LISTA DE EXERCÍCIOS - *BACKGROUND*

1) Dado que $z_1 = -1 + \text{j}2$ e $z_2 = 2\text{e}^{\text{j}\frac{5\pi}{6}}$, obtenha

a) $z_\text{a} = z_1 + z_2$

b) $z_\text{b} = z_1 z_2^*$

2) Mostre que

$$f(x) = \frac{(1+\text{j}3)}{2}\text{e}^{(1-\text{j}2)x} + \frac{(1-\text{j}3)}{2}\text{e}^{(1+\text{j}2)x}$$

pode ser reescrita como

$$f(x) = \text{e}^{x}[\cos(2x) + 3\text{sen}(2x)].$$

3) Determine (matematicamente) a primeira derivada de

a) $f(x) = 2xe^{-x}$

b) $f(x) = \dfrac{2x^2 + 8x - 10}{2x}$

c) $f(x) = \dfrac{1}{1+e^{\text{j}x}}$

4) Esboce (graficamente) a primeira derivada das funções ilustradas nas Figuras 1 e 2.

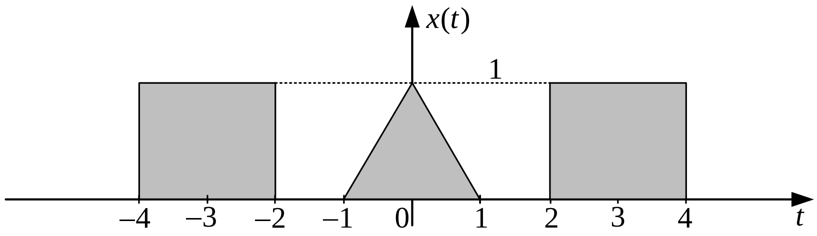

Figura 1.

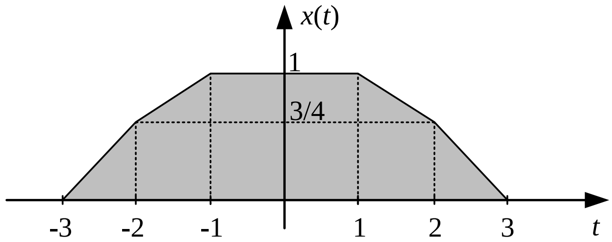

Figura 2.

5) Determine o resultado das seguintes integrais e defina explicitamente a condição de convergência (quando cabível):

a) $F = \int_0^\infty \text{e}^{-2x}\text{e}^{-\text{j}ax}dx, \quad a \in \mathbb{R}$

b) $F = -\int_{-\infty}^0 \text{e}^{-2x}\text{e}^{-ax}dx, \quad a \in \mathbb{R}$

c) $F(s) = \int_0^\infty a\text{e}^{-at}\text{e}^{-st}dt, \quad a \in \mathbb{R}$ e $s \in \mathbb{C}$

d) $F = \int_{0,5}^1 \sqrt{2x-1}\,dx$

6) Utilizando a técnica de mudança/troca de variáveis, reescreva

$$c_n = f_\text{m} A_\text{c} \int_{-1/(2f_\text{m})}^{1/(2f_\text{m})} \text{e}^{\text{j}[\beta\text{sen}(2\pi f_\text{m} t) - n2\pi f_\text{m} t]} dt$$

no formato da função de Bessel de n-ésimo tipo e primeira ordem definida como

$$J_n(\beta) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \text{e}^{\text{j}[\beta\text{sen}(x) - nx]}dx.$$

7) Considerando que

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 2, & -1 \le x \le 0 \\ 2e^{-x/2}, & x > 0 \end{cases}$$

determine

$$F = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x)dx.$$

8) Realize a expansão em frações parciais das seguintes funções:

a) $f(x) = \dfrac{x+2}{(x-1)(x+1)}$ b) $f(x) = \dfrac{x+5}{(x-1+\mathrm{j}2)(x-1-\mathrm{j}2)}$ c) $f(x) = \dfrac{x+1}{x(x-3)}$

9) Encontre a solução fechada/analítica para as seguintes séries geométricas, explicitando a condição de convergência (quando necessário):

a) $F = \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{5}{4^k}$ b) $F = \displaystyle\sum_{k=2}^{\infty} k\frac{1}{4^k}$ c) $F(x) = \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{-1} \gamma^k x^{-k}$

10) Dado que

$$X(\gamma) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)\gamma^{-n} \qquad \text{e} \qquad Y(\gamma) = \sum_{n=-\infty}^{0} x(-n)\gamma^{-n}$$

reescreva $Y(\gamma)$ em função de $X(\gamma)$.

RESPOSTAS

1) a) $z_\mathrm{a} = -2,732 + \mathrm{j}3$ b) $z_\mathrm{b} = 4,472\mathrm{e}^{-\mathrm{j}33,43^\circ}$

2) --

3) a) $f'(x) = 2e^{-x}(1-x)$ b) $f'(x) = \dfrac{x^2+5}{x^2}$ c) $f'(x) = \dfrac{-\mathrm{j}\mathrm{e}^{\mathrm{j}x}}{(1+\mathrm{e}^{\mathrm{j}x})^2}$

4) --

5) a) $F = \dfrac{1}{2+\mathrm{j}a}$ b) $F = \dfrac{1}{2+a},\quad a < -2$ c) $F(s) = \dfrac{a}{s+a},\quad \mathrm{Re}(s) > -a$ d) $F = \dfrac{1}{3}$

6) $c_n = A_\mathrm{c} J_n(\beta)$

7) $F = 8$

8) a) $f(x) = \dfrac{3}{2(x-1)} - \dfrac{1}{2(x+1)}$

b) $f(x) = \dfrac{1+\mathrm{j}3}{2(x-1+\mathrm{j}2)} + \dfrac{1-\mathrm{j}3}{2(x-1-\mathrm{j}2)}$

c) $f(x) = -\dfrac{1}{3x} + \dfrac{4}{3(x-3)}$

9) a) $F = \dfrac{5}{3}$ b) $F = \dfrac{7}{36}$ c) $F(x) = \dfrac{x}{\gamma - x},\quad |x| < |\gamma|$

10) $Y(\gamma) = X\left(\dfrac{1}{\gamma}\right)$