Pumping Lemma per Linguaggi Liberi

TEOREMA: Per ogni linguaggio libero L esiste $n \in \mathbb{N}$ tale che per ogni $z \in L$ con $|z| \geq n$, esistono u, v, w, x e y tali che $z = uvwxy$ e inoltre:

① $vx \neq \varepsilon$

② $|vwx| \leq n$

③ $uv^k wx^k y \in L \quad \forall k \geq 0$

Esempio: dimostra che $a^k b^k c^k$ non è libero

$L = \{a^k b^k c^k \mid k \geq 0\}$

- Suppongo per assurdo che esista n che soddisfa le proprietà sopra elencate

$z = a^n b^n c^n \qquad |z| = 3n \geq n$

$z = \overbrace{aa\ldots a}^{n}\overbrace{bb\ldots b}^{n}\overbrace{cc\ldots c}^{n}$

$\underbrace{\overbrace{vwx}}_{\leq n}$ ← questa finestra non può essere abbastanza lunga da farmi vedere contemporaneamente i simboli a, b, c

$vwx \in L$ per la condizione 3 ma per quanto visto prima, per le condizioni 1 e 2, questo è un assurdo

PROGRAMMA PER DIMOSTRARE IL PUMPING LEMMA

sez. 7.1.1 – 7.1.4

① Ogni grammatica libera può essere trasformata in una forma QUASI EQUIVALENTE della forma normale di Chomsky

② Per ogni grammatica in forma normale di Chomsky, dimostriamo una forte relazione tra profondità di un albero e la lunghezza del suo prodotto

④ Dimostriamo il pumping lemma

DEFINIZIONE: Una grammatica è in Chomsky Normal Form (CNF) se ogni sua produzione è nella forma:

- $A \to BC$ con A, B, C variabili, oppure
- $A \to a$ con A variabile e a terminale

Non può generare la stringa vuota

TEOREMA: Sia G una grammatica in CNF e w il prodotto di un albero sintattico di G avente profondità $n \geq 1$. Allora $|w| \leq 2^{n-1}$

Dimostrazione nelle slide