

Algoritmi e Strutture Dati

Lezione 2

30 settembre 2022

Cos'è un algoritmo?

Secondo il dizionario di Google (fornito da Oxford Languages):



algoritmo

/al·go·rit·mo/

sostantivo maschile

1. Qualsiasi schema o procedimento sistematico di calcolo.
 - *Algoritmo convergente*, che dà un risultato finito.
 - In informatica, procedimento di calcolo definibile in un numero finito di regole e di operazioni.
2. Nel Medioevo, procedimento di calcolo numerico fondato sopra l'uso delle cifre arabiche.

Origine

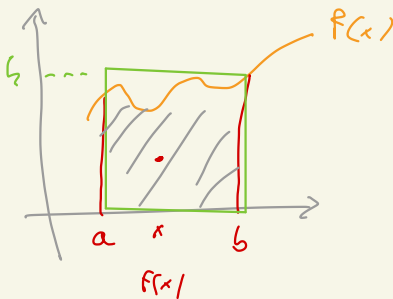
Dal nome del matematico arabo *al-Khwarizmi* (sec. IX), attratto nella famiglia del gr. *arithmós* 'numero, quantità', da cui *aritmetica* •1748; nella variante 'algorismo', fine sec. XIII .

Definizione di Algoritmo

Insieme *ordinato e finito*

di *passi eseguibili e non ambigui*

che definiscono *un procedimento che termina*



Algoritmi: visione "matematica" - trasformazione ingressi in uscite
input \rightarrow output

ALGORITMO α
funzione $f_\alpha: D_I \rightarrow D_S$
dominio delle istanze
dominio delle soluzioni

PROBLEMA φ

istanza $x \in D_I$

soluzione $f(x) \in D_S$

α risolve φ se $\forall x \in D_I \quad f_\alpha(x) = f(x)$

ESEMPIO : moltiplicazione di due numeri naturali

$$D_I = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$$

istanza $(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$

$$D_S = \mathbb{N}$$

solution $f(x, y) = x \cdot y$

Algoritmi e programmi

Algoritmo: Insieme *ordinato e finito*
di *passi eseguibili e non ambigui*
che definiscono *un procedimento che termina*

Programma: Insieme *ordinato e finito*
di *istruzioni* scritte secondo le regole
di **uno specifico linguaggio di programmazione**

PSEUDOCODICE

(ALGOL-like)

ALGORITMO moltiplicazione (intero a , intero b) \rightarrow intero

RETURN $a \cdot b$

Sintesi di algoritmi

→ progetto

PROBLEM



ALGORITHM

Dato un problema progettare un algoritmo che lo risolve

Analisi di algoritmi

Correttezza: Dato un algoritmo \mathcal{A} e un problema \mathcal{P}
dimostrare che \mathcal{A} risolve \mathcal{P}

Efficienza: Valutare la quantità di risorse (es. tempo, spazio)
utilizzate dall'algoritmo

Come fare l'analisi di algoritmi?

Valutazione "a priori"



Stima in fase di progetto

$$a \quad 19x$$

$$b \quad 114z$$

$$\begin{array}{r} 19x \\ 114z \\ \hline 76 \\ 19- \\ 19- \\ \hline 2166 \end{array}$$

prodotti a 1 cifra

lunghezza di a \times lunghezza di b

somme di numeri

lunghezza di b

$n > 0$ numero intero

- da quante cifre è formato n in base 10?

- " " " " " " " " 2?

HHH llll

$$a \times b = \underbrace{a + a + \dots + a}_{b \text{ veces}}$$

$$a, b \geq 0$$

ALGORITMO multiplicacione (intero a , intero b) \rightarrow intero

prod $\leftarrow 0$

WHILE $b > 0$ DO

 | prod \leftarrow prod + a
 | $b \leftarrow b - 1$

RETURN prod

ALGORITHM multiplication (intero a , intero b) \rightarrow intero

prod $\leftarrow 0$

WHILE $b > 0$ DO

 prod \leftarrow prod + a

$b \leftarrow b - 1$

RETURN prod

$b_i, \text{prod}_i \rightarrow b, \text{prod}$ stops iterative;

$$b_i = b - i$$

$$\text{prod}_i = a \cdot i$$

$i = 0$ $b_0 = b$ or
 $\text{prod}_0 = 0$

$$i-1 \rightarrow i$$

$$b_i = b_{i-1} - 1 = b - (i-1) - 1 = b - i + \cancel{1} - 1 = b - i$$

\uparrow
to ind

$$\text{prod}_i = \text{prod}_{i-1} + a = a \cdot (i-1) + a = a \cdot i - \cancel{a} + \cancel{a} = a \cdot i$$

$$b_i = 0 \rightarrow \text{se } i = b \text{ iterative } b_i \text{ prod}_i = a \cdot b$$

ALGORITMO moltiplicazione (intero a, intero b) \rightarrow intero

```
1 prod  $\leftarrow$  0
2 WHILE b > 0 DO
3   |   prod  $\leftarrow$  prod + a
4   |   b  $\leftarrow$  b - 1
5 RETURN prod
```

sc b = 0 E' invece 1, 2, 5 \rightarrow 3

sc b > 0 E' invece 1, 5 1 volta \rightarrow 2

E' invece 3, 4 b volte \rightarrow 2b

E' invece 2 b + 1 volte \rightarrow b + 1

$$3b + 3$$

$$T(a, b) = 3b + 3$$

MULTIPlicAND (a)

*2↓

19

38

76

152

304

608

1216

MULTIPlicATORE (b)

✓2↓

114

57

28

14

7

3

1

38

304

608

1216

2166

ALGORITHM multiplication (infero a , infero b) \rightarrow infero

prod $\leftarrow 0$

WHILE $b > 0$ DO

IF b dispari THEN

prod \leftarrow prod $+$ a

$b \leftarrow b / 2$

$a \leftarrow a \times 2$

RETURN prod

multiplicando (a)

19
38
76
152
304
608
1216

moltiplicatore (b)

114
52
28
14
7
3
1

prod

38

304

608

1216

2166

$a_i, b_i, prod_i$ valori step
i-esimo it.

Allora

$$a_i \cdot b_i + prod_i = a \cdot b$$