

# Heurísticas e Meta-Heurísticas

---

Disciplina do Mestrado: Estágio e Docência

Disciplina da Graduação: Complexidade de Algoritmos

Professor do Estágio e Docência: Rafael de Santiago, M.Sc.

Mestrando: Alex Luciano Roesler Rese, Bel.

# Teorema do almoço grátis

---

- O almoço era servido de graça em bares dos EUA no século 19
- “A comida servida de graça era muito salgada, e a bebida do bar era cara.”
- “Não há uma busca genérica tão boa que seus resultados garantam algo melhor que uma busca aleatória.”

# Definição de heurísticas

---

- São métodos que não garante a solução ótima para um determinado problema.
- São métodos para obter uma solução de boa qualidade em tempo adequado.

# Tipos de Heurísticas

---

- Construção de soluções
  - Algoritmo guloso
- Modificação de soluções
  - Algoritmo de busca local
- Recombinações de soluções
  - Algoritmo de enxame de partículas

# Problema e Solução

---

- A representação de uma solução pode influenciar as operações aplicáveis e a sua complexidade. Desta forma, a escolha de uma representação é importante para o desempenho de uma heurística.

- Problema: dividir uma lista em dois conjuntos

$$X = \{A, B, C, D, E\}$$

- Solução

$$M = \{A, B, C\}$$

$$N = \{D, E\}$$

# Solução

---

- Solução para  $M = \{A, B, C\}$  e  $N = \{D, E\}$

Sendo 1 para elementos do mesmo conjunto

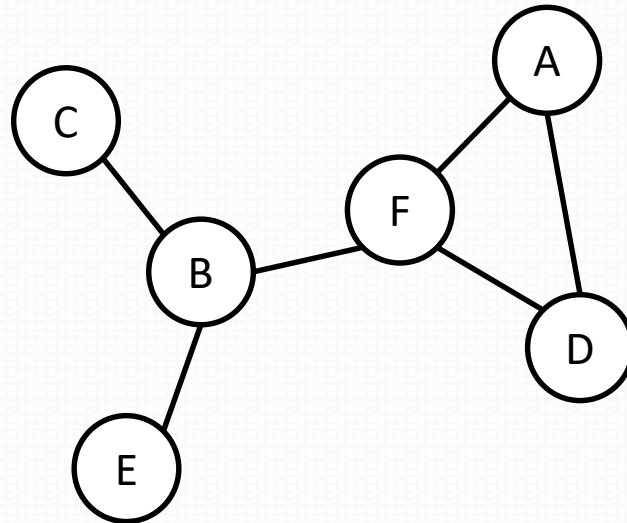
Sendo 0 para elementos de outro conjunto

	A	B	C	D	E
A	-	1	1	0	0
B	1	-	1	0	0
C	1	1	-	0	0
D	0	0	0	-	1
E	0	0	0	1	-

# Busca Local

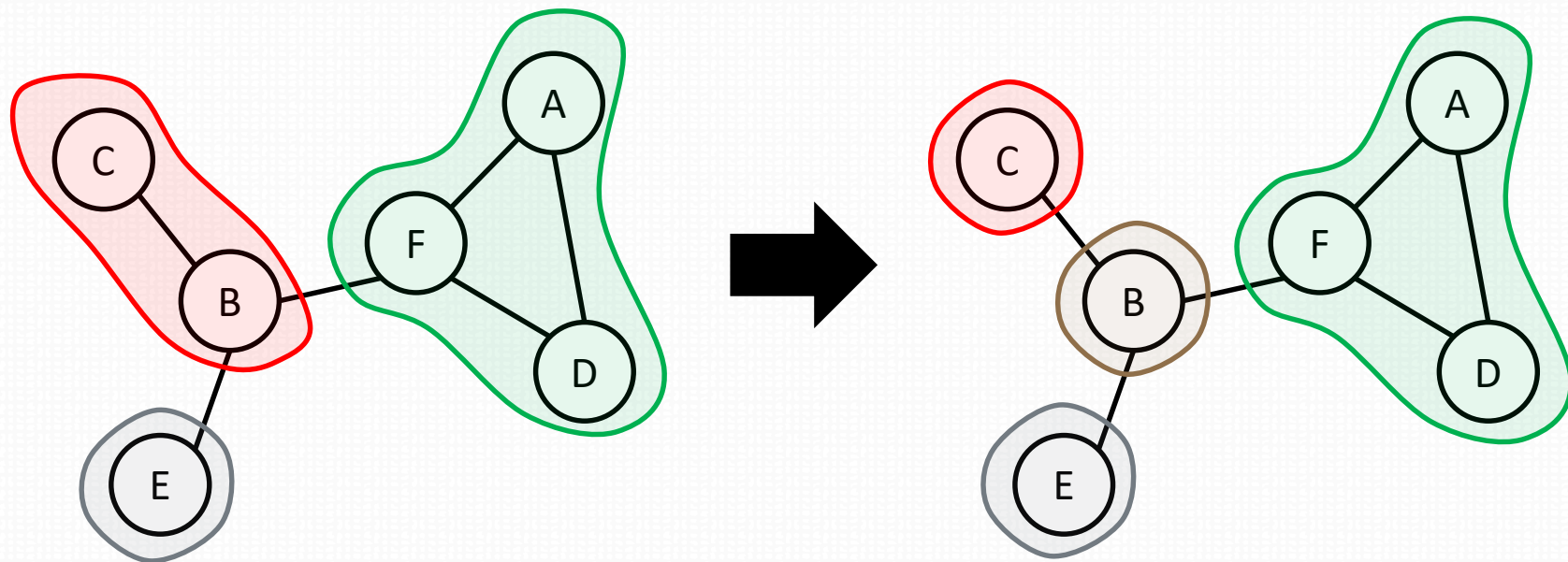
---

- Uma busca local procura melhorar uma solução de uma instancia de um problema fazendo um pequena alteração na solução.
- Exemplo:
  - Problema de particionamento de grafos



# Estratégia 1

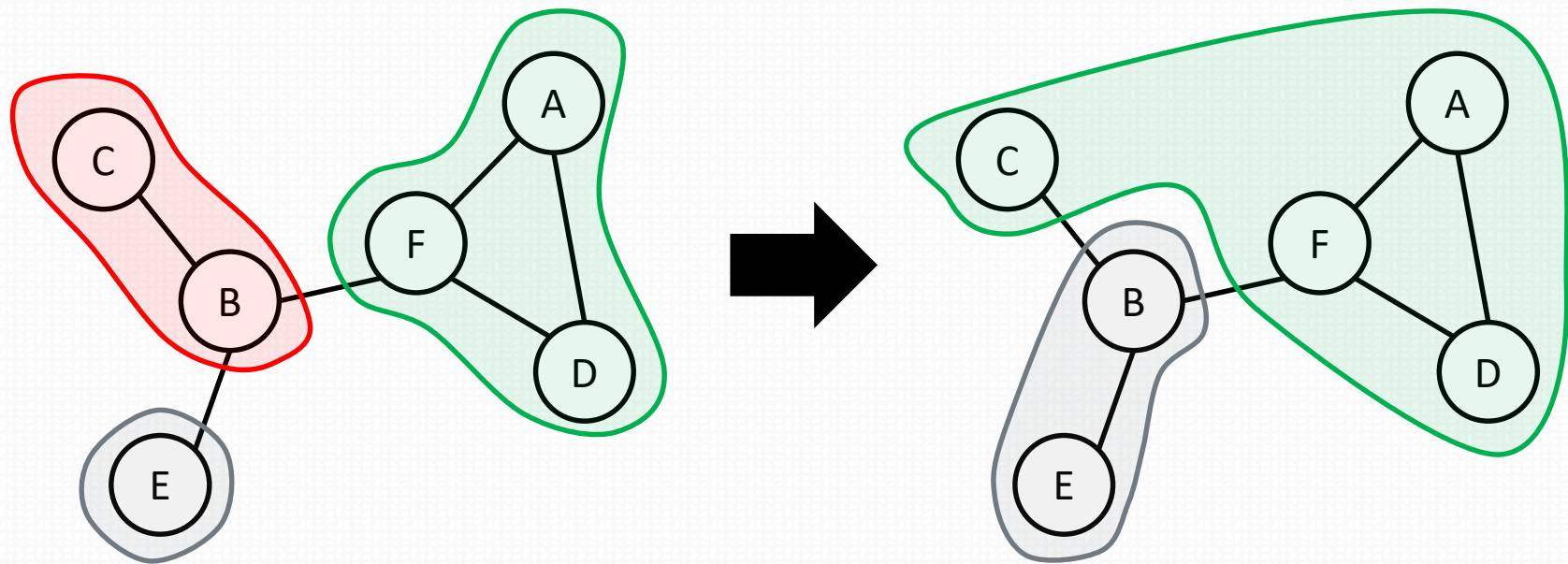
---





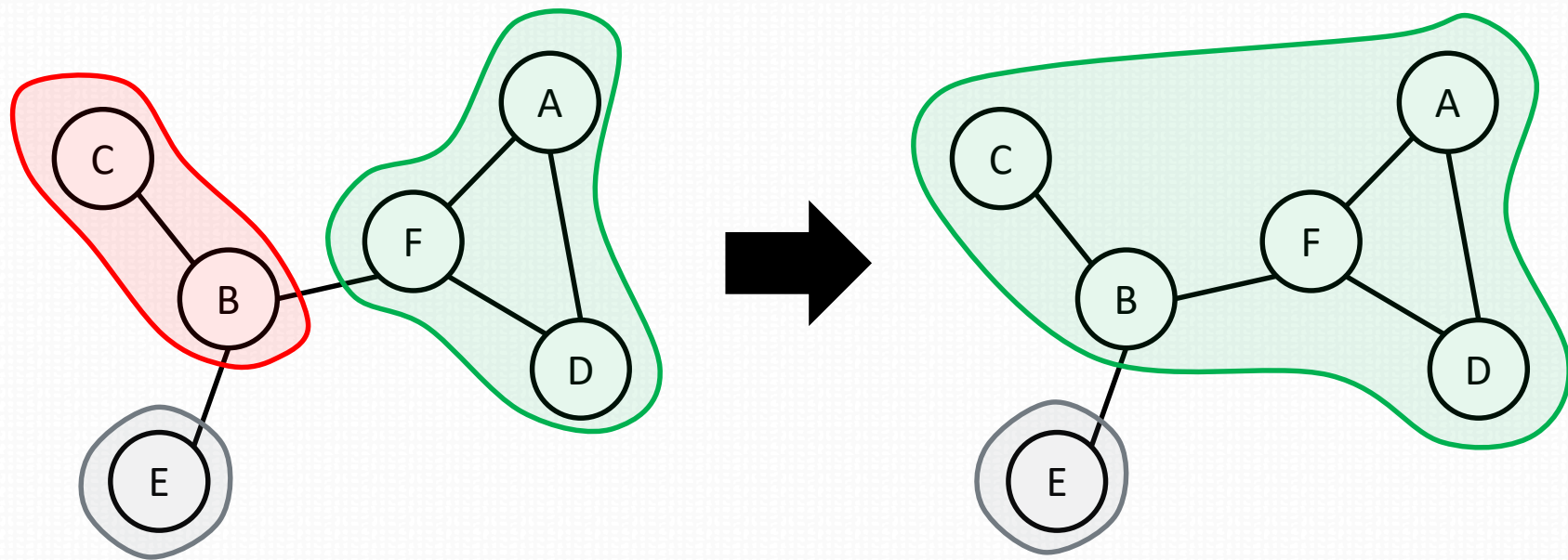
# Estratégia 2

---



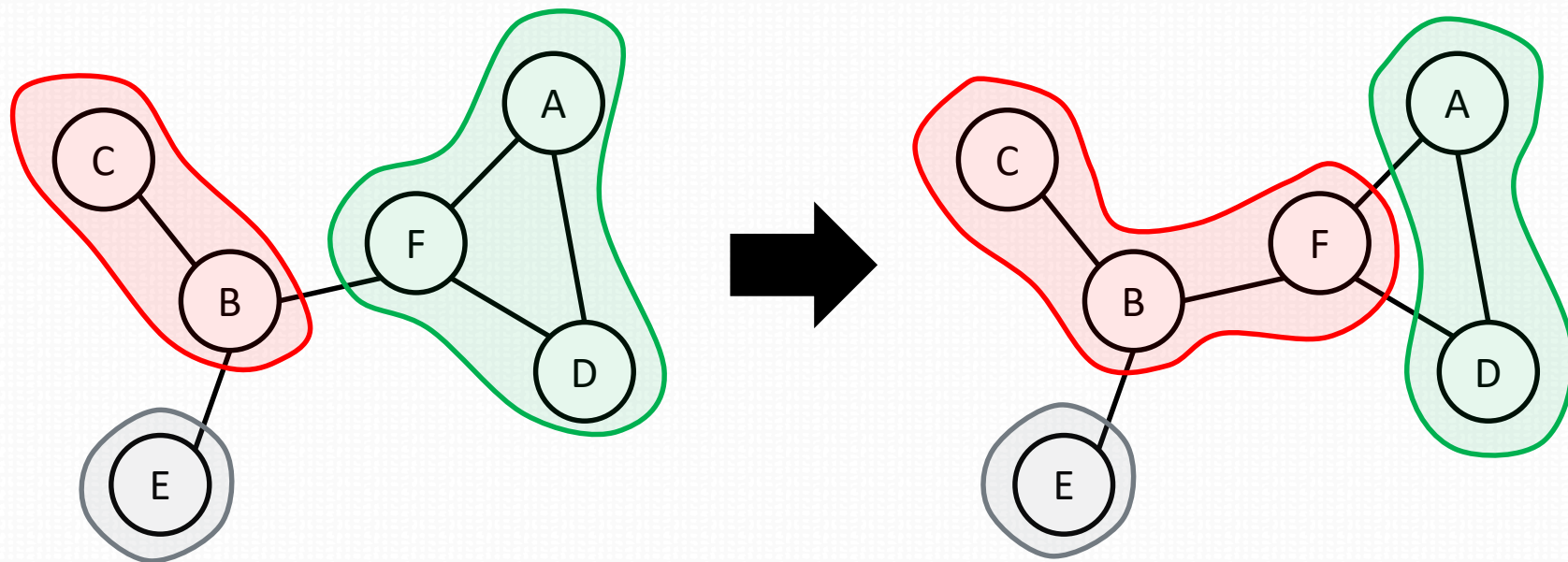
# Estratégia 3

---



# Estratégia 4

---



# Problema das Tarefas e Máquinas

Abordagem por exemplificação

# Problema das tarefas

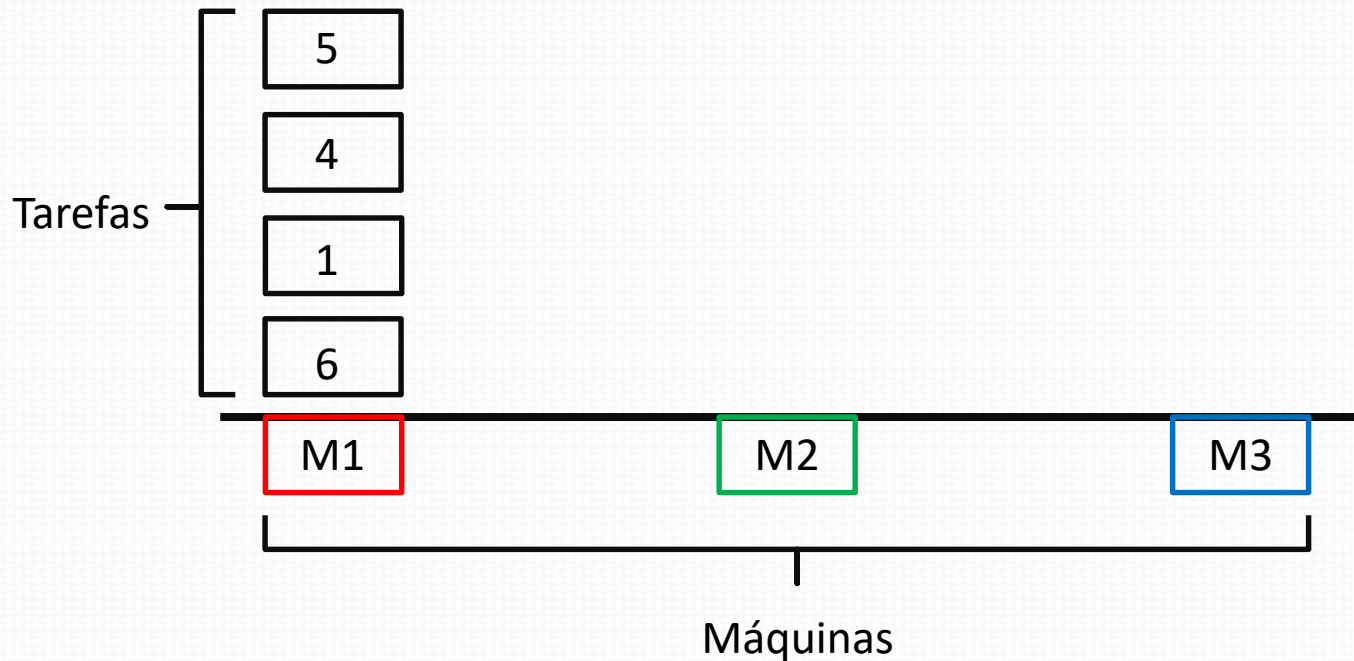
---

- Há máquinas e tarefas;
- Não há precedência, ou qualquer regra, apenas uma tarefa deve ser executada para uma das máquinas;
- O tempo de execução é igual para todas as máquinas, ou seja, uma mesma tarefa sempre irá executar no mesmo tempo em qualquer máquina a qual ela for atribuída;
- Instância:
  - $n$  tarefas;
  - $m$  máquinas;
  - $p_i$  tempo de execução da tarefa  $i$ .
- Qual a melhor distribuição das tarefas que diminua o tempo de processamento da máquina crítica (*makespan*)?

# Problema das tarefas

Realizar a melhor distribuição de tarefas entre as máquinas

Makespan = 16

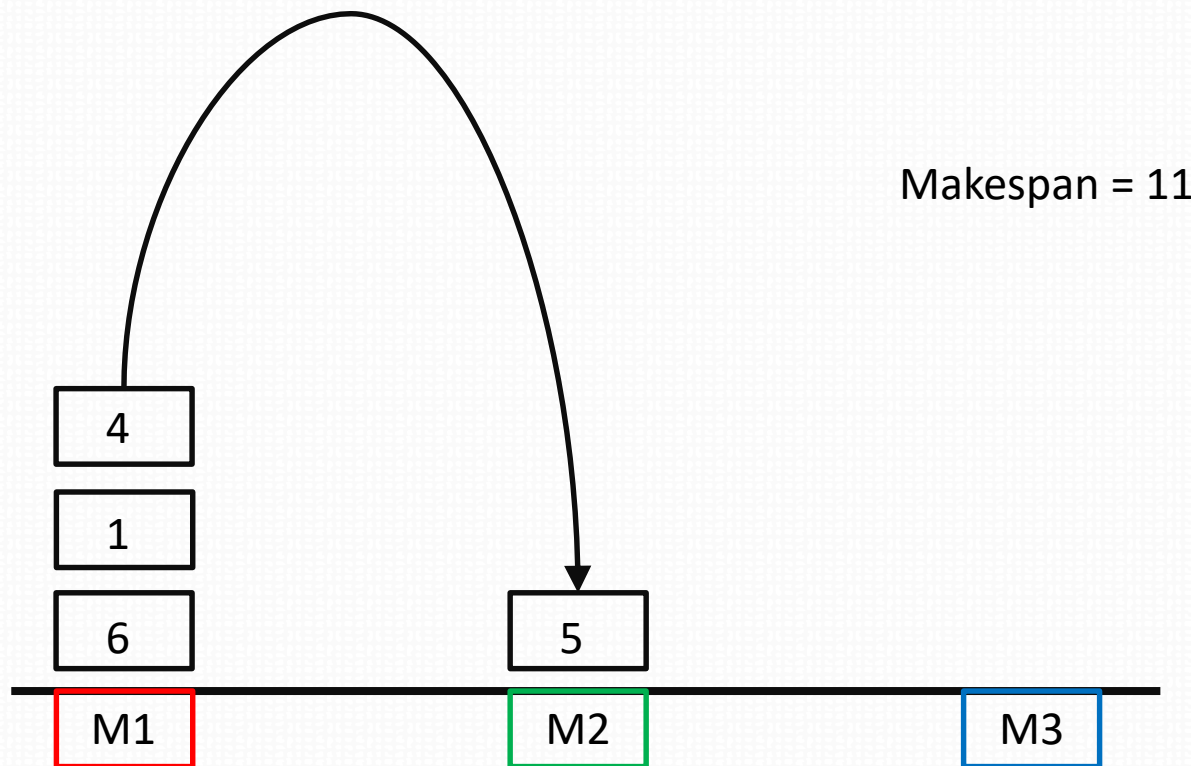


# Busca Local

# Primeira Melhora

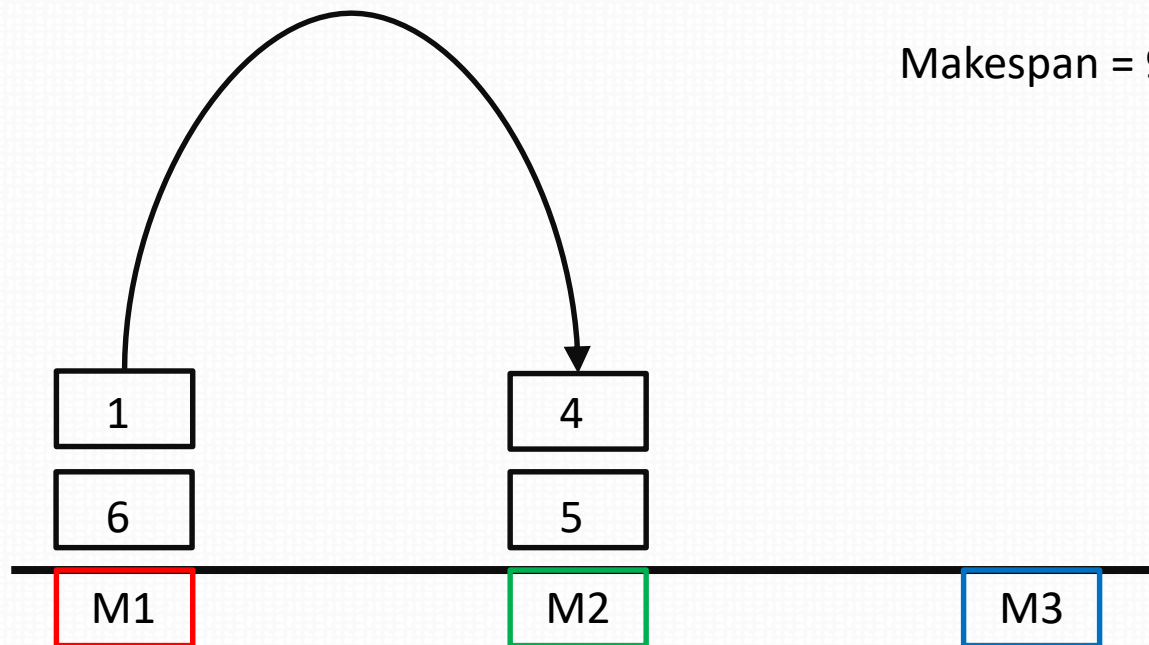
Abordagem por exemplificação

# Busca Local – Primeira Melhora

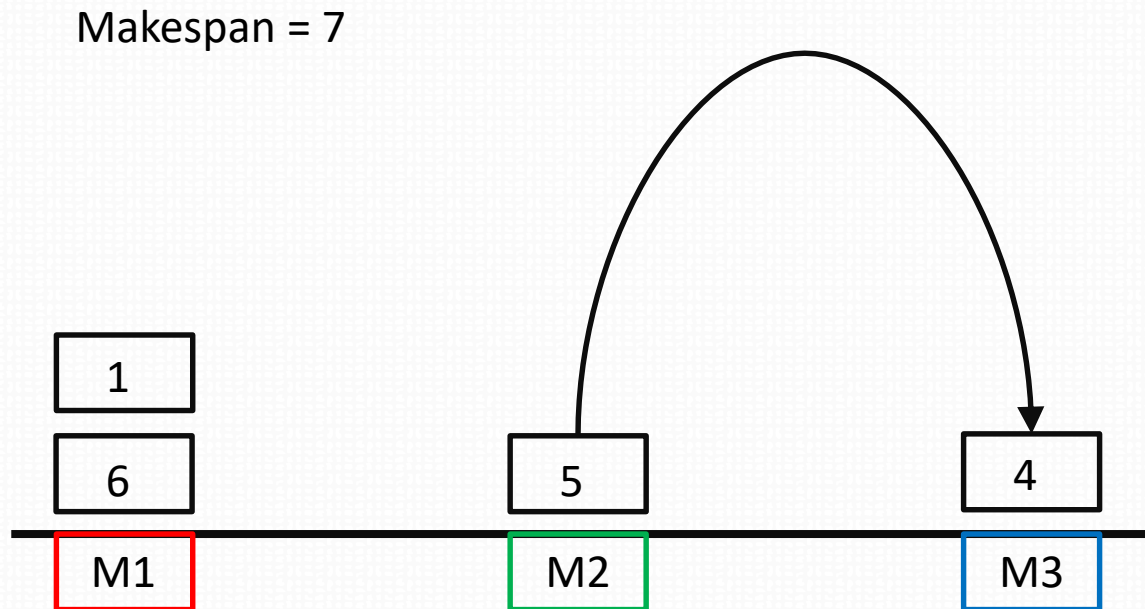




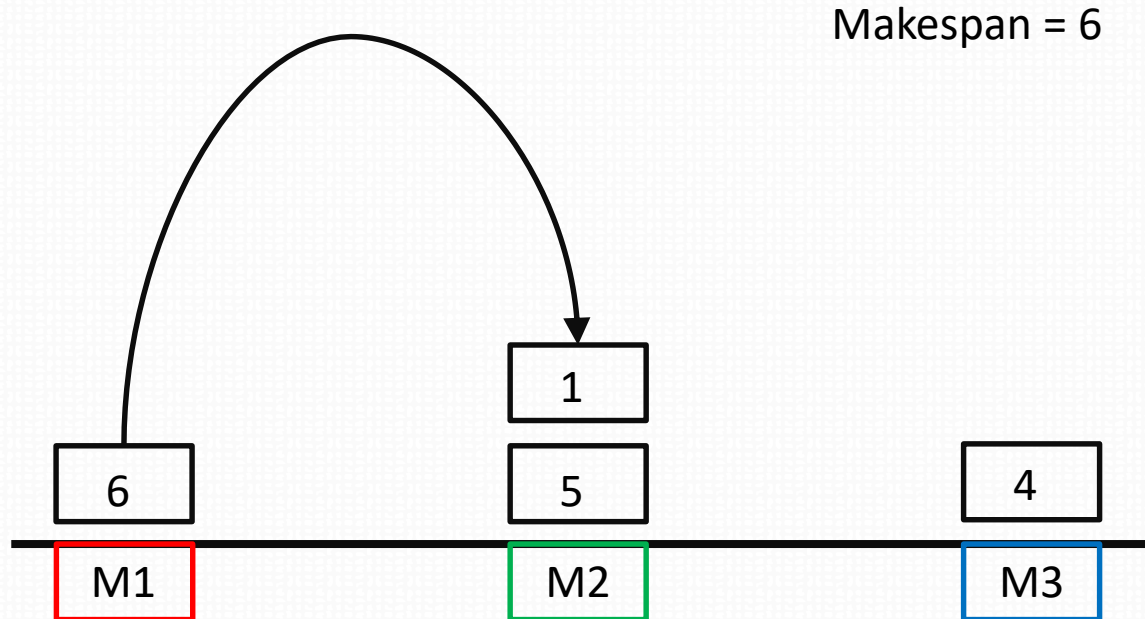
# Busca Local – Primeira Melhora



# Busca Local – Primeira Melhora



# Busca Local – Primeira Melhora



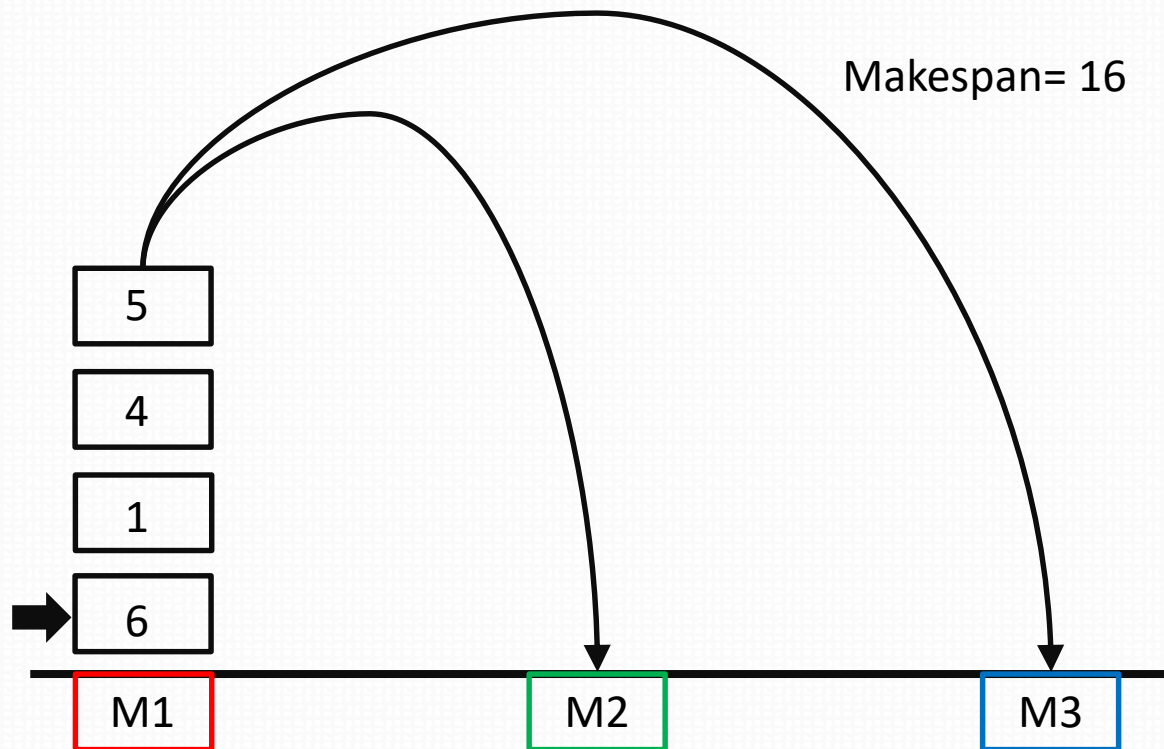
# Busca Local

# Melhor Melhora

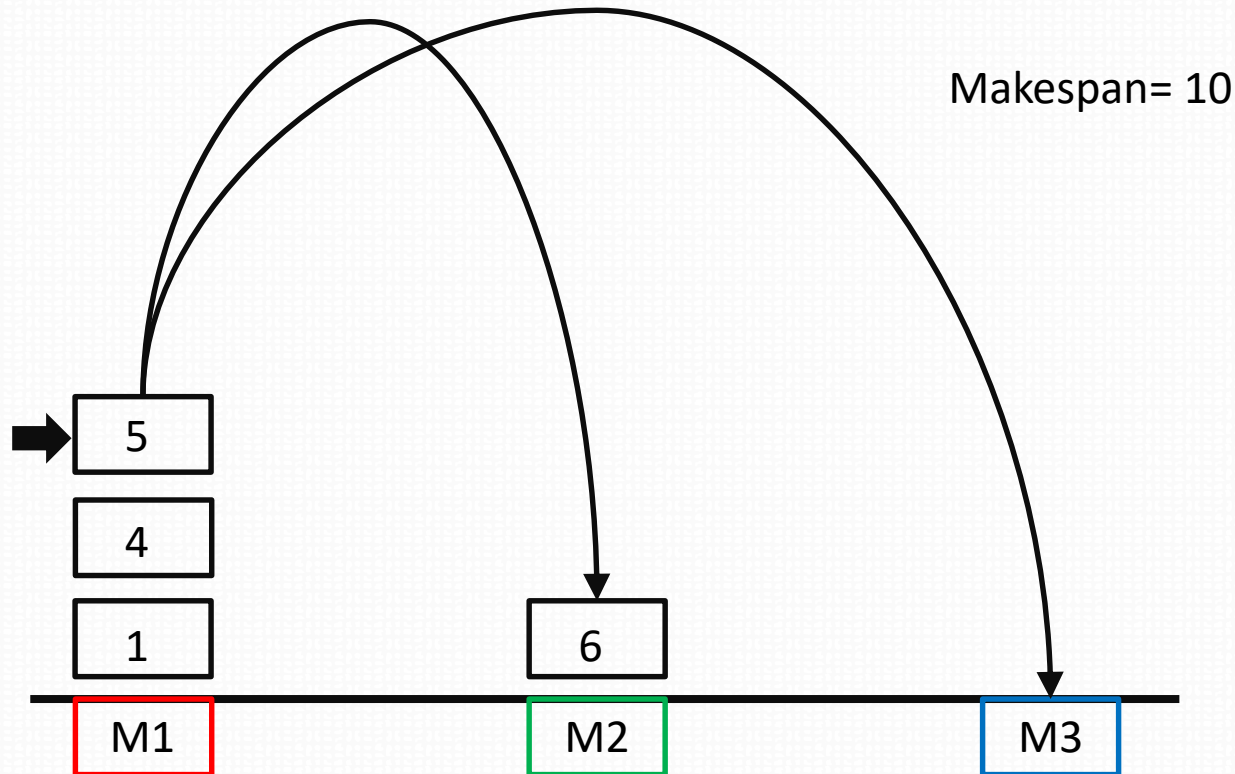
Abordagem por exemplificação

# Busca Local –Melhor Melhora

---

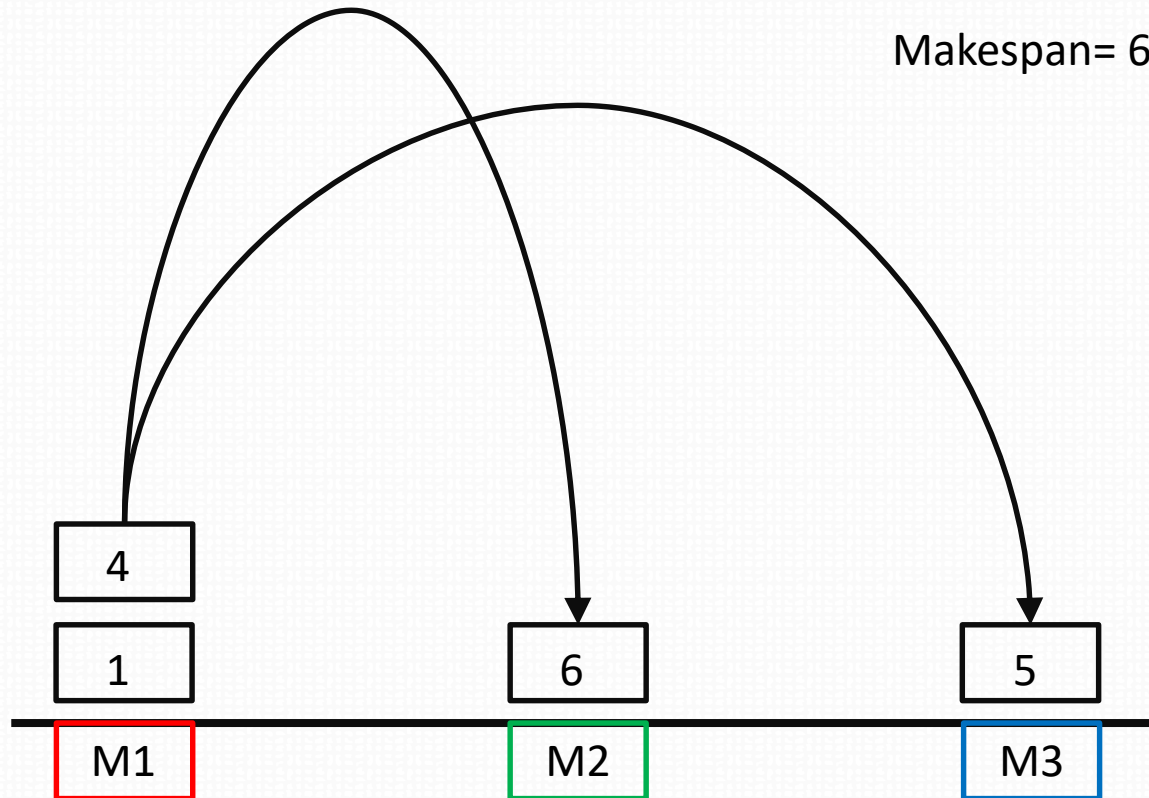


# Busca Local –Melhor Melhora



# Busca Local –Melhor Melhora

---



# Busca Local

---

**entrada:**  $S$ ;

$S' = S$ ;

**faça**{

$S' = \text{vizinho}(S)$ ;

**se** ( $S'$  melhor que  $S$ ) {

$S = S'$ ;

    }

**}enquanto** ( $S'$  melhor que  $S$ );

**retornar**  $S$ ;

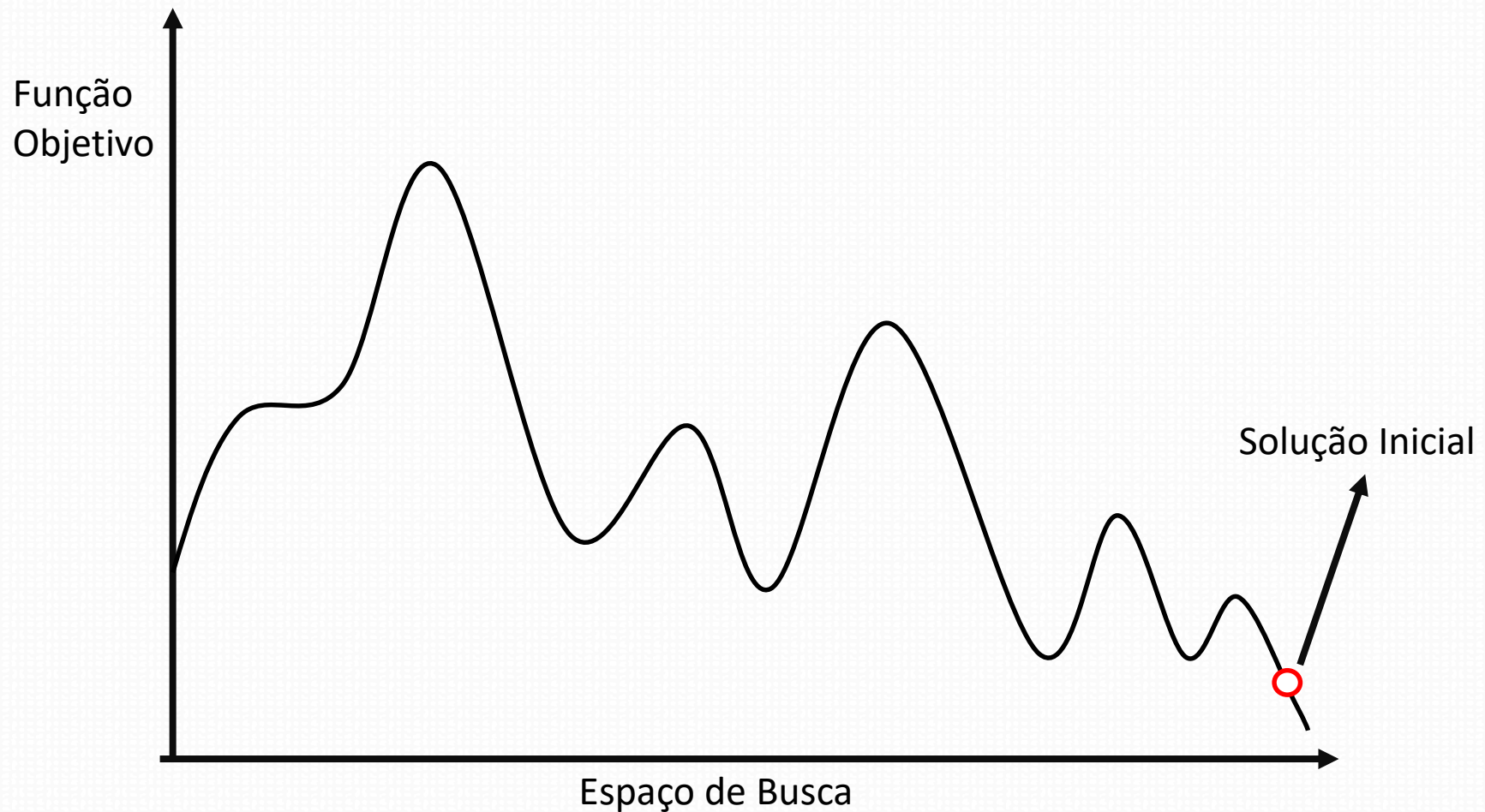


# Análise do Espaço de Busca

Abordagem por exemplificação

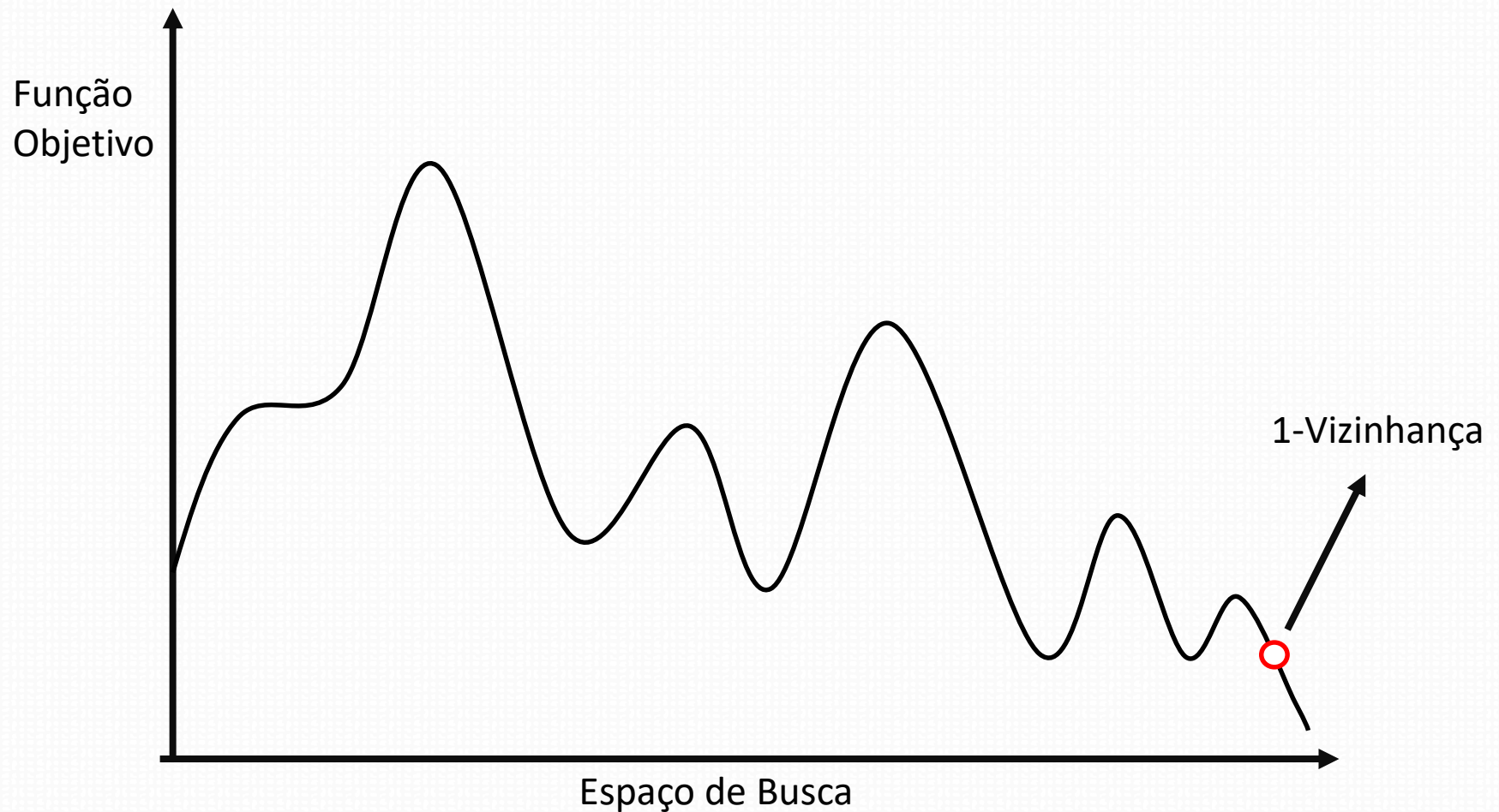
# Espaço de Busca

---



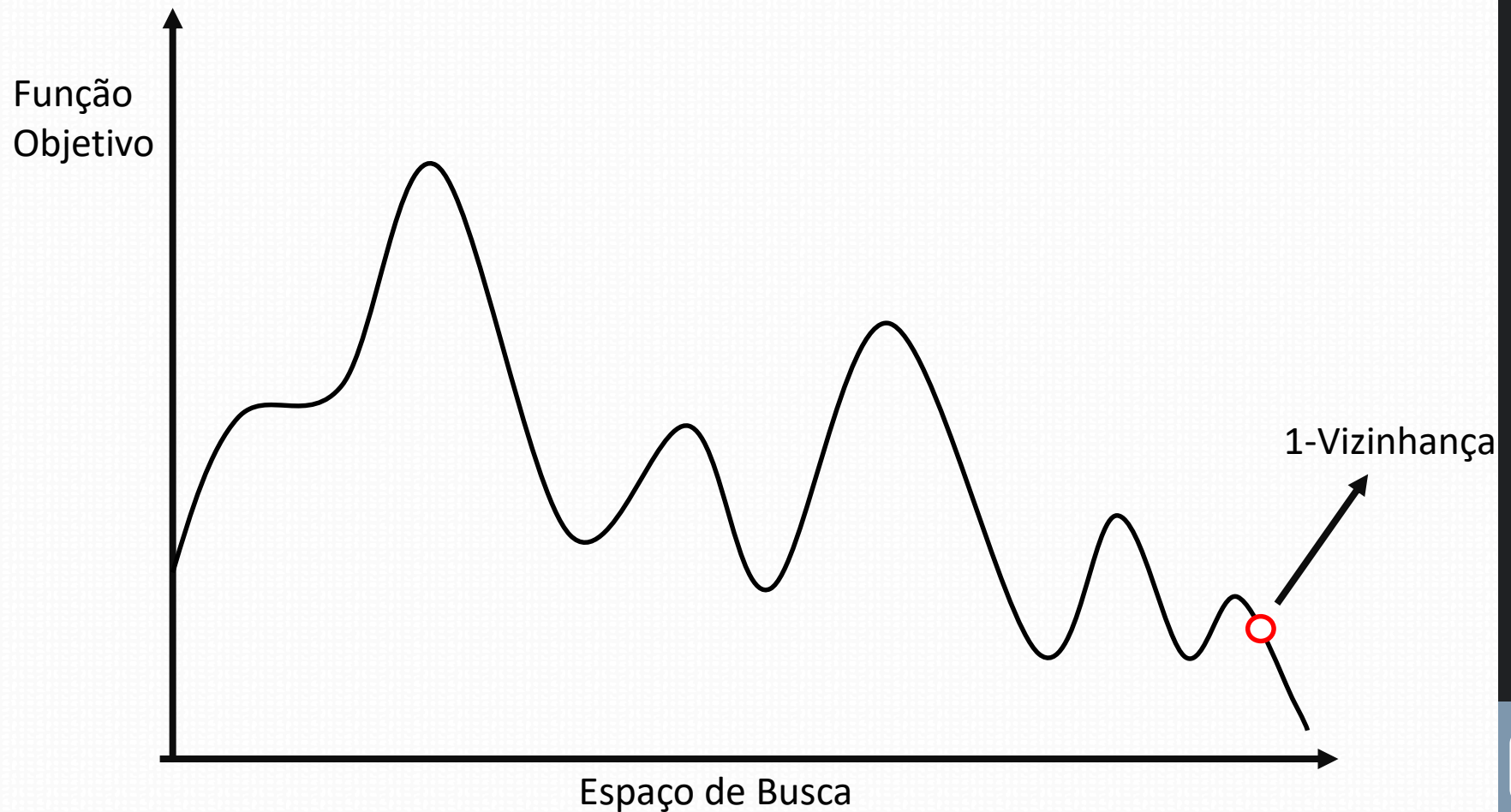
# Espaço de Busca

---



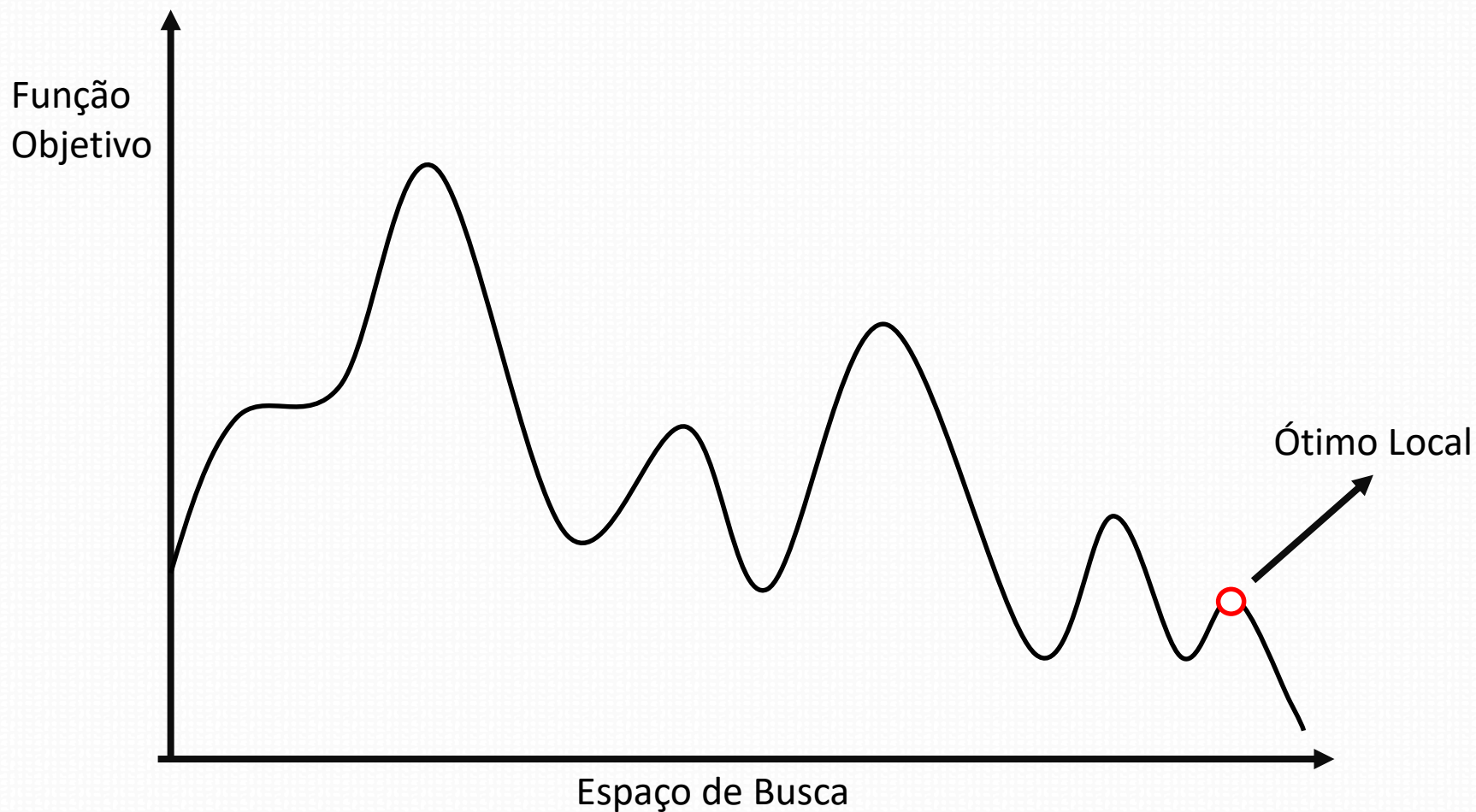
# Espaço de Busca

---

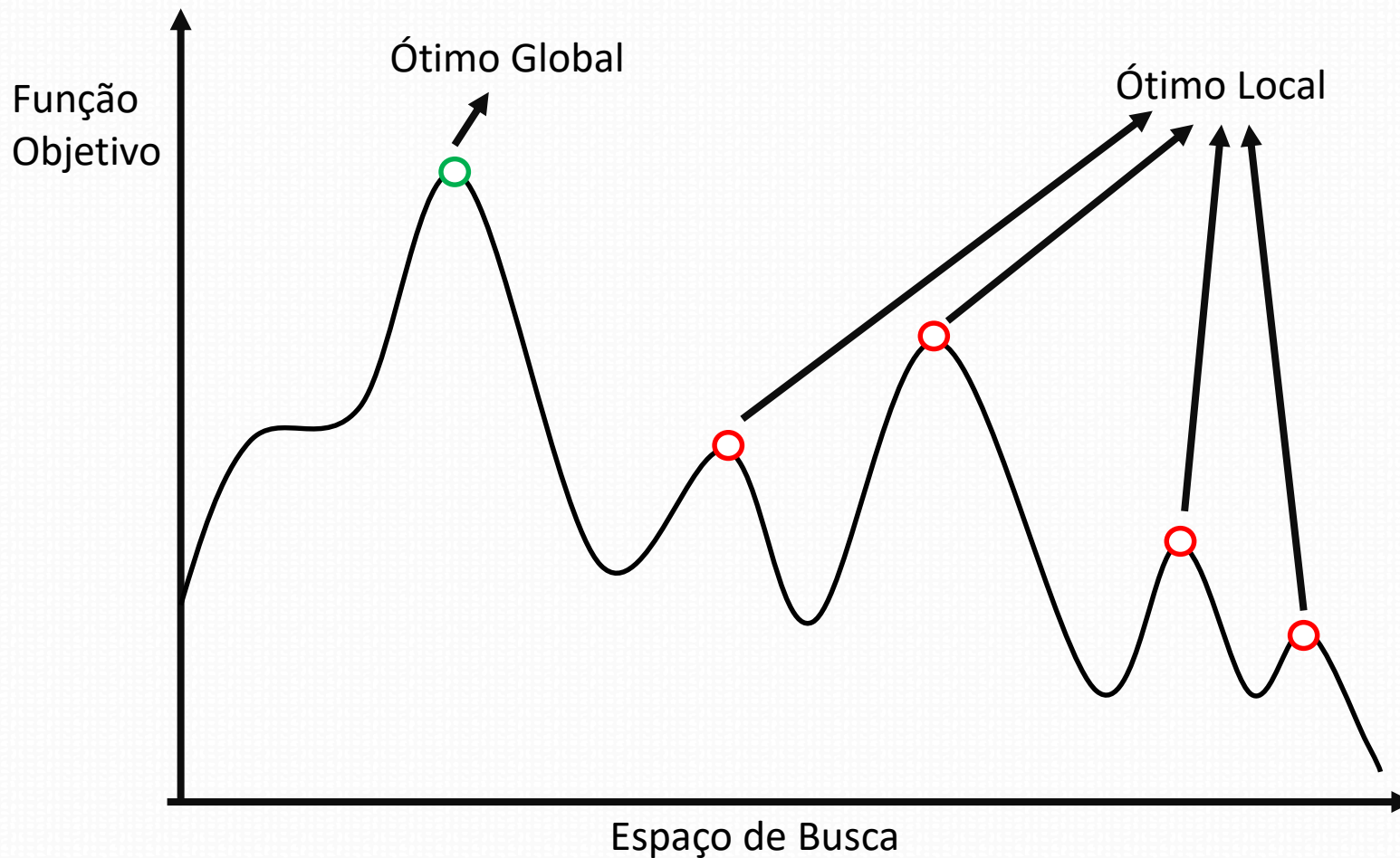


# Espaço de Busca

---

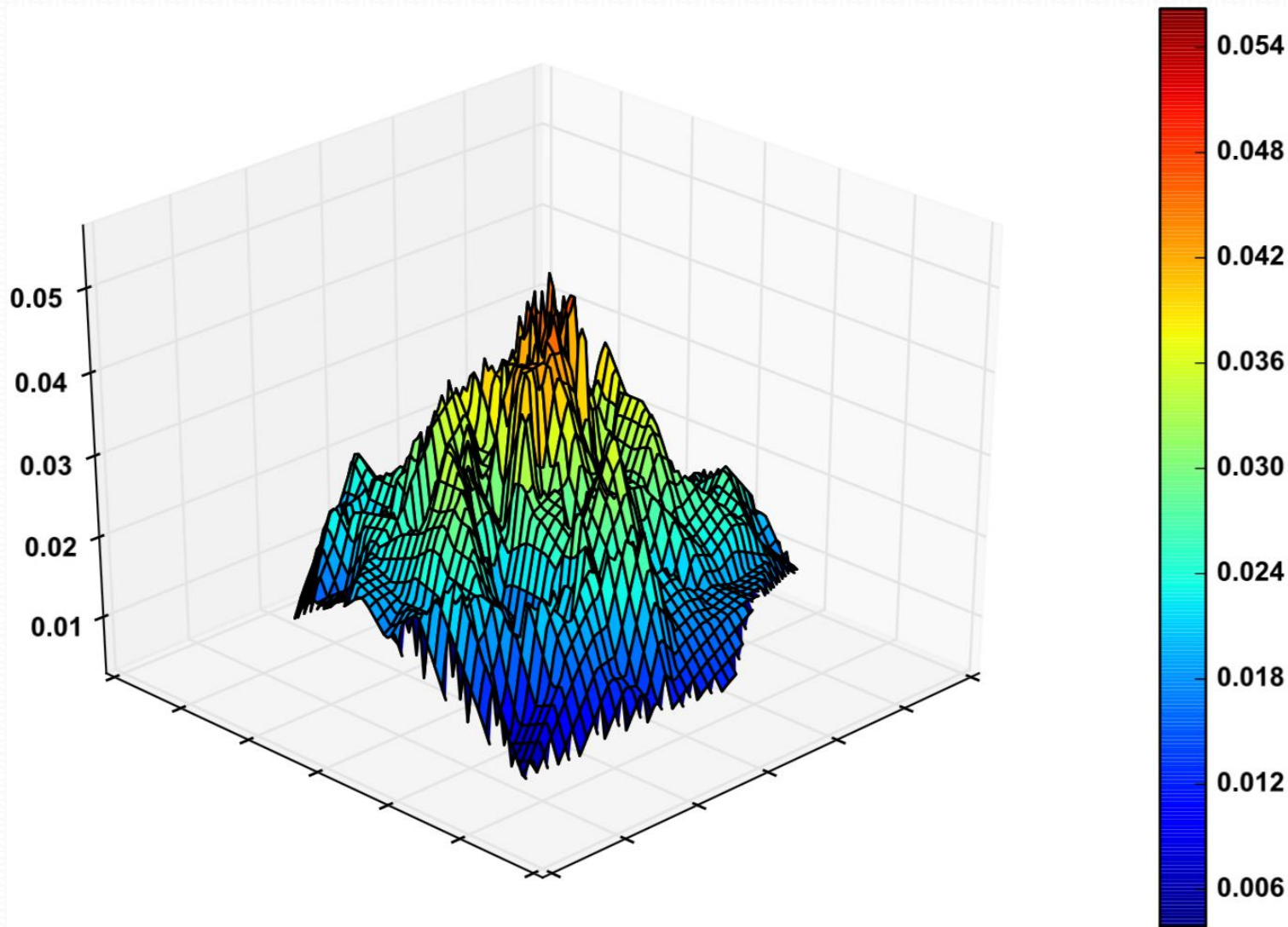


# Espaço de Busca

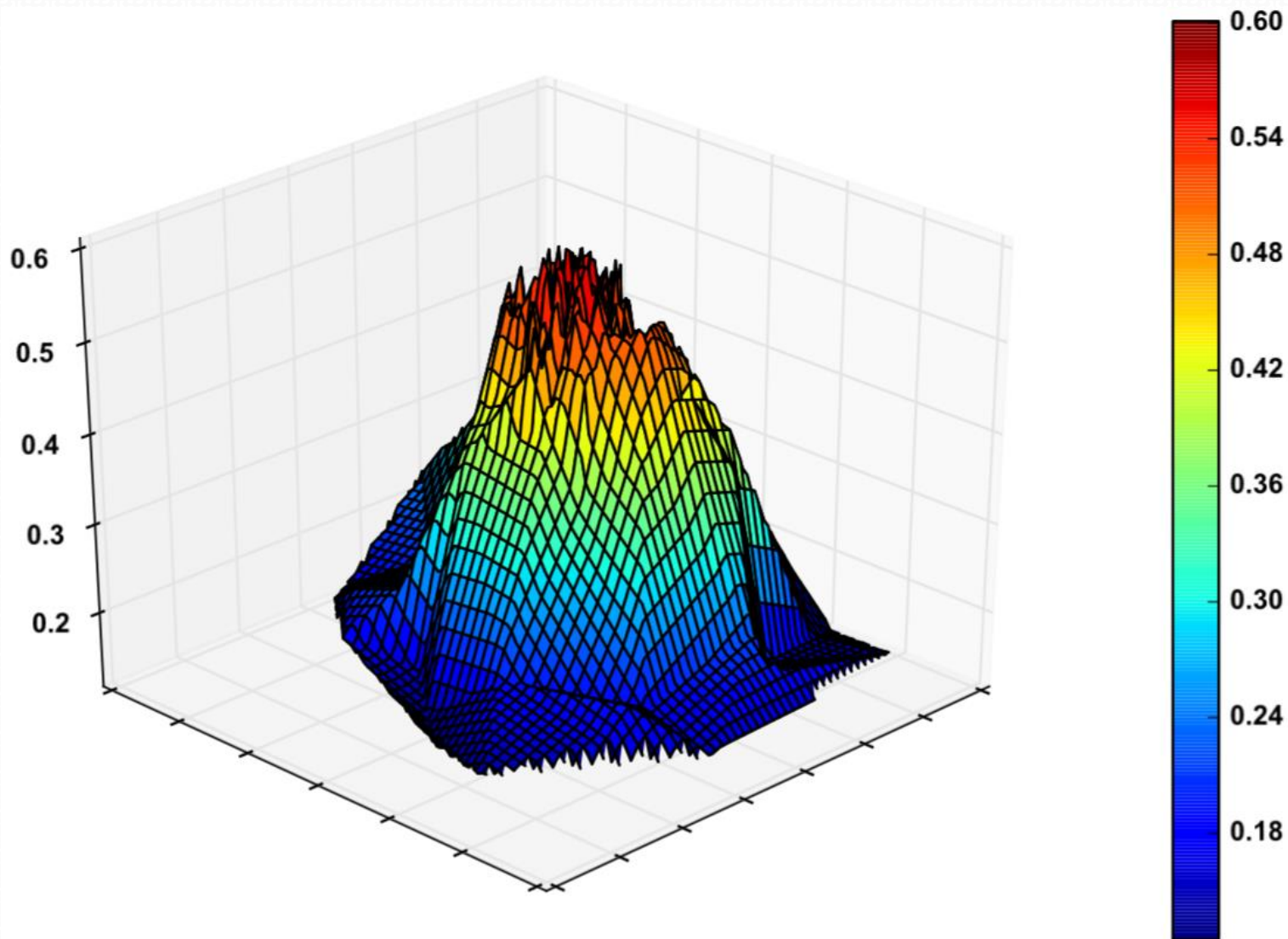


# Espaço de Busca

---



# Espaço de Busca





# Busca Tabu

---

- Quando realiza uma alteração grava a configuração na lista tabu, a qual permanece na lista durante um número de iterações (Parâmetro Alfa).
- Seleciona sempre o melhor vizinho que não se encontra na lista tabu.

# Busca Tabu

---

```
entrada: S;  
tabu = lista();  
 $S^* = S$ ;  
 $S' = S$ ;  
faça{  
     $S = S'$ ;  
     $S' = \text{melhorVizinhoN\~aoTabu}(S)$ ;  
     $\text{inserirMovimentoNaTabu}(S', \text{tabu})$ ;  
    se ( $S'$  melhor que  $S^*$ ) {  
         $S^* = S'$ ;  
    }  
}enquanto (critério de parada);  
  
retornar  $S^*$ ;
```

# Têmpera Simulada

---

- Baseada na ideia do resfriamento de metais e vidro.
- Processo Físico:
  - Elevar a temperatura de um determinado material até que se funda.
  - Resfriar até que solidifique o material

# Têmpera Simulada

---

```
entrada:  $S, \alpha$ ;  
 $S^* = S$ ;  
 $S' = S$ ;  
 $T = \langle\langle\textit{temperatura inicial}\rangle\rangle$ ;  
faça{  
     $S' = \text{vizinhoAleatório}(S)$ ;  
    se ( $S'$  melhor que  $S^*$ ) {  
         $S^* = S'$ ;  
    }  
    se (aceita  $S'$ ){  
         $S = S'$ ;  
    }  
     $T = T \cdot \alpha$ ;  
}enquanto (critério de parada);  
retornar  $S^*$ ;
```

# Têmpera Simulada

```
entrada: S,  $\alpha$ ;  
S* = S;  
S' = S;  
T = <<temperatura inicial>>;  
faça{  
    S' = vizinhoAleatório(S);  
    se (S' melhor que S*) {  
        S* = S'.  
    }  
    se (aceita S'){  
        S = S';  
    }  
    T = T .  $\alpha$ ;  
}enquanto (critério de parada);  
  
retornar S*;
```

## Critério de Aceitação (aceita):

“ Aceita S' ” é verdadeiro se:

1. S' for melhor que S (novo vizinho melhor que a solução atual); ou
2. Com probabilidade  $e^{-\Delta(S',S)/kT}$ , onde  $k$  é geralmente 1, e T é a temperatura atual.

# Têmpera Simulada

**entrada:**  $S, \alpha$ ;

$S^* = S$ ;

$S' = S$ ;

$T = \langle\langle \text{temperatura inicial} \rangle\rangle$ ;

**faça**{

$S' = \text{vizinhoAleatório}(S)$ ;

**se** ( $S'$  melhor que  $S^*$ ) {

$S^* = S'$ .

    }

**se** (aceita  $S'$ ){

$S = S'$ .

## Critério de Aceitação (aceita):

“ Aceita  $S'$  ” é verdadeiro se:

1.  $S'$  for melhor que  $S$  (novo vizinho melhor que a solução atual); ou
2. Com probabilidade  $e^{-\Delta(S', S)/kT}$ , onde  $k$  é geralmente 1, e  $T$  é a temperatura atual.

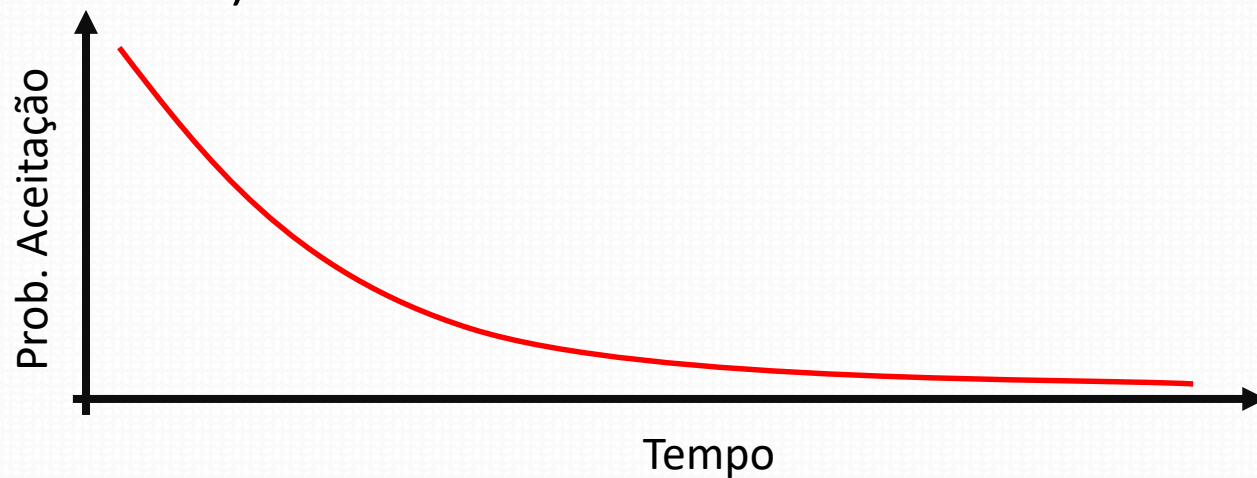
Quanto maior a temperatura maior a chance de aceitar; quanto menor, menor a chance de aceitar.

A função  $\Delta(S', S)$  informa a diferença na avaliação (função objetivo, *makespan* por exemplo). Quanto maior a diferença, menor a probabilidade de aceitar.

# Têmpera Simulada

---

- A literatura cita bons valores para  $\alpha > 0.8$
- Nas iterações iniciais, uma têmpera simulada se comporta como uma busca aleatória, aceitando soluções aleatoriamente.
- A medida que o resfriamento acontece, a técnica se tornará mais elitista, selecionando apenas soluções vizinhas melhores na maioria das vezes (como se fosse uma busca local monótona).



# BLM - Randomizada

---

- Consistem em dada uma probabilidade, realizar uma randomização na solução.
- Selecionar um determinado elemento aleatoriamente e alterar para outro conjunto aleatoriamente.



# BLM - Randomizada

---

```
entrada:  $S, \alpha$ ;  
 $S^* = S$ ;  
faça{  
    se (  $\text{random}() < \alpha$  ) {  
         $S = \text{vizinhoAleatório}(S)$ ;  
    }senão{  
         $S = \text{melhorVizinho}(S)$ ;  
    }  
    se (  $S$  melhor que  $S^*$  ){  
         $S^* = S$ ;  
    }  
}enquanto (critério de parada);  
  
retornar  $S^*$ ;
```

# Busca Local Iterada

---

- Quando não apresenta melhora em uma solução  $S'$ , realiza uma perturbação na solução  $S''$ .
- A partir de um parâmetro (Alfa) identifica o quão forte é a perturbação em uma solução  $S''$ .

# Busca Local Iterada

---

$A = 0.3$

Repita{

$S' = \text{Vizinho}(S)$

    Se(Aceita  $S'$ ) {

$S = S'$

    } Senão{

$S = \text{VizinhoPerturbado}(S' = S \text{ Rand}() \% 30)$

    }

}Até(False)

# Resumo

---

- BLM
  - BL-Primeira Melhora\*
  - BL-Melhor Melhora
- BLNM
  - Busca Tabu
  - Têmpera Simulada
  - Busca Local Monótona Randomizada
  - Busca Local Iterada

# Trabalho de Busca Heurística

---

- Crie dois programas de simulação (BLM e BLNM) para o problema de distribuição de tarefas entre as máquinas.
- O problema de alocação de tarefas, onde  $n$  tarefas são alocadas em  $m$  máquinas paralelas. Onde cada tarefa possui um tempo de execução  $i$ . Um problema pode ser alocado a qualquer máquina em qualquer sequência. Deve-se encontrar a localização que minimize o tempo de uso de todas as máquinas.