8ª LISTA DE EXERCÍCIOS

1) A partir da definição da transformada z, determine a transformada dos sinais dados a seguir e especifique a região de convergência.

a) $x(n) = \cos(\beta n)u(n)$ b) $x(n) = n\gamma^n u(n)$ c) $x(n) = (0,5)^n u(n) - u(-n-1)$

2) Levando em conta a tabela e as propriedades dA transformada z, obtenha $X(z)$ para

a) $x(n) = 2^n u(-n-3)$ b) $x(n) = (0,5)^n u(n) * 2^n u(-n-1)$ c) $x(n) = n\text{sen}(\pi/2\, n)u(-n)$

3) Com o auxílio da transformada z, calcule a saída $y(n)$ do sistema dado por

$$y(n+2) - \frac{5}{6}y(n+1) + \frac{1}{6}y(n) = 5x(n+1) - x(n)$$

assumindo que as condições iniciais são $y(-1) = 2$ e $y(-2) = 0$ e a entrada é $x(n) = u(n)$.

4) Calcule a saída $y(n)$ a partir da seguinte equação de diferenças

$$y(n) + 3y(n-1) + 2y(n-2) = x(n-1) + 3x(n-2)$$

quando as condições auxiliares são $y(0) = 1$ e $y(1) = 2$ e a entrada é $x(n) = u(n)$.

5) Para um sistema em tempo discreto causal cuja função de transferência é dada por

$$H(z) = \frac{z - 0,5}{(z+0,5)(z-1)}$$

determine:

a) a resposta do sistema para a entrada $x(n) = 3^{-(n+1)}u(n)$;

b) a equação de diferença que relaciona a saída $y(n)$ e a entrada $x(n)$; e

c) a resposta ao impulso do sistema (marginalmente) estável correspondente.

6) Considerando sinais estritamente causais, determine a transformada z inversa de

a) $X(z) = \dfrac{z(2z-1)}{(z-1)(z+0,5)}$ b) $X(z) = \dfrac{9}{(z+2)(z-0,5)^2}$

7) Encontre a transformada z inversa de

$$X(z) = \frac{z}{z^2 + \frac{5}{6}z + \frac{1}{6}}, \quad \frac{1}{2} > |z| > \frac{1}{3}$$

8) Determine a resposta ao impulso $h(n)$ correspondente das funções de transferência em z fornecidas a seguir, assumindo que o sistema é (i) estável e (ii) causal.

a) $H(z) = \dfrac{5z^2}{z^2 - z - 6}$ b) $H(z) = \dfrac{4z}{z^2 - \frac{1}{2}z + \frac{1}{16}}$

9) Obtenha a relação de entrada $x(n)$ e saída $y(n)$ do sistema cuja resposta ao impulso é

$$h(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n u(n) + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} u(n-1).$$

10) Dado que

$$x(n) = n^2 3^n u(n) \leftrightarrow X(z)$$

determine $y(n)$ quando

a) $Y(z) = X(z^{-1})$ b) $Y(z) = \frac{d}{dz} X(z)$ c) $Y(z) = 0{,}5(z^2 - z^{-2}) X(z)$

Cabe salientar que o desenvolvimento deve utilizar exclusivamente os pares e as propriedades conhecidas da transformada z.

11) Considere que a função de transferência de um filtro passa-alta é dada por

$$H(s) = H_1(s) H_2(s)$$

onde

$$H_1(s) = \frac{s^2}{s^2 + 2.9936\text{e}4 s + 4.0986\text{e}8}$$

e

$$H_2(s) = \frac{(s^2 + 1.2499\text{e}8)}{s^2 + 1.1960\text{e}3 s + 1.6395\text{e}8}.$$

Diante disso, utilizando a transformação bilinear e uma frequência de amostragem de $f_s = 50$ kHz, determine

a) a função de transferência $H(z)$ em função de $H_1(z)$ e $H_2(z)$; e

b) o espectro de magnitude e de fase $H(z)$.

Vale salientar que o exercício pode ser resolvido com o auxílio do MATLAB®, devendo assim o código desenvolvido ser apresentado com os devidos comentários.

RESPOSTAS

1) a) $X(z)=\dfrac{z[z-\cos(\beta)]}{z^2-2z\cos(\beta)+1},\quad |z|>1$ b) $X(z)=\dfrac{\gamma z}{(z-\gamma)^2},\quad |z|>|\gamma|$

c) $X(z)=\dfrac{z(2z-3/2)}{(z-1/2)\,(z-1)},\quad \dfrac{1}{2}<|z|<1$

2) a) $X(z)=\dfrac{-z^3}{4(z-2)},\quad |z|<2$ b) $X(z)=\left(\dfrac{1}{1-0,5z^{-1}}\right)\left(\dfrac{-1}{1-2z^{-1}}\right),\quad \dfrac{1}{2}<|z|<2$

c) $X(z)=\dfrac{z(1-z^2)}{(1+z^2)^2}=\dfrac{-z^{-1}}{z^{-2}-1},\quad |z|<1$

3) $y(n)=\left[12-15\left(\dfrac{1}{2}\right)^n+\dfrac{14}{3}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n\right]u(n)$

4) $y(n)=\left[\dfrac{2}{3}+2(-1)^n-\dfrac{5}{3}(-2)^n\right]u(n)$

5) a) $y(n)=\dfrac{1}{3}\left[\dfrac{1}{2}-0,8(-0,5)^n+0,3\left(\dfrac{1}{3}\right)^n\right]u(n)$

b) $y(n+2)-0,5y(n+1)-0,5y(n)=x(n+1)-0,5x(n)$

c) $h(n)=\delta(n)-\dfrac{4}{3}(-0,5)^n u(n)+\dfrac{1}{3}u(n)$

6) a) $x(n)=\left[\dfrac{2}{3}+\dfrac{4}{3}(-0,5)^n\right]u(n)$

b) $x(n)=18\delta(n)-[0,72(-2)^n+17,28(0,5)^n-14,4n(0,5)^n]u(n)$

7) $x(n)=6\left(-\dfrac{1}{3}\right)^n u(n)+6\left(-\dfrac{1}{2}\right)^n u(-n-1)$

8) a) i) $h(n)=[-3(3)^n-2(-2)^n]u(-n-1)$ e ii) $h(n)=[3.3^n+2(-2)^n]u(n)$

b) i) $h(n)=16n\left(\dfrac{1}{4}\right)^n u(n)$ e ii) $h(n)=16n\left(\dfrac{1}{4}\right)^n u(n)$

9) $y(n)-\dfrac{5}{6}y(n-1)+\dfrac{1}{6}y(n-2)=x(n)+\dfrac{3}{2}x(n-1)-\dfrac{2}{3}x(n-2)$

10) Veja o material complementar.

11) Veja o material complementar.