9ª LISTA DE EXERCÍCIOS

1) Encontre os coeficientes c_k da série de Fourier e esboce o espectro de magnitude e fase dos seguintes sinais periódicos:

a) $x(n) = 4\cos(0,4\pi n) + 2\text{sen}(0,8\pi n)$ b) $x(n) = 1 + \text{sen}(\omega_0 n) + \cos(\omega_0 n) + \cos\left(2\omega_0 n + \frac{\pi}{2}\right)$

2) Determine o sinal periódico real $x(n)$, com período fundamental $N_0 = 9$, cujos coeficientes não nulos da série de Fourier são $c_0 = 2$, $c_2 = c_{-2}^* = 2e^{j\pi/6}$ e $c_4 = c_{-4}^* = e^{j\pi/3}$.

3) A partir da definição, calcule a transformada de Fourier de tempo discreto $X(e^{j\omega})$ dos sinais apresentados a seguir e esboce o espectro de magnitude e fase.

a) $x(n) = (-\gamma)^n u(n)$ b) $x(n) = \left(\frac{3}{4}\right)^n u(n-4)$

4) A partir da definição, obtenha a transformada de Fourier inversa (de tempo discreto) de

$$X(e^{j\omega}) = \cos^2(\omega/2).$$

5) Utilizando as propriedades e os pares de transformada fornecidos na tabela, determine a transformada de Fourier de tempo discreto de

a) $x(n) = n\alpha^{(n-m)}u(n-m)$ b) $x(n) = \alpha^n \cos(\omega_0 n)u(n)$ c) $x(n) = 2 + \cos\left(\frac{\pi}{6}n + \frac{\pi}{8}\right)$

6) A partir da definição, calcule a transformada de Fourier inversa (de tempo discreto) do sinal caracterizado por

$$X(e^{j\omega}) = \begin{cases} 2j, & 0 < \omega \leq \pi \\ -2j, & -\pi < \omega \leq 0. \end{cases}$$

7) Utilizando as propriedades e os pares de transformada fornecidos na tabela, obtenha a transformada de Fourier inversa (de tempo discreto) de

$$X(e^{j\omega}) = \frac{12}{-e^{-j2\omega} + e^{-j\omega} + 6}.$$

8) Encontre a equação de diferenças do sistema cuja resposta em frequência é dada por

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1 + 2e^{-j2\omega}}{3 + 2e^{-j\omega} - 3e^{-j3\omega}}.$$

9) Levando em conta a transformada de Fourier de tempo discreto, determine a) a resposta ao impulso e b) a resposta em frequência, como também c) apresente um esboço da resposta de magnitude e de fase do sistema descrito por

$$y(n) = \frac{1}{3}[x(n-1) + x(n) + x(n+1)].$$

10) Considerando um sistema cuja resposta ao impulso é $h(n) = \alpha^n u(n)$ $(|\alpha| < 1)$, determine $y(n)$ caso a entrada seja $x(n) = \beta^n u(n)$ $(|\beta| < 1)$ com $\alpha \neq \beta$.

11) A partir de

$$x(n) = \sum_{k=<N_0>} c_k \mathrm{e}^{\mathrm{j}k\omega_0 n}$$

demonstre que a representação através da série de Fourier trigonométrica é obtida como

$$x(n) = c_0 + 2\sum_{k=1}^{(N_0-1)/2} a_k \cos(k\omega_0 n) - b_k \operatorname{sen}(k\omega_0 n), \quad \text{para } N_0 \text{ ímpar.}$$

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

RESPOSTAS

1) a) $c_1 = c_{-1} = 2, \quad c_3 = c_{-3}^* = -\mathrm{j}$

b) $c_0 = 1, \; c_1 = c_{-1}^* = (1/2)(1-\mathrm{j}), \; c_2 = c_{-2}^* = (1/2)\,\mathrm{j}$

2)
$$\begin{aligned} x(n) &= 2 + 2\cos[(2\pi/5)n - (\pi/3)] + 4\cos[(4\pi/5)n + (\pi/6)] \\ &= 2 + 2\mathrm{sen}[(2\pi/5)n + (\pi/6)] + 4\mathrm{sen}[(4\pi/5)n + (2\pi/3)] \end{aligned}$$

3) a) $X(e^{\mathrm{j}\omega}) = \dfrac{1}{1+\gamma e^{-\mathrm{j}\omega}}$

$$|X(e^{\mathrm{j}\omega})| = \frac{1}{\sqrt{1+\gamma^2+2\gamma\cos(\omega)}} \quad \text{e} \quad \angle X(e^{\mathrm{j}\omega}) = -\tan^{-1}\left[\frac{-\gamma\,\mathrm{sen}(\omega)}{1+\gamma\cos(\omega)}\right]$$

b) $X(e^{\mathrm{j}\omega}) = \dfrac{(3/4)^4 e^{-\mathrm{j}4\omega}}{1-(3/4)e^{-\mathrm{j}\omega}}$

$$|X(e^{\mathrm{j}\omega})| = \frac{(3/4)^4}{\sqrt{(25/16)-(3/2)\cos(\omega)}} \quad \text{e} \quad \angle X(e^{\mathrm{j}\omega}) = -4\omega + \tan^{-1}\left[\frac{-3\mathrm{sen}(\omega)}{4-3\cos(\omega)}\right]$$

4) $x(n) = 0{,}5\delta(n) + 0{,}25[\delta(n+1)+\delta(n-1)]$

5) a) $X(e^{\mathrm{j}\omega}) = \dfrac{\alpha + m(e^{\mathrm{j}\omega}-\alpha)}{(e^{\mathrm{j}\omega}-\alpha)^2} e^{\mathrm{j}(1-m)\omega}$

b) $X(e^{\mathrm{j}\omega}) = \dfrac{e^{\mathrm{j}\omega} - \alpha\cos(\omega_0)}{e^{\mathrm{j}2\omega} - 2\alpha e^{\mathrm{j}\omega}\cos(\omega_0) + \alpha^2} e^{\mathrm{j}\omega}$

c) $X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}) = 4\pi\delta(\omega) + \pi\left[\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{8}}\delta\left(\omega+\dfrac{\pi}{6}\right) + \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{8}}\delta\left(\omega-\dfrac{\pi}{6}\right)\right].$

6) $x[n] = -\dfrac{4}{\pi n}\mathrm{sen}^2\left(\dfrac{\pi}{2}n\right)$

7) $x(n) = [(6/5)(-1/2)^n + (4/5)(1/3)^n]u(n)$

8) $3y(n) + 2y(n-1) - 3y(n-3) = x(n) + 2x(n-2)$

9) a) $h(n) = \dfrac{1}{3}[\delta(n-1)+\delta(n)+\delta(n+1)]$

b) $H(e^{\mathrm{j}\omega}) = \dfrac{1}{3}[1+2\cos(\omega)]$

10) $y(n) = \dfrac{1}{\alpha-\beta}(\alpha^{n+1} - \beta^{n+1})u(n)$

11) Veja o material complementar.