FORMULÁRIO

Matemática básica

$$\cos(\theta)=\frac{e^{j\theta}+e^{-j\theta}}{2} \qquad \cos^2(\theta)=\frac{1}{2}[1+\cos(2\theta)] \qquad \mathrm{sen}(\theta)=\frac{e^{j\theta}-e^{-j\theta}}{2j} \qquad \mathrm{sen}^2(\theta)=\frac{1}{2}[1-\cos(2\theta)]$$

$$a+jb=re^{j\phi} \qquad r=\sqrt{a^2+b^2} \qquad \mathrm{sinc}(\theta)=\frac{\mathrm{sen}(\theta)}{\theta} \qquad \pm j=e^{\pm j(\pi/2)}$$

$$e^{j\theta}=\cos(\theta)+j\,\mathrm{sen}(\theta) \qquad \phi=\tan^{-1}(b/a) \qquad e^{\pm jk\pi}=(-1)^{|k|}$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos(\alpha)\cos(\beta)\mp\mathrm{sen}(\alpha)\mathrm{sen}(\beta) \qquad \mathrm{sen}(\alpha\pm\beta)=\mathrm{sen}(\alpha)\cos(\beta)\pm\cos(\alpha)\mathrm{sen}(\beta)$$

$$\int\mathrm{sen}(ax)\,dx=-\frac{1}{a}\cos(ax) \qquad \int\cos(ax)\,dx=\frac{1}{a}\mathrm{sen}(ax) \qquad \int e^{ax}dx=\frac{1}{a}e^{ax} \qquad \int xe^{ax}dx=\frac{e^{ax}}{a^2}(ax-1)$$

$$\int e^{ax}\mathrm{sen}(bx)dx=\frac{e^{ax}}{a^2+b^2}[a\,\mathrm{sen}(bx)-b\cos(bx)] \qquad \int e^{ax}\cos(bx)dx=\frac{e^{ax}}{a^2+b^2}[a\cos(bx)+b\,\mathrm{sen}(bx)]$$

$$\frac{d}{dx}\cos(ax)=-a\,\mathrm{sen}(ax) \qquad \frac{d}{dx}\mathrm{sen}(ax)=a\cos(ax) \qquad d\left(\frac{u}{v}\right)=\frac{v\,du-u\,dv}{v^2} \qquad d(uv)=u\,dv+v\,du$$

$$\sum_{k=m}^{n}r^k=\frac{r^m-r^{n+1}}{1-r},\quad r\neq1 \qquad \sum_{k=0}^{n}kr^k=\frac{r+[n(r-1)-1]r^{n+1}}{(r-1)^2},\quad r\neq1 \qquad \sum_{k=0}^{\infty}r^k=\frac{1}{1-r},\quad |r|<1$$

Operações elementares

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)h(t-\tau)d\tau \qquad E_x=\int_{-\infty}^{\infty}|x(t)|^2\,dt \qquad P_x=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}|x(t)|^2\,dt$$

$$x(t)=x_{\mathrm{par}}(t)+x_{\mathrm{impar}}(t) \qquad x_{\mathrm{par}}(t)=\frac{x(t)+x(-t)}{2} \qquad x_{\mathrm{impar}}(t)=\frac{x(t)-x(-t)}{2}$$

Série de Fourier

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}c_k e^{jk\omega_0 t} \qquad c_k=\frac{1}{T_0}\int_{T_0}x(t)e^{-jk\omega_0 t}dt \qquad X(\omega)=2\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty}c_k\delta(\omega-k\omega_0) \qquad P_x=\sum_{k=-\infty}^{\infty}|c_k|^2$$

Transformada de Fourier

$$X(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-j\omega t}dt \qquad x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(\omega)e^{j\omega t}d\omega \qquad X(\omega)=|X(\omega)|e^{j\theta(\omega)}$$

$$|X(-\omega)|=|X(\omega)|\ \text{e}\ \theta(-\omega)=-\theta(\omega)$$

$$x(t)*y(t)\leftrightarrow X(\omega)Y(\omega) \qquad x(t)y(t)\leftrightarrow\frac{1}{2\pi}X(\omega)*Y(\omega) \qquad X(t)\leftrightarrow 2\pi x(-\omega) \qquad x(at)\leftrightarrow\frac{1}{|a|}X\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

$$x(t-t_0)\leftrightarrow X(\omega)e^{-j\omega t_0} \qquad \frac{d^n}{dt^n}x(t)\leftrightarrow(j\omega)^n X(\omega) \qquad \int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau\leftrightarrow\frac{X(\omega)}{j\omega}+\pi X(0)\delta(\omega)$$

$$e^{j\omega_0 t}x(t)\leftrightarrow X(\omega-\omega_0)$$

$$X(0)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)dt \qquad x(0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(\omega)d\omega \qquad \int_{-\infty}^{\infty}|x(t)|^2\,dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|X(\omega)|^2\,d\omega$$

$$\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right)\leftrightarrow T\,\mathrm{sinc}\left(\frac{\omega T}{2}\right) \qquad \frac{W}{\pi}\mathrm{sinc}(Wt)\leftrightarrow\mathrm{rect}\left(\frac{\omega}{2W}\right) \qquad \mathrm{sgn}(t)\leftrightarrow\frac{2}{j\omega} \qquad u(t)\leftrightarrow\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}$$

$$e^{-at}u(t),\ \mathrm{Re}(a)>0\leftrightarrow\frac{1}{a+j\omega} \qquad te^{-at}u(t),\ \mathrm{Re}(a)>0\leftrightarrow\frac{1}{(a+j\omega)^2} \qquad \delta(t)\leftrightarrow1 \qquad 1\leftrightarrow2\pi\delta(\omega)$$

$$\cos(\omega_0 t)\leftrightarrow\pi[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)] \qquad \sin(\omega_0 t)\leftrightarrow j\pi[\delta(\omega+\omega_0)-\delta(\omega-\omega_0)]$$

Transformada de Laplace

$$X(s)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\mathrm{e}^{-st}dt \qquad x(t)=\frac{1}{2\pi\mathrm{j}}\int_{c-\mathrm{j}\infty}^{c+\mathrm{j}\infty}X(s)\mathrm{e}^{st}ds$$

$$x(t-t_0)\leftrightarrow \mathrm{e}^{-st_0}X(s) \qquad x(t)e^{s_0t}\leftrightarrow X(s-s_0)$$

$$x(0)=\lim_{s\to\infty}sX(s) \qquad x(\infty)=\lim_{s\to 0}sX(s)$$

$$x(at)\leftrightarrow\frac{1}{|a|}X\left(\frac{s}{a}\right) \qquad x(t)*h(t)\leftrightarrow X(s)H(s) \qquad x_1(t)x_2(t)\leftrightarrow\frac{1}{\mathrm{j}2\pi}X_1(s)*X_2(s) \qquad -tx(t)\leftrightarrow\frac{d}{ds}X(s)$$

$$\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau\leftrightarrow\frac{1}{s}X(s) \qquad \frac{d}{dt}x(t)\leftrightarrow sX(s)-x(0^-) \qquad \frac{d^2}{dt^2}x(t)\leftrightarrow s^2X(s)-sx(0^-)-\dot{x}(0^-)$$

$$e^{-at}u(t)\leftrightarrow\frac{1}{s+a},\ \mathrm{Re}(s)>-a \qquad -e^{-at}u(-t)\leftrightarrow\frac{1}{s+a},\ \mathrm{Re}(s)<-a \qquad u(t)\leftrightarrow\frac{1}{s}$$

$$e^{-at}\cos(bt)u(t)\leftrightarrow\frac{s+a}{(s+a)^2+b^2},\ \mathrm{Re}(s)>-a \qquad e^{-at}\mathrm{sen}(bt)u(t)\leftrightarrow\frac{b}{(s+a)^2+b^2},\ \mathrm{Re}(s)>-a$$

Operações elementares (tempo discreto)

$$y(n)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(k)h(n-k) \qquad E_x=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x(n)|^2 \qquad P_x=\lim_{N_0\to\infty}\frac{1}{2N_0+1}\sum_{n=-N_0}^{N_0}|x(n)|^2$$

$$x(n)=x_{\text{par}}(n)+x_{\text{ímpar}}(n) \qquad x_{\text{par}}(n)=\frac{x(n)+x(-n)}{2} \qquad x_{\text{ímpar}}(n)=\frac{x(n)-x(-n)}{2}$$

Série de Fourier de tempo discreto

$$x(n)=\sum_{k=\langle N_0\rangle}c_k\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\omega_0 n} \qquad c_k=\frac{1}{N_0}\sum_{n=\langle N_0\rangle}x(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\omega_0 n} \qquad X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=2\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty}c_k\delta(\omega-k\omega_0)$$

$$x(n-n_0)\leftrightarrow c_ke^{-\mathrm{j}k\omega_0 n_0} \qquad e^{\mathrm{j}M\omega_0 n}x(n)\leftrightarrow c_{k-M} \qquad x(-n)\leftrightarrow c_{-k} \qquad P_x=\sum_{k=\langle N_0\rangle}|c_k|^2$$

Transformada de Fourier de tempo discreto

$$X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega n} \qquad x(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi}X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega n}d\omega$$

$$X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=|X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\angle X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})} \qquad |X(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega})|=|X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})| \qquad \angle X(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega})=-\angle X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$$

$$x(n)*y(n)\leftrightarrow X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})Y(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}) \qquad x(n)y(n)\leftrightarrow\frac{1}{2\pi}X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})*Y(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$$

$$x(n-n_0)\leftrightarrow e^{-\mathrm{j}\omega n_0}X(e^{\mathrm{j}\omega}) \qquad \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 n}x(n)\leftrightarrow X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega-\omega_0)})$$

$$nx(n)\leftrightarrow\mathrm{j}\frac{d}{d\omega}X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}) \qquad \sum_{n=-\infty}^{\infty}|x(n)|^2=\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi}|X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})|^2\,d\omega$$

$$x(kn)\leftrightarrow X(e^{\mathrm{j}k\omega}) \qquad x^*(n)\leftrightarrow X^*(e^{-\mathrm{j}\omega})$$

$$\gamma^n u(n)\leftrightarrow\frac{1}{1-\gamma\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega}},\ |\gamma|<1 \qquad (n+1)\gamma^n u(n)\leftrightarrow\frac{1}{(1-\gamma\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega})^2},\ |\gamma|<1 \qquad 1\leftrightarrow 2\pi\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-2\pi k)$$

$$\frac{W}{\pi}\mathrm{sinc}(Wn)\leftrightarrow\mathrm{rect}\left(\frac{\omega}{2W}\right)=\begin{cases}1, & 0\le|\omega|\le W\\ 0, & W<|\omega|\le\pi\end{cases} \qquad u(n)\leftrightarrow\frac{1}{1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega}}+\pi\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-2\pi k)$$

$$\cos(\omega_0 n)\leftrightarrow\pi\sum_{k=-\infty}^{\infty}[\delta(\omega-\omega_0-2\pi k)+\delta(\omega+\omega_0-2\pi k)] \qquad \delta(n)\leftrightarrow 1$$

$$\mathrm{sen}(\omega_0 n)\leftrightarrow\frac{\pi}{\mathrm{j}}\sum_{k=-\infty}^{\infty}[\delta(\omega-\omega_0-2\pi k)-\delta(\omega+\omega_0-2\pi k)] \qquad \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 n}\leftrightarrow 2\pi\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-\omega_0-2\pi k)$$

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

Transformada z

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) z^{-n} \qquad x(n) = \frac{1}{2\pi \mathrm{j}} \oint X(z) z^{n-1} dz \qquad x(-n) \leftrightarrow X\left(\frac{1}{z}\right)$$

$$x(0) = \lim_{z\to\infty} X(z) \qquad x(\infty) = \lim_{z\to 1} (z-1) X(z)$$

$$x(n) * y(n) \leftrightarrow X(z)Y(z) \qquad x(n-k) \leftrightarrow z^{-k} X(z)$$

$$\gamma^n x(n) \leftrightarrow X\left(\frac{z}{\gamma}\right) \qquad n x(n) \leftrightarrow -z \frac{d}{dz} X(z)$$

$$x(n-m)u(n) \leftrightarrow z^{-m} X(z) + \sum_{n=1}^{m} x(-n) z^{n-m} \qquad x(n+m)u(n) \leftrightarrow z^{m} X(z) - \sum_{n=0}^{m-1} x(n) z^{-n+m}$$

$$\gamma^n u(n) \leftrightarrow \frac{z}{z-\gamma}, \quad |z| > |\gamma| \qquad -\gamma^n u(-n-1) \leftrightarrow \frac{z}{z-\gamma}, \quad |z| < |\gamma| \qquad \delta(n-k) \leftrightarrow z^{-k}$$

$$n\gamma^n u(n) \leftrightarrow \frac{\gamma z}{(z-\gamma)^2}, \quad |z| > |\gamma| \qquad -n\gamma^n u(-n-1) \leftrightarrow \frac{\gamma z}{(z-\gamma)^2}, \quad |z| < |\gamma|$$

$$\cos(\omega_0 n) u(n) \leftrightarrow \frac{z[z-\cos(\omega_0)]}{z^2 - 2\cos(\omega_0) z + 1}, \quad |z| > 1 \qquad \mathrm{sen}(\omega_0 n) u(n) \leftrightarrow \frac{\mathrm{sen}(\omega_0) z}{z^2 - 2\cos(\omega_0) z + 1}, \quad |z| > 1$$