Ottimizzazione di DFA

Dato un DFA $A = \{Q, \Sigma, \delta, q_0, F\}$, diciamo che p, q sono INDISTINGUIBILI $(p \sim q)$ se:

$$\hat{\delta}(p, w) \in F \iff \hat{\delta}(q, w) \in F \quad \forall\, w \in \Sigma^*$$

L'indistinguibilità è una relazione di EQUIVALENZA

Diciamo che due stati $p, q \in Q$ sono DISTINGUIBILI se $\exists w \in \Sigma^*$ tale che $\hat{\delta}(p, w)$ o $\hat{\delta}(q, w)$ appartiene a F, ma non entrambi. Diciamo che la stringa w distingue p da q

Un automa è definito OTTIMALE se tutti gli stati sono a due a due distinti

ALGORITMO PER TROVARE STATI DISTINGUIBILI

1. Nessuna coppia di stati marcata come indistinguibile inizialmente
2. Si marcano distinguibili tutte le coppie di stati in cui uno è finale e l'altro no
3. Se esistono $p, q \in Q$ e $a \in \Sigma$ t.c. $\{\delta(p, a), \delta(q, a)\}$ è marcata come distinguibile allora marco anche $\{p, q\}$ come distinguibile
4. Ripeto il passo 3 fino a quando non ho marcato tutti gli stati distinguibili

ALGORITMO PER LA COSTRUZIONE DELL'AUTOMA MINIMO

Dato un DFA al quale sono stati rimossi gli stati irraggiungibili dallo stato iniziale, l'automa minimo corrisponde a:

$$(Q/\sim, \Sigma, \delta', [q_0], F/\sim)$$

in cui $\qquad \delta'([p], a) = [\delta(p, a)] \quad \forall p \in Q, a \in \Sigma$

TEOREMA: Per ogni DFA A, non esiste un DFA in cui il numero di stati è strettamente minore di quello dell'automa minimo corrispondente ad A costruito secondo l'algoritmo sopra descritto

L'algoritmo riempi-tabella può essere usato per verificare se due automi A_1, A_2 sono equivalenti.

Creo $\qquad A = (Q_1 \cup Q_2, \Sigma, \delta, q_1, F_1 \cup F_2)$ dove

$$\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a) & \text{se } q \in Q_1 \\ \delta_1(q, a) & \text{se } q \in Q_2 \end{cases}$$

A_1 ed A_2 sono equivalenti se q_1 e q_2 sono indistinguibili in A