Problema do Fornecimento de Energia (Pesquisa Operacional)

Alunos:
André Hugo Ramalho Lopes
Eduardo Luiz Araujo dos Santos
Luis Phellipe Palitot Moreno

Centro de Informática
UFPB

João Pessoa, 2020

- **Introdução**

O problema de fornecimento de energia é um problema de custo de produção mínima atendendo a demanda, que visa minimizar o custo operacional. No problema de fornecimento, busca-se suprir a demanda de cada período de forma que, o custo de operação de todos os períodos seja a maneira mais barata para suprir a demanda.

Usamos modelagem matemática para descrever o problema, de uma maneira linear e genérica, capaz de ser resolvido através de qualquer resolvedor para problemas de PLI.

- **Definição do problema**

Em uma cidade (ou país), é preciso suprir a demanda de energia de cada período (com duração variada) para todos os dias. Para isso, existem N tipos de usinas e M unidades do mesmo tipo, onde cada tipo de usinas tem as seguintes informações de operação: produção mínima e máxima por MW, custo de ligação (contabilizado caso a usina passe do estado desligado para ligado entre um período e outro) por USD, e custo da produção mínima e adicional (quando superado a produção mínima) por USD/h.

O objetivo é achar uma solução ótima para os dados fornecidos, com as seguintes informações: quantas unidades de cada tipo de usina vão estar ligadas em cada período, quanto cada uma das unidades ligadas deve produzir em cada período, quais são os custos por tipo de usina (separado por custo fixo, custo adicional e custo de ligação) e o custo total diário.

- ## Modelagem

Dados:

- $t \rightarrow$ *Número de tipos de usinas*;
- $u_i \rightarrow$ *Número de unidades por cada tipo de usinas*;
- $p \rightarrow$ *Número de períodos*;
- $C_i \rightarrow$ *Custo de produção mínima por tipo i de usina*;
- $A_i \rightarrow$ *Custo adicional de produção por tipo i de usina*;
- $L_i \rightarrow$ *Custo de ligação de usina do tipo i*;
- $Pmin_i \rightarrow$ *Produção mínima da usina do tipo i*;
- $Pmax_i \rightarrow$ *Produção máxima da usina do tipo i*;
- $D_k \rightarrow$ *Duração do período k*;
- $W_k \rightarrow$ *Demanda de potência no período k*;

Conjuntos:

- $I \rightarrow$ *Usinas, índice* $i \in I$ $(I = \{1, ..., t\})$;
- $K \rightarrow$ *Períodos, índice* $k \in K$ $(K = \{1, ..., p\})$;

Variáveis:

- $X_{ijk} \rightarrow$ *Se a usina do tipo i unidade j está ligada ou não no período k*;
- $Z_{ijk} \rightarrow$ *Se a usina do tipo i unidade j foi ligada nesse período k*;
- $P_{ijk} \rightarrow$ *Produção da usina do tipo i unidade j no período k*;
- $Q_{ijk} \rightarrow$ *Produção adicional de cada usina relacionada indiretamente ao fato de ela estar ligada ou não*;

Função objetivo e restrições:

$$Min \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^{u_i} \sum_{k \in K} \left([C_i X_{ijk} + A_i Q_{ijk}] D_k + L_i Z_{ijk} \right) \qquad (1)$$

sujeito a:

$$Z_{ijk+1} \geq X_{ijk+1} - X_{ijk} \qquad \forall\ i \in I,\ j \in \{1, ..., u_i\},\ k \in K \setminus \{p\} \qquad (2)$$

$$Z_{ij1} \geq X_{ij1} - X_{ijp} \qquad \forall\ i \in I,\ j \in \{1, ..., u_i\} \qquad (2.1)$$

$$P_{ijk} \geq Pmin_i X_{ijk} \qquad \forall\ i \in I,\ j \in \{1, ..., u_i\},\ k \in K \qquad (3)$$

$$P_{ijk} \leq Pmax_i X_{ijk} \qquad \forall\ i \in I,\ j \in \{1, ..., u_i\},\ k \in K \qquad (4)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j=1}^{u_i} P_{ijk} \geq W_k \qquad \forall\ k \in K \qquad (5)$$

$$Q_{ijk} \geq P_{ijk} - Pmin_i \qquad \forall\ i \in I,\ j \in \{1, ..., u_i\},\ k \in K \qquad (6)$$

$$P_{ijk},\ Q_{ijk} \geq 0 \qquad \forall\ i \in I,\ j \in \{1, ..., u_i\},\ k \in K \qquad (7)$$

$$X_{ijk},\ Z_{ijk} \in \{0, 1\} \qquad \forall\ i \in I,\ j \in \{1, ..., u_i\},\ k \in K \qquad (8)$$

O objetivo desse projeto é minimizar o custo de abastecimento energético de uma cidade. Logo, definimos a função objetivo em (1) a partir do custo de produção mínimo, somado ao custo adicional do que foi produzido, mais o custo de ligação das usinas, para cada período.

Para ser calculado Z_{ijk}, a restrição em (2) determina que a única forma de Z_{ijk} ser igual a 1, é se no período atual (k) a unidade está ligada, e no período anterior $(k-1)$ ela estava desligada. Além disso, como o projeto exige uma idéia de ciclo, o último período precisa estar ligado ao primeiro. Para isso, quando $k = p$, é definido que $k+1=1$, como visto em (2.1).

A variável P_{ijk} se refere à potência de um determinado tipo de usina em um determinado período e deve obedecer a alguns parâmetros como a produção mínima viável e o limite físico de produção (produção máxima). Além disso deve respeitar a variável binária que informa se uma usina de um determinado tipo está ligada ou não em um determinado período. Por isso, as restrições de produção estão submetidas as inequações (3) e (4).

A demanda em cada período k representada pelo dado W_k tem restrições a serem satisfeitas, pois a demanda de cada período deve ser no mínimo satisfeita. Com isso, a soma das produções das usinas em atividade em cada período deve ser igual ou superior a demanda no período, como consta em (5).

A variável Q_{ijk} representa a produção adicional de um certo tipo de usina em um determinado período, ademais, respeita indiretamente a informação pertinente a atividade daquela usina no período em questão (se a usina estiver desligada, a produção adicional é igual a 0 em vez de negativa, linearizando a função objetivo), respectivamente, pela restrição em (6).

Caso do primeiro dia:

O primeiro dia de produção das usinas apresenta o seguinte problema: a solução ótima pode fazer com que uma usina fique ligada por todos os períodos, não contando o custo de ligação da primeira vez que for ligada. Para resolver isso, é feita uma checagem na solução final: caso a unidade de uma usina esteja ligada no primeiro período ao mesmo tempo que não há custo de ligação nesse período, indicando que no primeiro dia não contaria o custo de começar o 1º período com ela ligada, informamos esse custo adicional na solução final. Assim, permitindo que todos os dias sigam o mesmo padrão de funcionamento.

- ## Demonstração do funcionamento

Exemplo:

Período	**0-6**	**6-12**	**12-18**	**18-24**
Demanda (MW)	5000	8000	12000	15000

Tipos de usinas	**Unidades disponíveis**	**Produção mín. (MW)**	**Produção máx. (MW)**	**Custo de Produção mín. (USD/h)**	**Custo adicional por MW (USD/h)**	**Custo de ligação (USD)**
1	2	750	2000	2500	8	5000
2	2	1000	3500	1800	6	1600
3	2	1200	4000	3800	9	2500
4	2	1800	5000	4800	5	1200

Solução ótima pelo CPLEX:

Período	**0-6**	**6-12**	**12-18**	**18-24**
Tipo 1 unid. 1	Desligada	Desligada	Ligada (750 MW)	Ligada (750 MW)
Tipo 1 unid. 2	Desligada	Desligada	Ligada (750 MW)	Ligada (750 MW)
Tipo 2 unid. 1	Ligada (1000 MW)	Ligada (1000 MW)	Ligada (1000 MW)	Ligada (1000 MW)
Tipo 2 unid. 2	Ligada (1000 MW)	Ligada (1000 MW)	Ligada (1000 MW)	Ligada (1000 MW)
Tipo 3 unid. 1	Ligada (1200 MW)	Ligada (1200 MW)	Ligada (1200 MW)	Ligada (1200 MW)

Tipo 3 unid. 2	Desligada	Ligada (1200 MW)	Ligada (1200 MW)	Ligada (1200 MW)
Tipo 4 unid. 1	Ligada (1800 MW)	Ligada (1800 MW)	Ligada (4300 MW)	Ligada (5000 MW)
Tipo 4 unid. 2	Desligada	Ligada (1800 MW)	Ligada (1800 MW)	Ligada (4100 MW)

Tipos de usinas	**Custo de produção mínima (USD)**	**Custo adicional (USD)**	**Custo adicional do dia de origem (USD)**	**Custo de ligação (USD)**
1	60000.0	0.0	0.0	10000.0
2	86400.0	0.0	3200.0	0.0
3	159600.0	0.0	2500.0	2500.0
4	201600.0	1200.0	240000.0	1200.0

Custo do dia de origem: USD 768200.0
Custo do dia de origem por hora: USD 32008.3

Custo diário mínimo (segundo dia em diante): USD 761300.0
Custo diário por hora (segundo dia em diante): USD 31720.8