



EVALUATION OF THE APPLICABILITY OF THE ALTERNATIVE FRICTION FACTOR EQUATIONS TO COLEBROOK-WHITE

Kim Rocha Gama

Ricardo Albuquerque Fernandes

Diogo Tenório Cintra

Adeildo Soares Ramos Júnior

Eduardo Setton Sampaio da Silveira

{kim.rocha, ricardoaf, diogotc, adramos, eduardosetton}@lccv.ufal.br

Laboratório de Computação Científica e Visualização - UFAL

Av. Lourival Melo Mota, s/n, 57072-900, Maceió, Alagoas, Brasil

Abstract. *This work proposes the evaluation of alternative equations for pipe flow analysis. In this phenomenon, several forces are present in the energy balance. Considering Darcy-Weisbach equation for pressure loss, a friction factor is added to the pipe flow equation of natural gases. In many practical situations, the literature recommends the use of Colebrook-White equation for numerical pipe flow analysis, set as a reference for the friction factor calculation. Due to the implicit nature of this equation, depending on the number of nodes, pipes and the topology of the considered mesh, the computational time demanded for the determination of the friction factor can have a great influence on the total computational time of the numerical analysis. Therefore, other expressions have arisen with the objective of simplifying these calculations. They can be used depending on the flow conditions and the pipe material. Thus, it is necessary to evaluate in detail the precision and the computational cost associated to the use of these alternative equations, comparing them to the reference, Colebrook-White. The alternative equations considered in this work are: Chen equation, Shacham equation, AGA Fully turbulent equation, among others. Graphs and diagrams will be shown in the way to validate the proposed evaluation.*

Keywords: *Pipe flow analysis, Darcy-weisbach friction factor, Colebrook-white equation.*

1 INTRODUÇÃO

Segundo as Nações Unidas (1999), a população mundial cresceu quase 30% da década de 90 até a década atual. Com isso, a demanda por necessidades básicas também acompanha esses números, aumentando necessidade energética em virtude das novas tecnologias e do desenvolvimento industrial mundial.

O gás natural hoje é um importante elemento na cadeia energética de quase todo mundo. O seu transporte ocorre, na maioria das vezes, em gasodutos. Assim, a necessidade por minimizar a perda nesse processo é de tamanha importância uma vez que o otimiza e garante sua melhor utilização.

No escoamento de fluidos em superfícies e dutos, diversas forças estão presentes no balanço de energia. Em casos onde se analisa o escoamento em condutos forçados, de um ponto A para um ponto B, haverá uma perda de energia, denominada queda de pressão, quando se trata de gases, ou perda de carga, quando se trata de líquidos. Essa perda é função de variáveis que irão ser apresentadas ao longo do trabalho, mas, qualitativamente, é atribuída ao atrito do fluido com a superfície interna do conduto.

A equação de Darcy-Weisbach é utilizada para simular essas perdas de energias.

$$h_f = f_D \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}, \quad (1)$$

onde h_f é a perda de carga, f_D o fator de fricção, L e D o comprimento e o diâmetro do duto, respectivamente, v a velocidade do fluido e g a aceleração da gravidade.

Neste trabalho, foca-se nas formas de se calcular o fator de fricção de um escoamento. Segundo o trabalho de Moody (1944), o fator de fricção é um número adimensional e função de duas, e somente duas, outras propriedades adimensionais. Uma dessas está relacionada a características do escoamento e das propriedades do fluido, o Número de Reynolds

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu}, \quad (2)$$

onde ρ é a massa específica do fluido e μ a sua viscosidade dinâmica.

Já a outra propriedade se relaciona ao material do duto, pois, quanto mais rugoso for o duto, maior será a perda de energia por atrito entre o fluido e a parede da tubulação. Para quantificar essa propriedade, utilizamos a rugosidade relativa, ε/D , onde ε se trata da rugosidade absoluta e D , do diâmetro da tubulação.

2 METODOLOGIA

O presente estudo consiste na análise da acurácia e do custo computacional de diversos métodos de cálculo do fator de fricção. Bibliograficamente, existem dois fatores de fricção comumente utilizados: o fator de fricção de Darcy-Weisbach f_D e o de Fanning f_F . Nesse trabalho, optaremos por sempre se referir ao fator de fricção de Darcy-Weisbach, por ser mais utilizado na literatura. Entretanto, é importante ressaltar a correlação entre essas duas grandezas,

$$f_D = 4f_F. \quad (3)$$

Diante do trabalho de Moody (1944), responsável por plotar um diagrama (Fig. 1) que pode ser usado para o cálculo do fator de fricção, pode-se avaliar alguns comportamentos importantes dessa grandeza em relação ao número de Reynolds e à rugosidade relativa.

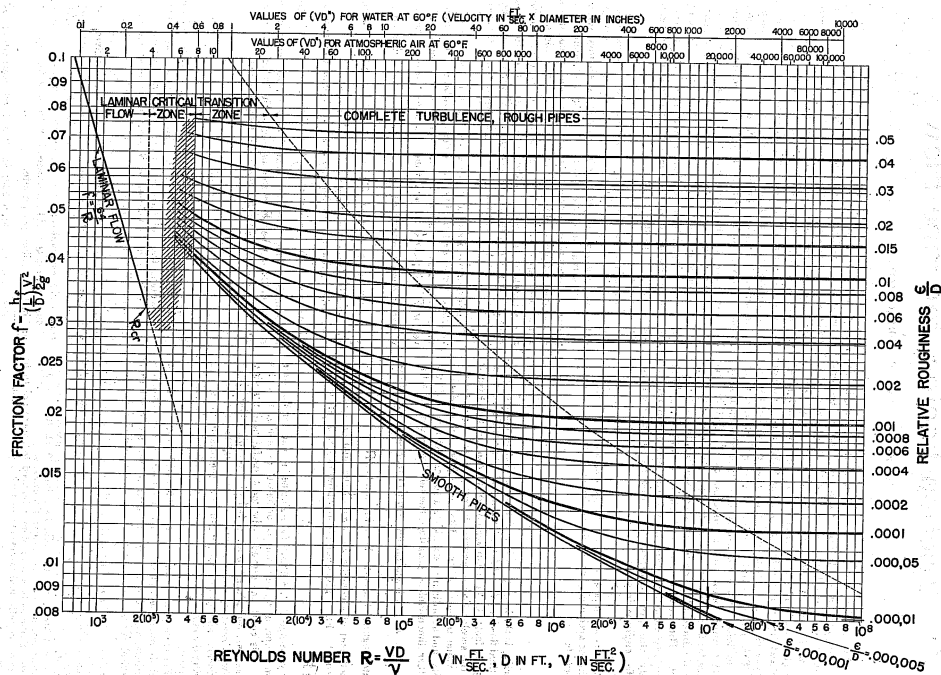


Figura 1: Diagrama de Moody (1944).

O diagrama ilustra diferentes regimes de escoamento, associados à magnitude do número de Reynolds. Durante o início de um escoamento que parte do repouso, o fator de fricção decresce. Nesse momento, caracteriza-se o escoamento em regime laminar, com fluxo exclusivamente axial, em que o campo de velocidade obedece a uma distribuição parabólica das paredes até o centro do duto. A partir de algum instante, em que o número de Reynolds torna-se maior que 2000, o escoamento laminar deixa de existir devido a um aumento abrupto e descontínuo no fator de fricção, caracterizando o regime de transição. Nesse regime, não existe um comportamento previsível para o fator de fricção até valores do número de Reynolds próximos de 3250. A partir de então, identifica-se o regime de escoamento turbulento, em que com o aumento do número de Reynolds, o fator de fricção volta a decrescer, porém mais suavemente.

Cinco anos antes ao trabalho de Moody(1944), Coolebrook (1939) propôs uma equação que determina o fator de fricção de Darcy-Weisbach através de um cálculo iterativo,

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{\epsilon}{3,7D} + \frac{2,51}{Re\sqrt{f}} \right]. \quad (4)$$

Essa equação é bibliograficamente recomendada para se realizar o cálculo em simulações. Entretanto, por se tratar de uma equação implícita, o seu uso em larga escala, isto é, em sistemas computacionais onde se necessite de um número demasiadamente grande de avaliações, pode-se levar a um custo computacional que torne a simulação ineficiente. Assim, desde a década de sua publicação, outros autores trabalham na formulação de equações alternativas que minimizem o custo computacional e que representem de forma adequada o comportamento do diagrama.

Schroeder Jr. (2010) considera o fator de fricção a parte mais complexa da equação de fluxo. Se considerarmos alguma abordagem para o cálculo da vazão em um duto, deve-se determinar numericamente o fator de fricção. Isso acontece porque o fator de fricção depende do número de Reynolds, que por sua vez depende da velocidade do fluido que está relacionada à vazão no duto, tornando a relação pressão-vazão, por si só, uma expressão implícita.

Dentre as mais recomendadas para a substituição da Equação de Colebrook-White está a equação Chen (1979),

$$f = \left\{ -2 \log \left[\frac{1}{3,7065} \frac{\varepsilon}{D} - \frac{5,0452}{Re} \log \left(\frac{(\varepsilon/D)^{1,1098}}{2,8257} + \left(\frac{7,149}{Re} \right)^{0,8981} \right) \right] \right\}^{-2}. \quad (5)$$

Trata-se de uma expressão explícita, em que o custo computacional demandado é relativamente pequeno. Apesar disso, apresenta erros consideravelmente pequenos quando avaliada ao longo de todo o domínio de número de Reynolds e rugosidade relativa.

Bernard, Schorle e Shacham (1980) partiram da equação de Chen e a adaptaram, minimizando ainda mais o custo computacional e mantendo a sua característica explícita,

$$f = \left[-2 \log \left(\frac{\varepsilon}{3,7D} - \frac{5,02}{Re} \log \left(\frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{14,5}{Re} \right) \right) \right]^{-2}. \quad (6)$$

Representar a Equação de Colebrook-White, Eq. 4, em todo seu domínio não é uma tarefa fácil. Porém, formular uma equação que a represente bem em determinadas zonas pode levar a uma equação com um ótimo custo computacional e ainda assim com uma eficiência considerável. Um exemplo disso é a equação AGA Fully Turbulent,

$$f = \left[-2 \log \left(\frac{\varepsilon}{3,7D} \right) \right]^{-2}, \quad (7)$$

que pode ser utilizada quando o fluxo se apresentar extremamente turbulento. Já a equação Smooth,

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right), \quad (8)$$

trabalha com o inverso dessa consideração, ou seja, para quando o fluxo se apresentar pouco turbulento e com rugosidade desprezível. Mesmo sem considerar a rugosidade relativa, a equação (8) é uma expressão implícita.

Assim, diante dessas equações alternativas, estuda-se qual o ganho computacional de cada uma e a sua precisão em determinadas zonas de Número de Reynolds e rugosidade relativa. Diante das duas informações, é possível inferir qual das equações estudadas tem o melhor custo-benefício para uma discretização do domínio do Diagrama de Moody.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

As equações alternativas para determinação do fator de fricção em regime turbulento são avaliadas utilizando distribuições logarítmicas para valores de número de Reynolds, $3250 \leq$

$Re \leq 10^8$, e rugosidade relativa, $10^{-6} \leq \varepsilon/D \leq 0,05$. Mil valores distintos de cada uma das variáveis são combinados resultando em 1 milhão de configurações a serem avaliadas. Os resultados globais referentes a erros máximos e tempo computacional são mostrados na Tabela 1, tendo como referência a equação de Colebrook-White.

Tabela 1: Resultados globais para as equações alternativas de fator de fricção.

Equação	Erro máximo	Ganho computacional
Colebrook-White	-	-
Chen	0,406%	27,29x
Shacham	1,126%	35,76x
AGA Fully	86,355%	37,40x
Smooth	91,698%	0,98x

As equações de Chen (1979) e Shacham (Schorle et. al. (1980)) são aplicáveis em todo o domínio considerado, visto que os erros máximos apresentados não são superiores a 1,2%. Em relação ao custo computacional, a determinação do fator de fricção pela equação de Shacham é cerca de 1,2 vezes mais rápida que pela equação de Chen, no entanto, observa-se que os erros são menores em todo o domínio considerado ao se utilizar a equação de Chen (Fig. 2).

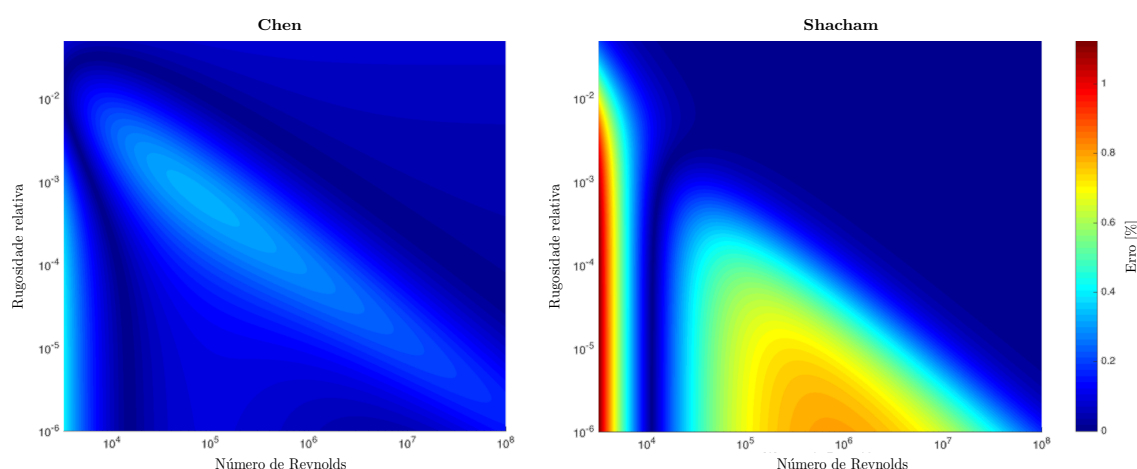


Figura 2: Erros relativos das equações de Chen (1979) e Shacham (Schorle, Churchill e Shacham (1980)) ao longo do domínio considerado.

As equações AGA Fully Turbulent e Smooth são aplicáveis em regiões particulares do domínio. Por exemplo, a equação AGA Fully Turbulent apresenta erros considerados pequenos quando avaliada em configurações em que, em geral, o número de Reynolds e a rugosidade relativa assumem valores elevados. Com a equação Smooth acontece o oposto, conduzindo a erros menores para valores menores das variáveis (Fig. 3). Por se tratar de uma expressão implícita, seu custo computacional demandado é extremamente alto, ficando próximo ao de Colebrook-White. A avaliação dessas equações em regiões não indicadas compromete fortemente a estimativa do fator de fricção, alcançando erros da ordem de 90%.

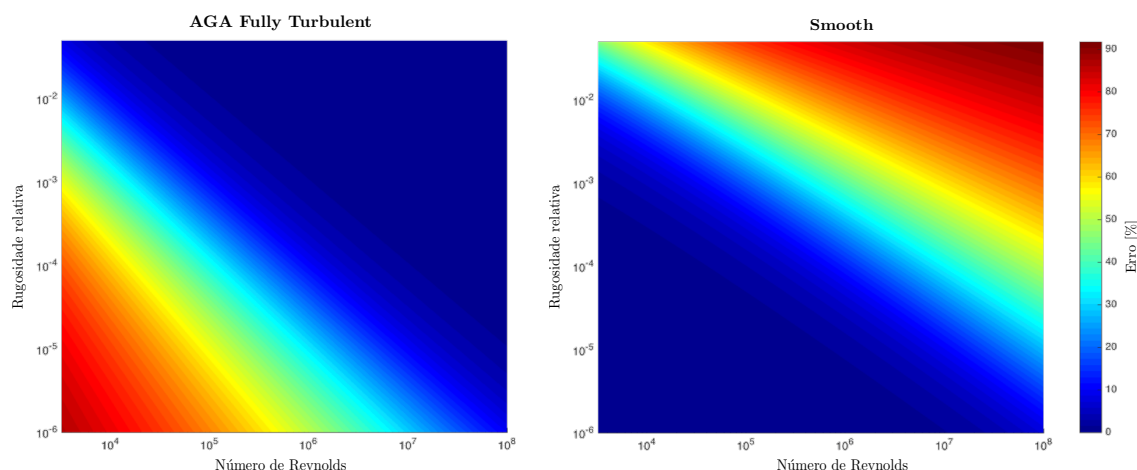


Figura 3: Erros relativos das equações AGA Fully Turbulent e Smooth ao longo do domínio considerado.

Quando integrada as duas análises, pode-se, dado uma tolerância máxima, estabelecer qual a equação que melhor se aplica a cada zona do domínio. Utilizou-se como critério de avaliação o método que tem o menor tempo computacional médio e respeita os limites de tolerância. O resultado dessa análise está representado na Fig. 4.

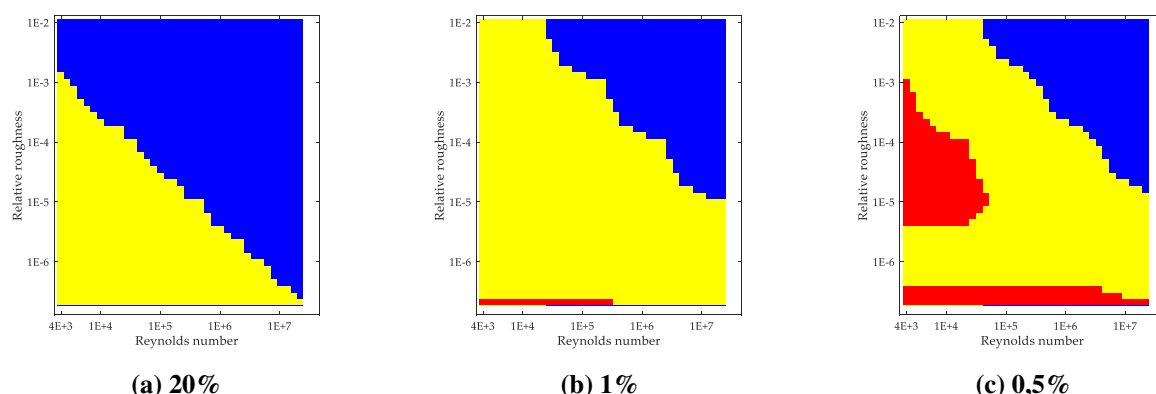


Figura 4: Aplicabilidade das equações alternativas por domínio de uso, onde a cor azul representa a equação AGA Fully Turbulent, amarela a equação de Shacham e a cor vermelha a equação de Chen.

Pode-se avaliar que a medida em que se aumenta a tolerância, verifica-se uma diminuição da zona de uso da equação AGA Fully Turbulent, já previsto desde a sua idealização, já que se caracteriza própria da zona onde a perda de atrito devido ao escoamento turbulento do fluido é dominante e a rugosidade do duto é desprezível. Também é importante notar que a equação de Shacham apresenta utilização dominante para erros de até 1%, porém, por ser uma aproximação secundária, quando a tolerância chega a 0,5%, o uso da Equação de Chen torna-se necessário. A equação de Smooth não se apresenta em nenhum dos diagramas em virtude de sua característica implícita que a torna muito custosa computacionalmente.

4 CONCLUSÃO

O presente trabalho apresentou o desenvolvimento de um diagrama que reúne as particularidades de diversos métodos de cálculo do fator de fricção e retorna diretamente zonas de uso

das equações alternativas bibliograficamente mais utilizadas. Essa análise teve como objetivo auxiliar futuros simuladores nas escolhas dos métodos de cálculo do fator de fricção. O desenvolvimento desse algoritmo em Octave possibilitou uma facilidade na implementação, podendo ser reutilizado com a adição de novas proposições de outros autores. Além disso, a metodologia que se utilizou para realizar a análise aqui apresentada pode ser estendida para outras equações.

Portanto, foi possível concluir que o uso de equações alternativas deve ser bem utilizado pelos softwares ligados a área de escoamento de fluidos. Foi notado um aumento de quase 30x em relação ao custo computacional em resultados com menos de 1% de erro relativo. Em simulações onde o cálculo do fator de fricção é utilizado milhares de vezes, dispor de um conhecimento ou até de um algoritmo associado a escolha do melhor método pode gerar uma grande economia.

AGRADECIMENTOS

Os autores desse trabalho agradecem a Algás (Gás de Alagoas S.A) pelo financiamento desse projeto.

REFERÊNCIAS

Chen, N. H., *"An explicit equation for friction factor in pipe"*, Ind. Eng. Chem. Fundamen, pp. 296-297, 1979.

Colebrook, C. F., *"Turbulent flow in pipes, with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws"*, Journal of the Institution of Civil Engineers, vol. 11, pp. 133-156, 1939.

Moody, L. F., *"Friction factors for pipe flow"*, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, vol. 66, no. 8, pp. 671-684, 1944.

United Nations. *"The World at Six Billion"*, ESA/P/WP.154, 1999.

Schorle, B., Churchill, S. W., & Shacham, M., *"Comments on: 'an explicit equation for friction factor in pipe'"*, pp. 228-228, 1980.

Schroeder Jr., D. W. S., *"A tutorial on pipe flow equations"*, in PSIG Annual Meeting, Pipeline Simulation Interest Group, 2010.