Федеральное агентство связи  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
 «Сибирский государственный университет  
телекоммуникаций и информатики»

Кафедра ПМиК

Отчёт по курсовой работе по дисциплине

«Вычислительная математика» по теме:

«Решение дифференциального уравнения методом Рунге-Кутта

2-ого порядка с усреднением по времени»

Выполнил:

ст. гр. ИВ-823

Шиндель Э. Д.

Проверил:

Ассистент

Кафедры ПМиК

Петухова Я. В.

Новосибирск, 2020

**Содержание:**

1. Постановка задачи3

2. Теория3

3. Решение задания5

4. Результат работы программы8

5. Листинг10

**1. Постановка задачи**

Решить краевую задачу методом Рунге-Кутта II порядка с

усреднением по времени.

Построить графики функции y(x) и кубического сплайна S(x) (интерполяция по точкам x=0; 0.2;0.4; 0.6; 0.8; 1.0).

Найти интеграл:

**2. Теория**

**Дифференциальное уравнение (ДУ)** – это уравнение, содержащее производные функции y(х), саму функцию, независимые переменные и иные параметры в различных комбинациях.

Решением дифференциального уравнения является функция, которая обращает его в тождество.

Существуют общие и частные решения ДУ. Общим решением ДУ является общее множество решений, обращающих уравнение в тождество. Частным решением дифференциального уравнения называется решение, удовлетворяющее дополнительным условиям, заданным изначально.

**Дифференциальное уравнение 2-ого порядка** - это уравнение, в которое входят независимая переменная, неизвестная функция, первая и вторая производные этой функции. ДУ второго порядка записывается в виде: .

**Общая идея всех методов численного решения ДУ и СДУ:**

Фиксируем шаг h, - задан и будем находить по некоторым специальным формулам – равностоящие точки, а – границы интервала [a, b], на котором нам необходимо найти решение ДУ. При этом, необходимо брать шаг h достаточно малым, чтобы погрешность была невелика.

**Простейший метод решения ДУ – метод Эйлера:**

Заметим, что – величина нам известная. Заменим неизвестное нам решение ДУ на касательную, а именно:

.

В общем виде: (формула Эйлера).

**Простейшая модификация метода Эйлера – метод**

**Рунге-Кутта 2-го порядка с усреднением по времени:**

Вычисление значения в искомой функции в точке проводится в 2 этапа. Сначала вычисляют вспомогательную величину по методу Эйлера: , в которой мы заменили приращение функции на более точное значение – на значение производной в середине интервала.

Затем значение производной искомой функции в точке .

Используется для вычисления окончательного значения функции:

Объединив эти формулы, получим формулу метода Рунге-Кутты 2-ого порядка с усреднением по времени:

Этот метод также называют методом прогноза и коррекций. Сначала находят грубое приближение по методу Эйлера (прогноз), а затем уточненное значение (коррекция).

**3. Решение задания**

*.*

Отрезок [1; 2,71828].

Шаг 1:

Шаг 2:

Шаг 3:

Шаг 4:

Шаг 5:

Шаг 6:

Шаг 7:

Шаг 8:

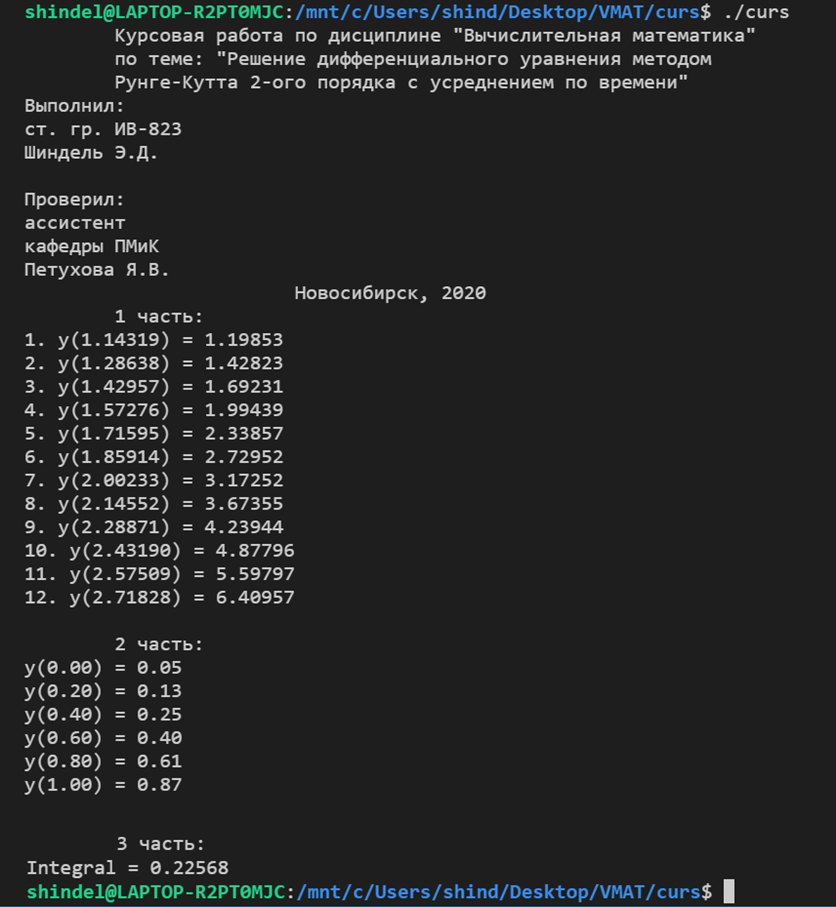
Шаг 9:

Шаг 10:

Шаг 11:

Шаг 12:

**4. Результат работы программы**

****

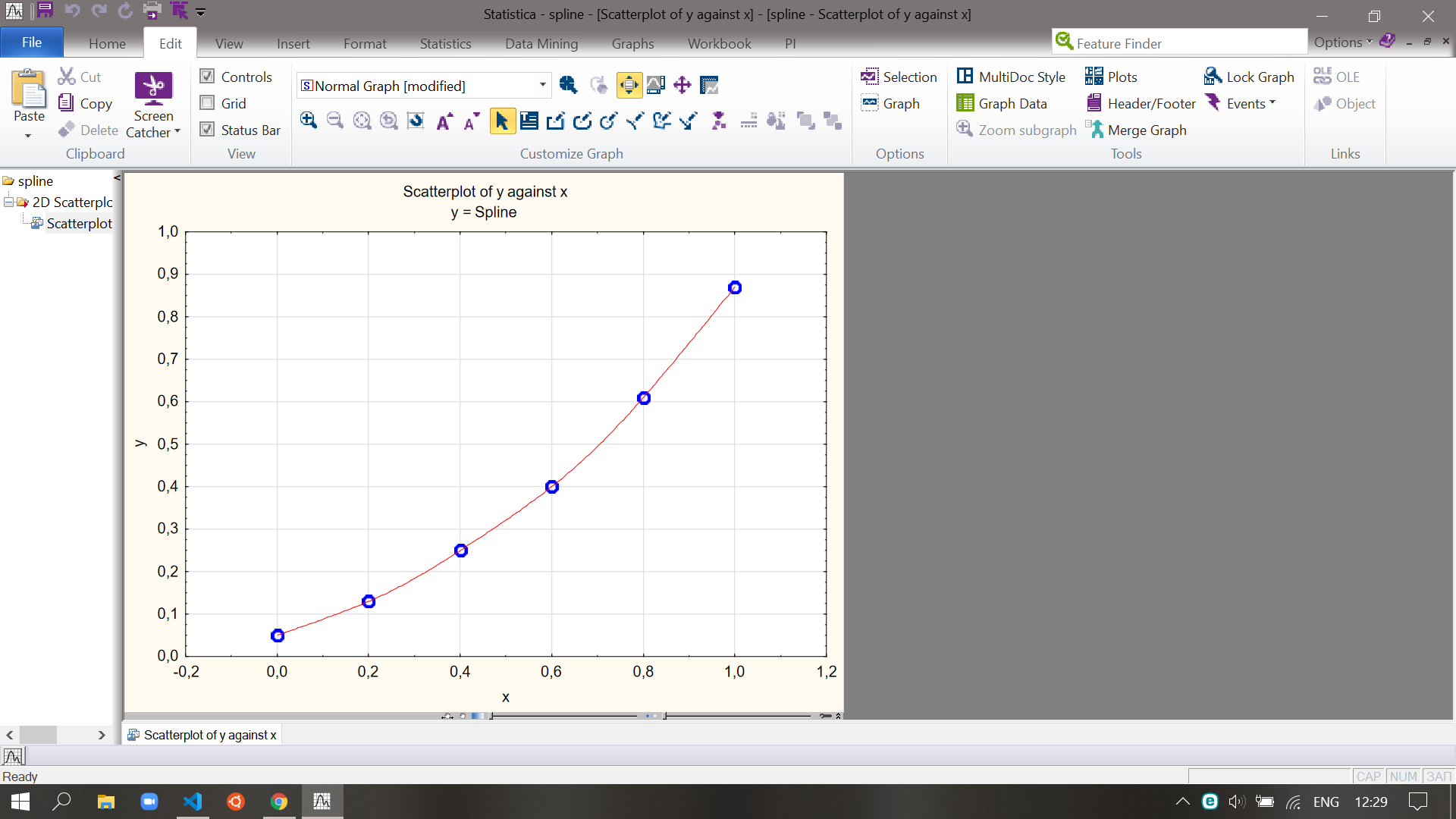


График кубического сплайна S(x)

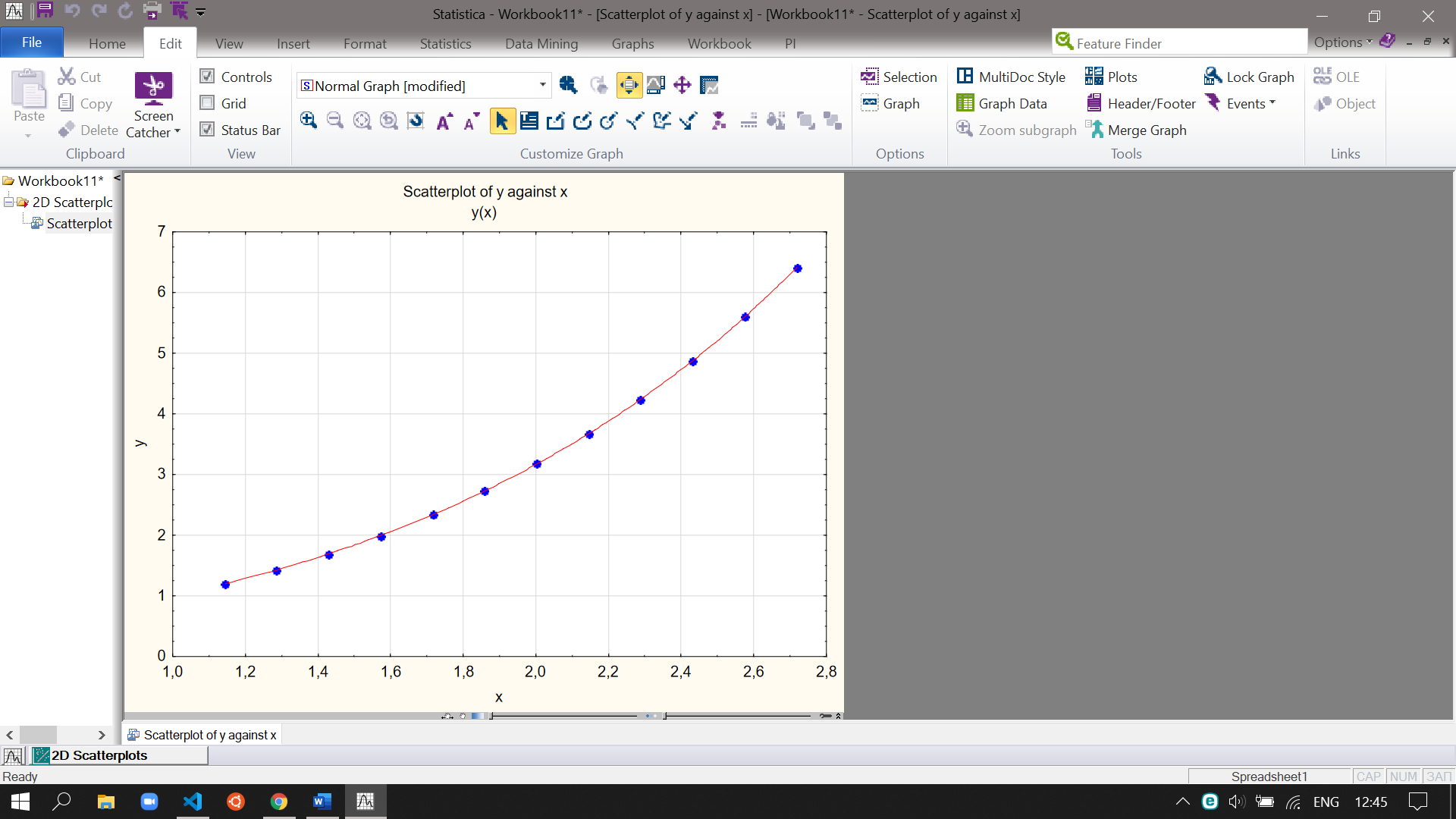


График функции y(x)

**5. Листинг**

#include <stdio.h>

#include <math.h>

double const e = 2.71828;

double f(double x, double y) {

    return ((exp(x) + 2 \* y + 3 \* x) / 6);

}

double RK(double x, double y, double h) {

    double \_y = y + h \* f(x, y) / 2;

    double yy = y + h \* f(x + h / 2, \_y);

    return yy;

}

double integral(double b, double t){

    double hh = 0.002;

    double x = 0.0, y = 0.0, sum\_1 = 0.0, sum\_2 = 0.0;

    int k = 0;

    while(x <= (t - hh)) {

        k++;

        x = b + hh \* k;

        y = RK(x, y, hh);

        if(k % 2 == 0) sum\_2 += y;

        else sum\_1 += y;

    }

    return ((RK(b, y, hh) + RK(t, y, hh) + 4 \* sum\_1 + 2 \* sum\_2) \* hh / 3);

}

int main()

{

    double const h = 0.14319;

    double x = 1.0, y = 1.0;

    int count = 1;

    printf("\tКурсовая работа по дисциплине \"Вычислительная математика\"\n");

    printf("\tпо теме: \"Решение дифференциального уравнения методом\n");

    printf("\tРунге-Кутта 2-ого порядка с усреднением по времени\"\n");

    printf("Выполнил:\nст. гр. ИВ-823\nШиндель Э.Д.\n");

    printf("Проверил:\nассистент\nкафедры ПМиК\nПетухова Я.В.\n");

    printf("\t\t\tНовосибирск, 2020\n");

    printf("\t1 часть:\n");

    while (x < e) {

        y = RK(x, y, h);

        x += h;

        printf("%d. y(%.5f) = %.5f\n", count, x, y);

        count++;

    }

    x = y = 0.0;

    printf("\n\t2 часть:\n");

    for (x = 0.0; x <= 1.0; x += 0.2) {

        y = RK(x, y, 0.2);

        printf("y(%.2f) = %.2f\n", x, y);

    }

    printf("\n\t3 часть:\n");

    printf("Integral = %.5f\n", integral(0, 1));

    return 0;

}