

Grafi: un solo modello per tante situazioni

Violetta Lonati

Università degli studi di Milano
Dipartimento di Informatica

Laboratorio di Algoritmi e Strutture Dati

Sommario

Reti infrastrutturali (network)

Reti sociali

Sei gradi di separazione
La cena degli antipatici

Evoluzione di sistemi dinamici

Sommario

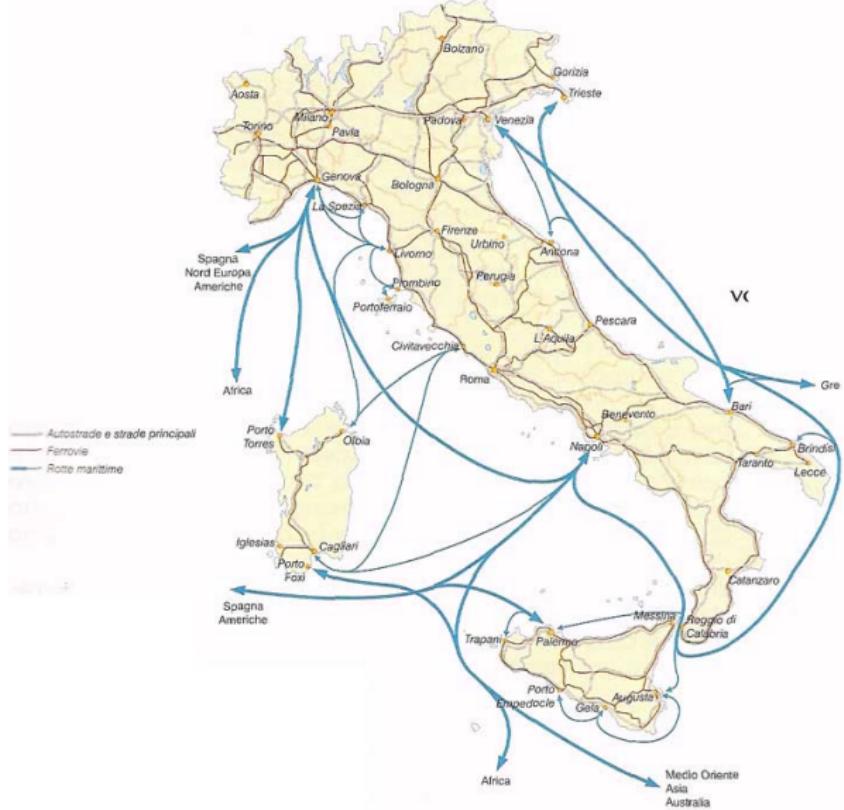
Reti infrastrutturali (network)

Reti sociali

Sei gradi di separazione
La cena degli antipatici

Evoluzione di sistemi dinamici

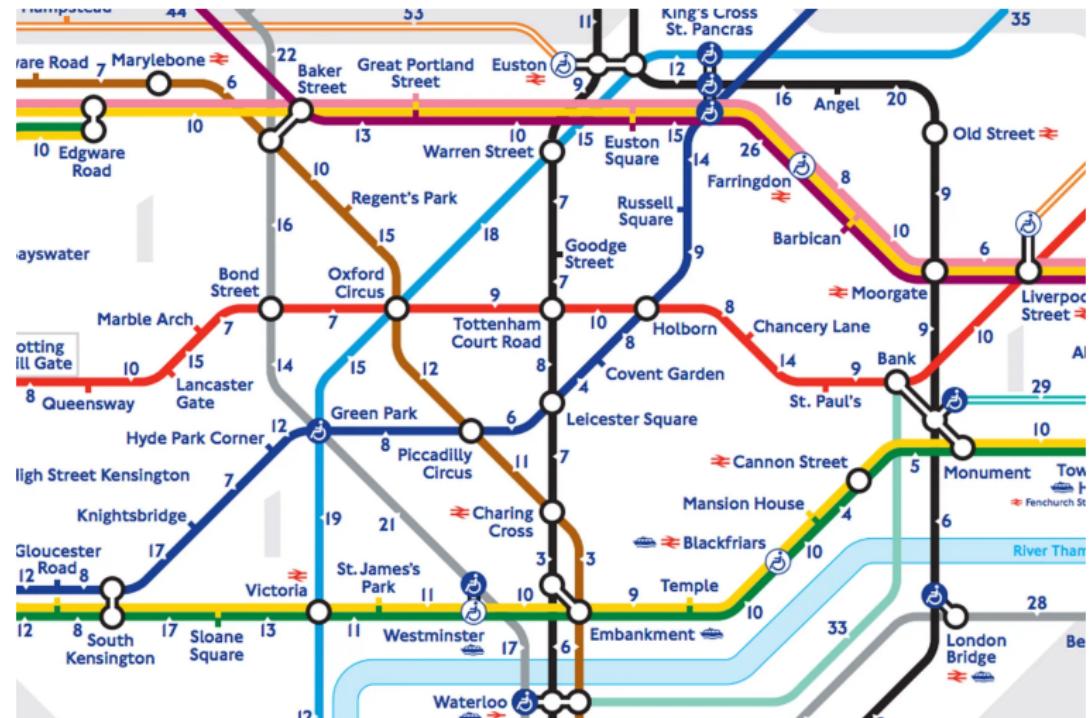
Traghetti



Tratte aeree



Metropolitana



Rete di computer



Sommario

Reti infrastrutturali (network)

Reti sociali

Sei gradi di separazione

La cena degli antipatici

Evoluzione di sistemi dinamici

Sommario

Reti infrastrutturali (network)

Reti sociali

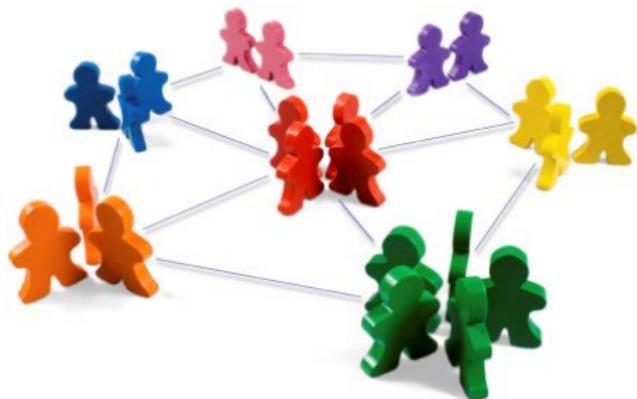
Sei gradi di separazione

La cena degli antipatici

Evoluzione di sistemi dinamici

Sei gradi di separazione

Dopo la fine della seconda guerra mondiale i sociologi iniziano a studiare le interazioni fra gli individui con lo scopo di capire meglio i meccanismi di leadership, obbedienza, coesione...



Sei gradi di separazione

L'esperimento di Milgram

Sei gradi di separazione

L'esperimento di Milgram

- selezionò un individuo che chiamò target;

Sei gradi di separazione

L'esperimento di Milgram

- selezionò un individuo che chiamò target;
- selezionò anche un gruppo di 296 mittenti;

Sei gradi di separazione

L'esperimento di Milgram

- selezionò un individuo che chiamò **target**;
- selezionò anche un gruppo di 296 mittenti;
- fornì ai mittenti alcune informazioni relative al target (nome, cognome, indirizzo, professione, hobby, altre informazioni personali) e chiese loro di far arrivare un pacchetto al target, con questo vincolo: ogni persona può spedire il pacchetto solo a qualcuno che conosce di persona.

Sei gradi di separazione

Milgram si chiedeva

- Quanti pacchetti arriveranno a destinazione?
- In media, quanti passi ci vorranno perché i pacchetti vengano consegnati?

Sei gradi di separazione

Milgram si chiedeva

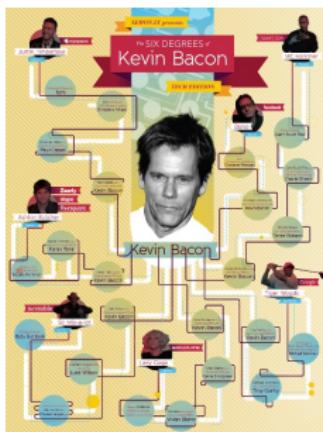
- Quanti pacchetti arriveranno a destinazione?
- In media, quanti passi ci vorranno perché i pacchetti vengano consegnati?

Risultati dell'esperimento

- Distanza media rilevata: 6.7
- Molto meno di quello che ci si aspetta...
- Il mondo è piccolo!

Sei gradi di separazione

La teoria del **mondo piccolo** entrò rapidamente a far parte della cultura pop

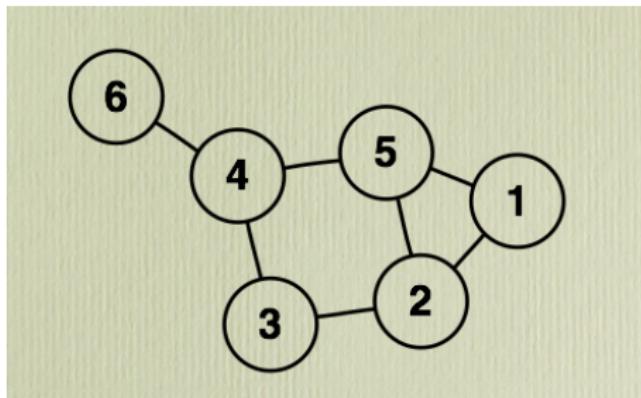


Formalizziamo

- Un insieme di individui (**nodi**)
- Le relazioni di conoscenza diretta tra questi individui (**archi**)

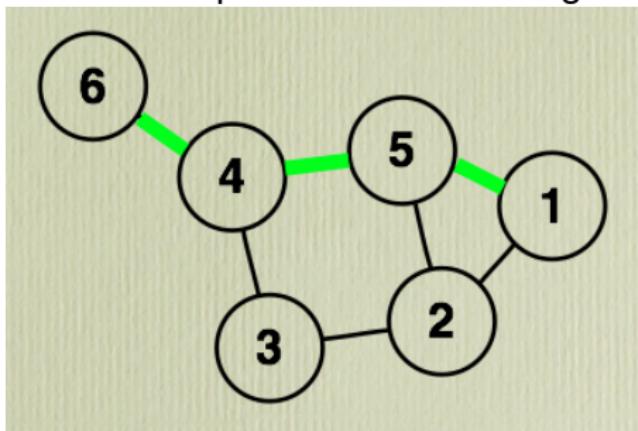
Formalizziamo

- Un insieme di individui (**nodi**)
- Le relazioni di conoscenza diretta tra questi individui (**archi**)



Distanza tra nodi

La **distanza** fra due nodi è la lunghezza del cammino più corto che li collega



Sostanzialmente Milgram si chiedeva quale fosse la distanza media nel grafo delle conoscenze dei soggetti coinvolti nel suo esperimento.

Sommario

Reti infrastrutturali (network)

Reti sociali

Sei gradi di separazione

La cena degli antipatici

Evoluzione di sistemi dinamici

La cena degli antipatici

Paolo ha invitato degli amici a cena a casa sua. Si è però reso conto, dopo aver fatto gli inviti, che non sarà banale disporre gli ospiti a tavola:



La cena degli antipatici

Paolo ha invitato degli amici a cena a casa sua. Si è però reso conto, dopo aver fatto gli inviti, che non sarà banale disporre gli ospiti a tavola:

- Alberto e la sua ex fidanzata, Claudia, hanno appena litigato, quindi non è il caso di farli cenare allo stesso tavolo.



La cena degli antipatici

Paolo ha invitato degli amici a cena a casa sua. Si è però reso conto, dopo aver fatto gli inviti, che non sarà banale disporre gli ospiti a tavola:

- Alberto e la sua ex fidanzata, Claudia, hanno appena litigato, quindi non è il caso di farli cenare allo stesso tavolo.
- Sarà presente anche Francesca, la ex-moglie di Alberto. Però Francesca odia Claudia, e non è rimasta in buoni rapporti nemmeno con il suo ex-marito, anche perché lui l'ha lasciata per Claudia.



La cena degli antipatici

Paolo ha invitato degli amici a cena a casa sua. Si è però reso conto, dopo aver fatto gli inviti, che non sarà banale disporre gli ospiti a tavola:

- Alberto e la sua ex fidanzata, Claudia, hanno appena litigato, quindi non è il caso di farli cenare allo stesso tavolo.
- Sarà presente anche Francesca, la ex-moglie di Alberto. Però Francesca odia Claudia, e non è rimasta in buoni rapporti nemmeno con il suo ex-marito, anche perché lui l'ha lasciata per Claudia.
- ... e così via tra inamicizie e antipatie



La cena degli antipatici

Paolo ha invitato degli amici a cena a casa sua. Si è però reso conto, dopo aver fatto gli inviti, che non sarà banale disporre gli ospiti a tavola:

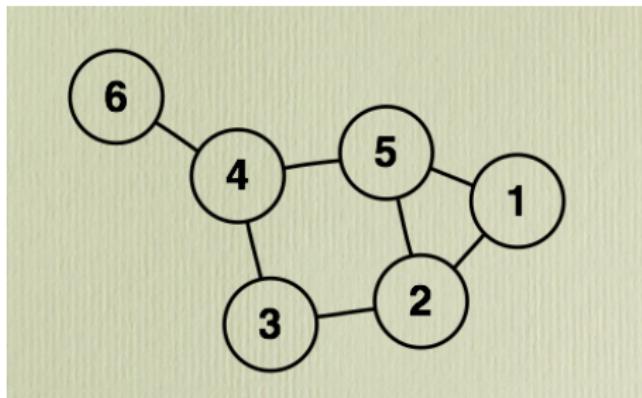
- Alberto e la sua ex fidanzata, Claudia, hanno appena litigato, quindi non è il caso di farli cenare allo stesso tavolo.
- Sarà presente anche Francesca, la ex-moglie di Alberto. Però Francesca odia Claudia, e non è rimasta in buoni rapporti nemmeno con il suo ex-marito, anche perché lui l'ha lasciata per Claudia.
- ... e così via tra inamicizie e antipatie



Forse è meglio annullare la cena!

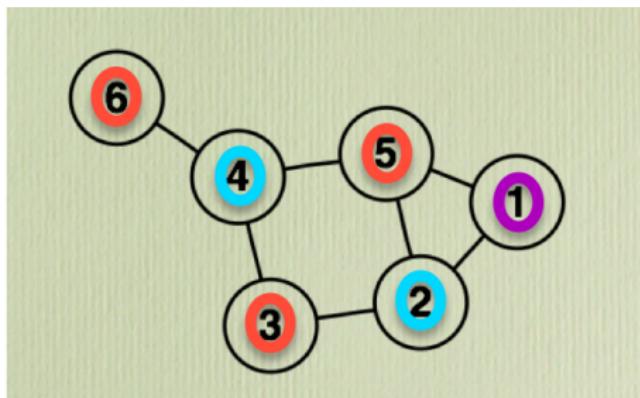
Formalizziamo!

- Un insieme di invitati (nodi)
- Le relazioni di antipatia tra questi invitati (archi)



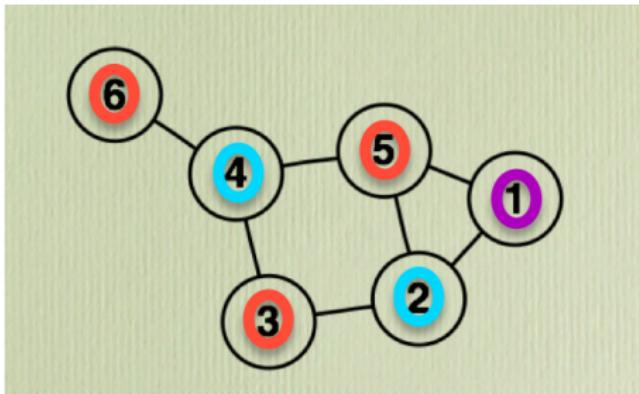
Colorazione di grafi

Coloriamo i nodi del grafo in modo che non ci siano due archi dello stesso colore collegati da un arco.



Questo modo di colorare un grafo si chiama **colorazione del grafo**.

Colorazione di grafi



Il problema della disposizione dei tavoli nella cena degli antipatici equivale a **colorare il grafo**.

- Ogni colore corrisponde ad un tavolo.
- Ogni nodo, ovvero ogni invitato, è colorato con il colore del tavolo cui si siede.
- Non vogliamo che ci siano due persone che si stanno antipatiche sedute allo stesso tavolo, ovvero: non vogliamo che ci siano due nodi dello stesso colore collegati da un arco.

Sommario

Reti infrastrutturali (network)

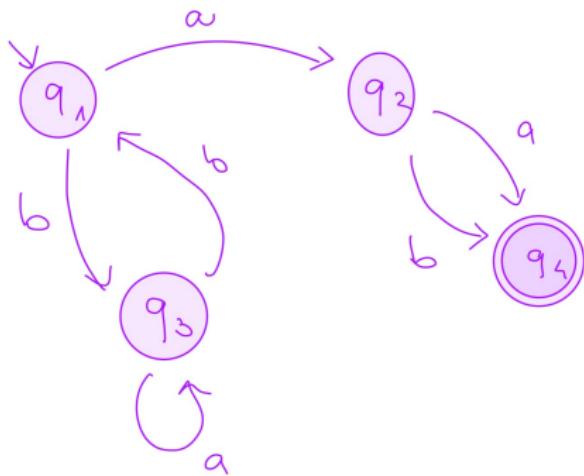
Reti sociali

- Sei gradi di separazione
- La cena degli antipatici

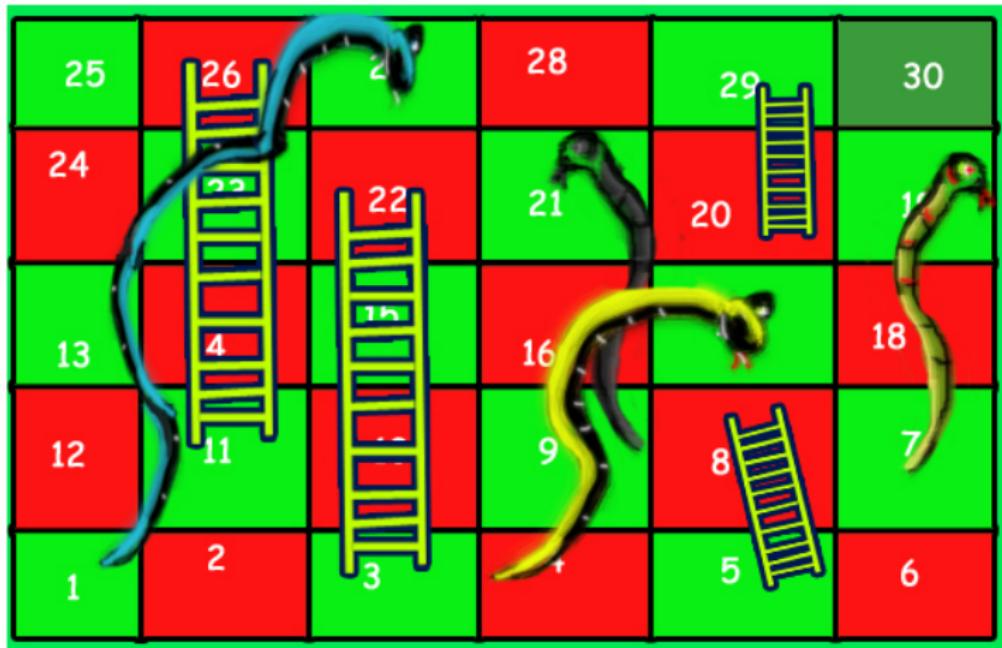
Evoluzione di sistemi dinamici

Automati a stati finiti

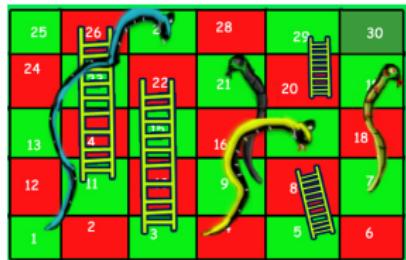
Si rappresentano spesso tramite il diagramma degli stati
(o grafo delle transizioni)



Scale e serpenti

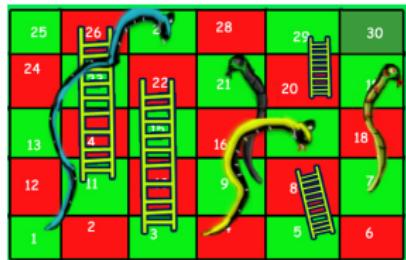


Scale e serpenti - topologia del tabellone



Si può usare un grafo per rappresentare la *topologia* del tabellone di gioco. Ad esempio: le caselle sono rappresentate da nodi, c'è un arco tra due nodi se le caselle corrispondenti sono collegate da una scala o un serpente.

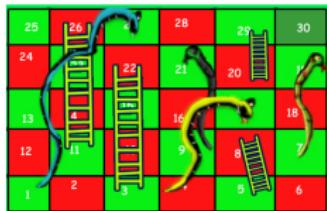
Scale e serpenti - topologia del tabellone



Si può usare un grafo per rappresentare la *topologia* del tabellone di gioco. Ad esempio: le caselle sono rappresentate da nodi, c'è un arco tra due nodi se le caselle corrispondenti sono collegate da una scala o un serpente.

Questo grafo non è utile se si vuole modellare l'evoluzione del gioco.

Scale e serpenti - evoluzione del gioco

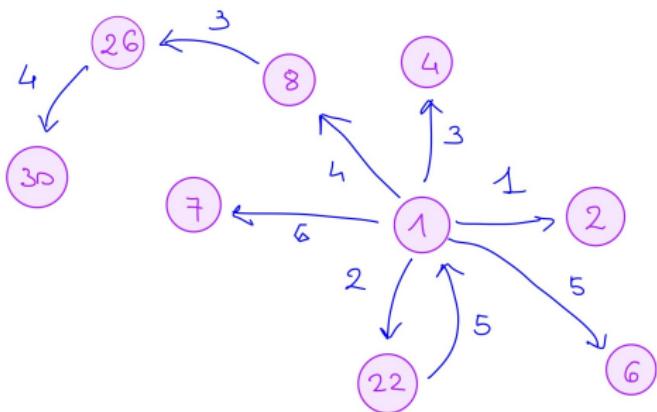


Se si vuole modellare l'evoluzione del gioco è più utile considerare le configurazioni di gioco possibili e le mosse che fanno passare da una configurazione all'altra.

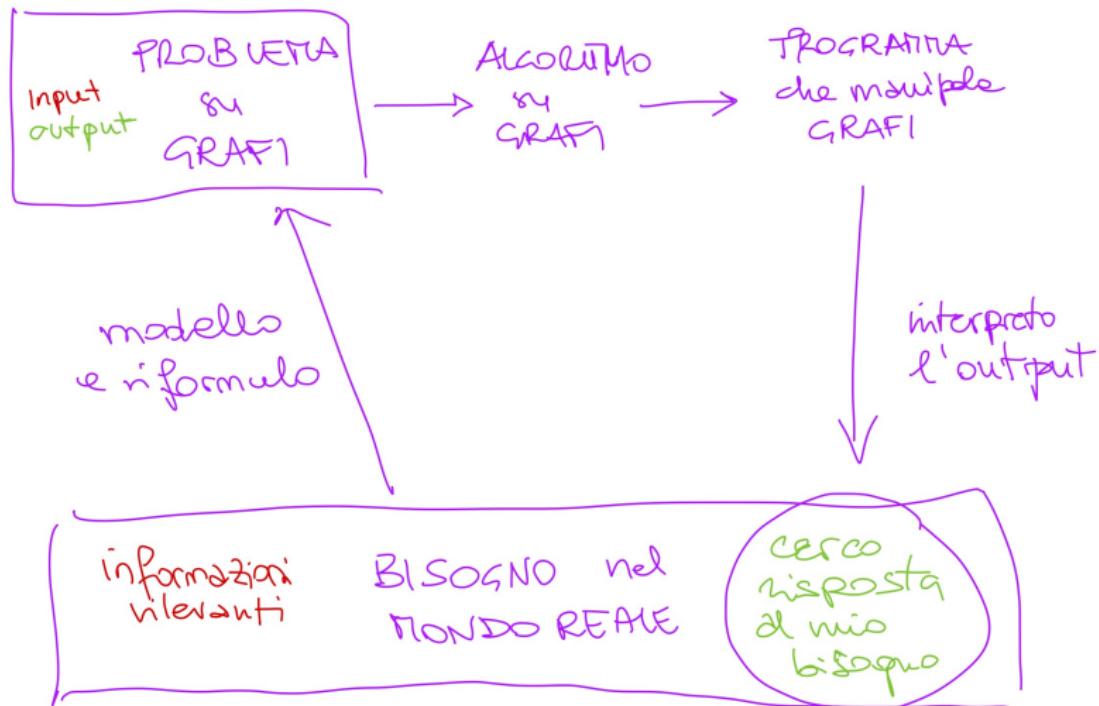
I nodi rappresentano le configurazioni, ovvero le posizioni in cui si può trovare la pedina.

Gli archi rappresentano le mosse possibili (casella di partenza - casella di destinazione).

Il grafo è da completare....



Il grafo come astrazione



Il grafo come astrazione

- Astrarre significa tentare di riflettere su quali sono gli elementi cruciali di un problema, dimenticandosi dei dettagli.
- Questo permette spesso di accorgersi che situazioni apparentemente differenti sono in realtà solo diversi "travestimenti" dello stesso problema. E se è un problema famoso, magari qualcuno ha già trovato la soluzione.
- È quello che gli informatici fanno tutti i giorni: astraggono per avere risposte generali a domande che di primo acchito sembrano diverse, ma sono della stessa natura.