



## 7ª LISTA DE EXERCÍCIOS

1) Determine se os seguintes sinais são periódicos; caso afirmativo, encontre o período fundamental.

a)  $x(n) = \cos\left(\frac{\pi}{5}n\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}n\right)$

b)  $x(n) = \cos\left(\frac{8\pi}{15}n\right)$

c)  $x(n) = \cos\left(\frac{2}{3}n\right)$

2) Para o sistema descrito por

$$y(n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (n-k)x(k)u(n-k)$$

a) Obtenha a resposta ao impulso  $h(n)$ .

b) Verifique se o sistema é i) linear, ii) invariante no tempo, iii) causal, iv) sem memória e v) BIBO estável.

3) Para o sinal ilustrado na Figura 1, esboce

a)  $x(3-n)$

b)  $x\left(\frac{n}{3}\right)$

c)  $x(3n)$

4) Determine a energia do sinal mostrado na Figura 2.

5) Determine a potência do sinal na Figura 3.

6) Calcule a resposta ao impulso do sistema representado pela seguinte equação a diferença:

$$y(n+1) + 2y(n) = x(n)$$

7) Um sistema LTI tem a resposta ao impulso dada por  $h(n) = u(n) - u(n-10)$ . Diante disso, obtenha a saída  $y(n)$  assumindo que a entrada seja  $x(n) = u(n-2) - u(n-7)$ .

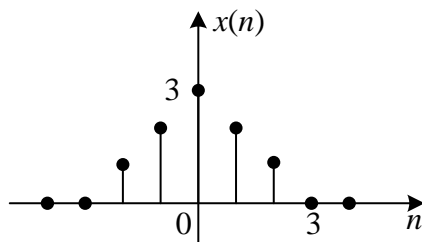


Figura 1.

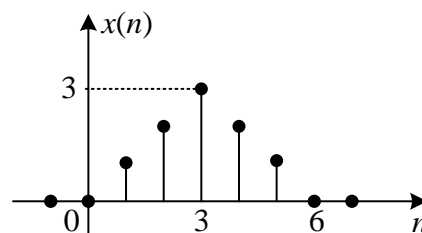


Figura 2.

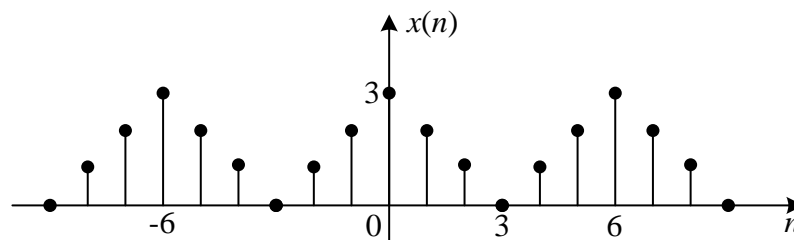


Figura 3.



8) É sabido que um sinal arbitrário  $x(n)$  pode ser expresso como

$$x(n) = x_{\text{par}}(n) + x_{\text{ímpar}}(n)$$

onde

$$x_{\text{par}}(n) = \frac{x(n) + x(-n)}{2}$$

e

$$x_{\text{ímpar}}(n) = \frac{x(n) - x(-n)}{2}$$

denotam a componente par e a componente ímpar do sinal, respectivamente. Diante disso, assumindo que  $x(n)$  é um sinal de energia, demonstre que a energia do sinal é dada pela soma da energia das componentes par e ímpar. Vale salientar que o desenvolvimento deve ser realizado no domínio do tempo, isto é, sem o auxílio da transformada  $z$  e da transformada de Fourier. Também, é importante destacar que as respostas apresentadas devem ser adequadamente justificadas.

9) Obtenha uma equação de diferença com coeficientes constantes cuja resposta  $y(n)$  a entrada nula [com condições auxiliares  $f(1)=0$  e  $f(2)=1$ ] resulta na sequência de Fibonacci  $\{0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, \dots\}$ .

10) Demonstre os seguintes resultados:

a)  $u(n) * u(n) = (n+1)u(n)$

b)  $\gamma_1^n u(n) * \gamma_2^n u(n) = \left[ \frac{\gamma_1^{n+1} - \gamma_2^{n+1}}{\gamma_1 - \gamma_2} \right] u(n), \quad \gamma_1 \neq \gamma_2$

c)  $u(n) * nu(n) = \frac{n(n+1)}{2} u(n)$

11) Demonstre os seguintes resultados:

a)  $\gamma^n u(n) * nu(n) = \left[ \frac{\gamma(\gamma^n - 1) + n(1 - \gamma)}{(1 - \gamma)^2} \right] u(n)$

b)  $nu(n) * nu(n) = \frac{1}{6} n(n-1)(n+1)u(n)$

c)  $\gamma^n u(n) * \gamma^n u(n) = (n+1)\gamma^n u(n)$

12) Demonstre que

$$n\gamma_1^n u(n) * \gamma_2^n u(n) = \frac{\gamma_1 \gamma_2}{(\gamma_1 - \gamma_2)^2} \left[ \gamma_2^n - \gamma_1^n + \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_2} n\gamma_1^n \right] u(n), \quad \gamma_1 \neq \gamma_2.$$

13) Considere que um dado sistema LIT causal  $S$  pode ser representado em função de seus subsistemas  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$  conforme ilustrado na Figura 4. Então, assumindo que a relação de entrada  $x(n)$  e saída  $y_1(n)$  do subsistema  $S_1$  é dada por

$$y_1(n) = x(n) + x(n-1)$$

a resposta ao impulso do subsistema  $S_2$ , por

$$h_2(n) = (-\alpha)^n u(n)$$

e a relação de entrada  $x(n)$  e saída  $y_3(n)$  do subsistema  $S_3$ , por



$$y_3(n) + \alpha y_3(n-1) = x(n)$$

determine:

- a) resposta ao impulso  $h(n)$  do sistema  $S$  expressa em função de  $h_1(n)$ ,  $h_2(n)$  e  $h_3(n)$ ;
- b) a resposta ao impulso dos subsistemas  $S_1$  e  $S_3$ ; e
- c) a resposta ao impulso  $h(n)$  do sistema  $S$  dado  $h_1(n)$ ,  $h_2(n)$  e  $h_3(n)$ .

Vale salientar que o desenvolvimento deve ser realizado no domínio do tempo, isto é, sem o auxílio da transformada  $z$  ou da transformada de Fourier.

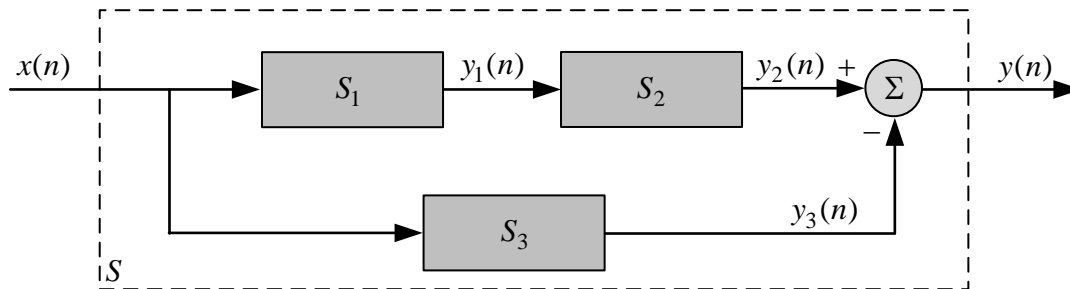


Figura 4.



## RESPOSTAS

1) a) Periódico,  $N_0 = 15$ .      b) Periódico,  $N_0 = 15$ .      c) Não periódico.

2) a)  $h(n) = nu(n)$

b) Linear, invariante no tempo, causal, com memória e instável.

3) -----

4)  $E_x = 19$

5)  $P_x = \frac{19}{6}$

6) 
$$h(n) = \frac{1}{2}\delta(n) - \frac{1}{2}(-2)^n u(n)$$
$$= (-2)^{n-1} u(n-1)$$

7)  $y(n) = (n-1)u(n-2) - (n-6)u(n-7) - (n-11)u(n-12) + (n-16)u(n-17)$

8) Veja o material complementar.

9) Veja o material complementar.

10) Veja o material complementar.

11) Veja o material complementar.

12) Veja o material complementar.

13) Veja o material complementar.