



9ª LISTA DE EXERCÍCIOS

1) Encontre os coeficientes c_k da série de Fourier e esboce o espectro de magnitude e fase dos seguintes sinais periódicos:

a) $x(n) = 4 \cos(0,4\pi n) + 2 \sin(1,2\pi n)$ b) $x(n) = 1 + \sin(\omega_0 n) + \cos(\omega_0 n) + \cos\left(2\omega_0 n + \frac{\pi}{2}\right)$

2) Determine o sinal periódico real $x(n)$, com período fundamental $N_0 = 9$, cujos coeficientes não nulos da série de Fourier são $c_0 = 2$, $c_2 = c_{-2}^* = 2e^{j\pi/6}$ e $c_4 = c_{-4}^* = e^{j\pi/3}$.

3) A partir da definição, calcule a transformada de Fourier de tempo discreto $X(e^{j\omega})$ dos sinais apresentados a seguir e esboce o espectro de magnitude e fase.

a) $x(n) = (-\gamma)^n u(n)$ b) $x(n) = \left(\frac{3}{4}\right)^n u(n-4)$

4) A partir da definição, obtenha a transformada de Fourier inversa (de tempo discreto) de $X(e^{j\omega}) = \cos^2(\omega/2)$.

5) Utilizando as propriedades e os pares de transformada fornecidos na tabela, determine a transformada de Fourier de tempo discreto de

a) $x(n) = n\alpha^{(n-m)}u(n-m)$ b) $x(n) = \alpha^n \cos(\omega_0 n)u(n)$ c) $x(n) = 2 + \cos\left(\frac{\pi}{6}n + \frac{\pi}{8}\right)$

6) A partir da definição, calcule a transformada de Fourier inversa (de tempo discreto) do sinal caracterizado por

$$X(e^{j\omega}) = \begin{cases} 2j, & 0 < \omega \leq \pi \\ -2j, & -\pi < \omega \leq 0. \end{cases}$$

7) Utilizando as propriedades e os pares de transformada fornecidos na tabela, obtenha a transformada de Fourier inversa (de tempo discreto) de

$$X(e^{j\omega}) = \frac{12}{-e^{-j2\omega} + e^{-j\omega} + 6}.$$

8) Encontre a equação de diferenças do sistema cuja resposta em frequência é dada por

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1 + 2e^{-j2\omega}}{3 + 2e^{-j\omega} - 3e^{-j3\omega}}.$$

9) Levando em conta a transformada de Fourier de tempo discreto, determine a) a resposta ao impulso e b) a resposta em frequência, como também c) apresente um esboço da resposta de magnitude e de fase do sistema descrito por

$$y(n) = \frac{1}{3}[x(n-1) + x(n) + x(n+1)].$$

10) Considerando um sistema cuja resposta ao impulso é $h(n) = \alpha^n u(n)$ ($|\alpha| < 1$), determine $y(n)$ caso a entrada seja $x(n) = \beta^n u(n)$ ($|\beta| < 1$) com $\alpha \neq \beta$.



11) A partir de

$$x(n) = \sum_{k=-N_0}^{N_0} c_k e^{jk\omega_0 n}$$

demonstre que a representação através da série de Fourier trigonométrica é obtida como

$$x(n) = c_0 + 2 \sum_{k=1}^{(N_0-1)/2} a_k \cos(k\omega_0 n) - b_k \sin(k\omega_0 n), \quad \text{para } N_0 \text{ ímpar.}$$



RESPOSTAS

- 1) a) $c_1 = c_{-1} = 2$, $c_3 = c_{-3}^* = -j$
b) $c_0 = 1$, $c_1 = c_{-1}^* = (1/2)(1 - j)$, $c_2 = c_{-2}^* = (1/2)j$
- 2) $x(n) = 2 + 2\cos[(2\pi/5)n - (\pi/3)] + 4\cos[(4\pi/5)n + (\pi/6)]$
 $= 2 + 2\sin[(2\pi/5)n + (\pi/6)] + 4\sin[(4\pi/5)n + (2\pi/3)]$
- 3) a) $X(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 + \gamma e^{-j\omega}}$
 $|X(e^{j\omega})| = \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma^2 + 2\gamma \cos(\omega)}} \quad e \quad \angle X(e^{j\omega}) = -\tan^{-1} \left[\frac{-\gamma \sin(\omega)}{1 + \gamma \cos(\omega)} \right]$
b) $X(e^{j\omega}) = \frac{(3/4)^4 e^{-j4\omega}}{1 - (3/4)e^{-j\omega}}$
 $|X(e^{j\omega})| = \frac{(3/4)^4}{\sqrt{(25/16) - (3/2)\cos(\omega)}} \quad e \quad \angle X(e^{j\omega}) = -4\omega + \tan^{-1} \left[\frac{-3\sin(\omega)}{4 - 3\cos(\omega)} \right]$
- 4) $x(n) = 0,5\delta(n) + 0,25[\delta(n+1) + \delta(n-1)]$
- 5) a) $X(e^{j\omega}) = \frac{\alpha + m(e^{j\omega} - \alpha)}{(e^{j\omega} - \alpha)^2} e^{j(1-m)\omega}$
b) $X(e^{j\omega}) = \frac{e^{j\omega} - \alpha \cos(\omega_0)}{e^{j2\omega} - 2\alpha e^{j\omega} \cos(\omega_0) + \alpha^2} e^{j\omega}$
c) $X(e^{j\omega}) = 4\pi\delta(\omega) + \pi \left[e^{-j\frac{\pi}{8}} \delta\left(\omega + \frac{\pi}{6}\right) + e^{j\frac{\pi}{8}} \delta\left(\omega - \frac{\pi}{6}\right) \right]$
- 6) $x[n] = -\frac{4}{\pi n} \sin^2\left(\frac{\pi}{2}n\right)$
- 7) $x(n) = [(6/5)(-1/2)^n + (4/5)(1/3)^n]u(n)$
- 8) $3y(n) + 2y(n-1) - 3y(n-3) = x(n) + 2x(n-2)$
- 9) a) $h(n) = \frac{1}{3}[\delta(n-1) + \delta(n) + \delta(n+1)]$
b) $H(e^{j\omega}) = \frac{1}{3}[1 + 2\cos(\omega)]$
- 10) $y(n) = \frac{1}{\alpha - \beta}(\alpha^{n+1} - \beta^{n+1})u(n)$
- 11) Veja o material complementar.



Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Toledo
Curso de Engenharia Eletrônica
ET45A – Sinais e Sistemas
Prof. Eduardo Vinicius Kuhn

