Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Toledo
Curso de Engenharia Eletrônica
ET45A – Sinais e Sistemas
Prof. Eduardo Vinicius Kuhn

2ª LISTA DE EXERCÍCIOS

1) Considere um sistema linear e invariante no tempo cuja relação de entrada $x(t)$ e saída $y(t)$ é dada pela seguinte equação diferencial:

$$\frac{d}{dt}y(t)+4y(t)=x(t)$$

Então, assumindo que o sistema está inicialmente em repouso, determine:
a) $y(t)$ para $x(t)=\mathrm{e}^{(-1+\mathrm{j}3)t}u(t)$; e
b) se o sistema é internamente estável.

2)Considerando

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t)+5\frac{d}{dt}y(t)+6y(t)=2x(t)+\frac{d}{dt}x(t)$$

determine:
a) a resposta homogênea $y_{\mathrm{h}}(t)$ para $y(0)=0$ e $\dot{y}(0)=1$;
b) a resposta particular $y_{\mathrm{p}}(t)$ para $x(t)=e^{-t}u(t)$; e
c) se o sistema é internamente estável.

3) Determine a resposta ao impulso dos sistemas LIT descritos pela seguinte equação diferencial:

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t)+2\frac{d}{dt}y(t)+y(t)=\frac{d}{dt}x(t)$$

4) Para um sistema linear e invariante no tempo, com entrada e saída dada por

$$y(t)=\int_{-\infty}^{t}\mathrm{e}^{-(t-\tau)}x(\tau-2)d\tau$$

determine:
a) a resposta ao impulso do sistema;
b) a resposta do sistema para a entrada $x(t)$ mostrada na Figura 1; e
c) verifique [a partir de $h(t)$] se o sistema é causal, estável e sem memória.

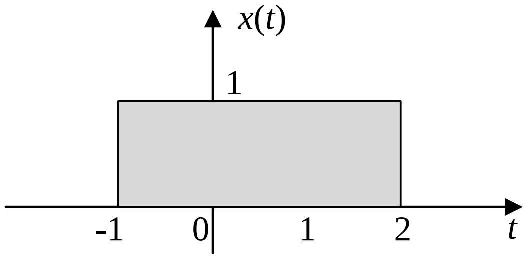


Figura 1.

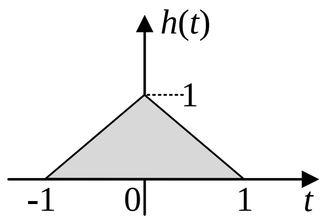


Figura 2.

5) Considerando um sistema LIT com resposta ao impulso ilustrada na Figura 2, determine a saída do sistema $y(t)$ quando

$$x(t)=2\delta(t+1)-\delta(t-1).$$

6) Determine $y(t)$ analiticamente (i.e., através da integral de convolução):
a) $y(t)=u(t+1)*u(t-2)$
b) $y(t)=e^{-\gamma t}u(t)*[u(t+2)-u(t-2)]$
c) $y(t)=(t+2t^2)[u(t+1)-u(t-1)]*2u(t+2)$

7) Para cada uma das respostas ao impulso dadas a seguir, determine se o sistema é i) causal, ii) estável e iii) sem memória.

a) $h(t) = e^{-(1-\mathrm{j}2)t}u(t)$ b) $h(t) = e^{-4t}u(t-2)$ c) $h(t) = e^{-6t}$

8) Para um dado sistema LIT, a resposta ao degrau (condições iniciais nulas) é obtida como

$$y(t) = (1-\mathrm{e}^{-t})u(t).$$

Então, levando isso em consideração, determine a resposta ao impulso $h(t)$ do sistema. Vale salientar que o desenvolvimento deve ser realizado no domínio do tempo, i.e., sem o uso da transformada de Laplace e/ou da transformada de Fourier.

9) Considerando o sistema ilustrado na Figura 3, encontre a resposta ao impulso que relaciona a entrada $x(t)$ à saída $y(t)$ em termos da resposta ao impulso de cada subsistema.

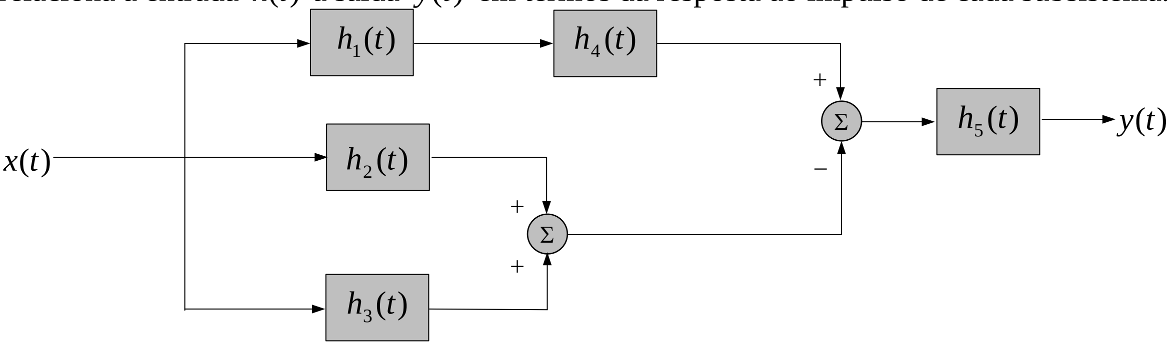


Figura 3.

10) Determine a equação diferencial que representa o sistema mostrado na Figura 4.

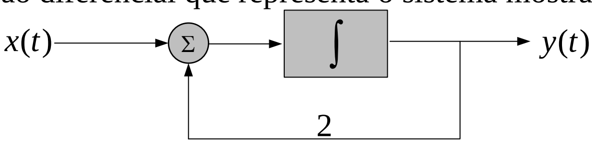


Figura 4.

11) Considere que um dado sistema S pode ser representado em função de seus subsistemas conforme ilustrado na Figura 5. Então, assumindo que a resposta ao impulso do subsistema S_1 é dada por

$$h_1(t) = [\delta(t) - \delta(t-1)] * e^{-2t}u(t)$$

a resposta ao degrau do subsistema S_2, por

$$s_2(t) = \frac{1}{2}(1-e^{-2t})u(t)$$

a relação de entrada $x(t)$ e saída $y_3(t)$ do subsistema S_3, por

$$y(t) = x(t) - x(t-1)$$

e a resposta ao impulso do subsistema S_4, por

$$h_4(t) = u(t)$$

determine:

a) a resposta ao impulso do sistema S;
b) se o sistema S é (i) sem memória; (ii) causal; e (iii) estável; e
c) a saída $y(t)$ do sistema S para $x(t) = \delta(t-4)$.

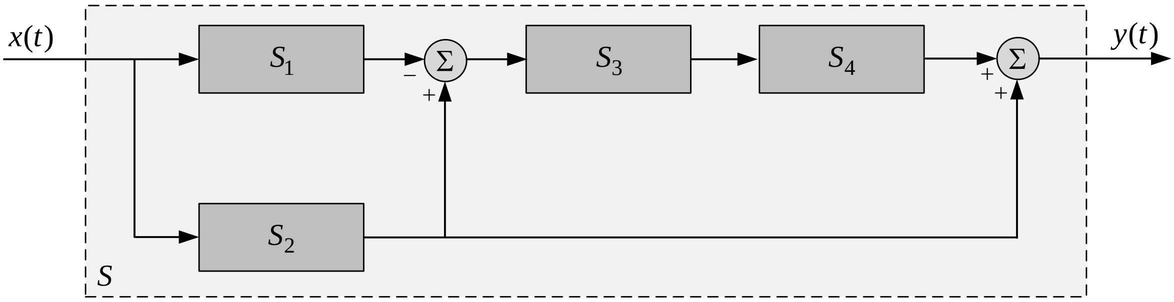


Figura 5.

12) Aplicando

$$x(t) = 2e^{-3t}u(t-1)$$

na entrada de um dado sistema linear e invariante no tempo (LIT) S, observa-se que

$$x(t) \overset{S}{\rightarrow} y(t)$$

e

$$\frac{d}{dt}x(t) \overset{S}{\rightarrow} -3y(t) + e^{-2t}u(t).$$

Diante disso, determine a resposta ao impulso do sistema $h(t)$.

13) A partir da integral de convolução, i.e.,

$$\begin{aligned} y(t) &= x(t) * h(t) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau \end{aligned}$$

demonstre que

a) $y'(t) = x'(t) * h(t)$

b) $y(t) = x'(t) * s(t)$

onde $y'(t)$ e $x'(t)$ denotam a derivada de $y(t)$ e de $x(t)$, respectivamente, enquanto $s(t)$ caracteriza a resposta ao degrau do sistema.

14) A função de correlação cruzada $r_{xy}(t)$ entre dois sinais de valor real $x(t)$ e $y(t)$ é definida como

$$r_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)y(\tau - t)d\tau.$$

Analogamente, a função de autocorrelação $r_{xx}(t)$ é obtida substituindo $y(t)$ por $x(t)$, o que resulta em

$$r_{xx}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)x(\tau - t)d\tau.$$

Diante disso,

a) mostre que $r_{xy}(t) = x(t) * y(-t)$ e $r_{xx}(t) = x(t) * x(-t)$;

b) demonstre que $r_{xy}(t) = r_{yx}(-t)$ e $r_{xx}(t) = r_{xx}(-t)$; e

c) determine $r_{xy}(0)$ para $x(t) = \cos(2\pi t)[u(t) - u(t-1)]$ e $y(t) = \mathrm{sen}(2\pi t)[u(t) - u(t-1)]$.

15) Considere que a relação de entrada $x(t)$ e saída $\phi_{hx}(t)$ de um dado sistema S [caracterizado por $h(t)$] pode ser expressa como

$$\phi_{hx}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t+\tau)x(\tau)d\tau$$

o que pode ser visto como uma forma particular da função de correlação cruzada. Diante disso, demonstre se S é um sistema i) linear, ii) invariante no tempo e iii) causal caso

a) a saída do sistema seja $\phi_{hx}(t)$; e
b) a saída do sistema seja $\phi_{xh}(t)$.
Vale salientar que o desenvolvimento deve ser realizado no domínio do tempo, isto é, sem o auxílio da transformada de Laplace e da transformada de Fourier. Também, é importante destacar que as respostas apresentadas devem ser adequadamente justificadas.

16) Considere que

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x'(\tau)s(t-\tau)d\tau$$

onde denota a saída do sistema a derivada do sinal de entrada e a resposta ao degrau do sistema. Então, demonstre que um sistema de tempo contínuo é estável se, e somente se, sua resposta ao degrau é absolutamente integrável, isto é,

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\, s(t)\,|\, dt < \infty.$$

Vale salientar que o desenvolvimento deve ser realizado no domínio do tempo, isto é, sem o auxílio da transformada de Laplace e da transformada de Fourier. Também, é importante destacar que as respostas apresentadas devem ser adequadamente justificadas.

17) Determine a saída $y(t)$ do sistema para

a) $y(t) = e^{-at}u(t) * \sum_{p=0}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^{p} \delta(t-2p)$ b) $y(t) = \cos(2\pi t)[u(t+1) - u(t-1)] * e^{-t}u(t)$

Vale salientar que o desenvolvimento deve ser realizado no domínio do tempo, isto é, sem o auxílio da transformada de Laplace e da transformada de Fourier. Também, é importante destacar que as respostas apresentadas devem ser adequadamente justificadas.

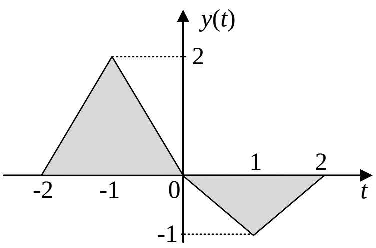
RESPOSTAS

1)a) $y(t) = \frac{-1+\mathrm{j}}{6}[\mathrm{e}^{-4t} - \mathrm{e}^{(-1+\mathrm{j}3)t}]$ b) O sistema é assintoticamente estável.

2)a) $y_\mathrm{h}(t) = \mathrm{e}^{-2t} - \mathrm{e}^{-3t}$ b) $y_\mathrm{p}(t) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-t}$ c) O sistema é assintoticamente estável.

3) $h(t) = (1-t)\,\mathrm{e}^{-t}\,u(t)$

4)a) $h(t) = \mathrm{e}^{-(t-2)}\,u(t-2)$
b) $y(t) = [1-\mathrm{e}^{-(t-1)}]u(t-1) - [1-\mathrm{e}^{-(t-4)}]u(t-4)$
c) Com memória, causal e estável.

5) 

6)a) $y(t) = (t-1)u(t-1)$
b) $y(t) = \frac{1}{\gamma}[1-e^{-\gamma(t+2)}]u(t+2) - \frac{1}{\gamma}[1-e^{-\gamma(t-2)}]u(t-2)$
c) $y(t) = 2\left[\frac{(t+2)^2}{2} + \frac{2(t+2)^3}{3} + \frac{1}{6}\right]u(t+3) - 2\left[\frac{(t+2)^2}{2} + \frac{2(t+2)^3}{3} - \frac{7}{6}\right]u(t+1)$

7)a) Causal, estável e com memória
b) Causal, estável e com memória.
c) Não causal, instável com memória.

8) $h(t) = \mathrm{e}^{-t}u(t)$

9) $h(t) = \{h_1(t) * h_4(t) - [h_2(t) + h_3(t)]\} * h_5(t)$

10) $\frac{dy(\mathrm{t})}{dt} - 2y(t) = x(t)$

11)Veja o material complementar.

12) Veja o material complementar.

13)Veja o material complementar.

14)Veja o material complementar.

15)Veja o material complementar.

16)Veja o material complementar.

17)Veja o material complementar.