo límite de CPU.

Más que una implicación, podríamos decir en general que las instancias iguales o posteriores a la configuración de 20 proveedores, 30 centros de recolección, 30 plantas y 30 bodegas

suelen alcanzar su tiempo límite de CPU de 3600 s y sus soluciones son factibles, mientras que las instancias anteriores a esta misma configuración no necesariamente alcanzan el tiempo límite de CPU y sus soluciones suelen ser óptimas.

Las variaciones del GAP obtenido en las instancias con dos, cinco y diez tipos de materia prima se deben de reflejar en los tiempos de CPU, debido a que si en cualquier instancia el GAP que se obtuvo es mayor o igual a 0.01%, entonces el tiempo de CPU asociado a esa instancia debe ser cercano al tiempo límite de CPU de 3600 s, porque de lo contrario significa que la instancia se resolvió a optimalidad dentro del tiempo límite.

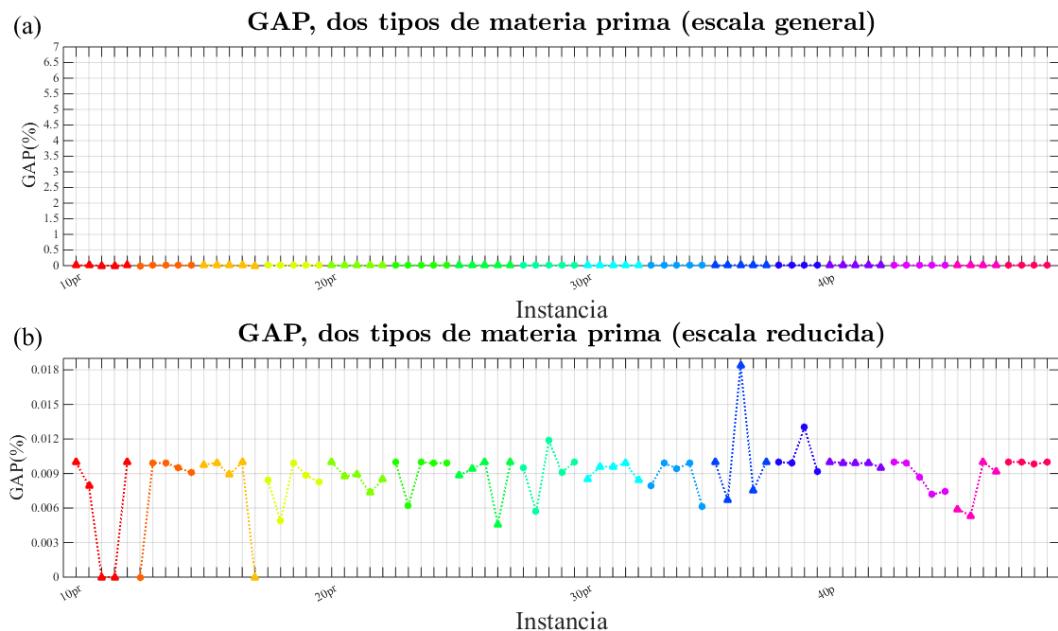


Figura 5.8: GAP's obtenidos de instancias con dos tipos de materia prima.

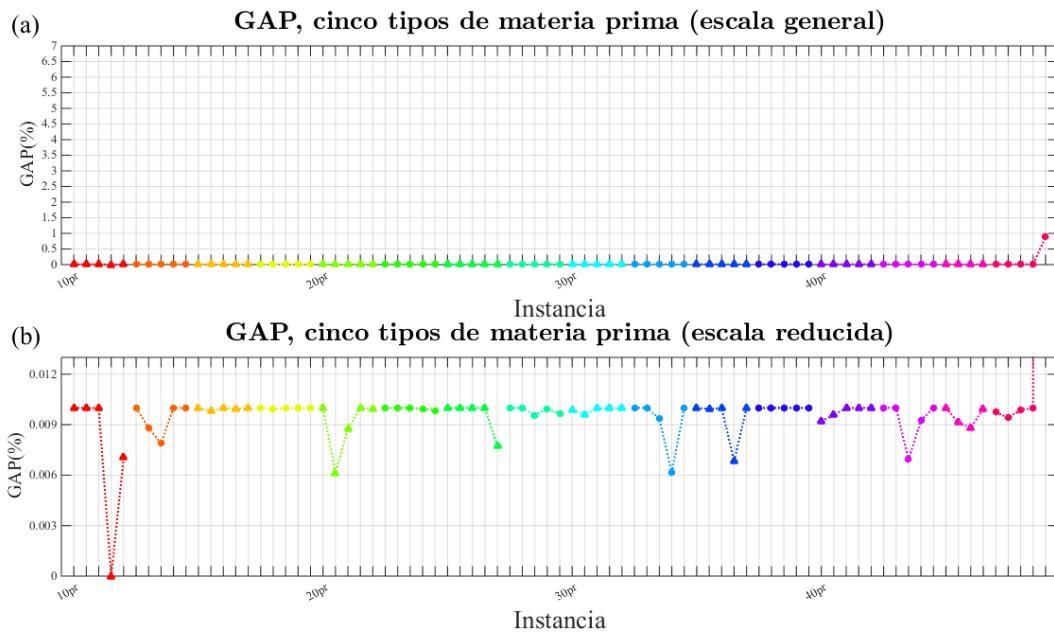


Figura 5.9: GAP's obtenidos de instancias con cinco tipos de materia prima.

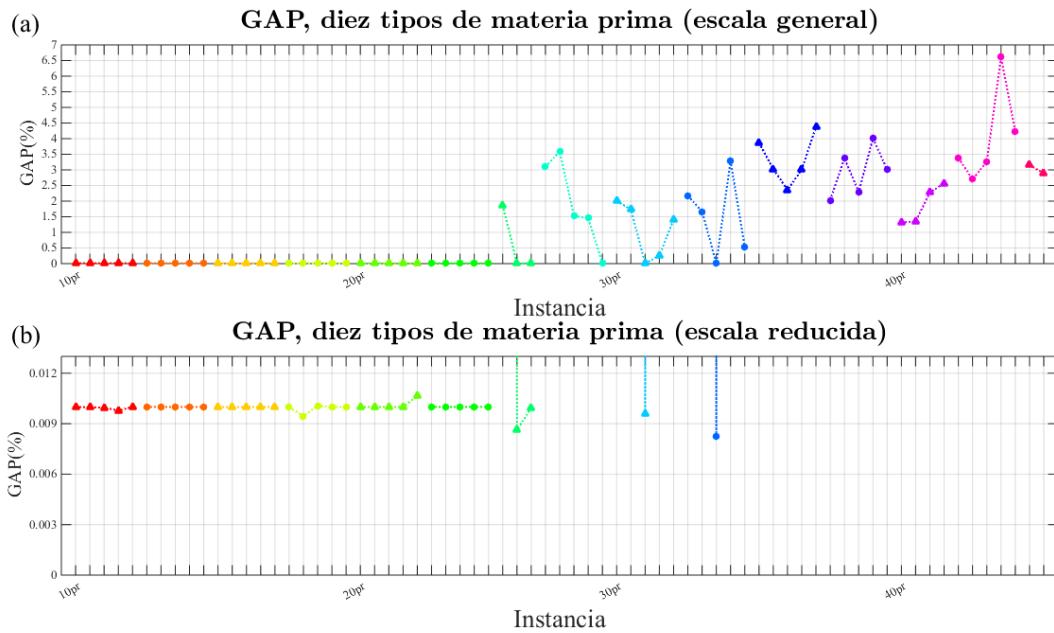


Figura 5.10: GAP's obtenidos de instancias con diez tipos de materia prima.

5.3.3. Análisis del tiempo de CPU respecto a la cantidad de tipos de materia prima

En las Figuras 5.11, 5.12 y 5.13 se observan los resultados obtenidos respecto a el tiempo de CPU (s) para las instancias con dos, cinco y diez tipos de materia prima, el eje horizontal representa las instancias para 10, 20, 30 y 40 proveedores, mientras que el eje vertical indica el tiempo de CPU alcanzado para cada instancia.

En la Figura 5.11 (a) se observa que cuatro instancias tienen tiempos de CPU superiores al resto, lo cual justifica que las desviaciones estándar del tiempo promedio de CPU de la Figura 5.4 para los casos con dos tipos de materia prima no sean representativos. En la Figura 5.11 (b) se muestra que el tiempo de CPU incrementa conforme crece el tamaño de la instancia, la mayor parte de las instancias se resuelven entre 0 y 75 s aproximadamente.

En la Figura 5.12 (a) se observa una instancia con tiempo de CPU cercano al límite de 3600 s y alrededor de cinco casos aislados de instancias que no presentan tiempos de CPU similares a su grupo, lo cual justifica que las desviaciones estándar del tiempo promedio de CPU de la Figura 5.4 para los casos con cinco tipos de materia prima no sean representativos. En la Figura 5.12 (b) se presentan las instancias que se resolvieron en menos de 100 s, donde se muestra que tanto en la Figura 5.12 (a) como en la Figura 5.12 (b), el tiempo de CPU incrementa conforme crece el tamaño de la instancia.

En la Figura 5.13 (a) se observa que la mayoría de las instancias se resuelven con un tiempo de CPU cercano al límite de 3600 s, y algunos grupos de instancias muestran casos aislados respecto a su grupo, lo cual justifica que las desviaciones estándar del tiempo promedio de CPU de la Figura 5.4 para los casos con diez tipos de materia prima no sean representativos. En la Figura 5.13 (b) se muestra que muy pocas instancias se resolvieron con menos de 200 s, donde se concluye tanto en la Figura 5.13 (a) como en la Figura 5.13 (b), el tiempo de CPU incrementa conforme crece el tamaño de la instancia.

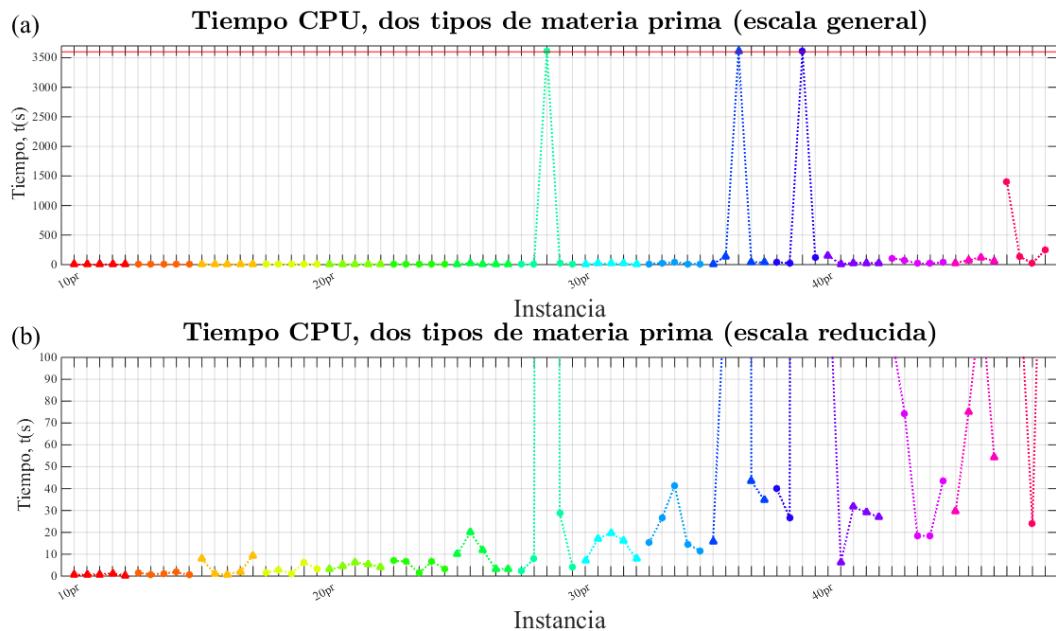


Figura 5.11: Tiempos de CPU obtenidos de instancias con dos tipos de materia prima.

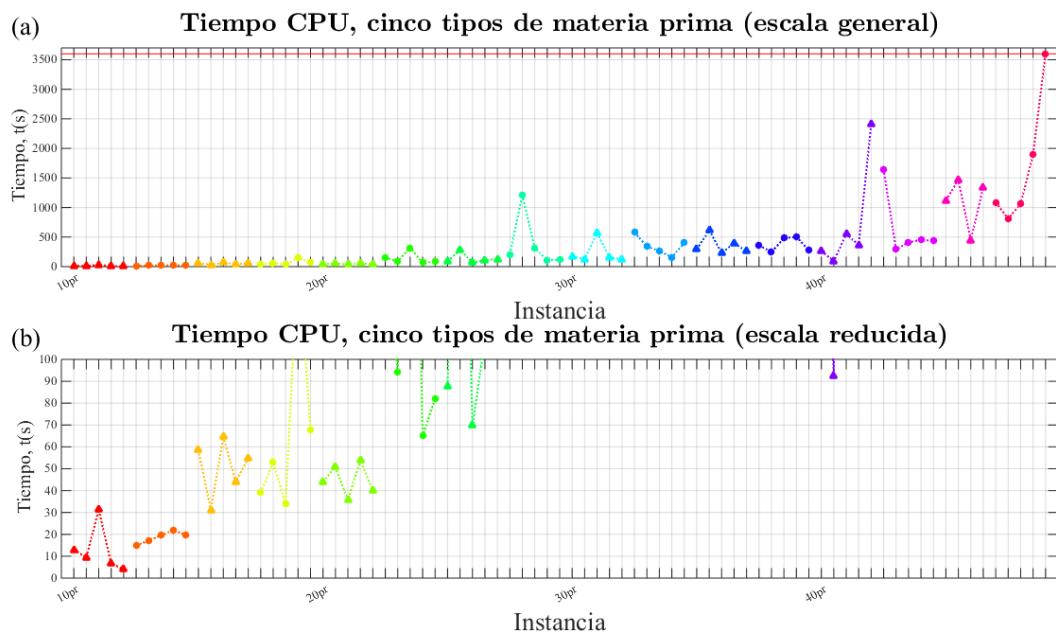


Figura 5.12: Tiempos de CPU obtenidos de instancias con cinco tipos de materia prima.

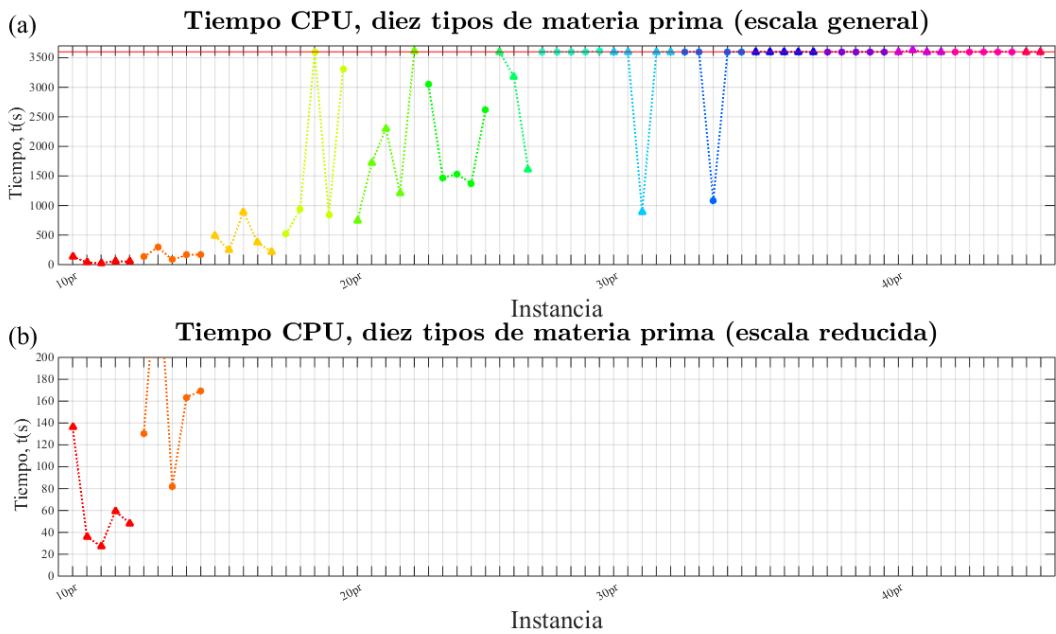


Figura 5.13: Tiempos de CPU obtenidos de instancias con diez tipos de materia prima.

5.4. Discusión

Respecto al valor de la función objetivo, las instancias con dos, cinco y diez tipos de materia prima se comportan de manera homogénea entre las instancias que comparten las dimensiones en su configuración. Lo anterior podría explicarse porque se busca satisfacer la demanda generada en cada una de las bodegas, puesto que se observó que se presentan costos totales similares en las instancias con dos, cinco y diez tipos de materia prima, entre las instancias que tienen la misma cantidad de bodegas y tipos de materia prima, como se mencionó en la subsección 5.3.1.

Por otra parte, se analizó en la subsección 5.3.2 que los GAP's obtenidos de las instancias con dos tipos de materia prima son similares a las obtenidas de instancias con cinco tipos de materia prima, donde sólo una instancia con cinco tipos de materia prima no obtuvo un GAP de 0.00%. Es decir, para instancias con dos y cinco tipos de materia prima podemos obtener soluciones óptimas. También se observó que más de la mitad de las instancias con diez tipos de materia prima obtienen GAP's mayores al 0.00% y se encontraron por debajo del 7%, donde se muestra que a mayor número de tipos de materia prima y a mayor tamaño de la configuración de las instancias, mayor es el GAP obtenido.

En la subsección 5.3.3 se observó que las instancias con dos, cinco y diez tipos de materia prima presentan casos aislados de instancias donde no comparten tiempos de CPU similares a las instancias con su misma configuración, por lo que ninguno de los valores de la desviación estándar obtenidas en el apéndice A.2 son representativos y por tanto no es posible generalizar el comportamiento de las desviaciones estándar del tiempo mostradas en la Figura 5.4. También se observó que el aumento de tiempo de CPU se relaciona con el número de tipos de materia prima y el tamaño de las instancias, donde a mayor número

de tipos de materia prima se requiere mayor tiempo de CPU para resolver las instancias, de igual manera conforme incrementa el tamaño de la instancia el tiempo de CPU también incrementa.

Los análisis que se realizaron en las subsecciones 5.3.1, 5.3.2 y 5.3.3 presentan las relaciones de la función objetivo, GAP y tiempo de CPU, entre las instancias con un tamaño de configuración y un número de tipos de materia prima. Referente a estos tres análisis, se puede determinar que las instancias con dos y cinco tipos de materia prima se comportan de forma muy similar, pues se presentaron costos totales estables, GAP's semejantes, y solamente los tiempos de CPU difieren, donde las instancias con dos tipos de materia prima presentaron un menor tiempo de CPU respecto a las instancias con cinco tipos de materia prima. Además, las soluciones obtenidas muestran que para las instancias con dos y cinco tipos de materia prima, se obtienen generalmente soluciones óptimas.

Por otro lado, mediante los análisis ya mencionados, se determinó que las instancias con diez tipos de materia prima suelen tener soluciones factibles para instancias con un mayor tamaño de configuración, debido a que presentan GAP's mayores a 0.00% y, por ende, tiempos de CPU sobre el tiempo límite de 3600 s.

Capítulo 6

Caso de estudio

Dado que la problemática que motivó el desarrollo de este trabajo se centró en el aprovechamiento de los residuos agroindustriales de manzana, tuna, naranja, entre otros de la región para producir alimentos tipo *snack* con el fin de mitigar la obesidad en la población infantil, se construirá una instancia representativa del caso de estudio. Sin embargo, el desarrollo del proyecto en el que participa la Universidad Autónoma de Coahuila aún se encuentra en la primera fase de desarrollo, en el que a partir del residuo agroindustrial se elabora el alimento extruido. Las últimas fases del proyecto, en las que ya se planea atender la demanda de las escuelas públicas participantes y en la que se generaría los datos para analizar la cadena de suministro correspondiente, aún no están disponibles. Es por ello, que en este capítulo se construirá a partir del generador de instancias aleatorias, una instancia representativa del caso de estudio. Con el fin de que dicha instancia fuera más acorde a la situación real, se realizaron algunas modificaciones en el generador de instancias que se describirán en las secciones 6.1 y 6.2. Los resultados de la instancia para el caso de estudio se analizan y discuten en la sección 6.3.

6.1. Generación de las coordenadas del caso de estudio

En la sección 4.1 se mencionaron las características utilizadas para la construcción de las coordenadas de los proveedores, centros de recolección, plantas y bodegas. Para la implementación del caso de estudio se modificó el generador de coordenadas, considerando lo siguiente:

- Respecto a los proveedores y los tipos de materia prima: se consideraron ocho posibles proveedores de materia prima, ubicados en las regiones aledañas a la zona metropolitana de Saltillo, como se muestra en la Figura 6.1. Los tipos de materia prima de los cuales se obtendrán los residuos agroindustriales son tres: la uva, la manzana y la tuna. Con la intención de representar que en la situación real los proveedores se encuentran fuera del área metropolitana de Saltillo, sus coordenadas se generaron en las subregiones a_1 , a_2 , a_3 y a_4 , haciendo alusión a las ubicaciones de los proveedores en la problemática real.

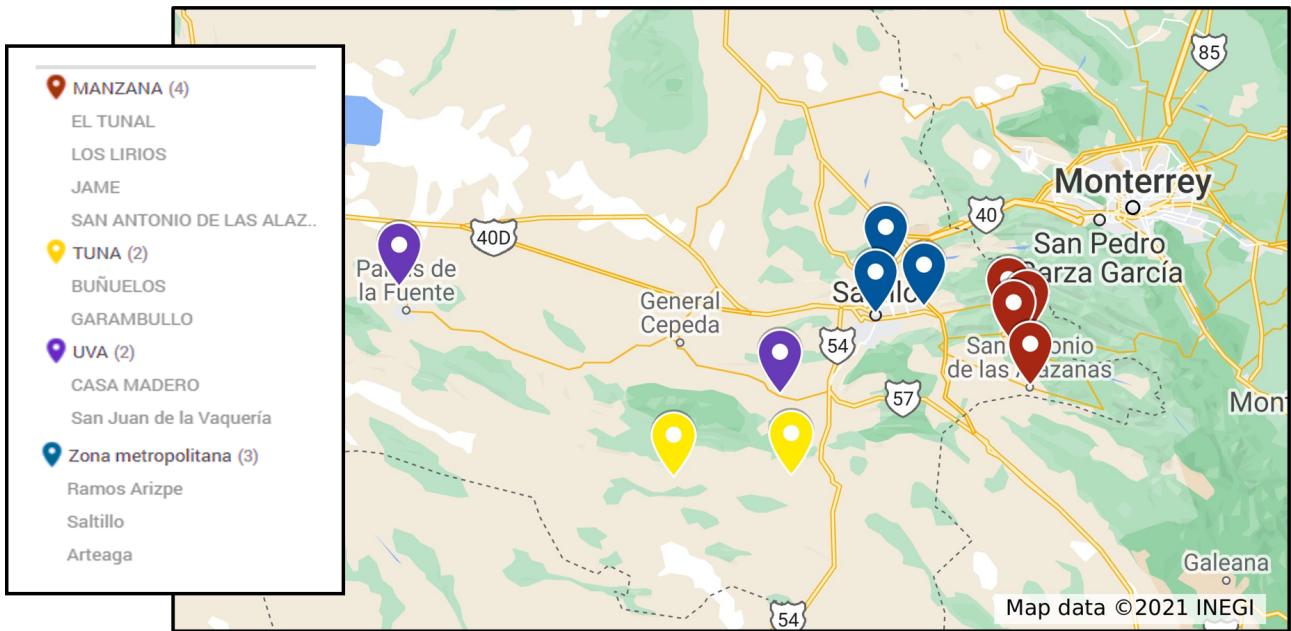


Figura 6.1: Mapa del caso de estudio con las coordenadas reales de los proveedores, denotando el tipo de materia prima de cada proveedor (Google., sfa).

Sean $m = 1$, $m = 2$ y $m = 3$ los tipos de materia prima de uva, manzana y tuna respectivamente; para obtener una instancia mas de acuerdo al caso real, en la subregión a_1 se ubicó un proveedor de uva, en la subregión a_2 se ubicaron cuatro proveedores de manzana y en la subregión de a_4 se ubicaron dos proveedores de tuna y uno de uva. Para establecer la relación sobre cuáles proveedores suministrarán que tipo de materia prima, se utiliza la relación $m'(i) = m$. Para el caso de estudio corresponderían las ecuaciones (6.1) a (6.8), donde la i representa el proveedor y m el tipo de materia prima que provee.

$$m'(1) = 1 \quad (6.1)$$

$$m'(2) = 2 \quad (6.2)$$

$$m'(3) = 2 \quad (6.3)$$

$$m'(4) = 2 \quad (6.4)$$

$$m'(5) = 2 \quad (6.5)$$

$$m'(6) = 1 \quad (6.6)$$

$$m'(7) = 3 \quad (6.7)$$

$$m'(8) = 3 \quad (6.8)$$

- Respecto a los centros de recolección, plantas y bodegas: se consideraron tres posibles ubicaciones para los centros de recolección, cuatro posibles ubicaciones para las plantas, y cuatro bodegas, ubicadas de manera aleatoria en las regiones y subregiones delimitadas en la sección 4.1.
- Respecto a los tamaños de apertura de los centros de recolección: se consideraron dos tamaños de apertura, como se describió en la sección 5.2.

Las coordenadas de la instancia del caso de estudio con nombre 8pr3c4p4b3pdto2cap.txt se muestra a continuación.

Coordenadas proveedores xy

38.2247 118.68

173.594 34.8958

183.106 134.27

150.197 148.372

174.338 88.4228

69.5379 43.9879

111.342 12.4744

73.9418 26.5154

Coordenadas centros xy

53.1638 110.227

52.9163 107.326

56.0475 147.543

Coordenadas plantas xy

82.3074 68.8626

132.67 133.744

129.333 94.2881

70.7574 138.817

Coordenadas bodegas xy

132.794 115.769

115.017 81.0719

125.567 76.9252

112.858 96.4091

Matriz de distancias Nivel 1

17.1648 18.5677 33.9227

142.051 140.746 162.809

132.148 132.949 127.75

104.261 105.585 94.1526

123.12 122.884 132.242

68.233 65.4828 104.431

113.755 111.402 145.949

86.2518 83.501 122.344

Matriz de distancias Nivel 2

50.6001 82.9117 77.819 33.5694

48.4073 84.0156 77.5209 36.1935

82.9473 77.8556 90.5919 17.1037

Matriz de distancias Nivel 3

68.9141 34.914 44.0047 41.1358

17.9752 55.5517 57.2611 42.2661

21.7582 19.4837 17.7666 16.611

66.1796 72.7556 82.672 59.7567

La representación gráfica de dichas coordenadas se muestra en la Figura 6.2, donde la configuración de la instancia se consideró con 8 posibles proveedores, denotados por el

símbolo de estrella de color morado (uva), rojo (manzana) y verde (tuna) que se encuentran en el borde exterior; 3 posibles centros de recolección, denotados por el símbolo de diamante de color rosado que se encuentran en el borde interno; 4 posibles plantas, denotadas por el símbolo de cuadrado de color café que se encuentran al interior del mapa y 4 bodegas denotadas por el símbolo de pentágonos de color naranja que se encuentran al interior del mapa. Además, se cuentan con 3 tipos de materia prima (uva, manzana y tuna) y 2 tamaños de apertura de los centros de recolección.

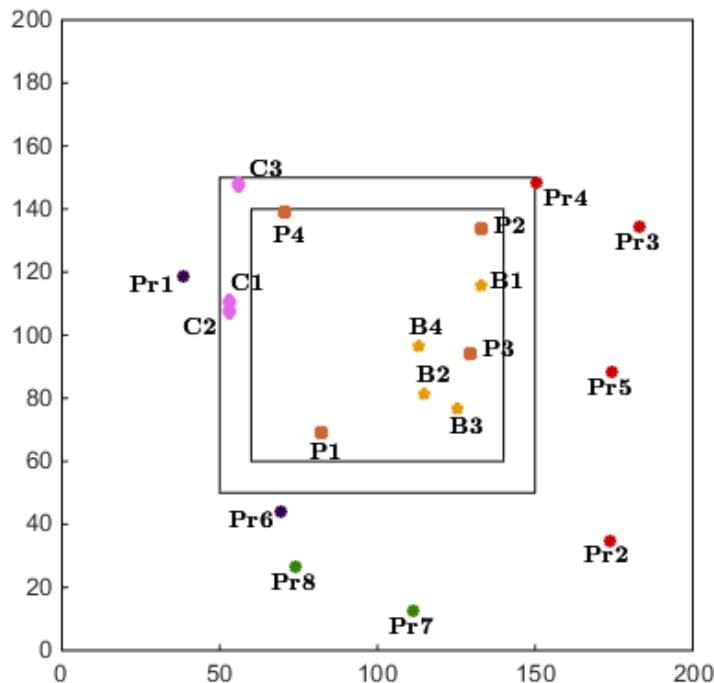


Figura 6.2: Representación gráfica de las coordenadas de la instancia representativa del caso de estudio.

Para generar las coordenadas de todos los involucrados en las etapas de la cadena de suministro, fue necesario modificar el generador de instancias para obtener una instancia representativa del caso de estudio, como se muestra en la siguiente sección.

6.2. Generación de la instancia del caso de estudio

Para la generación de la instancia representativa, se utilizó el generador de instancias descrito en la sección 4.2, donde se realizaron algunas modificaciones en los parámetros generados de las subsecciones 6.2.1, 6.2.2 y 6.2.3

6.2.1. Estimación de la demanda

Como se mostró en la sección 4.2, a partir de la demanda de las bodegas se generan sucesivamente las capacidades de las plantas, de los centros de recolección y de los proveedores,

por lo que es necesario estimar el número de alimentos tipo *snack* que se pretende abastecer a las escuelas (demanda de las escuelas) y distribuirlas entre un número de bodegas. Para ello, es necesario conocer que el cliente final del producto tipo *snack* son los alumnos de las escuelas preescolar y primaria de la zona metropolitana de Saltillo, a cual se conforma por los municipios de Saltillo, Ramos Arizpe y Arteaga (ver Figura 6.3).

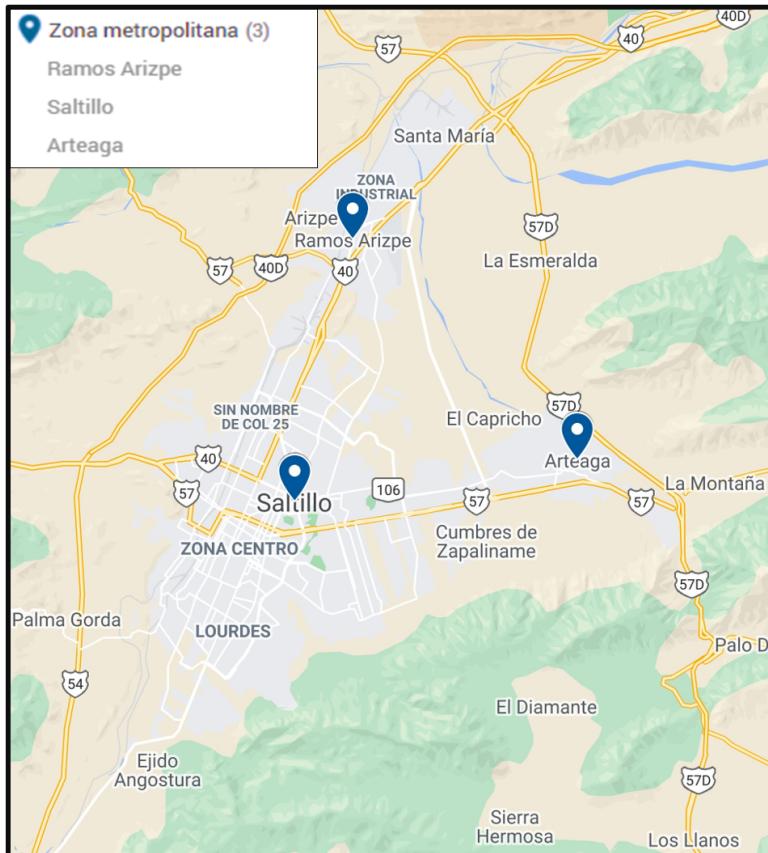


Figura 6.3: Mapa de la zona metropolitana de Saltillo (Google., sfb).

Los datos proporcionados por Escuela Transparente (Secretaría de Educación Coahuila. Escuela Transparente., sf) muestran el total de alumnos en preescolar y primaria de las ciudades de Saltillo, Ramos Arizpe y Arteaga, que en total son 43,286 y 107,350 respectivamente. Es decir, se considerarán 150,636 estudiantes, correspondientes a los alumnos de las escuelas preescolar y primaria de la zona metropolitana de Saltillo en el ciclo escolar 2017 – 2018. La demanda de las escuelas para el caso de estudio se generó aleatoriamente en un intervalo con distribución uniforme, que se estima con la ecuación (6.9)

$$d_T \in (T_a * d_{sem}^{min} * t_{sem}, T_a * d_{sem}^{max} * t_{sem}) \quad (6.9)$$

donde T_a representa el total de alumnos, d_{sem}^{min} significa la demanda o distribución semanal mínima del producto tipo *snack*, d_{sem}^{max} denota la demanda o distribución semanal máxima del producto tipo *snack*, y t_{sem} se refiere al lapso de tiempo medido en semanas.

Se supuso que el producto tipo *snack* se distribuirá de dos a tres veces por semana ($d_{sem}^{min} = 2$ y $d_{sem}^{max} = 3$) en un lapso de 36 semanas hábiles referentes a un ciclo escolar (t_{sem}), por lo que la

demandas de las escuelas se representan en un intervalo con distribución uniforme mediante la ecuación (6.10)

$$d_T \in (10,845,792; 16,268,688). \quad (6.10)$$

Como se puede elegir entre tres tipos de materia prima m , la demanda promedio de las escuelas por cada tipo de materia prima se estableció en un intervalo aleatorio con distribución uniforme como se muestra en la ecuación (6.11)

$$d_{\text{prom}T}^m \in (3,615,264; 5,422,896), \quad \forall m \in M. \quad (6.11)$$

Finalmente, para determinar la demanda de cada bodega, la demanda promedio de las escuelas por cada tipo de materia prima se reparte equitativamente entre el número total de bodegas, por lo que la ecuación (6.12) describe el intervalo aleatorio con distribución uniforme sobre el cual se genera cada una de las demandas de las bodegas

$$d_l^m \in (903,816; 1,355,724), \quad \forall l \in L, \quad \forall m \in M. \quad (6.12)$$

6.2.2. Estimación de los costos de transporte

Para estimar los costos de transporte para cada uno de los tres niveles de la cadena de suministro, en la sección 4.2 se establecieron las ecuaciones (4.4), (4.5) y (4.6) mediante las cuales se determina el costo por transportar una unidad de producto, mostrado de manera simplificada por la ecuación (6.13)

$$C_{\text{transp}} = \text{fact}_m \times \text{dist} \quad (6.13)$$

donde C_{transp} representa el costo por transportar una unidad (en USD), fact_m significa el factor aleatorio generado en un intervalo aleatorio con distribución uniforme y dependiente del tipo de materia prima m que se mencionó en la subsección 4.2.1, y dist se refiere a la distancia de transportar producto entre las etapas de cada nivel (en unidades).

Para obtener un costo aproximado en dólares del traslado de una unidad en cada nivel, se estableció que el factor aleatorio de cada nivel se consideraría de la siguiente manera:

$$\text{Nivel 1} \rightarrow \text{factor_}m \in (8 \times 10^{-4}, 1 \times 10^{-3}) \quad (6.14)$$

$$\text{Nivel 2} \rightarrow \text{factor2_}m \in (6.15 \times 10^{-4}, 1.3 \times 10^{-3}) \quad (6.15)$$

$$\text{Nivel 3} \rightarrow \text{factor3_}m \in (6.6 \times 10^{-4}, 1.5 \times 10^{-3}) \quad (6.16)$$

Con las ecuaciones (6.14), (6.15) y (6.16) se estimó que los costos por transportar una unidad serían de, aproximadamente, 0.08 USD, 0.04 USD y 0.03 USD en el nivel uno, dos y tres respectivamente (alrededor de 0.15 USD \approx 3 MXN).

6.2.3. Estimación de los costos de producción

Los costos de producción en los centros de recolección j y en las plantas k representan el costo por transformar cada unidad de producto en dólares, donde se estimaron como se muestran en las ecuaciones (6.17) y (6.18)

$$\delta_j^m \in (0.04, 0.06), \quad \forall j \in J, \forall m \in M. \quad (6.17)$$

$$\epsilon_k^m \in (0.09, 0.12), \quad \forall k \in K, \forall m \in M. \quad (6.18)$$

Una vez que se realizaron las modificaciones sobre el generador de instancias, se construyó la instancia representativa del caso de estudio con nombre 8pr3c4p4b3pdto2cap.txt, que se muestra a continuación:

```

noProv: 8
noCentros: 3
noPlantas: 4
noBodegas: 4
noPdctos: 3
noCapCentros: 2
iota: \\Factor de los centros
0.4 0.4 0.4
0.6 0.5 0.6
0.5 0.6 0.5

zeta: \\Factor de las plantas
9 11 10
9 9 11
10 11 11
10 11 9

demandas: \\demanda de las bodegas
912803 930245 929938
918334 904177 910817
907623 926339 910614
911576 904086 927744

lambda: \\Capacidad de las plantas
683056 2.31785e+06 2.28256e+06
444350 995894 1.19713e+06
1.96883e+06 1.5253e+06 899122
970032 2.18634e+06 1.6568e+06

beta: \\Capacidad de los centros de dos tamaños
1.2574e+06 2.25854e+06 1.96659e+06

```

1.29267e+06 2.84678e+06 1.94912e+06
1.26796e+06 2.81584e+06 2.25358e+06

951542 1.70915e+06 1.48822e+06
950573 2.0934e+06 1.4333e+06
702686 1.5605e+06 1.2489e+06

gamma: \\capacidad o disponibilidad de los proveedores

2.59038e+06 0 0
0 1.02591e+07 0
0 8.61664e+06 0
0 3.11345e+06 0
0 1.29299e+07 0
5.32514e+06 0 0
0 0 6.79655e+06
0 0 3.80519e+06

costos_niv1:

0.0249729 0.0270139 0.0493538
0.206668 0.20477 0.236869
0.192261 0.193426 0.185863
0.151688 0.153614 0.136982
0.179126 0.178783 0.192397
0.0992716 0.0952703 0.151935
0.165502 0.162078 0.21234
0.125487 0.121485 0.177997

0.0178219 0.0192785 0.0352213
0.147489 0.146134 0.169042
0.137207 0.138039 0.132641
0.108252 0.109627 0.097757
0.127834 0.127588 0.137304
0.0708452 0.0679897 0.108428
0.11811 0.115667 0.151536
0.0895537 0.0866977 0.127027

0.0491537 0.0531711 0.0971422
0.406781 0.403045 0.466226
0.378425 0.380718 0.365831
0.298566 0.302357 0.269619
0.352572 0.351896 0.378692
0.195395 0.187519 0.299051
0.325754 0.319015 0.417945
0.246994 0.239117 0.350348

costos_niv2:

0.0448493 0.0734887 0.0689748 0.0297542
 0.0429058 0.0744672 0.0687106 0.0320801
 0.0735203 0.0690072 0.0802961 0.0151599

0.0479085 0.0785013 0.0736796 0.0317837
 0.0458323 0.0795466 0.0733973 0.0342683
 0.0785351 0.0737142 0.085773 0.0161939

0.0456427 0.0747886 0.0701949 0.0302805
 0.0436647 0.0757844 0.069926 0.0326476
 0.0748208 0.0702279 0.0817164 0.015428

costos_niv3
 0.0891779 0.0451803 0.0569441 0.0532315
 0.0232607 0.0718863 0.0740984 0.0546942
 0.028156 0.0252128 0.0229908 0.0214954
 0.0856394 0.0941489 0.106981 0.0773278

0.0810866 0.041081 0.0517774 0.0484017
 0.0211502 0.065364 0.0673753 0.0497317
 0.0256014 0.0229252 0.0209048 0.0195451
 0.0778692 0.0856066 0.0972747 0.0703117

0.0496402 0.0251493 0.0316975 0.0296309
 0.0129479 0.040015 0.0412463 0.0304452
 0.0156729 0.0140345 0.0127977 0.0119652
 0.0476705 0.0524073 0.0595504 0.043044

Costo_ApCen_tamN:

207705 157181
 230664 169621
 240091 133055

Matriz_delta: \\Costo producción centros
 0.0433711 0.0447652 0.0433106
 0.0565111 0.0493399 0.0467605
 0.0571923 0.0565581 0.04026

Matriz_epsilon: \\Costo producción plantas
 0.108617 0.105296 0.108126
 0.115221 0.109626 0.117006
 0.115099 0.0990713 0.110548
 0.116486 0.11092 0.0958348

Xi_CostoFijo: \\Costo fijo de plantas
 279058 139299 232039 254218

6.3. Análisis de la instancia del caso de estudio

La instancia del caso de estudio se resolvió haciendo uso del modelo de programación lineal propuesto. La solución óptima de la instancia 8pr3c4p4b3pdto2cap.txt se observa a continuación, donde se muestra el nombre de la instancia, el valor de la función objetivo, el tiempo de CPU, el estado de la solución, el GAP y el desglose de los demás costos implicados en el valor de la función objetivo.

Instancia: 8pr3c4p4b3pdto2cap.txt

Función Objetivo: 1.72596e+06

Tiempo: 0.867

Estado: Optimal

GAP: 0

costofijo: 169621

costofijo2: 650396

costoniv1: 222778

costoniv2: 65698.9

costoniv3: 407906

costoniv123 = 696383

costotransformJ: 93324.1

costotransformK: 116231

CostoFinal: 1.72596e+06

x[1][2][1]=608390

x[4][2][2]=666336

x[8][2][3]=557445

y[2][1][2]=333168

y[2][2][3]=334467

y[2][3][1]=365034

z[1][1][2]=930245

z[1][2][2]=904178

z[1][3][2]=926339

z[1][4][2]=904086

z[2][1][3]=929962

z[2][2][3]=910817

z[2][3][3]=910614

z[2][4][3]=927744

z[3][1][1]=912803

z[3][2][1]=918334

z[3][3][1]=907623

z[3][4][1]=911580

0[2][2]=1

phi[1][2]=1

phi[2][3]=1

phi[3][1]=1

Considerando de forma explícita el valor de las variables se verificó que la suma del desglose de los costos se representa en “CostoFinal”, que coincide con el valor de la función objetivo que arroja el optimizador CPLEX. La salida de las variables de control están organizadas de la forma $x[i][j][m]$, $y[j][k][m]$ y $z[k][l][m]$, mientras que las variables binarias están organizadas de la forma $O[j][n]$ y $\phi[k][m]$. Para la visualización de las salidas, se utilizó el graficador de soluciones, donde se representó la salida de la instancia 8pr3c4p4b3pdto2cap.txt como se muestra en la Figura 6.4.

En la Figura 6.4 se observan las etapas de la cadena de suministro, comenzando de izquierda a derecha se representan los proveedores, los centros de recolección, las plantas y las bodegas. Entre cada etapa se encuentran los niveles de la cadena de suministro, donde los arcos en la red varían por el tipo de materia prima que se transporta, variando el color, donde los arcos morados representan el tipo de materia prima $m = 1$ (uva), los arcos rojos representan el tipo de materia prima $m = 2$ (manzana) y los arcos verdes representan el tipo de materia prima $m = 3$ (tuna). Dentro de cada arco, se muestra en los recuadros amarillos el precio unitario de traslado, y los recuadros azules indican la cantidad de producto que se traslada en ese arco.

También, se puede analizar que cada proveedor sólo dispone de un tipo de materia prima, asociándose el color de los proveedores con el tipo de materia prima (de manera análoga a los colores que se usaron para distinguir los arcos), observándose que el arco de salida de los proveedores corresponde al color del proveedor. En el primer nivel de la cadena de suministro (que abarcan las etapas de los proveedores y los centros de recolección) se muestra que solamente se abrió el centro de recolección $j = 2$ con el tamaño $n = 2$ que es de tamaño más pequeño. En el segundo nivel (que abarcan las etapas de los centros de recolección y las plantas) se contempla que sólo se abrieron tres plantas, donde la planta $k = 1$ solo recibió del tipo de materia prima $m = 2$, la planta $k = 2$ solo recibió del tipo de materia prima $m = 3$, y la planta $k = 3$ solo recibió del tipo de materia prima $m = 1$. En el tercer nivel (que abarcan las etapas de las plantas y las bodegas) se observó que se recibió el producto tipo *snack* desde tres plantas k a las cuatro bodegas l . Los flujos de productos entre los niveles corresponden a los valores indicados en las variables de salida para la instancia 8pr3c4p4b3pdto2cap.txt.

Por último, se determinaron las uniones de los arcos que se observan en la Figura 6.5 a partir de la representación gráfica de las coordenadas mostradas en la Figura 6.2 y la salida de la instancia representativa del caso de estudio.

Como se puede observar en la Figura 6.5, los colores de los proveedores y los arcos representan el tipo de materia prima que disponen y el tipo de materia prima que se transporta, respectivamente, donde los elementos morados representan la uva, los elementos rojos representan la manzana y los elementos verdes representan la tuna. Cada arco tiene un tipo de línea, que representa el nivel sobre el que se está trasladando. En el nivel uno (de proveedores a centros de recolección) el tipo de línea de los arcos es sólido, en el nivel dos (de centros de recolección a plantas) el tipo de línea de los arcos es discontinuo y en el nivel tres (de plantas a bodegas) el tipo de línea de los arcos es punteada.

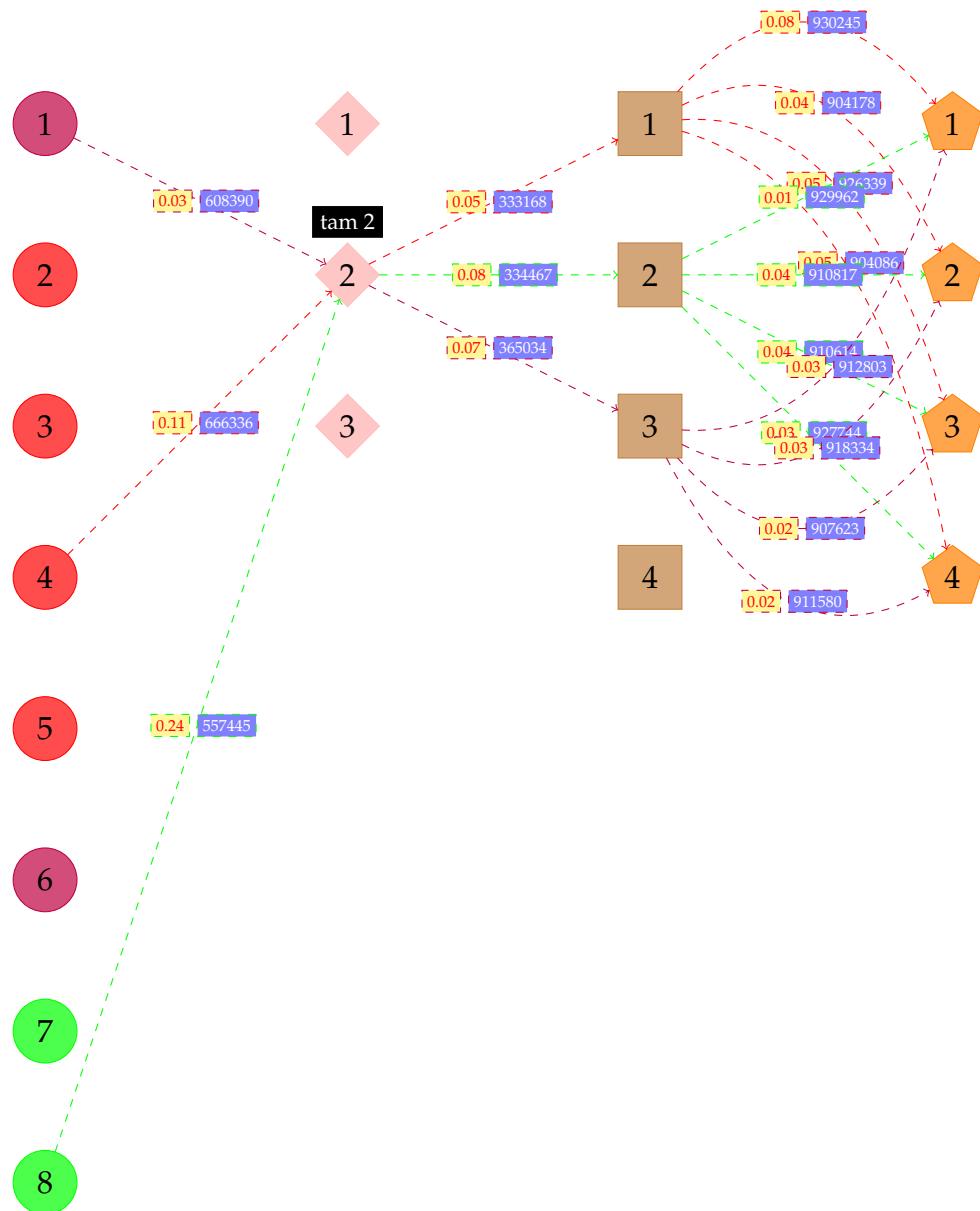


Figura 6.4: Representación gráfica de la solución de la instancia del caso de estudio con configuración 8pr3c4p4b3pdto2cap.

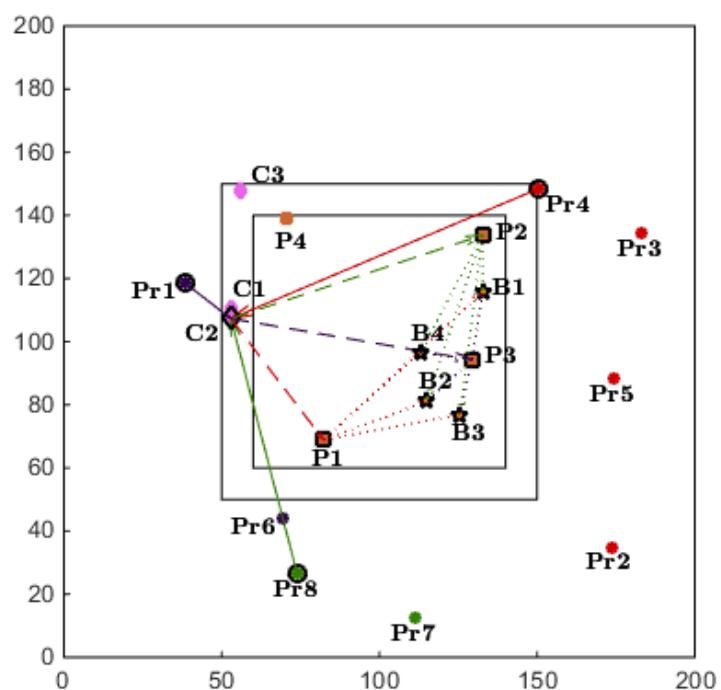


Figura 6.5: Representación gráfica de la solución óptima del caso de estudio sobre la representación de las coordenadas de los nodos con configuración 8pr3c4p4b3pdto2cap.

Capítulo 7

Conclusiones

En esta tesis se estudia un problema de diseño de cadena de suministro para la producción de alimentos tipo *snack*. Primero se diseñó el problema de cadena de suministro considerando tres niveles, todos los parámetros deterministas, múltiples tipos de materia prima y factores de rendimiento en dos etapas. Una vez establecido el diseño del problema, se modeló como un problema de programación lineal entera y después se generó un conjunto de instancias aleatorias para evaluar el desempeño del modelo en términos del valor de la función objetivo, el tiempo de CPU, el GAP y estado de la solución. Finalmente se construyó, resolvió y analizó una instancia representativa del caso de estudio de la Universidad Autónoma de Coahuila.

Al respecto se concluyó lo siguiente:

- Las instancias con dos, cinco y diez tipos de materia prima mostraron valores de la función objetivo estables entre las instancias de su misma configuración y número de tipos de materia prima.
- Las instancias con dos tipos de materia prima mostraron valores de GAP's entre 0 y 0.018%, y en las instancias con cinco tipos de materia prima se encontraron valores entre 0 y 1%, por lo que muestra que los GAP's de las instancias con dos y cinco tipos de materia prima son semejantes y, por ende, los estados de la solución son óptimos para casi todas las instancias. Para las instancias con diez tipos de materia prima, se obtuvieron valores de GAP entre 0.008 y 6.7%, donde las instancias menores al tamaño de configuración 20pr30c30p30b muestran valores entre 0.008 y 0.011 %, y las instancias igual o mayores a ésta obtuvieron valores entre 0.008 y 6.7%, por lo que las instancias menores a este tamaño de configuración muestran mayormente soluciones óptimas, y las instancias igual o mayores a este tamaño de configuración indican que se alcanzó en su mayoría soluciones factibles.
- Se demostró que el aumento de tiempo de CPU se relaciona con el número de tipos de materia prima y el tamaño de la configuración de las instancias, donde a mayor número de tipos de materia prima se requiere mayor tiempo de CPU para resolver las instancias, de igual manera conforme incrementa el tamaño de la instancia el tiempo de CPU también incrementa. Además, se observó que las instancias con dos, cinco y diez tipos de materia prima presentan casos aislados de instancias donde no comparten tiempos de CPU similares a las instancias con su misma configuración.

- Se generó una instancia representativa del caso de estudio con un tamaño de configuración de ocho proveedores, tres centros de recolección, cuatro plantas, cuatro bodegas, tres tipos de materia prima y dos capacidades ($8pr3c4p4b3pdto2cap$), obteniéndose una solución óptima que representa el mínimo costo total de las operaciones de la cadena de suministro, con un valor de la función objetivo de 1.72596×10^6 USD, en un tiempo de CPU de 0.867 segundos y un GAP de 0%.

A partir de la discusión presentada en la sección 5.4, las limitaciones que se pueden encontrar para instancias con dos y cinco tipos de materia prima (las cuales se resuelven dentro del tiempo límite de 3600 s) son que, para instancias con una configuración más grande que $40pr40c50p50b10pdto$ y $40pr50c50p50b5pdto$, se pueden obtener soluciones factibles debido a que se alcance el tiempo límite de CPU. Las limitaciones sobre las instancias con diez tipos de materia prima también se relacionan con el tamaño de la configuración de las instancias, pues generalmente solo es posible obtener soluciones factibles a medida que aumenta el tamaño de la configuración a $20pr30c30p30b$, por lo que no se puede garantizar una solución óptima a partir de esta configuración. Estas limitaciones sobre el tamaño de las instancias son importantes para las futuras problemáticas reales, por ejemplo, donde se pueda considerar como el cliente final a todas las escuelas de nivel preescolar y primaria del estado de Coahuila.

Se observó que para instancias con tamaños de configuraciones como $40pr40c50p50b10pdto$ y $40pr50c50p50b5pdto$ se mantuvieron los GAP's debajo del 7% el cuál sigue siendo un valor aceptable dado el tamaño de la instancia. Se considera que al incorporar otras características al modelo de cadena de suministro, como la temporalidad y la incertidumbre en los proveedores, representarían situaciones más cercanas a la realidad y aumentarían la complejidad del problema. Una vez incorporadas las características mencionadas y estudiado el modelo matemático es posible que los GAP's obtenidos sean considerables y quizá sea conveniente estudiar el uso de heurísticas o metaheurísticas para resolver el modelo de cadena de suministro aplicado considerando instancias más difíciles de resolver, pero sin duda el estudiar el problema y modelarlo haciendo uso de modelos matemáticos para los cuáles sea posible obtener soluciones óptimas darán un mejor entendimiento del problema, así como de la estructura de la solución, lo cual podría ser de utilidad al diseñar algoritmos heurísticos.

Bibliografía

- Ahumada, O. y Villalobos, J. R. (2009). Application of planning models in the agri-food supply chain: A review. *European Journal of Operational Research*, páginas 1–20.
- Alavi, S., Karkle, E., Adhikari, K., y Keller, L. (2011). Extrusion research for addressing the obesity challenge.
- Ballou, R. H. (2004). *Logística. Administración de la cadena de suministro*. Pearson Education, Inc., 5 edición.
- Beres, C., Costa, G. N., Cabezudo, I., da Silva-James, N. K., Teles, A. S., Cruz, A. P., Mellinger-Silva, C., Tonon, R. V., Cabral, L. M., y Freitas, S. P. (2017). Towards integral utilization of grape pomace from winemaking process: A review. *Waste Management*, 68:581 – 594.
- Cardona Valdés, Y. (2012). *Estudio de un problema bi-objetivo de diseño de cadena de suministro con incertidumbre en las demandas*. Tesis de doctorado, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad Autónoma de Nuevo León.
- Chase, R. B., Jacobs, F. R., y Aquilano, N. J. (2009). *Administración de operaciones. Producción y cadena de suministros*. McGraw-Hill / Interamericana Editores, S.A. DE C.V., 12 edición.
- Cogollo-Flórez, J. (2017). Métodos exactos y heurísticos en la solución de problemas de redes de transporte en las cadenas de suministros. 18:44–63.
- Cornuéjols, G., Nemhauser, G., y Wolsey, L. (1990). The uncapacitated facility location problem.
- Cury R., Aguas M., Y., Martínez M., A., Olivero V., R., y Chams Ch., L. (2017). Residuos agroindustriales su impacto, manejo y aprovechamiento. *Revista Colombiana de Ciencia Animal*.
- Daskin, M. S., Snyder, L. V., y Berger, R. T. (2005). *Facility Location in Supply Chain Design*, páginas 39–65. Springer US, Boston, MA.
- Eppen, G. D., Gould, F. J., Schmidt, C. P., H., M. J., y Weatherford, L. R. (2000). *Investigación de Operaciones en la Ciencia Administrativa*. Prentice-Hall Hispanoamericana, 5 edición.
- Fernández, C. (2018). ¿Qué tienen en común el coñac, el pisco y orujo? [Figura]. Recuperado de https://www.vinetur.com/imagenes/2017/octubre/24/hollejos_bagazo.jpg.
- Fisher, M. L., Jan H., H., Walter R., O., y Ananth, R. (1994). Making supply meet demand in an uncertain world. 72(3):83–93.

Flynn, B. B., Huo, B., y Zhao, X. (2010). The impact of supply chain integration on performance: A contingency and configuration approach. *Journal of Operations Management*, páginas 58–71.

Freepik (2019). Palitos de maíz aislados en blanco. [Figura]. Recuperado de https://www.freepik.es/fotos-premium/palitos-maiz-aislados-blanco_4846739.htm.

Gamboa Ocampo, J. J. y Tabares Pineda, J. R. (2012). Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribucción de la supply chain de una empresa de consumo masivo. Tesis de maestría, Facultad de Ingeniería, Universidad ICESI.

García García, J. (2007). Logística como herramienta de la cadena de suministros. Tesina, Universidad de Sonora. Unidad Regional Norte.

Google. (s.f.a). [Mapa de la región sureste de Coahuila, México con las coordenadas de los proveedores del caso de estudio en Google Maps]. Recuperado el 23 de Febrero, 2021 de: https://www.google.com/maps/d/edit?mid=1cMdYES9no_psgCn5sGJo2zjCikT7X1I8&usp=sharing.

Google. (s.f.b). [Mapa de la zona metropolitana de Saltillo, Coahuila, México en Google Maps]. Recuperado el 23 de Febrero, 2021 de: https://www.google.com/maps/d/edit?mid=1cMdYES9no_psgCn5sGJo2zjCikT7X1I8&usp=sharing.

López Jiménez, D. F. y Vergara, P. (2017). El enfoque heurístico aplicado a la resolución de problemas en la empresa: entre el método y la estrategia. 21:234–248.

Martín-Andino, R. (2006). Cadena de suministro. Reporte técnico, EOI.

Melo, T., Nickel, S., y da Gama, F. S. (2007). Facility location and supply chain management - a comprehensive review. Reporte técnico 130, Fraunhofer (ITWM).

Melo, T., Nickel, S., y Saldanha-da Gama, F. (2009). Facility location and supply chain management – a review. *European Journal of Operational Research*, 196:401–412.

Moina Quijano, L. (2017). Diseño de una red de suministro mediante modelación matemática para el procesamiento y la distribución de concentrado para peces en el municipio de silvia-cauca. Tesis de maestría, Facultad de Ingeniería, Universidad del Cauca.

Olivares Benítez, E. (2007). *Capacitated Fixed Cost Facility Location Problem with Transportation Choices*. Tesis de doctorado, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey.

Paraman, I., Sharif, M. K., Supriyadi, S., y Rizvi, S. S. (2015). Agro-food industry byproducts into value-added extruded foods. *Food and Bioproducts Processing*, 96:78 – 85.

Ranga, A., Kumar, S., y Darvhankar, M. (2019). Agro-industrial waste and its management. 17:55.

Romero Pimentel, R. (2012). Modelación de cadenas de suministro mediante programación entera. Tesis, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

Rosas Calleja, D., Ortiz Laurel, H., Herrera Corredor, J., y Leyva Ovalle, O. (2016). Revalorización de algunos residuos agroindustriales y su potencial de aplicación a suelos agrícolas. *Agroproductividad*.

Ruiz Moreno, A. f., Caicedo Otavo, A. L., y Orjuela Castro, J. A. (2015). Integración externa en las cadenas de suministro agroindustriales: Una revisión al estado del arte. *Ingeniería*, 20:9–30.

Saval Bohórquez, S. (2012). Aprovechamiento de residuos agroindustriales: Pasado, presente y futuro. *Revista de la Sociedad Mexicana de Biotecnología y Bioingeniería A.C.*, 16(2):14–46.

Schieber, A., Stintzing, F., y Carle, R. (2001). By-products of plant food processing as a source of functional compounds — recent developments. *Trends in Food Science and Technology*, 12(11):401 – 413.

Schittekat, P., Kinable, J., Sørensen, K., Sevaux, M., Spieksma, F., y Springael, J. (2013). A metaheuristic for the school bus routing problem with bus stop selection. *European Journal of Operational Research*, 229(2):518–528.

Secretaría de Educación Coahuila. Escuela Transparente. (s.f.). Estadística de educación básica ciclo escolar 2017-2018. [base de datos]. <http://web.seducoahuila.gob.mx/estadistica/frameestxmpio.html>.

Sunil Chopra, P. M. (2016). *Supply chain management : strategy, planning, and operation*. Pearson Education, Inc., 6 edición.

ul Hassan Shah, F., Sharif, M. K., Bashir, S., y Ahsan, F. (2019). Role of healthy extruded snacks to mitigate malnutrition. *Food Reviews International*, 35(4):299–323.

Vargas Corredor, Y. A. y Pérez Pérez, L. I. (2018). Aprovechamiento de residuos agroindustriales en el mejoramiento de la calidad del ambiente. *Revista Facultad de Ciencias Básicas*.

Vendruscolo, F., Albuquerque, P., Streit, F., Esposito, E., y Ninow, J. (2008). Apple pomace: A versatile substrate for biotechnological applications. *Critical reviews in biotechnology*, 28:1–12.

Vidal Esmorís, A. (2013). Algoritmos heurísticos en optimización. Tesis de maestría, Facultad de Matemáticas, Universidad de Santiago de Compostela.

Vilana Arto, J. R. (2011). La gestión de la cadena de suministro. Reporte técnico, EOI.

Apéndice A

A.1. Tabla de resultados generales

Tabla A.1: Resultados generales obtenidos sobre cada instancia.

| Nombre de la instancia | F.O. | GAP | Estado | Tiempo CPU |
|--|----------|------------|---------|------------|
| 10pr10c10p10b2ppto2cap_instancia1.txt | 775130 | 0.00996914 | Optimal | 0.501 |
| 10pr10c10p10b2ppto2cap_instancia2.txt | 791847 | 0.00789844 | Optimal | 0.734 |
| 10pr10c10p10b2ppto2cap_instancia3.txt | 738593 | 0 | Optimal | 0.811 |
| 10pr10c10p10b2ppto2cap_instancia4.txt | 908668 | 0 | Optimal | 1.174 |
| 10pr10c10p10b2ppto2cap_instancia5.txt | 713289 | 0.00997767 | Optimal | 0.406 |
| 10pr10c10p10b5ppto2cap_instancia1.txt | 2.37E+06 | 0.0099425 | Optimal | 12.941 |
| 10pr10c10p10b5ppto2cap_instancia2.txt | 2.65E+06 | 0.0099315 | Optimal | 9.433 |
| 10pr10c10p10b5ppto2cap_instancia3.txt | 2.24E+06 | 0.00999319 | Optimal | 31.293 |
| 10pr10c10p10b5ppto2cap_instancia4.txt | 2.41E+06 | 0 | Optimal | 6.547 |
| 10pr10c10p10b5ppto2cap_instancia5.txt | 2.33E+06 | 0.00703485 | Optimal | 4.137 |
| 10pr10c10p10b10ppto2cap_instancia1.txt | 6.12E+06 | 0.01 | Optimal | 136.073 |
| 10pr10c10p10b10ppto2cap_instancia2.txt | 6.04E+06 | 0.0099713 | Optimal | 35.941 |
| 10pr10c10p10b10ppto2cap_instancia3.txt | 6.70E+06 | 0.00996018 | Optimal | 27.114 |
| 10pr10c10p10b10ppto2cap_instancia4.txt | 6.57E+06 | 0.00978303 | Optimal | 59.364 |
| 10pr10c10p10b10ppto2cap_instancia5.txt | 5.97E+06 | 0.00999893 | Optimal | 48.306 |
| 10pr10c10p20b2ppto2cap_instancia1.txt | 1.52E+06 | 0 | Optimal | 1.571 |
| 10pr10c10p20b2ppto2cap_instancia2.txt | 1.59E+06 | 0.00993591 | Optimal | 0.694 |
| 10pr10c10p20b2ppto2cap_instancia3.txt | 1.54E+06 | 0.0098886 | Optimal | 1.281 |
| 10pr10c10p20b2ppto2cap_instancia4.txt | 1.63E+06 | 0.00951527 | Optimal | 1.745 |
| 10pr10c10p20b2ppto2cap_instancia5.txt | 1.42E+06 | 0.00907159 | Optimal | 0.463 |
| 10pr10c10p20b5ppto2cap_instancia1.txt | 4.75E+06 | 0.0099878 | Optimal | 14.97 |
| 10pr10c10p20b5ppto2cap_instancia2.txt | 4.88E+06 | 0.00882009 | Optimal | 17.075 |
| 10pr10c10p20b5ppto2cap_instancia3.txt | 4.74E+06 | 0.00788411 | Optimal | 19.482 |
| 10pr10c10p20b5ppto2cap_instancia4.txt | 5.46E+06 | 0.00999297 | Optimal | 21.945 |
| 10pr10c10p20b5ppto2cap_instancia5.txt | 5.08E+06 | 0.00999435 | Optimal | 19.63 |
| 10pr10c10p20b10ppto2cap_instancia1.txt | 1.24E+07 | 0.00999662 | Optimal | 130.227 |
| 10pr10c10p20b10ppto2cap_instancia2.txt | 1.30E+07 | 0.00999937 | Optimal | 295.203 |
| 10pr10c10p20b10ppto2cap_instancia3.txt | 1.30E+07 | 0.00999244 | Optimal | 81.616 |
| 10pr10c10p20b10ppto2cap_instancia4.txt | 1.23E+07 | 0.00999679 | Optimal | 163.594 |
| 10pr10c10p20b10ppto2cap_instancia5.txt | 1.25E+07 | 0.00999857 | Optimal | 169.391 |
| 10pr10c20p20b2ppto2cap_instancia1.txt | 1.44E+06 | 0.00977694 | Optimal | 7.896 |
| 10pr10c20p20b2ppto2cap_instancia2.txt | 1.46E+06 | 0.00992521 | Optimal | 0.963 |
| 10pr10c20p20b2ppto2cap_instancia3.txt | 1.63E+06 | 0.00891878 | Optimal | 0.808 |
| 10pr10c20p20b2ppto2cap_instancia4.txt | 1.48E+06 | 0.00998105 | Optimal | 2.089 |
| 10pr10c20p20b2ppto2cap_instancia5.txt | 1.65E+06 | 0 | Optimal | 9.334 |
| 10pr10c20p20b5ppto2cap_instancia1.txt | 4.45E+06 | 0.00999934 | Optimal | 58.628 |
| 10pr10c20p20b5ppto2cap_instancia2.txt | 4.60E+06 | 0.00980895 | Optimal | 30.939 |
| 10pr10c20p20b5ppto2cap_instancia3.txt | 4.49E+06 | 0.00999874 | Optimal | 64.599 |
| 10pr10c20p20b5ppto2cap_instancia4.txt | 4.84E+06 | 0.00994497 | Optimal | 44.034 |
| 10pr10c20p20b5ppto2cap_instancia5.txt | 4.78E+06 | 0.00997859 | Optimal | 54.734 |
| 10pr10c20p20b10ppto2cap_instancia1.txt | 1.14E+07 | 0.00999753 | Optimal | 490.118 |
| 10pr10c20p20b10ppto2cap_instancia2.txt | 1.12E+07 | 0.00998108 | Optimal | 246.759 |
| 10pr10c20p20b10ppto2cap_instancia3.txt | 1.20E+07 | 0.00999723 | Optimal | 894.273 |
| 10pr10c20p20b10ppto2cap_instancia4.txt | 1.15E+07 | 0.00999956 | Optimal | 369.413 |

| Nombre de la instancia | F.O. | GAP | Estado | Tiempo CPU |
|--|----------|------------|----------|------------|
| 10pr10c20p20b10pdto2cap_instancia5.txt | 1.10E+07 | 0.00999634 | Optimal | 216.531 |
| 10pr20c20p20b2pdto2cap_instancia1.txt | 1.58E+06 | 0.00846997 | Optimal | 1.618 |
| 10pr20c20p20b2pdto2cap_instancia2.txt | 1.50E+06 | 0.00485635 | Optimal | 2.683 |
| 10pr20c20p20b2pdto2cap_instancia3.txt | 1.57E+06 | 0.00994676 | Optimal | 1.278 |
| 10pr20c20p20b2pdto2cap_instancia4.txt | 1.47E+06 | 0.00885916 | Optimal | 6.127 |
| 10pr20c20p20b2pdto2cap_instancia5.txt | 1.57E+06 | 0.00823503 | Optimal | 3.367 |
| 10pr20c20p20b5pdto2cap_instancia1.txt | 4.38E+06 | 0.00999547 | Optimal | 38.988 |
| 10pr20c20p20b5pdto2cap_instancia2.txt | 4.04E+06 | 0.00993813 | Optimal | 52.916 |
| 10pr20c20p20b5pdto2cap_instancia3.txt | 3.99E+06 | 0.00998691 | Optimal | 33.804 |
| 10pr20c20p20b5pdto2cap_instancia4.txt | 4.67E+06 | 0.00999776 | Optimal | 148.828 |
| 10pr20c20p20b5pdto2cap_instancia5.txt | 4.24E+06 | 0.00999918 | Optimal | 67.805 |
| 10pr20c20p20b10pdto2cap_instancia1.txt | 1.02E+07 | 0.0099824 | Optimal | 524.324 |
| 10pr20c20p20b10pdto2cap_instancia2.txt | 1.05E+07 | 0.00944837 | Optimal | 942.101 |
| 10pr20c20p20b10pdto2cap_instancia3.txt | 1.01E+07 | 0.0100685 | Feasible | 3602.44 |
| 10pr20c20p20b10pdto2cap_instancia4.txt | 1.01E+07 | 0.00998584 | Optimal | 842.203 |
| 10pr20c20p20b10pdto2cap_instancia5.txt | 1.06E+07 | 0.00999069 | Optimal | 3312.03 |
| 20pr20c20p20b2pdto2cap_instancia1.txt | 1.42E+06 | 0.00999963 | Optimal | 3.049 |
| 20pr20c20p20b2pdto2cap_instancia2.txt | 1.38E+06 | 0.00875897 | Optimal | 4.37 |
| 20pr20c20p20b2pdto2cap_instancia3.txt | 1.42E+06 | 0.00889181 | Optimal | 6.289 |
| 20pr20c20p20b2pdto2cap_instancia4.txt | 1.37E+06 | 0.00732972 | Optimal | 5.323 |
| 20pr20c20p20b2pdto2cap_instancia5.txt | 1.60E+06 | 0.00847671 | Optimal | 4.213 |
| 20pr20c20p20b5pdto2cap_instancia1.txt | 4.19E+06 | 0.0099989 | Optimal | 44.069 |
| 20pr20c20p20b5pdto2cap_instancia2.txt | 4.06E+06 | 0.00610625 | Optimal | 50.76 |
| 20pr20c20p20b5pdto2cap_instancia3.txt | 3.89E+06 | 0.0087776 | Optimal | 35.606 |
| 20pr20c20p20b5pdto2cap_instancia4.txt | 3.93E+06 | 0.00999272 | Optimal | 53.873 |
| 20pr20c20p20b5pdto2cap_instancia5.txt | 4.18E+06 | 0.00993791 | Optimal | 40.166 |
| 20pr20c20p20b10pdto2cap_instancia1.txt | 9.87E+06 | 0.00999967 | Optimal | 740.483 |
| 20pr20c20p20b10pdto2cap_instancia2.txt | 9.90E+06 | 0.00999825 | Optimal | 1715.63 |
| 20pr20c20p20b10pdto2cap_instancia3.txt | 9.48E+06 | 0.00999998 | Optimal | 2299.9 |
| 20pr20c20p20b10pdto2cap_instancia4.txt | 9.66E+06 | 0.00999927 | Optimal | 1204.96 |
| 20pr20c20p20b10pdto2cap_instancia5.txt | 9.70E+06 | 0.0106505 | Feasible | 3609.78 |
| 20pr20c20p30b2pdto2cap_instancia1.txt | 1.97E+06 | 0.00999211 | Optimal | 6.961 |
| 20pr20c20p30b2pdto2cap_instancia2.txt | 2.28E+06 | 0.00621177 | Optimal | 6.709 |
| 20pr20c20p30b2pdto2cap_instancia3.txt | 2.19E+06 | 0.00999402 | Optimal | 1.384 |
| 20pr20c20p30b2pdto2cap_instancia4.txt | 2.12E+06 | 0.00987258 | Optimal | 6.654 |
| 20pr20c20p30b2pdto2cap_instancia5.txt | 2.27E+06 | 0.0099347 | Optimal | 3.358 |
| 20pr20c20p30b5pdto2cap_instancia1.txt | 6.04E+06 | 0.00998431 | Optimal | 152.811 |
| 20pr20c20p30b5pdto2cap_instancia2.txt | 6.42E+06 | 0.00999229 | Optimal | 94.129 |
| 20pr20c20p30b5pdto2cap_instancia3.txt | 6.39E+06 | 0.00999706 | Optimal | 319.766 |
| 20pr20c20p30b5pdto2cap_instancia4.txt | 5.56E+06 | 0.00994765 | Optimal | 64.989 |
| 20pr20c20p30b5pdto2cap_instancia5.txt | 5.83E+06 | 0.00984778 | Optimal | 82.147 |
| 20pr20c20p30b10pdto2cap_instancia1.txt | 1.39E+07 | 0.00999983 | Optimal | 3045.54 |
| 20pr20c20p30b10pdto2cap_instancia2.txt | 1.46E+07 | 0.00999843 | Optimal | 1472.44 |
| 20pr20c20p30b10pdto2cap_instancia3.txt | 1.44E+07 | 0.00999568 | Optimal | 1528.52 |
| 20pr20c20p30b10pdto2cap_instancia4.txt | 1.43E+07 | 0.00999991 | Optimal | 1376.45 |
| 20pr20c20p30b10pdto2cap_instancia5.txt | 1.49E+07 | 0.00999963 | Optimal | 2615.54 |
| 20pr20c30p30b2pdto2cap_instancia1.txt | 2.06E+06 | 0.00883892 | Optimal | 9.985 |
| 20pr20c30p30b2pdto2cap_instancia2.txt | 2.10E+06 | 0.00939958 | Optimal | 19.932 |
| 20pr20c30p30b2pdto2cap_instancia3.txt | 2.08E+06 | 0.00998672 | Optimal | 11.795 |
| 20pr20c30p30b2pdto2cap_instancia4.txt | 2.08E+06 | 0.00458544 | Optimal | 3.148 |
| 20pr20c30p30b2pdto2cap_instancia5.txt | 1.98E+06 | 0.00999415 | Optimal | 3.449 |
| 20pr20c30p30b5pdto2cap_instancia1.txt | 6.08E+06 | 0.00998503 | Optimal | 87.838 |
| 20pr20c30p30b5pdto2cap_instancia2.txt | 5.88E+06 | 0.00999988 | Optimal | 283.873 |
| 20pr20c30p30b5pdto2cap_instancia3.txt | 5.83E+06 | 0.0099926 | Optimal | 69.732 |
| 20pr20c30p30b5pdto2cap_instancia4.txt | 5.80E+06 | 0.00999291 | Optimal | 108.871 |
| 20pr20c30p30b5pdto2cap_instancia5.txt | 5.88E+06 | 0.0077216 | Optimal | 128.008 |
| 20pr20c30p30b10pdto2cap_instancia2.txt | 1.41E+07 | 1.86609 | Feasible | 3600.44 |
| 20pr20c30p30b10pdto2cap_instancia4.txt | 1.26E+07 | 0.00862105 | Optimal | 3173.13 |
| 20pr20c30p30b10pdto2cap_instancia5.txt | 1.36E+07 | 0.00994346 | Optimal | 1608.5 |
| 20pr30c30p30b2pdto2cap_instancia1.txt | 2.07E+06 | 0.00947622 | Optimal | 2.188 |
| 20pr30c30p30b2pdto2cap_instancia2.txt | 2.14E+06 | 0.00569612 | Optimal | 8.061 |
| 20pr30c30p30b2pdto2cap_instancia3.txt | 2.15E+06 | 0.0118503 | Feasible | 3606.35 |
| 20pr30c30p30b2pdto2cap_instancia4.txt | 2.19E+06 | 0.00910739 | Optimal | 28.978 |
| 20pr30c30p30b2pdto2cap_instancia5.txt | 1.97E+06 | 0.00998004 | Optimal | 4.326 |
| 20pr30c30p30b5pdto2cap_instancia1.txt | 5.82E+06 | 0.00999786 | Optimal | 205.605 |
| 20pr30c30p30b5pdto2cap_instancia2.txt | 5.88E+06 | 0.00999459 | Optimal | 1210.11 |
| 20pr30c30p30b5pdto2cap_instancia3.txt | 5.94E+06 | 0.00956214 | Optimal | 313.339 |
| 20pr30c30p30b5pdto2cap_instancia4.txt | 6.19E+06 | 0.00994253 | Optimal | 109.131 |

| Nombre de la instancia | F.O. | GAP | Estado | Tiempo CPU |
|--|----------|------------|----------|------------|
| 20pr30c30p30b5pdto2cap_instancia5.txt | 6.04E+06 | 0.0096558 | Optimal | 118.677 |
| 20pr30c30p30b10pdto2cap_instancia1.txt | 1.36E+07 | 3.09818 | Feasible | 3600.11 |
| 20pr30c30p30b10pdto2cap_instancia2.txt | 1.36E+07 | 3.59249 | Feasible | 3600.21 |
| 20pr30c30p30b10pdto2cap_instancia3.txt | 1.33E+07 | 1.52705 | Feasible | 3600.16 |
| 20pr30c30p30b10pdto2cap_instancia4.txt | 1.33E+07 | 1.45824 | Feasible | 3600.39 |
| 20pr30c30p30b10pdto2cap_instancia5.txt | 1.34E+07 | 0.0167894 | Feasible | 3611.16 |
| 30pr30c30p30b2pdto2cap_instancia1.txt | 2.08E+06 | 0.00853834 | Optimal | 7.055 |
| 30pr30c30p30b2pdto2cap_instancia2.txt | 2.16E+06 | 0.00960391 | Optimal | 17.099 |
| 30pr30c30p30b2pdto2cap_instancia3.txt | 2.04E+06 | 0.00958288 | Optimal | 19.692 |
| 30pr30c30p30b2pdto2cap_instancia4.txt | 2.13E+06 | 0.00989791 | Optimal | 16.279 |
| 30pr30c30p30b2pdto2cap_instancia5.txt | 2.07E+06 | 0.0084062 | Optimal | 7.837 |
| 30pr30c30p30b5pdto2cap_instancia1.txt | 6.01E+06 | 0.0098878 | Optimal | 175.177 |
| 30pr30c30p30b5pdto2cap_instancia2.txt | 5.94E+06 | 0.00961264 | Optimal | 127.672 |
| 30pr30c30p30b5pdto2cap_instancia3.txt | 5.79E+06 | 0.00997467 | Optimal | 569.594 |
| 30pr30c30p30b5pdto2cap_instancia4.txt | 5.79E+06 | 0.00997998 | Optimal | 156.653 |
| 30pr30c30p30b5pdto2cap_instancia5.txt | 5.72E+06 | 0.00998891 | Optimal | 121.777 |
| 30pr30c30p30b10pdto2cap_instancia1.txt | 1.31E+07 | 2.00278 | Feasible | 3601.45 |
| 30pr30c30p30b10pdto2cap_instancia2.txt | 1.23E+07 | 1.73601 | Feasible | 3600.18 |
| 30pr30c30p30b10pdto2cap_instancia3.txt | 1.28E+07 | 0.00960738 | Optimal | 890.824 |
| 30pr30c30p30b10pdto2cap_instancia4.txt | 1.31E+07 | 0.254402 | Feasible | 3600.24 |
| 30pr30c30p30b10pdto2cap_instancia5.txt | 1.32E+07 | 1.40363 | Feasible | 3600.19 |
| 30pr30c30p40b2pdto2cap_instancia1.txt | 2.75E+06 | 0.00796028 | Optimal | 15.231 |
| 30pr30c30p40b2pdto2cap_instancia2.txt | 2.75E+06 | 0.0099255 | Optimal | 26.461 |
| 30pr30c30p40b2pdto2cap_instancia3.txt | 2.80E+06 | 0.00942953 | Optimal | 41.349 |
| 30pr30c30p40b2pdto2cap_instancia4.txt | 2.70E+06 | 0.00990308 | Optimal | 14.65 |
| 30pr30c30p40b2pdto2cap_instancia5.txt | 2.64E+06 | 0.00615181 | Optimal | 11.55 |
| 30pr30c30p40b5pdto2cap_instancia1.txt | 7.64E+06 | 0.00999735 | Optimal | 583.24 |
| 30pr30c30p40b5pdto2cap_instancia2.txt | 7.13E+06 | 0.00999933 | Optimal | 336.497 |
| 30pr30c30p40b5pdto2cap_instancia3.txt | 7.93E+06 | 0.00936033 | Optimal | 266.764 |
| 30pr30c30p40b5pdto2cap_instancia4.txt | 6.99E+06 | 0.00616771 | Optimal | 155.054 |
| 30pr30c30p40b5pdto2cap_instancia5.txt | 7.49E+06 | 0.00999886 | Optimal | 403.223 |
| 30pr30c30p40b10pdto2cap_instancia1.txt | 1.65E+07 | 2.17488 | Feasible | 3600.18 |
| 30pr30c30p40b10pdto2cap_instancia2.txt | 1.72E+07 | 1.66618 | Feasible | 3600.18 |
| 30pr30c30p40b10pdto2cap_instancia3.txt | 1.68E+07 | 0.00823474 | Optimal | 1087.65 |
| 30pr30c30p40b10pdto2cap_instancia4.txt | 1.77E+07 | 3.28972 | Feasible | 3600.18 |
| 30pr30c30p40b10pdto2cap_instancia5.txt | 1.73E+07 | 0.526421 | Feasible | 3600.16 |
| 30pr30c40p40b2pdto2cap_instancia1.txt | 2.60E+06 | 0.00998795 | Optimal | 15.846 |
| 30pr30c40p40b2pdto2cap_instancia2.txt | 2.81E+06 | 0.00666993 | Optimal | 139.646 |
| 30pr30c40p40b2pdto2cap_instancia3.txt | 2.84E+06 | 0.0183809 | Feasible | 3613.41 |
| 30pr30c40p40b2pdto2cap_instancia4.txt | 2.59E+06 | 0.00755238 | Optimal | 43.457 |
| 30pr30c40p40b2pdto2cap_instancia5.txt | 2.53E+06 | 0.00999858 | Optimal | 34.713 |
| 30pr30c40p40b5pdto2cap_instancia1.txt | 7.83E+06 | 0.00999877 | Optimal | 291.651 |
| 30pr30c40p40b5pdto2cap_instancia2.txt | 7.54E+06 | 0.00994193 | Optimal | 612.666 |
| 30pr30c40p40b5pdto2cap_instancia3.txt | 7.16E+06 | 0.00999186 | Optimal | 231.781 |
| 30pr30c40p40b5pdto2cap_instancia4.txt | 7.47E+06 | 0.00683923 | Optimal | 392.686 |
| 30pr30c40p40b5pdto2cap_instancia5.txt | 7.36E+06 | 0.00999086 | Optimal | 266.302 |
| 30pr30c40p40b10pdto2cap_instancia1.txt | 1.70E+07 | 3.86756 | Feasible | 3600.2 |
| 30pr30c40p40b10pdto2cap_instancia2.txt | 1.69E+07 | 3.0273 | Feasible | 3600.15 |
| 30pr30c40p40b10pdto2cap_instancia3.txt | 1.70E+07 | 2.35751 | Feasible | 3600.14 |
| 30pr30c40p40b10pdto2cap_instancia4.txt | 1.73E+07 | 3.00834 | Feasible | 3601.08 |
| 30pr30c40p40b10pdto2cap_instancia5.txt | 1.72E+07 | 4.37123 | Feasible | 3600.13 |
| 30pr40c40p40b2pdto2cap_instancia2.txt | 2.71E+06 | 0.00999521 | Optimal | 39.859 |
| 30pr40c40p40b2pdto2cap_instancia3.txt | 2.54E+06 | 0.00990405 | Optimal | 26.686 |
| 30pr40c40p40b2pdto2cap_instancia4.txt | 2.68E+06 | 0.0129988 | Feasible | 3607.16 |
| 30pr40c40p40b2pdto2cap_instancia5.txt | 2.85E+06 | 0.00920127 | Optimal | 112.319 |
| 30pr40c40p40b5pdto2cap_instancia1.txt | 7.35E+06 | 0.00999514 | Optimal | 364.589 |
| 30pr40c40p40b5pdto2cap_instancia2.txt | 7.09E+06 | 0.00999476 | Optimal | 243.235 |
| 30pr40c40p40b5pdto2cap_instancia3.txt | 7.24E+06 | 0.00999296 | Optimal | 482.739 |
| 30pr40c40p40b5pdto2cap_instancia4.txt | 7.32E+06 | 0.00999437 | Optimal | 501.361 |
| 30pr40c40p40b5pdto2cap_instancia5.txt | 6.97E+06 | 0.00999634 | Optimal | 276.496 |
| 30pr40c40p40b10pdto2cap_instancia1.txt | 1.61E+07 | 2.02775 | Feasible | 3600.23 |
| 30pr40c40p40b10pdto2cap_instancia2.txt | 1.67E+07 | 3.36955 | Feasible | 3600.53 |
| 30pr40c40p40b10pdto2cap_instancia3.txt | 1.71E+07 | 2.29169 | Feasible | 3600.24 |
| 30pr40c40p40b10pdto2cap_instancia4.txt | 1.66E+07 | 4.00641 | Feasible | 3600.38 |
| 30pr40c40p40b10pdto2cap_instancia5.txt | 1.73E+07 | 3.01244 | Feasible | 3600.33 |
| 40pr40c40p40b2pdto2cap_instancia1.txt | 2.68E+06 | 0.00999983 | Optimal | 150.175 |
| 40pr40c40p40b2pdto2cap_instancia2.txt | 2.49E+06 | 0.00993594 | Optimal | 6.105 |
| 40pr40c40p40b2pdto2cap_instancia3.txt | 2.78E+06 | 0.00988673 | Optimal | 31.783 |

| Nombre de la instancia | F.O. | GAP | Estado | Tiempo CPU |
|--|----------|------------|----------|------------|
| 40pr40c40p40b2pdto2cap_instancia4.txt | 2.54E+06 | 0.00991302 | Optimal | 29.075 |
| 40pr40c40p40b2pdto2cap_instancia5.txt | 2.61E+06 | 0.00951694 | Optimal | 26.955 |
| 40pr40c40p40b5pdto2cap_instancia1.txt | 7.14E+06 | 0.00920898 | Optimal | 264.638 |
| 40pr40c40p40b5pdto2cap_instancia2.txt | 7.26E+06 | 0.00957181 | Optimal | 92.317 |
| 40pr40c40p40b5pdto2cap_instancia3.txt | 7.12E+06 | 0.00999238 | Optimal | 550.625 |
| 40pr40c40p40b5pdto2cap_instancia4.txt | 7.31E+06 | 0.00999988 | Optimal | 367.787 |
| 40pr40c40p40b5pdto2cap_instancia5.txt | 7.20E+06 | 0.00999992 | Optimal | 2409.09 |
| 40pr40c40p40b10pdto2cap_instancia2.txt | 1.60E+07 | 1.32285 | Feasible | 3600.26 |
| 40pr40c40p40b10pdto2cap_instancia3.txt | 1.58E+07 | 1.34915 | Feasible | 3622.6 |
| 40pr40c40p40b10pdto2cap_instancia4.txt | 1.67E+07 | 2.27713 | Feasible | 3600.22 |
| 40pr40c40p40b10pdto2cap_instancia5.txt | 1.58E+07 | 2.57379 | Feasible | 3600.14 |
| 40pr40c40p50b2pdto2cap_instancia1.txt | 3.23E+06 | 0.0099916 | Optimal | 109.703 |
| 40pr40c40p50b2pdto2cap_instancia2.txt | 3.45E+06 | 0.00989858 | Optimal | 74.449 |
| 40pr40c40p50b2pdto2cap_instancia3.txt | 3.25E+06 | 0.00871853 | Optimal | 18.3 |
| 40pr40c40p50b2pdto2cap_instancia4.txt | 3.10E+06 | 0.00716333 | Optimal | 18.585 |
| 40pr40c40p50b2pdto2cap_instancia5.txt | 3.42E+06 | 0.00745314 | Optimal | 43.483 |
| 40pr40c40p50b5pdto2cap_instancia1.txt | 8.58E+06 | 0.0099999 | Optimal | 1646.29 |
| 40pr40c40p50b5pdto2cap_instancia2.txt | 8.24E+06 | 0.00999971 | Optimal | 289.531 |
| 40pr40c40p50b5pdto2cap_instancia3.txt | 8.79E+06 | 0.00693266 | Optimal | 407.172 |
| 40pr40c40p50b5pdto2cap_instancia4.txt | 9.06E+06 | 0.00926351 | Optimal | 454.358 |
| 40pr40c40p50b5pdto2cap_instancia5.txt | 9.03E+06 | 0.0099855 | Optimal | 432.701 |
| 40pr40c40p50b10pdto2cap_instancia1.txt | 2.04E+07 | 3.38141 | Feasible | 3600.23 |
| 40pr40c40p50b10pdto2cap_instancia2.txt | 1.90E+07 | 2.70106 | Feasible | 3600.27 |
| 40pr40c40p50b10pdto2cap_instancia3.txt | 2.02E+07 | 3.26062 | Feasible | 3600.2 |
| 40pr40c40p50b10pdto2cap_instancia4.txt | 2.04E+07 | 6.60983 | Feasible | 3601.74 |
| 40pr40c40p50b10pdto2cap_instancia5.txt | 1.99E+07 | 4.2201 | Feasible | 3600.22 |
| 40pr40c50p50b2pdto2cap_instancia1.txt | 3.40E+06 | 0.00587457 | Optimal | 29.816 |
| 40pr40c50p50b2pdto2cap_instancia3.txt | 3.28E+06 | 0.00534328 | Optimal | 75.139 |
| 40pr40c50p50b2pdto2cap_instancia4.txt | 3.11E+06 | 0.00999985 | Optimal | 126.849 |
| 40pr40c50p50b2pdto2cap_instancia5.txt | 3.18E+06 | 0.00915718 | Optimal | 54.229 |
| 40pr40c50p50b5pdto2cap_instancia1.txt | 9.40E+06 | 0.00999972 | Optimal | 1121.06 |
| 40pr40c50p50b5pdto2cap_instancia3.txt | 9.16E+06 | 0.00911861 | Optimal | 1464.68 |
| 40pr40c50p50b5pdto2cap_instancia4.txt | 9.03E+06 | 0.00882094 | Optimal | 447.502 |
| 40pr40c50p50b5pdto2cap_instancia5.txt | 9.13E+06 | 0.00992951 | Optimal | 1344.39 |
| 40pr40c50p50b10pdto2cap_instancia2.txt | 1.95E+07 | 3.16226 | Feasible | 3600.22 |
| 40pr40c50p50b10pdto2cap_instancia3.txt | 1.97E+07 | 2.88185 | Feasible | 3600.23 |
| 40pr50c50p50b2pdto2cap_instancia1.txt | 3.42E+06 | 0.00999996 | Optimal | 1404.43 |
| 40pr50c50p50b2pdto2cap_instancia2.txt | 3.36E+06 | 0.00999847 | Optimal | 133.522 |
| 40pr50c50p50b2pdto2cap_instancia3.txt | 3.05E+06 | 0.00981124 | Optimal | 23.946 |
| 40pr50c50p50b2pdto2cap_instancia4.txt | 3.24E+06 | 0.00999985 | Optimal | 246.526 |
| 40pr50c50p50b5pdto2cap_instancia1.txt | 8.56E+06 | 0.00974068 | Optimal | 1082.12 |
| 40pr50c50p50b5pdto2cap_instancia2.txt | 8.51E+06 | 0.00941825 | Optimal | 816.085 |
| 40pr50c50p50b5pdto2cap_instancia3.txt | 8.81E+06 | 0.00985816 | Optimal | 1058.84 |
| 40pr50c50p50b5pdto2cap_instancia4.txt | 8.20E+06 | 0.00999586 | Optimal | 1899.64 |
| 40pr50c50p50b5pdto2cap_instancia5.txt | 9.00E+06 | 0.884102 | Feasible | 3601.77 |

A.2. Tabla de resultados promedios

Tabla A.2: Valores promedios obtenidos al agrupar los resultados de las instancias que comparten la misma configuración.

| Grupo | I | J | K | L | M | N | INST | Average FO | Average GAP | Average CPU Time | Desv. Est. (time) |
|-------|----|----|----|----|----|---|------|------------|-------------|------------------|-------------------|
| 1 | 10 | 10 | 10 | 10 | 2 | 2 | 5 | 785505.4 | 0.006 | 0.73 | 0.300422536 |
| | 10 | 10 | 10 | 10 | 5 | 2 | 5 | 2.40E+06 | 0.007 | 12.87 | 10.81053371 |
| | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 2 | 5 | 6.28E+06 | 0.010 | 61.36 | 43.51820704 |
| 2 | 10 | 10 | 10 | 20 | 2 | 2 | 5 | 1.54E+06 | 0.008 | 1.15 | 0.55414998 |
| | 10 | 10 | 10 | 20 | 5 | 2 | 5 | 4.98E+06 | 0.009 | 18.62 | 2.670594185 |
| | 10 | 10 | 10 | 20 | 10 | 2 | 5 | 1.26E+07 | 0.010 | 168.01 | 79.20060877 |
| 3 | 10 | 10 | 20 | 20 | 2 | 2 | 5 | 1.53E+06 | 0.008 | 4.22 | 4.076055262 |
| | 10 | 10 | 20 | 20 | 5 | 2 | 5 | 4.63E+06 | 0.010 | 50.59 | 13.29640127 |
| | 10 | 10 | 20 | 20 | 10 | 2 | 5 | 1.14E+07 | 0.010 | 443.42 | 274.3539384 |
| 4 | 10 | 20 | 20 | 20 | 2 | 2 | 5 | 1.54E+06 | 0.008 | 3.01 | 1.929212871 |
| | 10 | 20 | 20 | 20 | 5 | 2 | 5 | 4.26E+06 | 0.010 | 68.47 | 46.82600017 |
| | 10 | 20 | 20 | 20 | 10 | 2 | 5 | 1.03E+07 | 0.010 | 1,844.62 | 1483.727163 |
| 5 | 20 | 20 | 20 | 20 | 2 | 2 | 5 | 1.44E+06 | 0.009 | 4.65 | 1.221864641 |
| | 20 | 20 | 20 | 20 | 5 | 2 | 5 | 4.05E+06 | 0.009 | 44.89 | 7.488890886 |
| | 20 | 20 | 20 | 20 | 10 | 2 | 5 | 9.72E+06 | 0.010 | 1,914.15 | 1111.735022 |
| 6 | 20 | 20 | 20 | 30 | 2 | 2 | 5 | 2.17E+06 | 0.009 | 5.01 | 2.513596368 |
| | 20 | 20 | 20 | 30 | 5 | 2 | 5 | 6.05E+06 | 0.010 | 142.77 | 104.3065011 |
| | 20 | 20 | 20 | 30 | 10 | 2 | 5 | 1.44E+07 | 0.010 | 2,007.70 | 768.3057064 |
| 7 | 20 | 20 | 30 | 30 | 2 | 2 | 5 | 2.06E+06 | 0.009 | 9.66 | 6.913039903 |
| | 20 | 20 | 30 | 30 | 5 | 2 | 5 | 5.89E+06 | 0.010 | 135.66 | 85.69822309 |
| | 20 | 20 | 30 | 30 | 10 | 2 | 3 | 1.34E+07 | 0.628 | 2,794.02 | 1048.688533 |
| 8 | 20 | 30 | 30 | 30 | 2 | 2 | 5 | 2.10E+06 | 0.009 | 729.98 | 1607.974669 |
| | 20 | 30 | 30 | 30 | 5 | 2 | 5 | 5.97E+06 | 0.010 | 391.37 | 465.0142431 |
| | 20 | 30 | 30 | 30 | 10 | 2 | 5 | 1.34E+07 | 1.939 | 3,602.41 | 4.894775786 |
| 9 | 30 | 30 | 30 | 30 | 2 | 2 | 5 | 2.09E+06 | 0.009 | 13.59 | 5.757200083 |
| | 30 | 30 | 30 | 30 | 5 | 2 | 5 | 5.85E+06 | 0.010 | 230.17 | 190.9793925 |
| | 30 | 30 | 30 | 30 | 10 | 2 | 5 | 1.29E+07 | 1.081 | 3,058.58 | 1211.810775 |
| 10 | 30 | 30 | 30 | 40 | 2 | 2 | 5 | 2.73E+06 | 0.009 | 21.85 | 12.28020223 |
| | 30 | 30 | 30 | 40 | 5 | 2 | 5 | 7.44E+06 | 0.009 | 348.96 | 159.955179 |
| | 30 | 30 | 30 | 40 | 10 | 2 | 5 | 1.71E+07 | 1.533 | 3,097.67 | 1123.635339 |
| 11 | 30 | 30 | 40 | 40 | 2 | 2 | 5 | 2.67E+06 | 0.011 | 769.41 | 1590.564745 |
| | 30 | 30 | 40 | 40 | 5 | 2 | 5 | 7.47E+06 | 0.009 | 359.02 | 153.9437118 |
| | 30 | 30 | 40 | 40 | 10 | 2 | 5 | 1.71E+07 | 3.326 | 3,600.34 | 0.414547947 |
| 12 | 30 | 40 | 40 | 40 | 2 | 2 | 4 | 2.70E+06 | 0.011 | 946.51 | 1774.168845 |
| | 30 | 40 | 40 | 40 | 5 | 2 | 5 | 7.19E+06 | 0.010 | 373.68 | 116.9824531 |
| | 30 | 40 | 40 | 40 | 10 | 2 | 5 | 1.68E+07 | 2.942 | 3,600.34 | 0.122351951 |
| 13 | 40 | 40 | 40 | 40 | 2 | 2 | 5 | 2.62E+06 | 0.010 | 48.82 | 57.56650471 |
| | 40 | 40 | 40 | 40 | 5 | 2 | 5 | 7.21E+06 | 0.010 | 736.89 | 949.4315166 |
| | 40 | 40 | 40 | 40 | 10 | 2 | 4 | 1.60E+07 | 1.881 | 3,605.81 | 11.19677781 |
| 14 | 40 | 40 | 40 | 50 | 2 | 2 | 5 | 3.29E+06 | 0.009 | 52.90 | 39.22467095 |
| | 40 | 40 | 40 | 50 | 5 | 2 | 5 | 8.74E+06 | 0.009 | 646.01 | 562.7859639 |
| | 40 | 40 | 40 | 50 | 10 | 2 | 5 | 2.00E+07 | 4.035 | 3,600.53 | 0.675773631 |
| 15 | 40 | 40 | 50 | 50 | 2 | 2 | 4 | 3.24E+06 | 0.008 | 71.51 | 41.2819458 |
| | 40 | 40 | 50 | 50 | 5 | 2 | 4 | 9.18E+06 | 0.009 | 1,094.41 | 454.162253 |
| | 40 | 40 | 50 | 50 | 10 | 2 | 2 | 1.96E+07 | 3.022 | 3,600.23 | 0.007071068 |
| 16 | 40 | 50 | 50 | 50 | 2 | 2 | 4 | 3.27E+06 | 0.010 | 452.11 | 641.3529678 |
| | 40 | 50 | 50 | 50 | 5 | 2 | 5 | 8.62E+06 | 0.185 | 1,691.69 | 1143.504223 |