

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И ИНФОРМАТИКИ»

Кафедра ПМиК

Лабораторная работа №5 по дисциплине
«Вычислительная математика» по теме:
«Формула Лагранжа. Схема Эйткина. Формула Ньютона.»

Выполнил:
ст. гр. ИВ-823
Шиндель Э. Д.

Проверила:
Ассистент
Кафедры ПМиК
Петухова Я. В.

Новосибирск, 2020

Содержание:

1. Постановка задачи	3
2. Формула Лагранжа.....	3
3. Схема Эйткина	4
4. Формула Ньютона.....	6
5. Результат работы программы	6
6. Листинг.....	7

1. Постановка задачи

Дана последовательность чисел x, y , где $y = x^2$. Нужно найти y для значения $x = 5$.

x	0	1	2	3	4	5
y	0	1	4	9	16	?

2. Формула Лагранжа

$$\begin{aligned} y = & y_0 \cdot \frac{(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4)}{(x_0 - x_1) \cdot (x_0 - x_2) \cdot (x_0 - x_3) \cdot (x_0 - x_4)} + \\ & + y_1 \cdot \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4)}{(x_1 - x_0) \cdot (x_1 - x_2) \cdot (x_1 - x_3) \cdot (x_1 - x_4)} + \\ & + y_2 \cdot \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_3) \cdot (x - x_4)}{(x_2 - x_0) \cdot (x_2 - x_1) \cdot (x_2 - x_3) \cdot (x_2 - x_4)} + \\ & + y_3 \cdot \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_4)}{(x_3 - x_0) \cdot (x_3 - x_1) \cdot (x_3 - x_2) \cdot (x_3 - x_4)} + \\ & + y_4 \cdot \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)}{(x_4 - x_0) \cdot (x_4 - x_1) \cdot (x_4 - x_2) \cdot (x_4 - x_3)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y = & 0 \cdot \frac{(5 - 1) \cdot (5 - 2) \cdot (5 - 3) \cdot (5 - 4)}{(0 - 1) \cdot (0 - 2) \cdot (0 - 3) \cdot (0 - 4)} + \\ & + 1 \cdot \frac{(5 - 0) \cdot (5 - 2) \cdot (5 - 3) \cdot (5 - 4)}{(1 - 0) \cdot (1 - 2) \cdot (1 - 3) \cdot (1 - 4)} + \\ & + 4 \cdot \frac{(5 - 0) \cdot (5 - 1) \cdot (5 - 3) \cdot (5 - 4)}{(2 - 0) \cdot (2 - 1) \cdot (2 - 3) \cdot (2 - 4)} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 9 \cdot \frac{(5-0) \cdot (5-1) \cdot (5-2) \cdot (5-4)}{(3-0) \cdot (3-1) \cdot (3-2) \cdot (3-4)} + \\
& + 16 \cdot \frac{(5-0) \cdot (5-1) \cdot (5-2) \cdot (5-3)}{(4-0) \cdot (4-1) \cdot (4-2) \cdot (4-3)} = \\
& = 0 + (-5) + 40 + (-90) + 80 = 25
\end{aligned}$$

ОТВЕТ: $x_5 = 25$.

3. Схема Эйткина

$$\begin{array}{l}
P_{x_0}(x) = 0 \\
P_{x_1}(x) = 1 \quad P_{x_0x_1}(x) \\
P_{x_2}(x) = 4 \quad P_{x_1x_2}(x) \quad P_{x_0x_1x_2}(x) \\
P_{x_3}(x) = 9 \quad P_{x_2x_3}(x) \quad P_{x_1x_2x_3}(x) \quad P_{x_0x_1x_2x_3}(x) \\
P_{x_4}(x) = 16 \quad P_{x_3x_4}(x) \quad P_{x_2x_3x_4}(x) \quad P_{x_1x_2x_3x_4}(x)
\end{array}$$

$$P_{x_0x_1}(x) = \frac{P_{x_0} \cdot (x - x_1) - P_{x_1} \cdot (x - x_0)}{x_0 - x_1} = \frac{0 \cdot 4 - 1 \cdot 5}{0 - 1} = 5$$

$$P_{x_1x_2}(x) = \frac{P_{x_1} \cdot (x - x_2) - P_{x_2} \cdot (x - x_1)}{x_1 - x_2} = \frac{1 \cdot 3 - 4 \cdot 4}{1 - 2} = 13$$

$$P_{x_2x_3}(x) = \frac{P_{x_2} \cdot (x - x_3) - P_{x_3} \cdot (x - x_2)}{x_2 - x_3} = \frac{4 \cdot 2 - 9 \cdot 3}{2 - 3} = 19$$

$$P_{x_3x_4}(x) = \frac{P_{x_3} \cdot (x - x_4) - P_{x_4} \cdot (x - x_3)}{x_3 - x_4} = \frac{9 \cdot 1 - 16 \cdot 2}{3 - 4} = 23$$

$$P_{x_0x_1x_2}(x) = \frac{P_{x_0x_1} \cdot (x - x_2) - P_{x_1x_2} \cdot (x - x_0)}{x_0 - x_2} = \frac{5 \cdot 3 - 13 \cdot 5}{0 - 2} = 25$$

$$P_{x_1x_2x_3}(x) = \frac{P_{x_1x_2} \cdot (x - x_3) - P_{x_2x_3} \cdot (x - x_1)}{x_1 - x_3} = \frac{13 \cdot 2 - 19 \cdot 4}{1 - 3} = 25$$

$$P_{x_2x_3x_4}(x) = \frac{P_{x_2x_3} \cdot (x - x_4) - P_{x_3x_4} \cdot (x - x_2)}{x_2 - x_4} = \frac{19 \cdot 1 - 23 \cdot 3}{2 - 4} = 25$$

$$P_{x_0x_1x_2x_3}(x) = \frac{P_{x_0x_1x_2} \cdot (x - x_3) - P_{x_1x_2x_3} \cdot (x - x_0)}{x_0 - x_3} = \frac{25 \cdot 2 - 25 \cdot 5}{0 - 3} = 25$$

$$P_{x_1x_2x_3x_4}(x) = \frac{P_{x_1x_2x_3} \cdot (x - x_4) - P_{x_2x_3x_4} \cdot (x - x_1)}{x_1 - x_4} = \frac{25 \cdot 1 - 25 \cdot 4}{1 - 4} = 25$$

$$P_{x_0x_1x_2x_3x_4}(x) = \frac{P_{x_0x_1x_2x_3} \cdot (x - x_4) - P_{x_1x_2x_3x_4} \cdot (x - x_0)}{x_0 - x_4} = \frac{25 \cdot 1 - 25 \cdot 5}{0 - 4} = 25$$

Ответ: $P(x) = 25$.

4. Формула Ньютона

$$f_{10} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = 1$$

$$f_{20} = \frac{f_{11} - f_{10}}{x_2 - x_0} = 1$$

$$f_{11} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 3$$

$$f_{30} = \frac{f_{21} - f_{20}}{x_3 - x_0} = 0$$

$$f_{21} = \frac{f_{12} - f_{11}}{x_3 - x_1} = 1$$

$$f_{40} = \frac{f_{31} - f_{30}}{x_4 - x_0} = 0$$

$$f_{12} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = 5$$

$$f_{31} = \frac{f_{22} - f_{21}}{x_4 - x_1} = 0$$

$$f_{22} = \frac{f_{13} - f_{12}}{x_4 - x_2} = 1$$

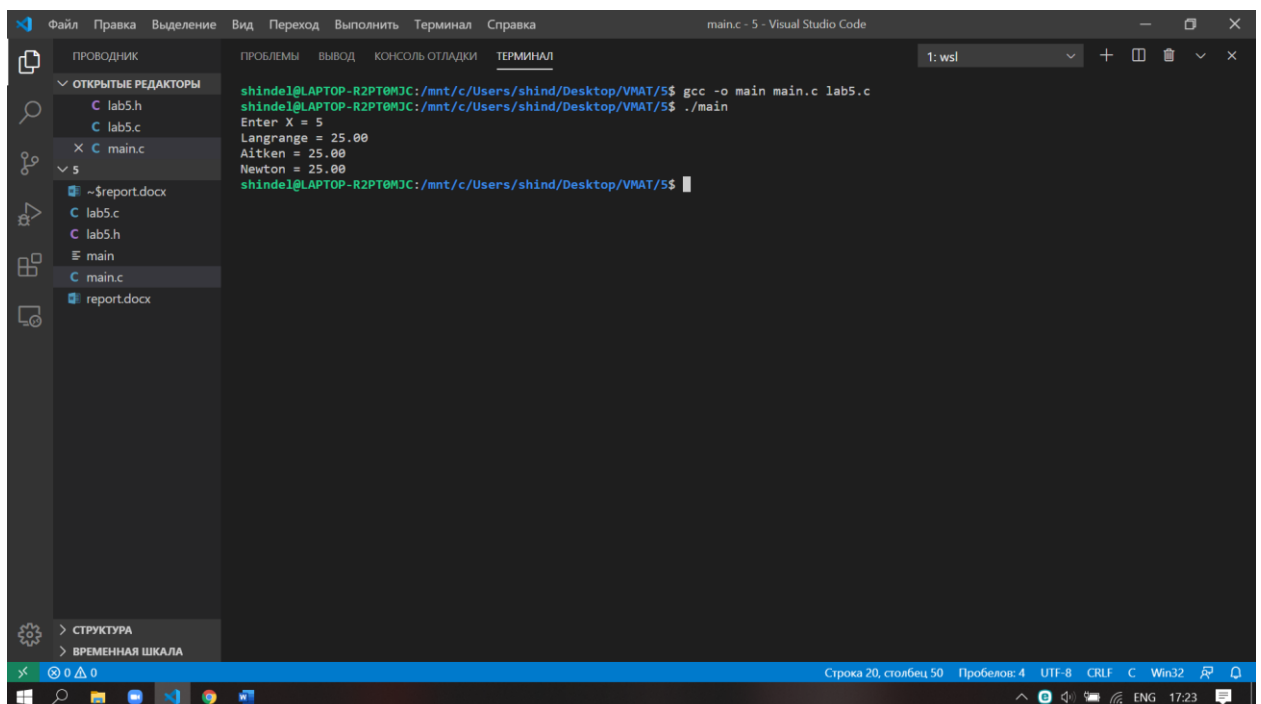
$$f_{13} = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} = 7$$

$$\begin{aligned} P(x) &= y_0 + f_{10} \cdot (x - x_0) + f_{20} \cdot (x - x_0) \cdot (x - x_1) + f_{30} \cdot (x - x_0) \\ &\quad \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) = (x - 0) + (x - 0) \cdot (x - 1) \\ &= (x - 0) \cdot (x - 1 + 1) = x^2 \end{aligned}$$

$$P(5) = 5^2 = 25$$

Ответ: $P(x) = 25$.

5. Результат работы программы



```
main.c - 5 - Visual Studio Code
1: wsl

shinde1@LAPTOP-R2PT0MJC:/mnt/c/Users/shind/Desktop/VMAT/5$ gcc -o main main.c lab5.c
shinde1@LAPTOP-R2PT0MJC:/mnt/c/Users/shind/Desktop/VMAT/5$ ./main
Enter X = 5
Langrange = 25.00
Aitken = 25.00
Newton = 25.00
shinde1@LAPTOP-R2PT0MJC:/mnt/c/Users/shind/Desktop/VMAT/5$
```

6. Листинг

```
#include "lab5.h"

double function(int x) {
    return x * x;
}

double Lagrange(double *mx, double *my, int X) {
    double Y = 0.0, diff = 1.0;

    for (int i = 0; i < X; i++) {
        for (int j = 0; j < X; j++) {
            if (j != i) diff *= (X - mx[j]) / (mx[i] - mx[j]);
        }
        Y += my[i] * diff;
        diff = 1.0;
    }
    return Y;
}

double Aitken(double *mx, double *my, int X) {
    double ma[X];
    for (int i = 0; i < X; i++) ma[i] = my[i];

    for (int k = 0; k < X; k++) {
        int XX = X - k;
        for (int i = 0, j = k + 1; j < X; i++, j++) {
            ma[i] = (ma[i] * (X - mx[j]) - ma[j - k] * (X - mx[i])) /
(mx[i] - mx[j]);
        }
    }
    return ma[0];
}

double Newton(double *mx, double *my, int X) {
    double mn[X], Px = my[0], diff = 1.0;
    for (int i = 0; i < X; i++) mn[i] = my[i];

    for (int k = 0; k < X; k++) {
        int XX = X - k;
        for (int i = 0, j = k + 1; j < X; i++, j++) {
            mn[i] = (mn[j - k] - mn[i]) / (mx[j] - mx[i]);
        }
        for (int f = 0; f <= k; f++) diff *= X - mx[f];
        Px += mn[0] * diff;
        diff = 1.0;
    }
    return Px;
}
```