

## 6. Sistemas de Inferência Fuzzy (Esquema geral e estudo de casos)

- 6.1 Esquema Geral
- 6.2 Controle Fuzzy
- 6.3 Classificação Fuzzy
- 6.4 Apoio à Tomada de Decisão Fuzzy

1

## Sistemas de Inferência Fuzzy (Sistemas Fuzzy)

- Modelo computacional baseado nos conceitos de:
  - Teoria de conjuntos fuzzy
  - Regras se-então fuzzy
  - Raciocínio aproximado
- Áreas de aplicação:
  - Controle
  - Classificação
  - Apoio à decisão
  - Sistemas especialistas
  - Previsão de séries temporais
  - Robótica
  - Reconhecimento de padrões

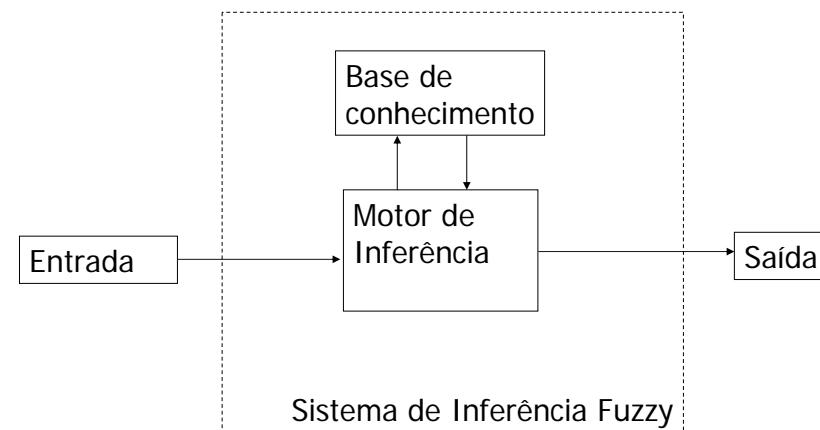
2

### Outros nomes:

- Sistemas baseados em regras fuzzy
- Sistemas especialistas fuzzy
- Modelos fuzzy
- Memória associativa fuzzy
- Controlador baseado em lógica fuzzy

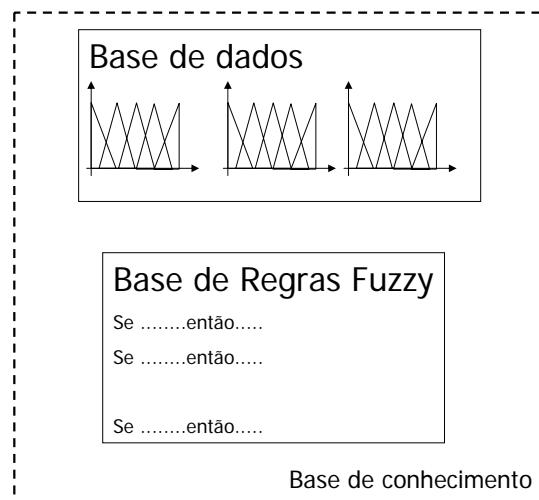
3

### 6.1 Esquema Geral



4

## Base de conhecimento



5

## 6.2 Controle Fuzzy

- Sistemas que se destinam a controlar o valor de uma certa variável de saída em função dos valores de variáveis de entrada
- Forma particular de sistemas especialistas
  - Base de conhecimento
  - Motor de inferência
- Utilizam conhecimento extraído de:
  - operador humano
  - conjuntos de dados
- Adequados quando modelos matemáticos são difíceis ou impossíveis

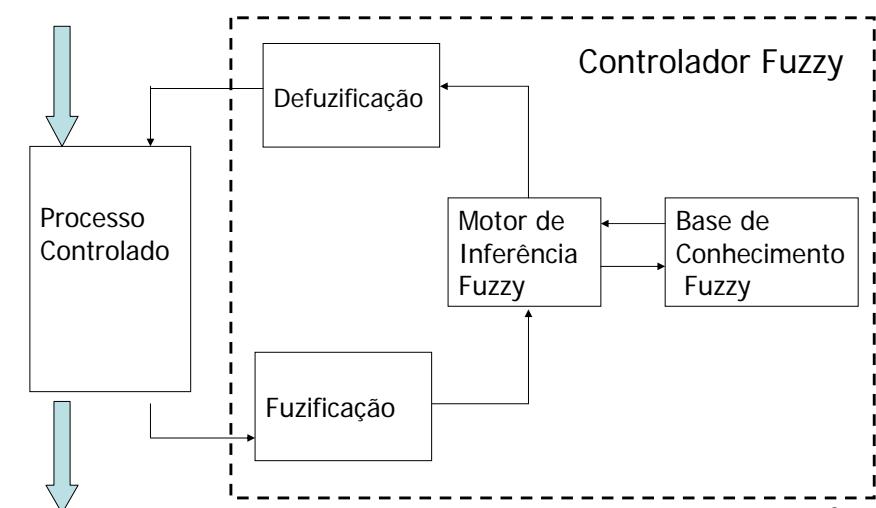
6

- A base de regras é composta de estratégias de ação descritas com termos linguísticos imprecisos

<b>SE</b>	a temperatura está muito alta
<b>E</b>	a pressão está levemente baixa
<b>ENTÃO</b>	a mudança no aquecedor deve ser levemente negativa

7

## Esquema Geral – controlador fuzzy



8

## Ciclo de operação do controlador

- Medir variáveis de entrada do controlador
- Converter valores medidos em conjuntos fuzzy (fuzificação)
- Disparar regras de controle
- Converter resultado em um valor determinístico (defuzificação)

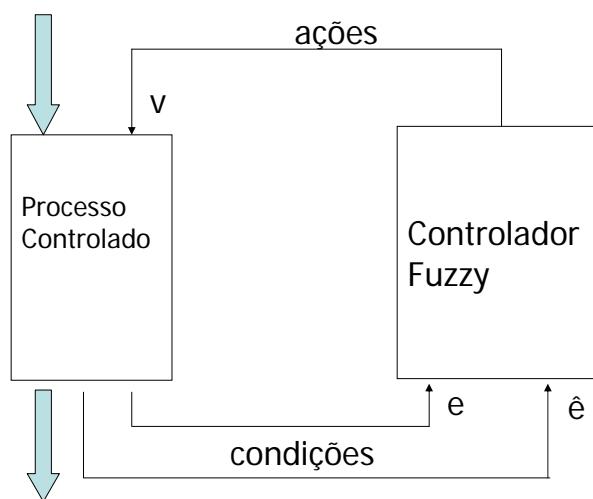
9

## Projeto do Controlador Fuzzy (para um caso simples)

- Problema: Manter um valor desejado de uma variável, a despeito de perturbações ambientais
- Variáveis monitoradas (entrada):
  - Erro ( $e$ ) – diferença entre valor real e valor desejado da variável controlada
  - Derivada do erro ( $\hat{e}$ ) – taxa de mudança do erro
- Variável controlada (saída):
  - Alteração no controle ( $v$ ) – ações de controle

10

## Esquema do controlador



11

## Passos do projeto

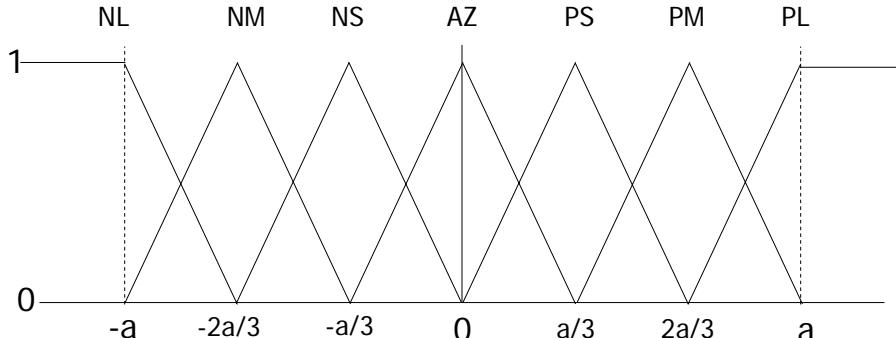
- 1. Determinar variáveis de entrada e saída; Determinar partições fuzzy (valores linguísticos e conjuntos fuzzy)

Variável	Conjunto Base
$e$ (erro)	$[-a, a]$
$\hat{e}$ (variação do erro)	$[-b, b]$
$v$ (alteração no controle)	$[-c, c]$

### Valores Linguísticos

NL	negativo grande
NM	negativo médio
NS	negativo pequeno
AZ	aproximadamente zero
PL	positivo grande
PM	positivo médio
PS	positivo pequeno

12



Partições fuzzy no intervalo  $[-a, a]$  por números fuzzy de forma triangular

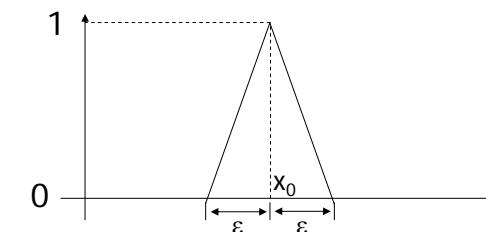
13

- 2. Definir função de fuzzificação para cada variável de entrada

$$F_e : [-a, a] \rightarrow \mathcal{R}$$

$\mathcal{R}$  - conjunto de números fuzzy

Para a entrada  $e = x_0$  a aproximação fuzzy é obtida criando um triângulo com abertura  $\varepsilon$



14

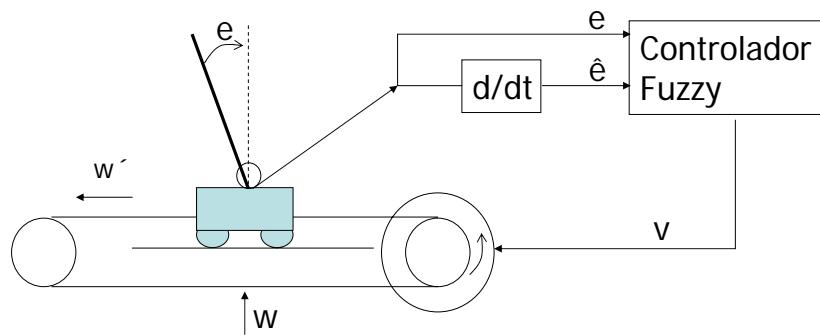
- 3. Construção da base de conhecimento (regras)
  - direto do especialista
  - a partir de dados por aprendizado
- Forma das regras:  
 $SE e = A E \hat{e} = B ENTÃO v = C$
- Número de regras não conflitantes:  $7^2 = 49$ 
  - $SE e = NL E \hat{e} = NL ENTÃO v = PL$
  - $SE e = AZ E \hat{e} = AZ ENTÃO v = AZ$
  - .....
  - $SE e = PS E \hat{e} = AZ ENTÃO v = NS$

15

- 4. Projetar o motor de inferência, selecionando o modelo de inferência:
  - Mamdani
  - Larsen
  - Inferência escalonada, etc...
- 5. Selecionar método de defuzzificação
  - Centro de área
  - Centro de máximos
  - Média de máximos
  - Média de máximos ponderada

16

## Exemplo – Estabilizar um Pêndulo invertido



- e – ângulo entre a posição real da haste e sua posição vertical desejada (medida por sensor)
- $\dot{e}$  – variação da variável e (calculada em função de medidas sucessivas de e)
- v – proporcional à velocidade do veículo (w) (corrente elétrica ou voltagem)

17

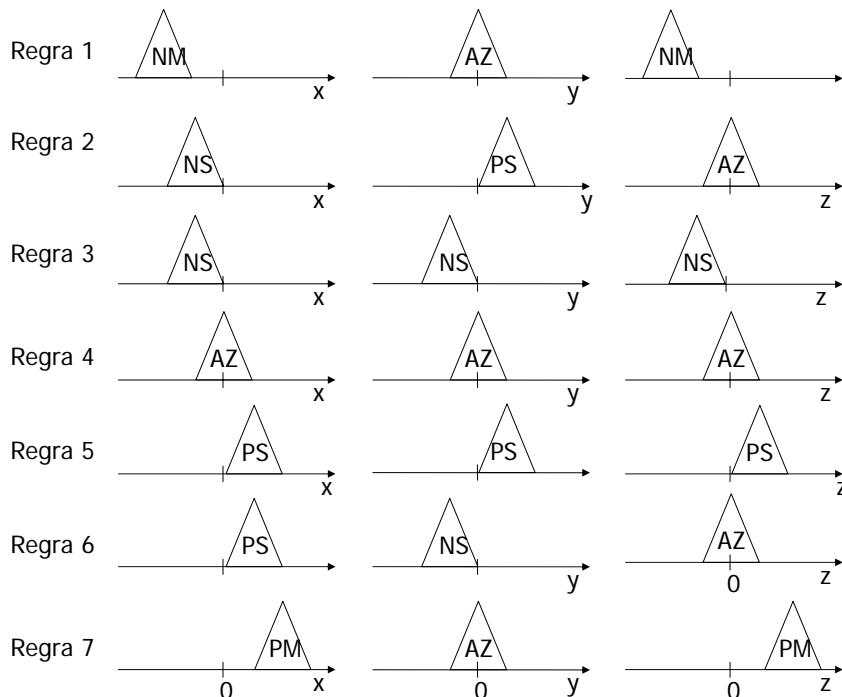
## Projeto do controlador

- Valores linguísticos: NL, NM, NS, AZ, OS, PM, PL
- Conjuntos Fuzzy: números fuzzy triangulares
- Valores de entrada determinísticos
- Regras fuzzy:

		e				
		NM	NS	AZ	PS	PM
e		NS		NS	AZ	
NM				AZ		PM
AZ				AZ		
PS				AZ	PS	
PL						

- Método de Mamdani
- Método de Centro de massa

18



19

## 6.3 Sistemas de classificação fuzzy

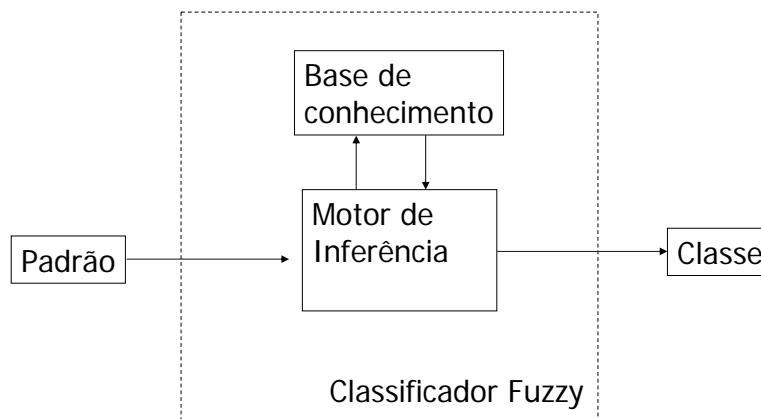
- Classificação de padrões:

Consiste em identificar uma classe a que pertence de um objeto descrito como um ponto em um espaço de atributos, sendo esta classe de um conjunto de classes pré-definido

$$\{C_1, \dots, C_m\}$$

20

## Esquema Geral



21

## Base de regras

Se CS é médio e LS é grande e  
CP é médio e LP é médio  
Então planta é iris-versicolor

Se CS é pequeno e LS é médio e  
CP é pequeno e LP é pequeno  
Então planta é iris-setosa

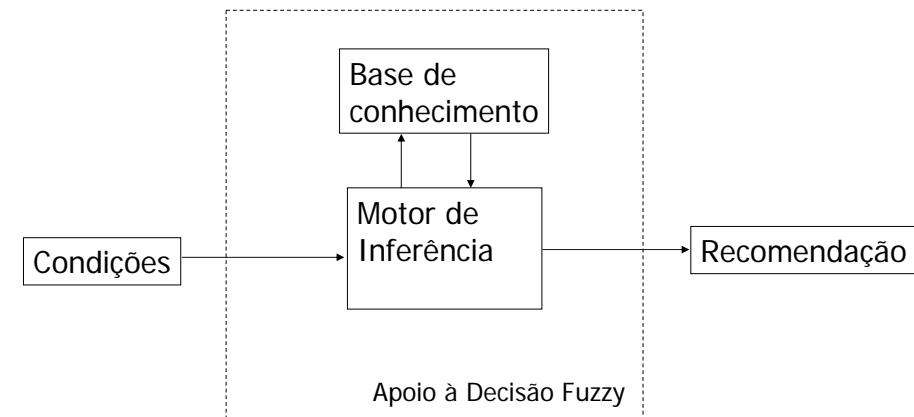
Se CS é grande e LS é médio e  
CP é grande e LP é médio  
Então planta é iris-virginica

22

## 6.4 Sistemas de apoio à decisão fuzzy

- São sistemas baseados em regras fuzzy que têm a finalidade de apresentar uma recomendação, sugestão ou avaliação que auxilie algum processo de tomada de decisão, em função de condições que caracterizem uma determinada situação.
- Tanto as condições como as recomendações são representadas por termos lingüísticos

## Esquema Geral



23

24

## Formato das regras

Semelhante às regras de controle proposições linguísticas no antecedente e consequente:

$R_k: SE V_1 \text{ é } A_1 \text{ e } \dots \text{ e } V_n \text{ é } A_n, ENTÃO U \text{ é } C_j$

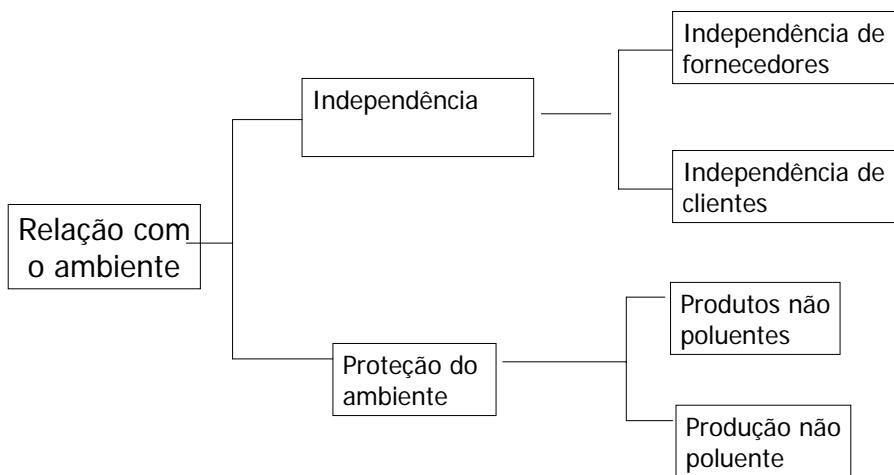
25

## Exemplo Verificação de Crédito de Firmas Pequenas

- Objetivo: explicar como gerentes de créditos de bancos chegam a decisões quanto à credibilidade de pequenas firmas
- Etapas da pesquisa (estudos empíricos):
  - agregação hierárquica de determinantes de credibilidade
  - importância relativa dos determinantes em diferentes níveis
  - agregação dos julgamentos relativos aos determinantes para chegar a uma conclusão

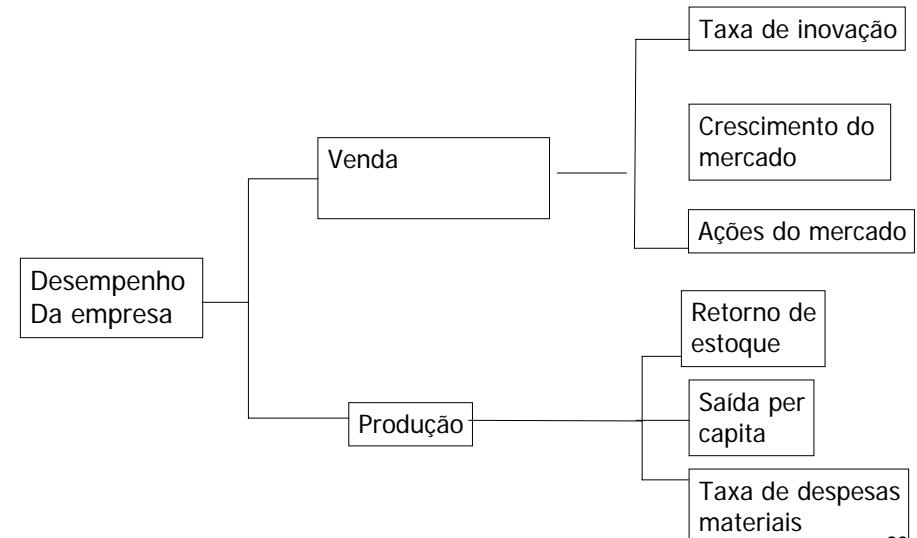
26

### Determinante: Relação com o ambiente



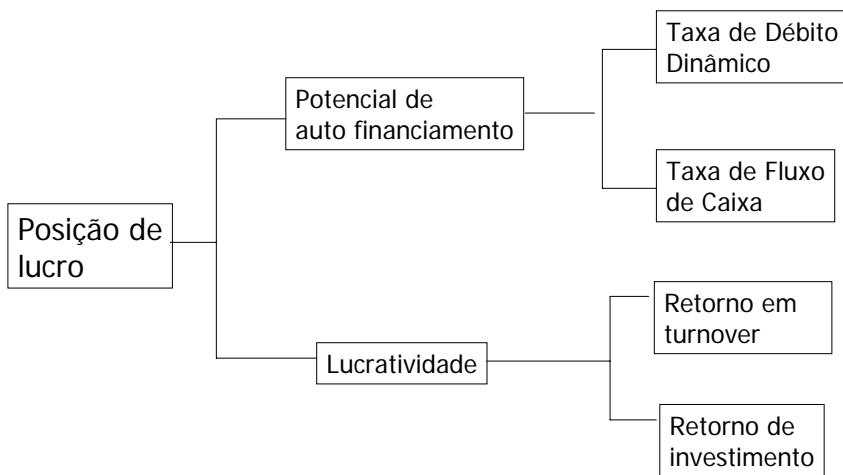
27

### Determinante: Desempenho da empresa



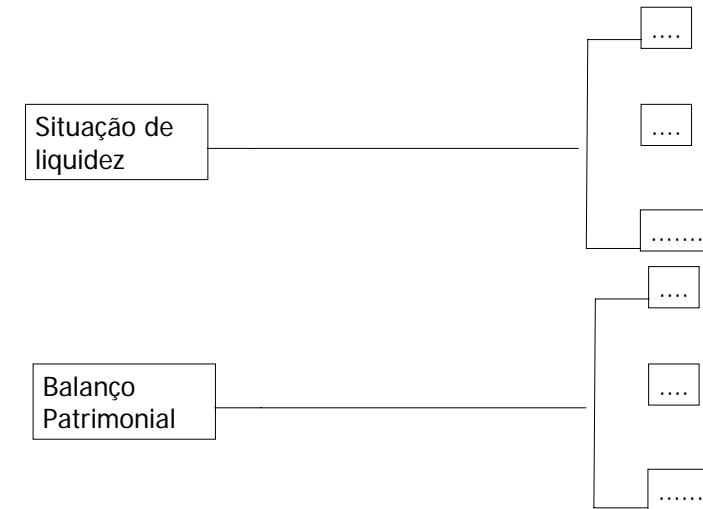
28

### Determinante: Posição de lucro



29

### Determinantes: Situação de liquidez Balanço Patrimonial



30

### Determinação de Potencial de Auto Financiamento

- Variáveis de entrada:
  - Taxa de Débito dinâmico: indica quantos anos são necessários para a empresa pagar seus empréstimos usando o fluxo de caixa gerado pelas operações
  - Taxa de fluxo de caixa (cash flow per share): fluxo de caixa / valor das ações emitidas

31

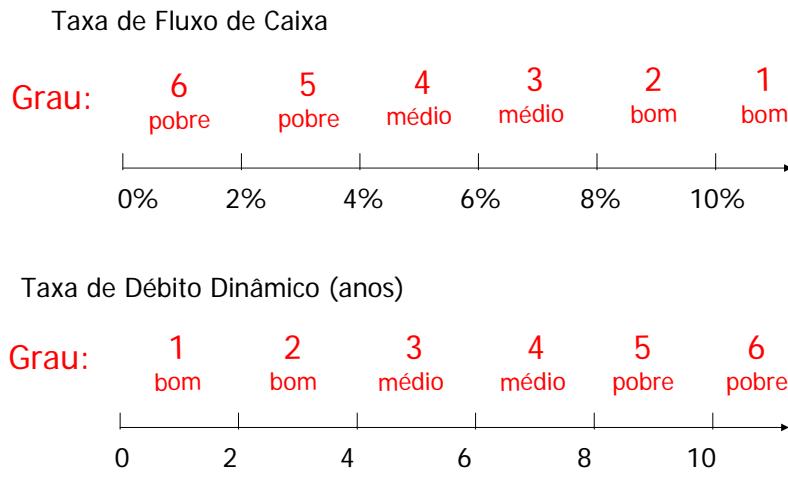
### Primeira solução: classificação de critérios por intervalos

- 6 - 5 : pobre (risco alto)
- 4 - 3 : médio (risco médio)
- 2 - 1 : bom (risco baixo)

Taxa de Fluxo de Caixa	Grau	Taxa de Débito Dinâmico (anos)	Grau
< 0 %	6	> 10	6
0% - 2 %	6	8 - 10	5
2% - 4%	5	6 - 8	4
4% - 6%	4	4 - 6	3
6% - 8%	3	2 - 4	2
8% - 10%	2	< 2	1
> 10%	1		

32

## Regras para Potencial de Auto Financiamento



33

Taxa de Fluxo de Caixa	Taxa de Débito de Dinâmico	Potencial de Auto Financiamento
pobre	pobre	pobre-
pobre	médio	pobre
pobre	bom	médio-
médio	pobre	pobre
médio	médio	médio
médio	bom	médio
bom	pobre	médio
bom	médio	bom
bom	bom	bom+

34

## Exemplo - raciocínio com intervalos

Firma	Taxa de Fluxo de Caixa	Taxa de Débito Dinâmico
A	4,1%	7,9 anos
B	7,9%	4,1 anos
C	3,9%	4,1 anos

Resultado:

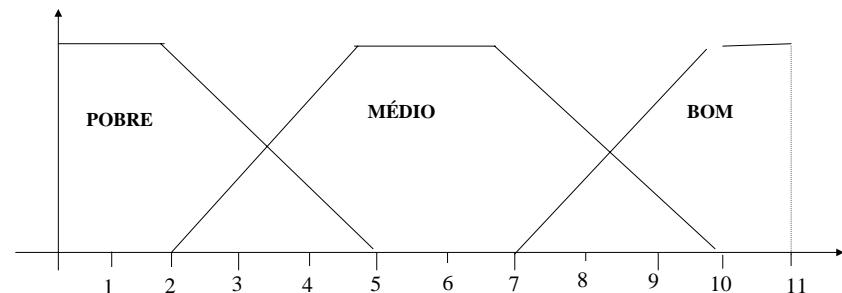
Firma	Potencial de auto financiamento
A	médio
B	médio
C	pobre

- Melhoria: modelar termos por conjuntos fuzzy

35

## Taxa de Fluxo de Caixa

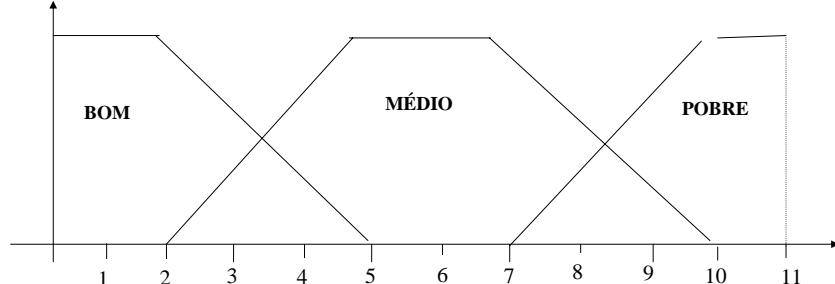
$$\text{pobre}(x) = (x; 0, 0, 2, 5); \text{médio}(x) = (x; 2, 5, 7, 10); \text{bom}(x) = (x; 7, 10, 11, 11).$$



36

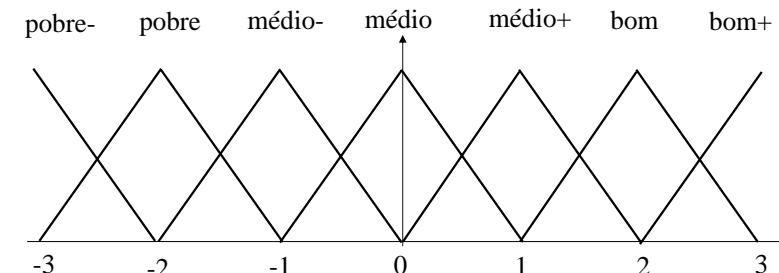
## Taxa de Débito Dinâmico

$$\text{bom}(x) = (x; 0, 0, 2, 5); \text{médio}(x) = (x; 2, 5, 7, 10); \text{pobre}(x) = (x; 7, 10, 11, 11).$$



37

## Potencial de Auto Financiamento



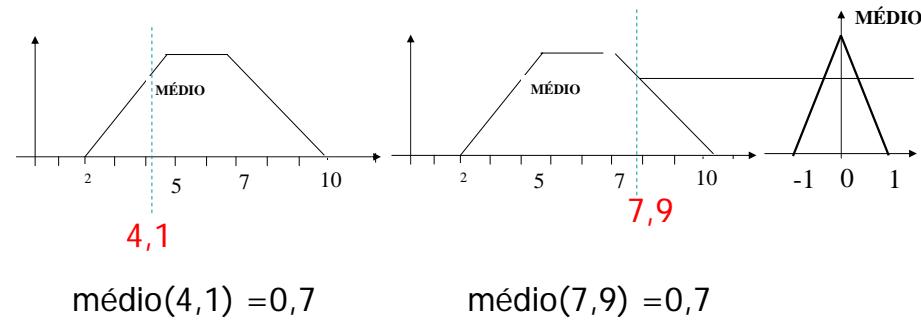
38

## Inferência pela regra da composição

Firma	Taxa de Fluxo de Caixa	Taxa de Débito Dinâmico
A	4,1%	7,9 anos
B	7,9%	4,1 anos
C	3,9%	4,1 anos

39

Firma A:  
Disparo da regra R5:médio-médio →médio



Resultado: Médio com grau 0,7

40

## Combinação dos resultados

- Disparo da regra R1: pobre-pobre → pobre  
 $pobre(4,1) = 0,3$     $pobre(7,9) = 0,3$   
 Resultado: pobre com grau 0,3
- Disparo da regra R2: pobre-médio → pobre  
 $pobre(4,1) = 0,3$     $médio(7,9) = 0,7$   
 Resultado: pobre com grau 0,3
- Disparo da regra R2: médio-pobre → pobre  
 $médio(4,1) = 0,7$     $pobre(7,9) = 0,3$   
 Resultado: pobre com grau 0,3

41

Médio aparece uma vez:  
 R5: médio (grau 0,7)

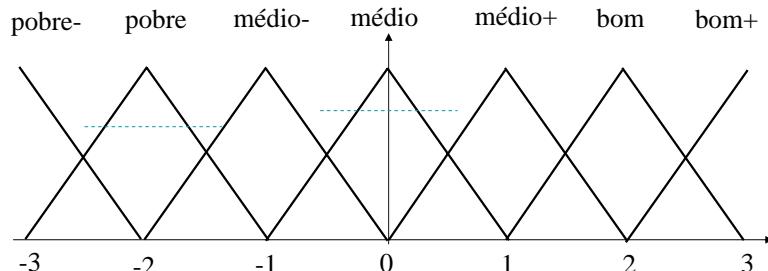
Pobre aparece em três resultados:  
 R1, R2, R4 : pobre (grau 0,3)

Reavaliar o grau da saída pobre:  
 $GdD(R1, R2, R3) = GdD(R1) \oplus GdD(R2) \oplus GdD(R3)$   
 $GdD(R1) \oplus GdD(R2) = 0,3 \oplus 0,3 = 0,3 + 0,3 - (0,3 * 0,3)$   
 $GdD(R1) \oplus GdD(R2) = 0,51$

$$GdD(R1, R2, R3) = 0,51 \oplus GdD(R3) = 0,51 \oplus 0,3 = 0,657$$

42

## Resultado da Inferência para Firma A:



43

## Defuzificação do resultado (médio de máximos ponderado)

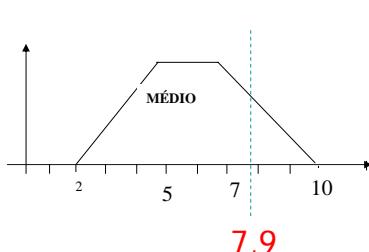
- Elemento típico do médio: 0
- Elemento típico do pobre: -2
- Grau de disparo de médio: 0,7
- Grau de disparo de pobre: 0,657

$$\text{Saída final} = (0 * 0,7) + (-2 * 0,657) / (0,7 + 0,657)$$

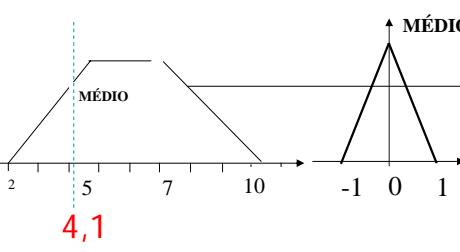
$$\text{Saída final} = -1,314 / 0,4599 = -1,86$$

44

## Firma B: Disparo da regra R5:médio-médio →médio



$$\text{médio}(7,9) = 0,7$$



$$\text{médio}(7,9) = 0,7$$

Resultado: Médio com grau 0,7

45

- Disparo da regra **R6: médio- bom → médio**  
médio(7,9) = 0,7   bom(4,1) = 0,3  
Resultado: médio com grau 0,3
- Disparo da regra **R8: bom- médio → bom**  
bom(7,9) = 0,3   médio(4,1) = 0,7  
Resultado: bom com grau 0,3
- Disparo da regra **R9: bom- bom → bom+**  
bom(7,9) = 0,3   bom(4,1) = 0,3  
Resultado: bom+ com grau 0,3

46

## Combinação dos resultados

Médio aparece duas vez:

R5: médio (grau 0,7)

R6: médio (grau 0,3)

Reavaliar o grau da saída médio:

$$\text{GdD}(\text{R5}, \text{R6}) = \text{GdD}(\text{R5}) \oplus \text{GdD}(\text{R6}) = 0,7 \oplus 0,3$$

$$\text{GdD}(\text{R5}, \text{R6}) = 0,7 + 0,3 - (0,7 * 0,3) = 0,79$$

Bom aparece em um resultado:

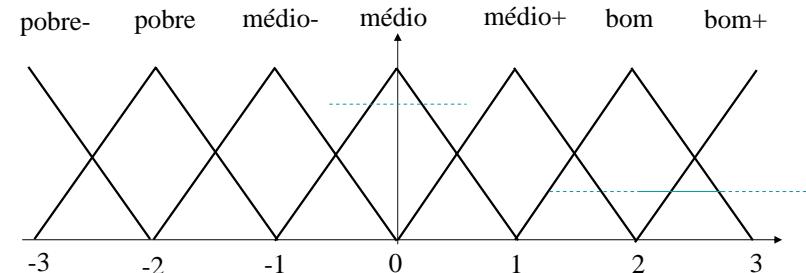
R8: bom (grau 0,3)

Bom+ aparece em um resultado:

R9: bom+ (grau 0,3)

47

## Resultado da Inferência para Firma A:



48

## Defuzificação do resultado (média de máximos ponderado)

- Elemento típico do médio: 0
- Elemento típico do bom: 2
- Elemento típico do bom+: 3
- Grau de disparo de médio: 0,79
- Grau de disparo de bom: 0,3
- Grau de disparo de bom+: 0,3

$$\text{Saída final} = (0 * 0,79) + (2 * 0,3) + (3 * 0,3) / (0,79 + 0,3 + 0,3)$$

$$\text{Saída final} = 1,5 / 1,39 = 1,08$$