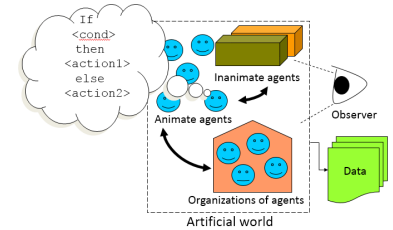


# SIMULACIÓN BASADA EN AGENTES

*Enrique Canessa*

1<sup>er</sup> Semestre 2022

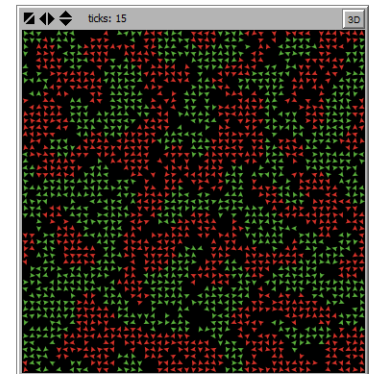
# Análisis de un ABM



- Consideraciones
  - Un ABM puede tener muchos parámetros de entrada, lo que hace difícil y costoso analizar el espacio de parámetros
  - Además, los parámetros probablemente interactuarán, lo que no permite analizar el efecto de cada parámetro por separado
  - Las salidas de un ABM generalmente son probabilísticas: una corrida del ABM bajo iguales parámetros producirá salidas estadísticamente diferentes
  - Esto hace que debamos usar muchas corridas para cada combinación de parámetros y métodos estadísticos para analizar los resultados
  - También tendremos que analizar series de tiempo (valores de variables que varían en el tiempo)
  - Veremos algunos tópicos de Diseño de experimentos (DOE) para lidiar con todo lo anterior

# Conceptos DOE

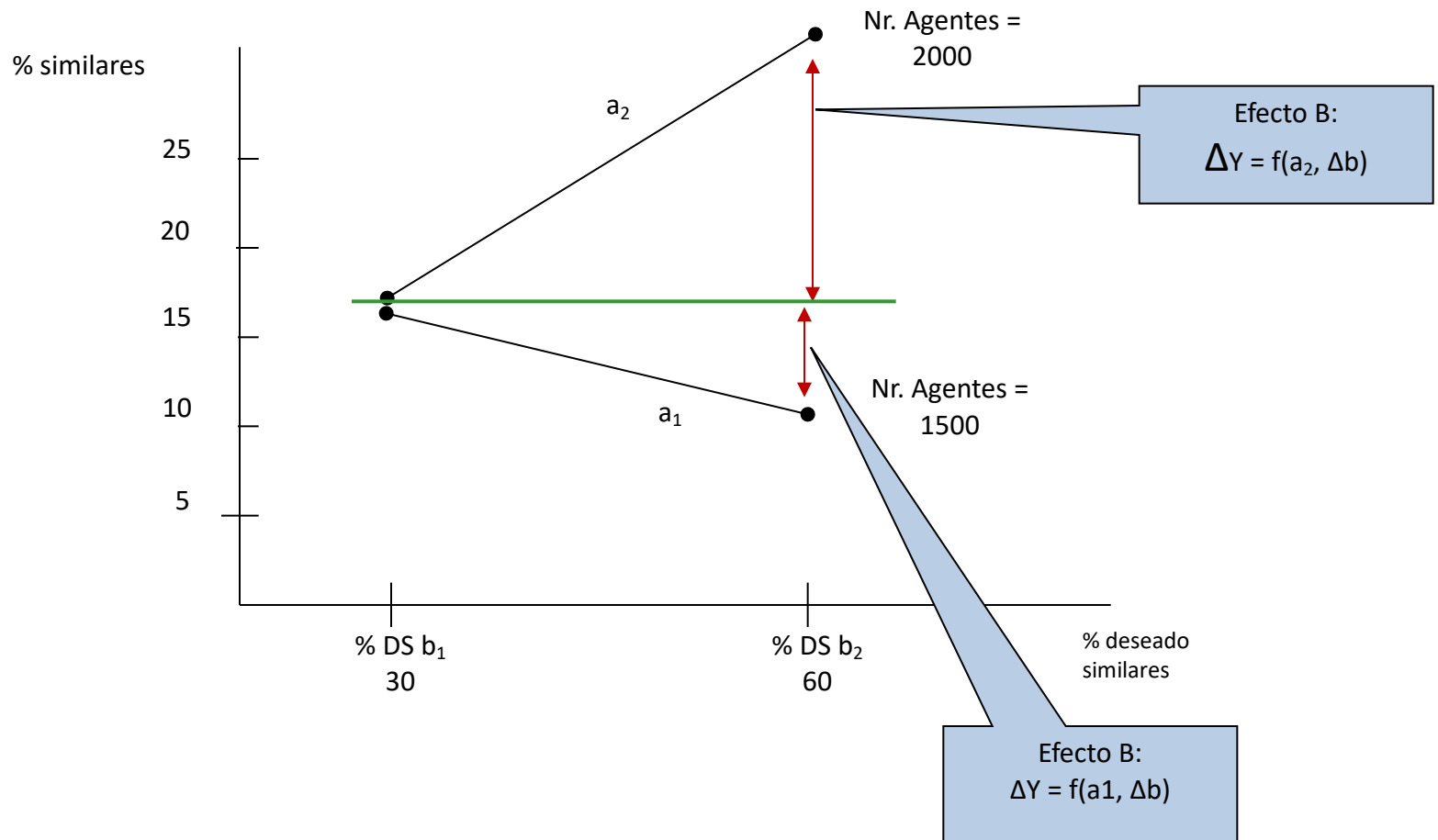
- Experimento: alto control sobre fuentes variación
  - Averiguar lo que causa segregación (modelo de Schelling)
- Factores (tratamientos): fenómeno causa variación
  - Cantidad de agentes, porcentaje deseado de similares
- Niveles de un factor: valores toma cada factor
  - A: Cantidad de agentes
    - $a_1$ : 1500
    - $a_2$ : 2000
  - B : Porcentaje deseado de similares
    - $b_1$ : 30%
    - $b_2$ : 60%
- Respuesta: valor final de Porcentaje similar



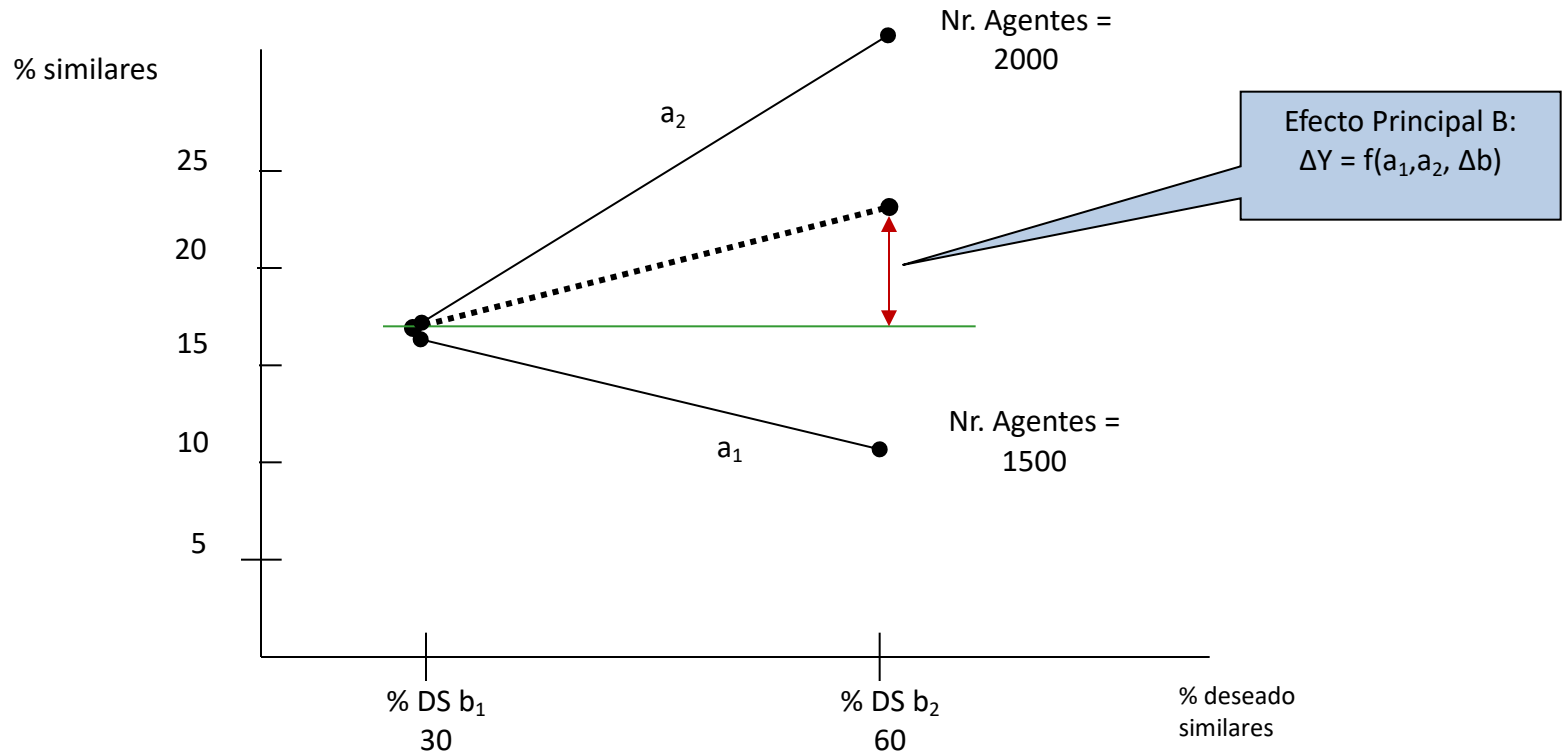
# Conceptos DOE

- Combinación tratamientos: combinación de niveles de tratamientos de todos los factores:
  - $a_1b_1, a_2b_1, a_1b_2, a_2b_2$
- Corrida experimental: realización experimento bajo una combinación tratamiento ( $a_1b_1$ ). Produce una observación.
- Respuesta: variable que se mide en cada réplica de cada corrida
  - $y_{11} = f(a_1b_1)$
  - $y_{11-1} = f(a_1b_1), y_{11-2} = f(a_1b_1), \dots y_{11-n} = f(a_1b_1)$
- Réplicas: varias corridas experimentales para una combinación tratamientos:  $(a_1b_1)_1, (a_1b_1)_2, \dots (a_1b_1)_n$

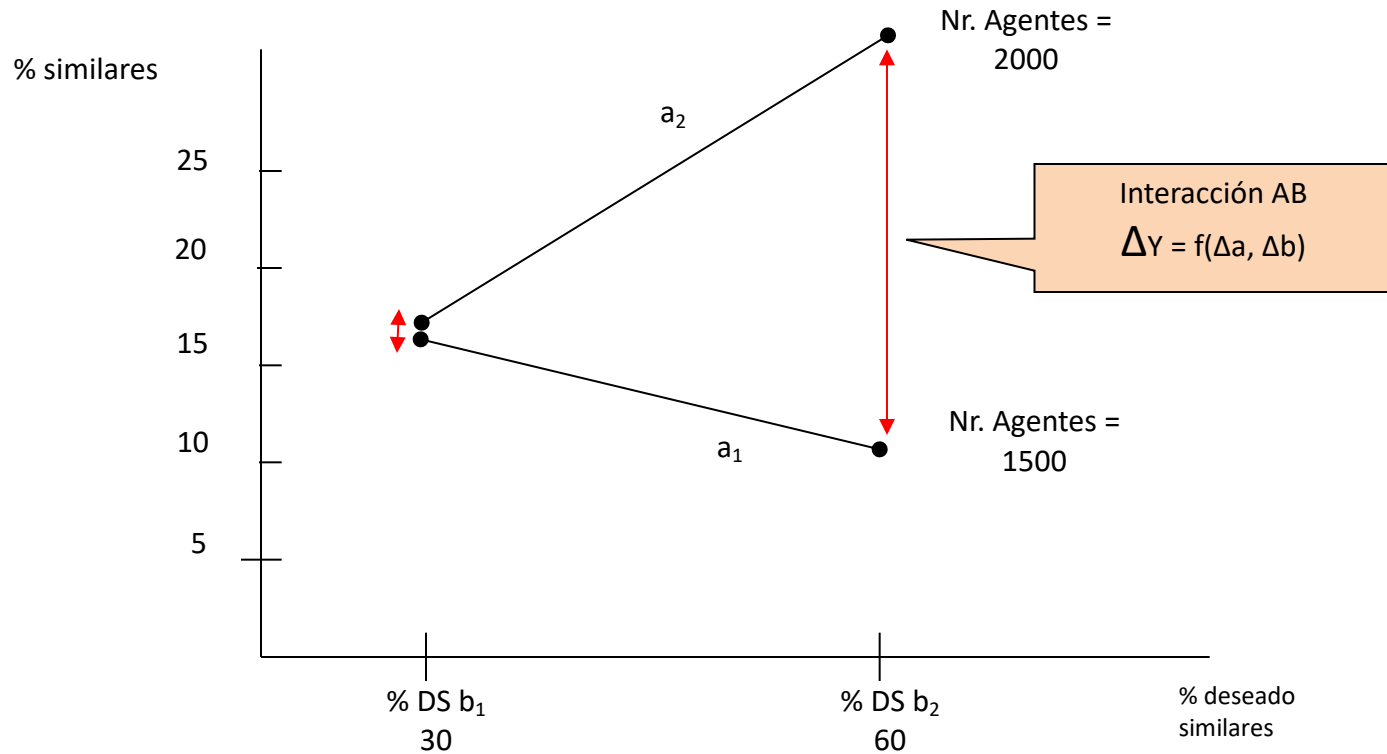
# Conceptos DOE: Efectos Principales



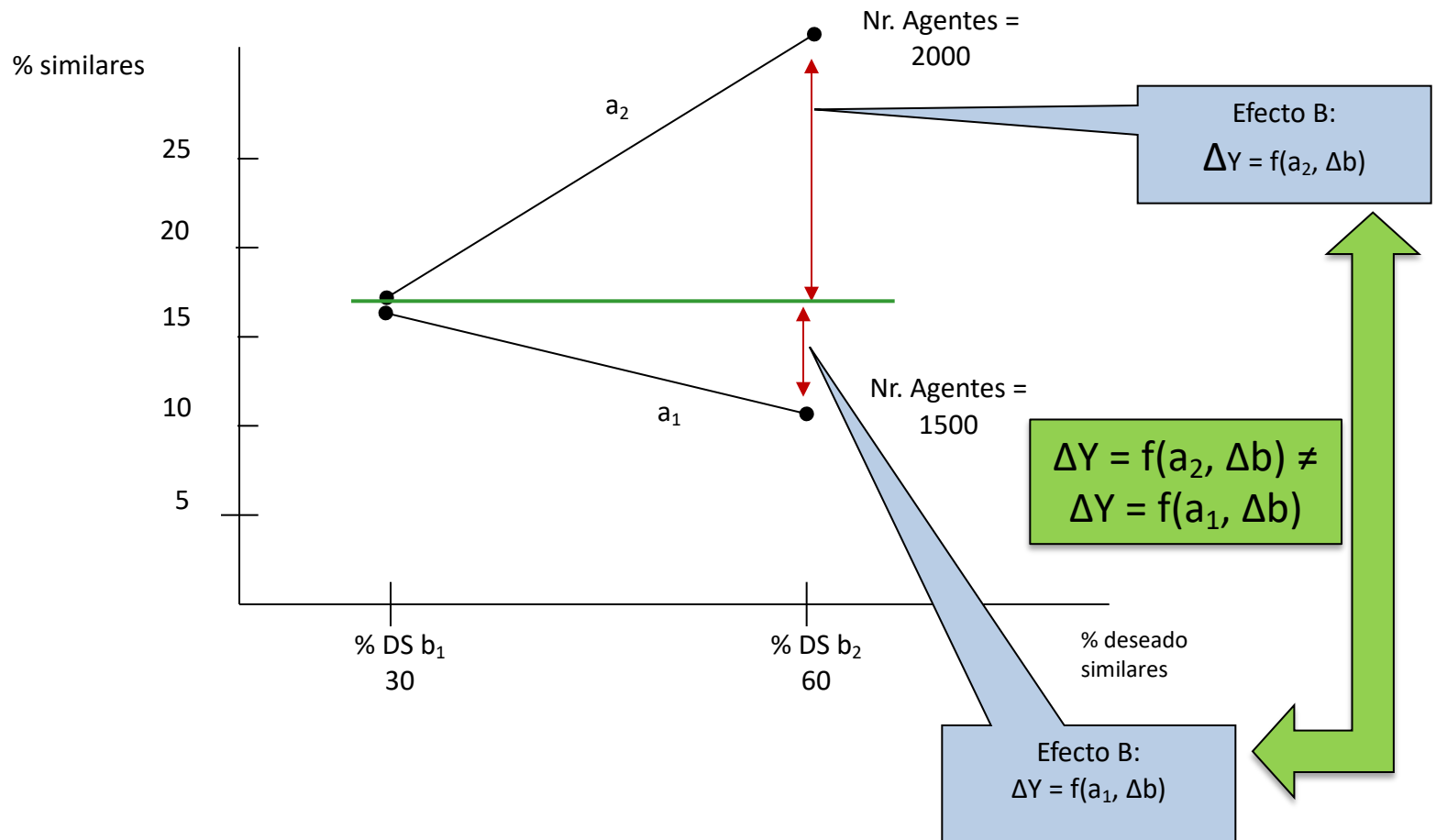
# Conceptos DOE: Efectos Principales



# Conceptos DOE: Interacciones

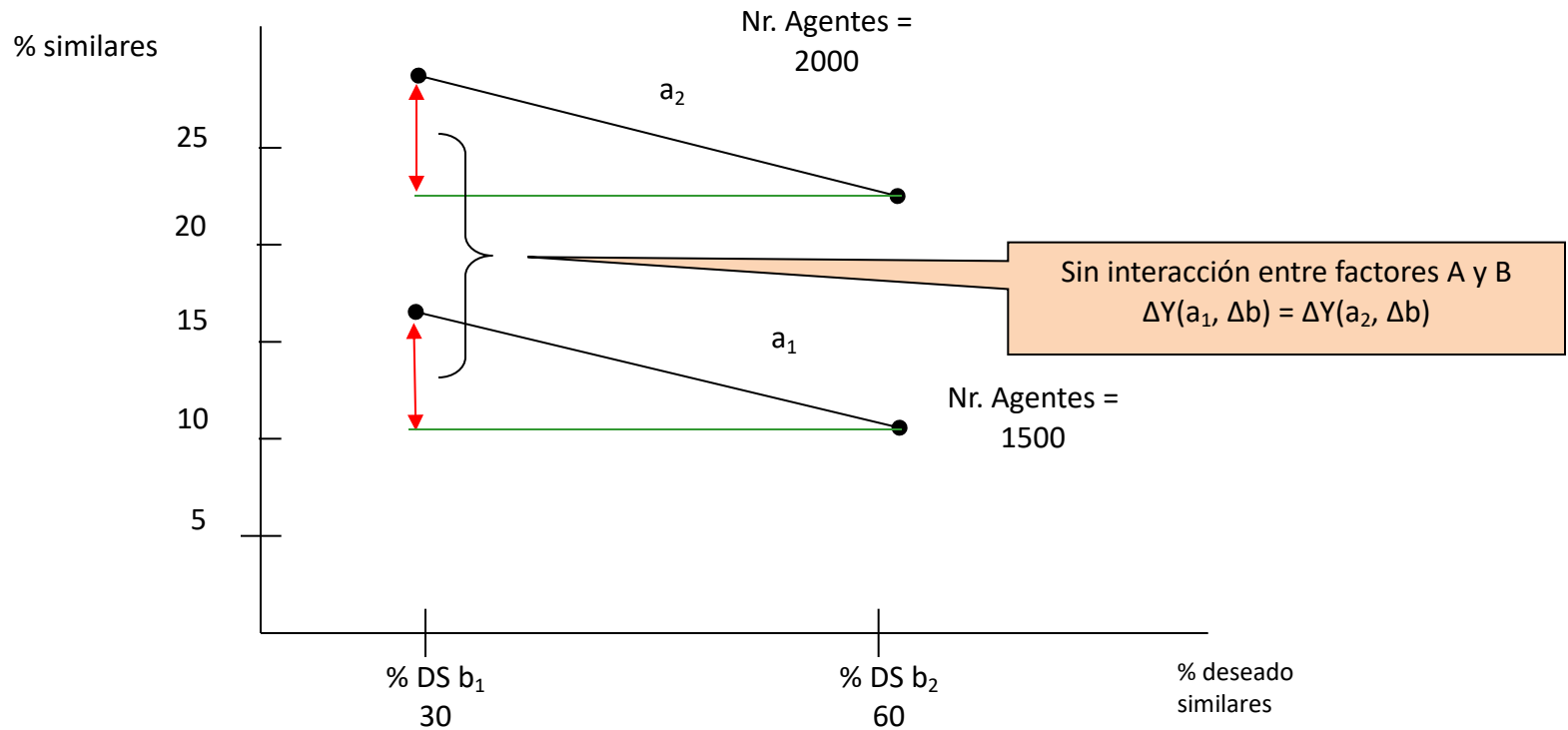


# Conceptos DOE: Interacciones

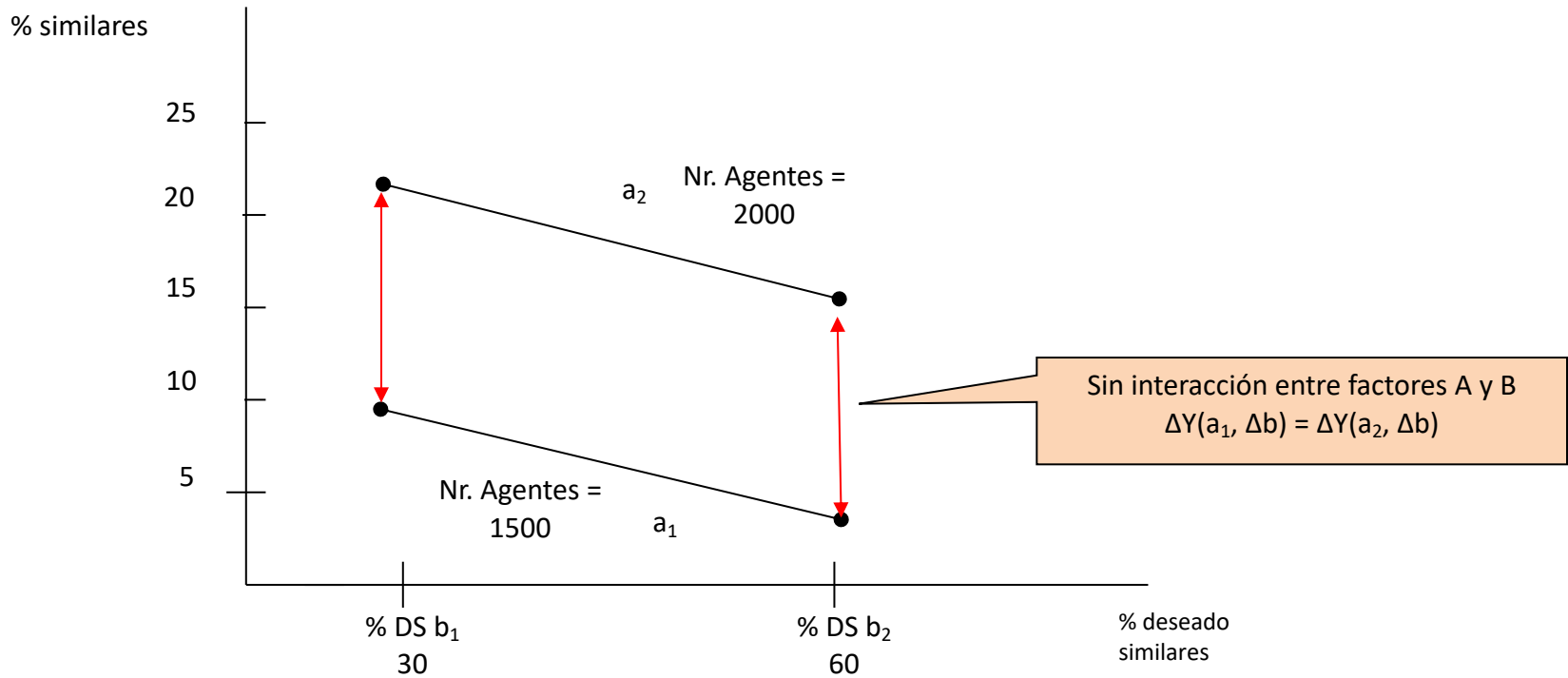




# Conceptos DOE: Interacciones



# Conceptos DOE: Interacciones



# Diseño “1 factor a la vez”

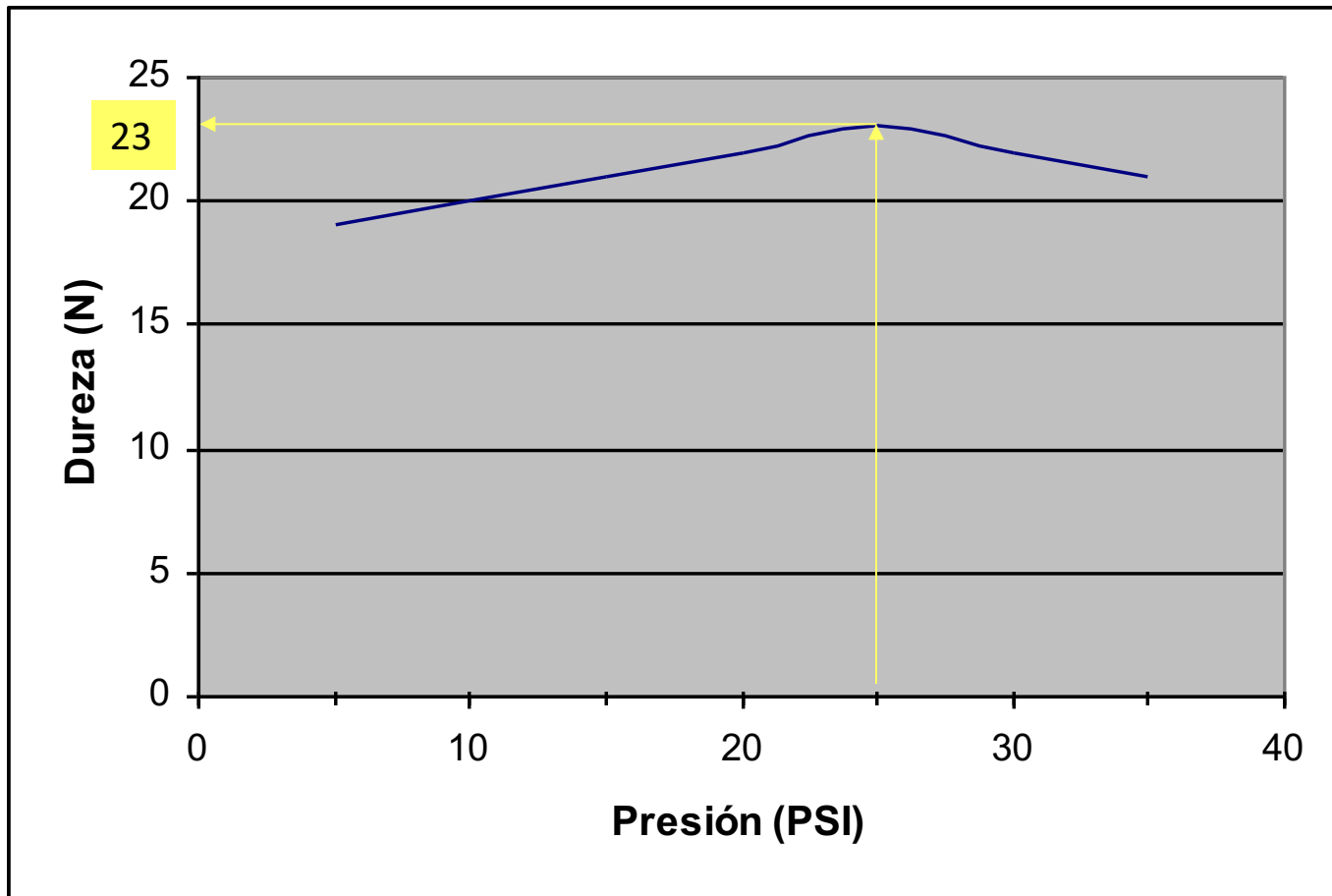
- Se mantienen constantes todos los factores, excepto uno
- Se estudia la respuesta ante la variación de un solo factor a la vez
- Ignora posible interacción entre factores

# Diseño “1 factor a la vez”: Ejemplo

- Se investiga la dureza [N] de una junta unida con pegamento epóxico
- Factores:
  - Presión: 5, 10, 15, 20, 25, 30 y 35 psi
  - Temperatura: 10, 20, 30, 40, 50 y 60 °C
- Corridas:
  - Mantiene temperatura constante a 50 °C y varía presión
  - Mantiene presión constante a 25 psi y varía temperatura

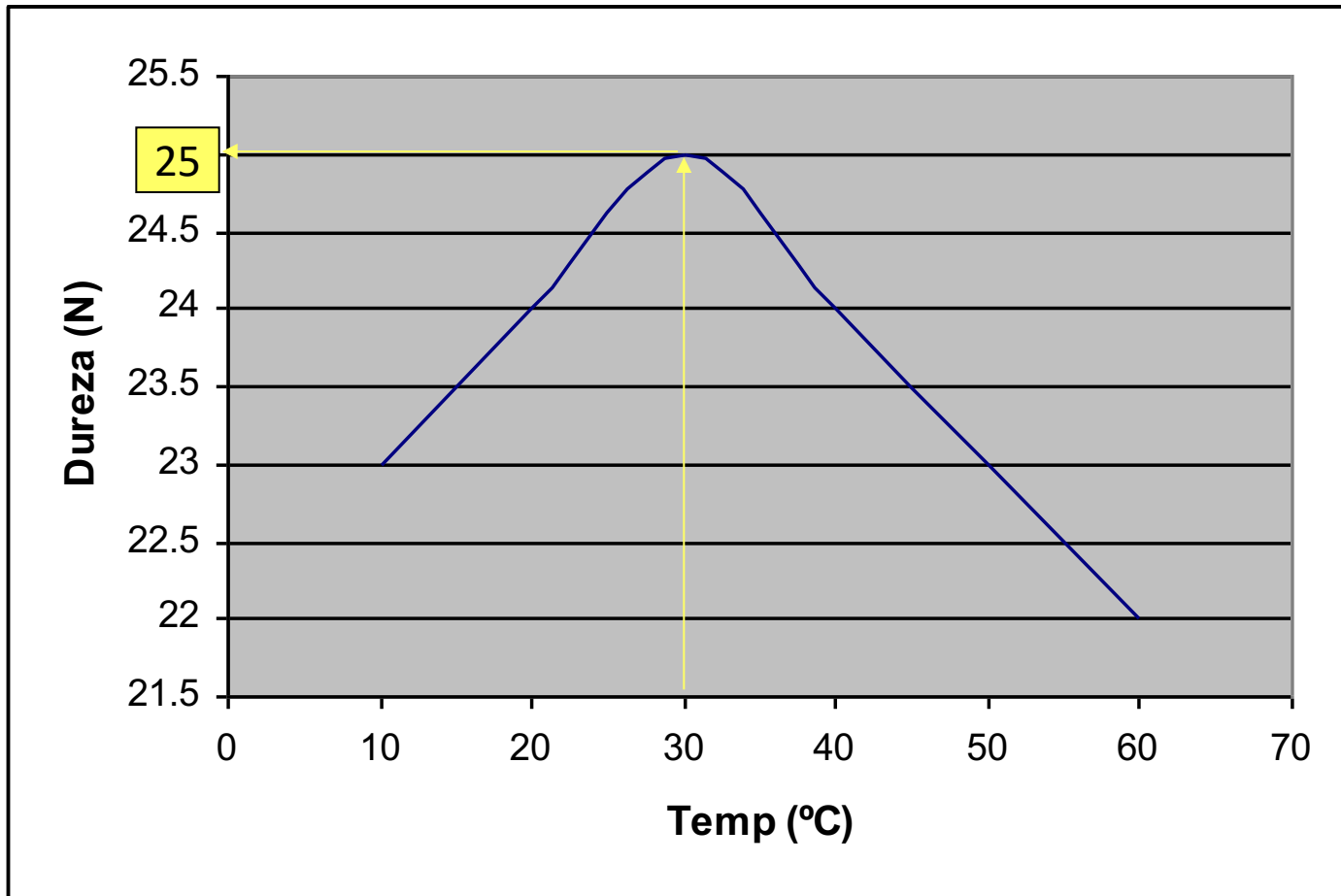
# Diseño “1 factor a la vez”: Ejemplo

Dureza del pegamento epóxico, versus presión, a 50°C



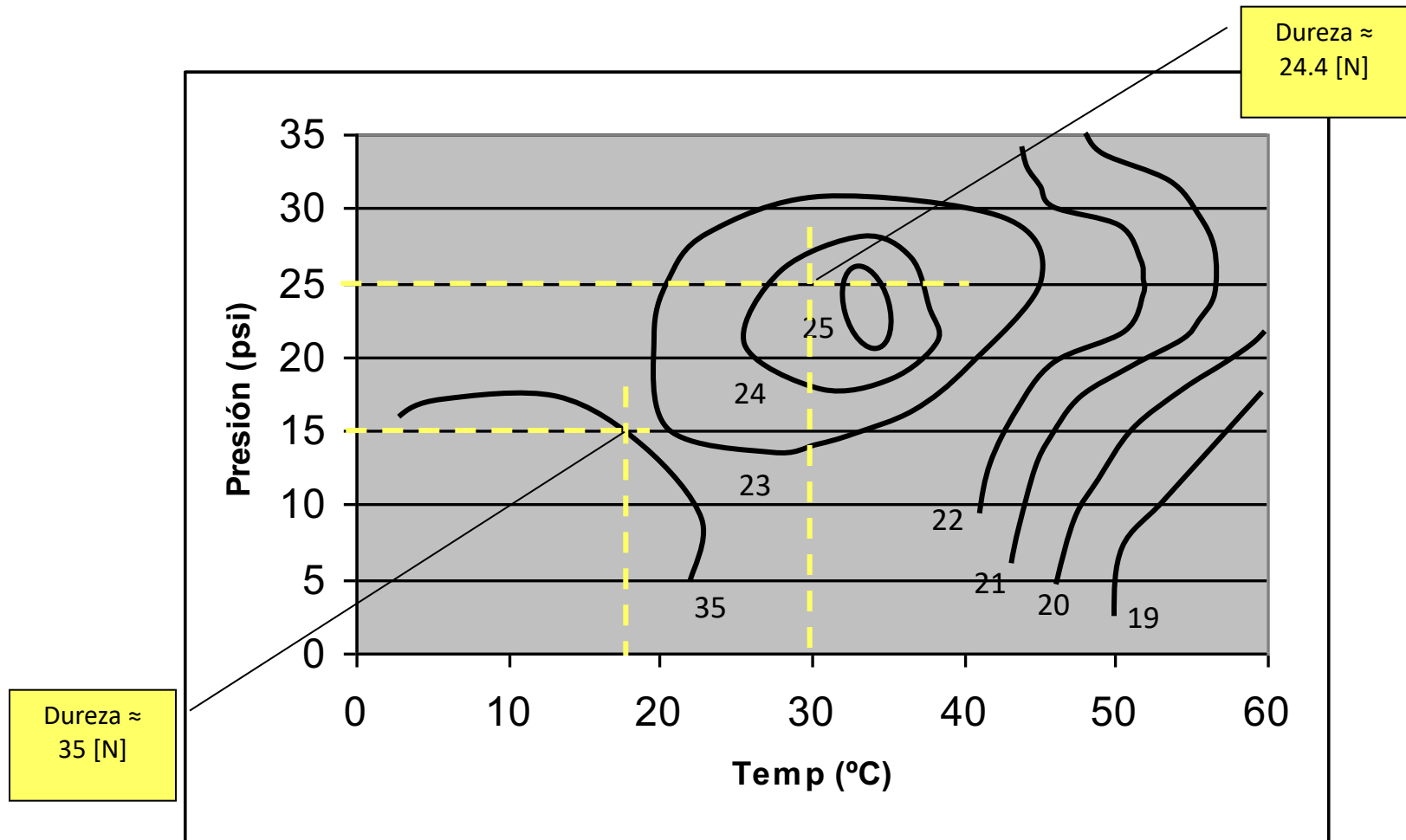
# Diseño “1 factor a la vez”: Ejemplo

Dureza del pegamento epóxico, versus temperatura, a 25 Psi



# Diseño “1 factor a la vez”: Ejemplo

Curvas de nivel de la dureza del pegamento epóxico, versus presión y temperatura



# Diseños con 2 factores a 2 niveles

(IABM Textbook/Chapter 3/Segregation Extensions/Segregation Simple)

- Diseño Factorial  $2^2$

## FACTORES

A : Cantidad de agentes

B : Porcentaje deseado de similares

## NIVELES

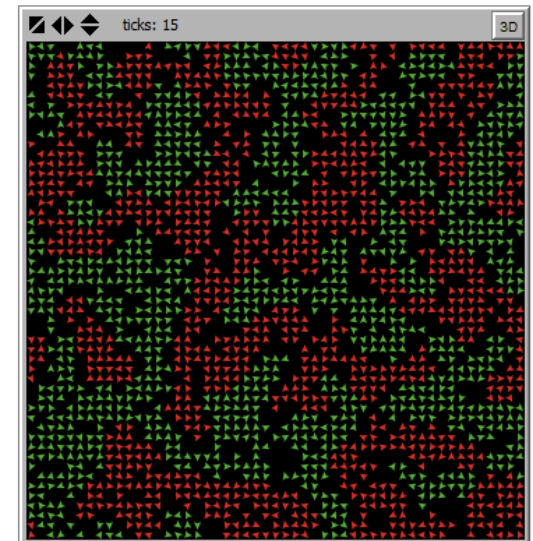
$a_1$  : 1500

$a_2$  : 2000

$b_1$  : 30%

$b_2$  : 60%

**RESPUESTA:** valor final de Porcentaje similar



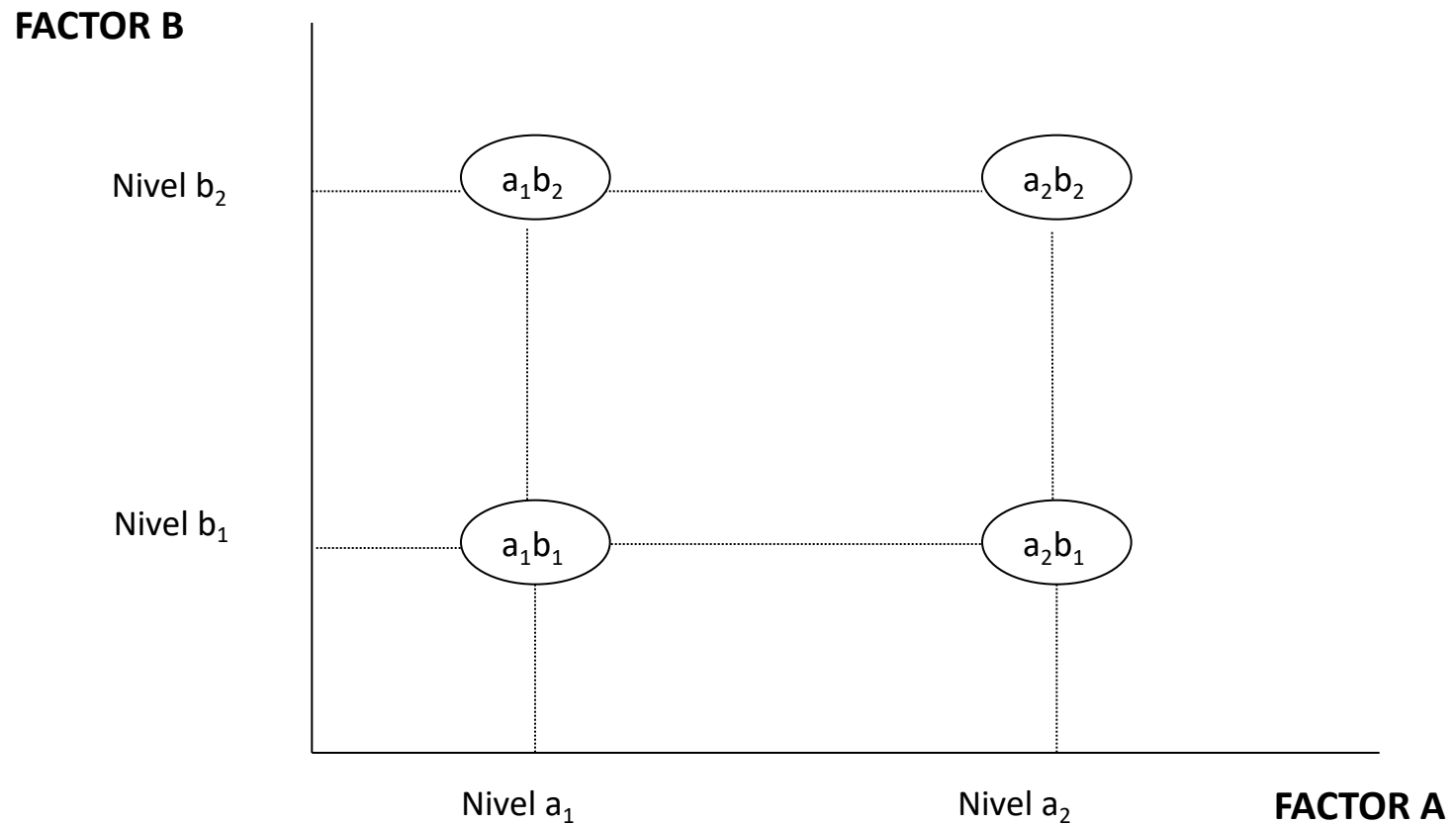


# Diseños con 2 factores a 2 niveles

- Tabla combinaciones de tratamientos

	DISEÑO			
CORRIDA EXPERIMENTAL	FACTOR A	FACTOR B	COMBINACION DE TRATAMIENTOS	RESPUESTA
1	$a_1$	$b_1$	$a_1b_1$	$Y_{11}$
2	$a_2$	$b_1$	$a_2b_1$	$Y_{21}$
3	$a_1$	$b_2$	$a_1b_2$	$Y_{12}$
4	$a_2$	$b_2$	$a_2b_2$	$Y_{22}$

# Diseños con 2 factores a 2 niveles



# Diseños con 2 factores a 2 niveles

- Resultado del experimento (1 réplica)

COMBINACIÓN DE TRATAMIENTOS	RESPUESTA
$a_1b_1$	$Y_{11} = 16$
$a_2b_1$	$Y_{21} = 17$
$a_1b_2$	$Y_{12} = 10$
$a_2b_2$	$Y_{22} = 23$

# Diseños 2<sup>2</sup>: Cálculo efectos

Efecto global promedio:

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{1}{4}(a_1b_1 + a_2b_1 + a_1b_2 + a_2b_2) \\ &= \frac{16 + 17 + 10 + 23}{4} = 16.5 \end{aligned}$$

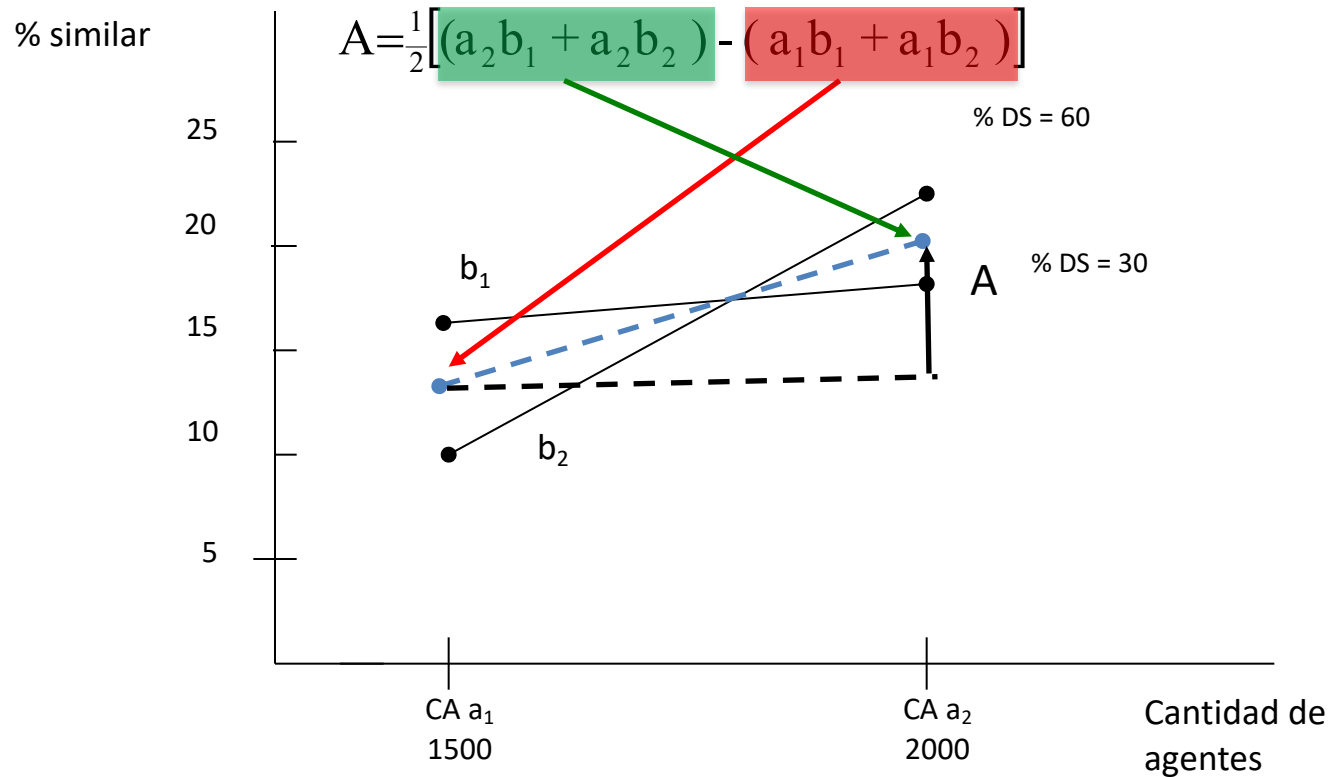
# Diseños 2<sup>2</sup>: Cálculo efectos

Efecto del factor A:

$$A = \frac{1}{2}[(a_2 b_1 + a_2 b_2) - (a_1 b_1 + a_1 b_2)]$$
$$= \frac{17 + 23 - 16 - 10}{2} = 7$$

# Diseños 2<sup>2</sup>: Cálculo efecto A

% similares versus Cantidad de agentes, estratificado por % Deseado Similar



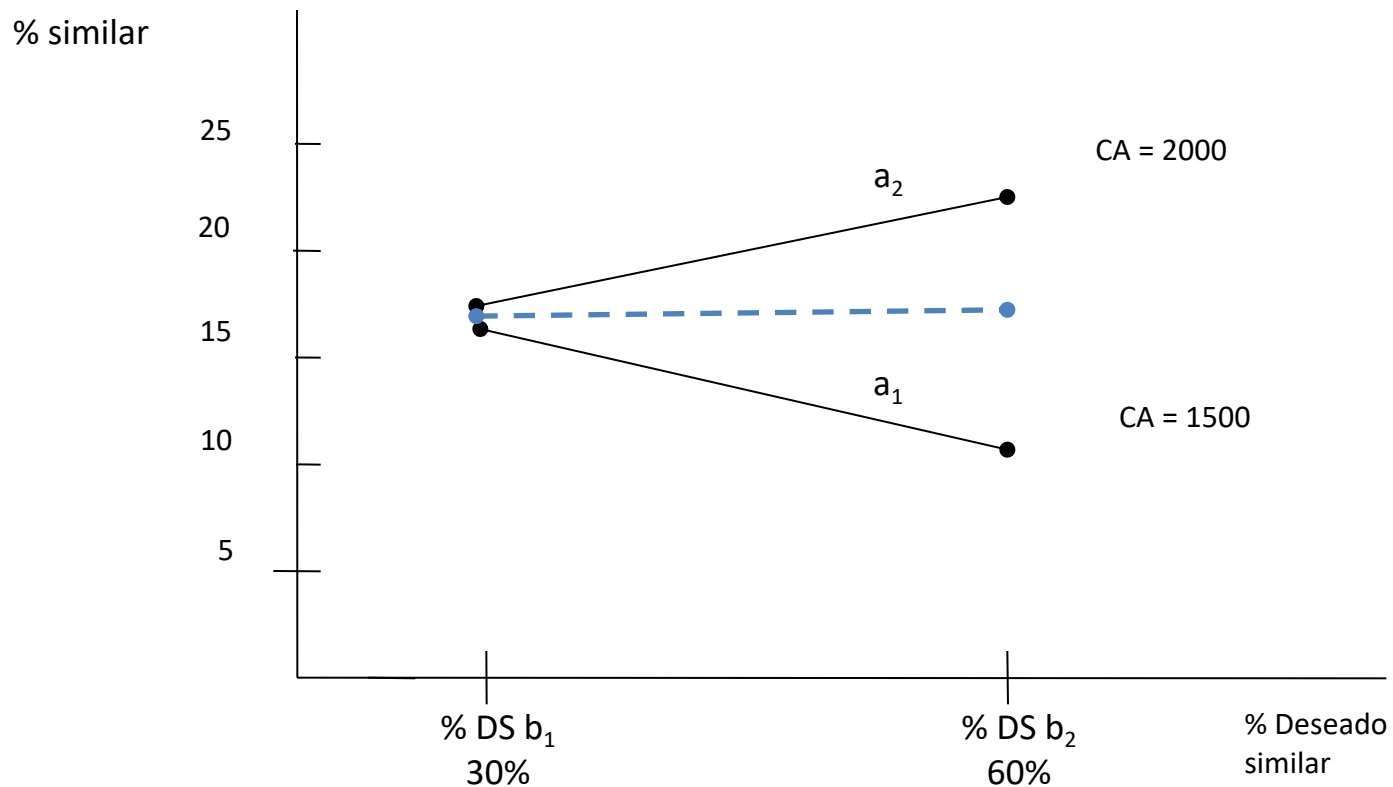
# Diseños 2<sup>2</sup>: Cálculo efectos

**Efecto del factor B:**

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{2} \left[ (a_1 b_2 + a_2 b_2) - (a_1 b_1 + a_2 b_1) \right] \\ &= \frac{10 + 23 - 16 - 17}{2} = 0 \end{aligned}$$

# Diseños 2<sup>2</sup>: Cálculo efecto B

% similares versus % Deseado Similar, estratificado por Cantidad de agentes





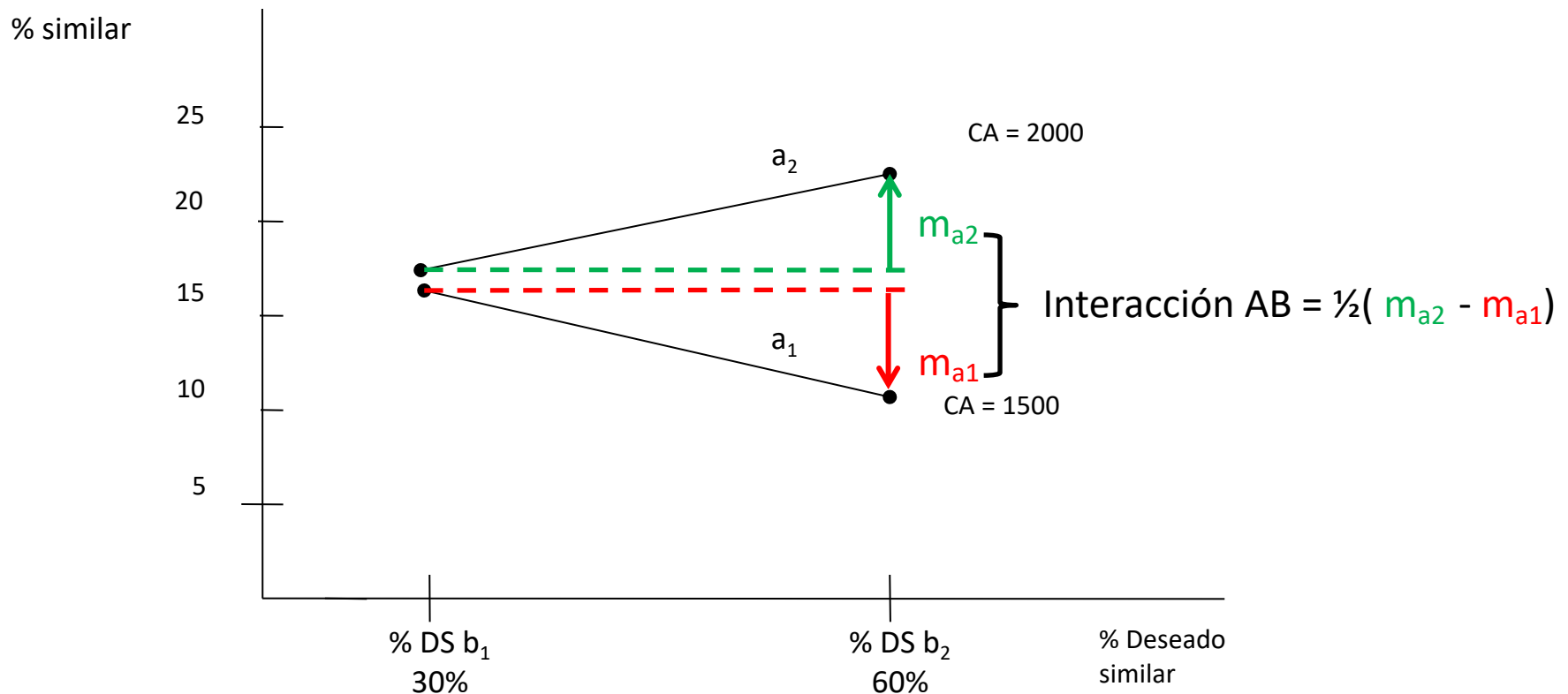
# Diseños 2<sup>2</sup>: Cálculo efectos

Efecto de la interacción AB:

$$AB = \frac{1}{2}[(a_2b_2 - a_2b_1) - (a_1b_2 - a_1b_1)]$$
$$= \frac{23 - 17 - 10 + 16}{2} = 6$$

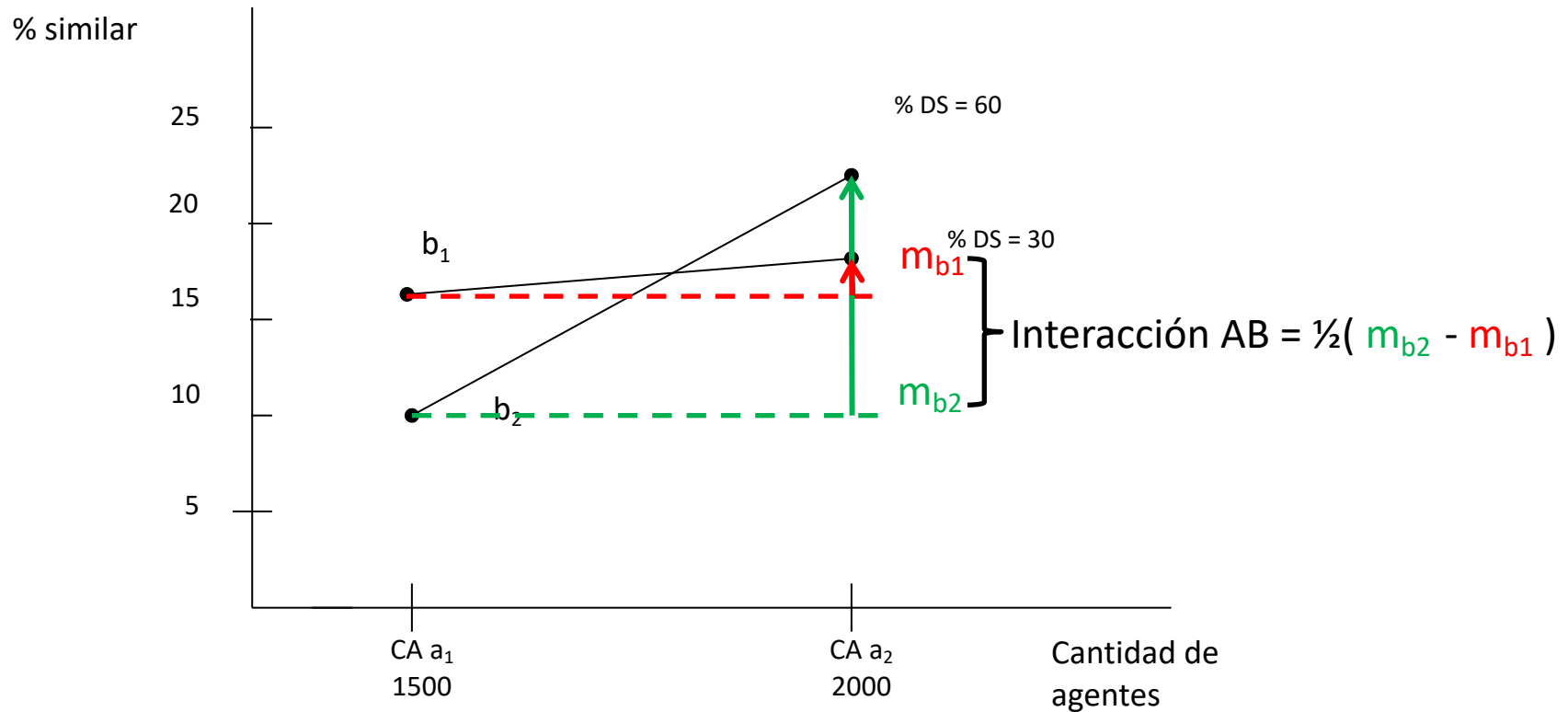
# Diseños 2<sup>2</sup>: Diagramas Interacción

% similares versus % Deseado Similar, estratificado por Cantidad de agentes



# Diseños 2<sup>2</sup>: Diagramas Interacción

% similares versus Cantidad de agentes, estratificado por % Deseado Similar



# Diseños $2^2$ : Matriz de diseño

	EFECTO			
RESPUESTA	1	A	B	AB
$a_1b_1$	+	-	-	+
$a_2b_1$	+	+	-	-
$a_1b_2$	+	-	+	-
$a_2b_2$	+	+	+	+

Multiplicación efectos:

$$A \times B = (-, +, -, +) \times (-, -, +, +) = (+, -, -, +) = AB$$

$$A \times 1 = A$$

$$B \times 1 = B$$

$$AB \times 1 = AB$$

# Diseños 2<sup>2</sup>: Tabla de Respuestas

COMPONENTE	IDENTIDAD	Cant. agentes		% D. similar		INTERACCION	
	1	A		B		AB	
a <sub>1</sub> b <sub>1</sub>	16	16		16		16	
a <sub>2</sub> b <sub>1</sub>	17		17	17		17	
a <sub>1</sub> b <sub>2</sub>	10	10		10		10	
a <sub>2</sub> b <sub>2</sub>	23		23	23		23	
TOTAL	66	26	40	33	33	27	39
VERIFICACION	66		66		66		66
FACTOR		-1	+1	-1	+1	-1	+1
NETO	66		14		0		12
DIVISOR	4		2		2		2
EFFECTO	16.5		7		0		6
RANGO			1		3		2

Comúnmente se pone el valor absoluto, pero yo prefiero poner el valor real

# Diseños con 3 factores a 2 niveles

- Diseño Factorial  $2^3$

## FACTORES

A : Cantidad de agentes

B : Porcentaje deseado de similares

C : Número de etnias

## NIVELES

$a_1$  : 1500

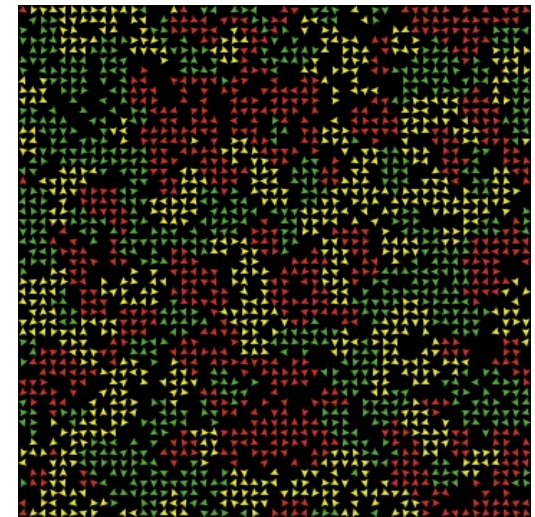
$a_2$  : 2000

$b_1$  : 30%

$b_2$  : 60%

$c_1$  : 2

$c_2$  : 3



**Respuesta:** valor final de Porcentaje similar

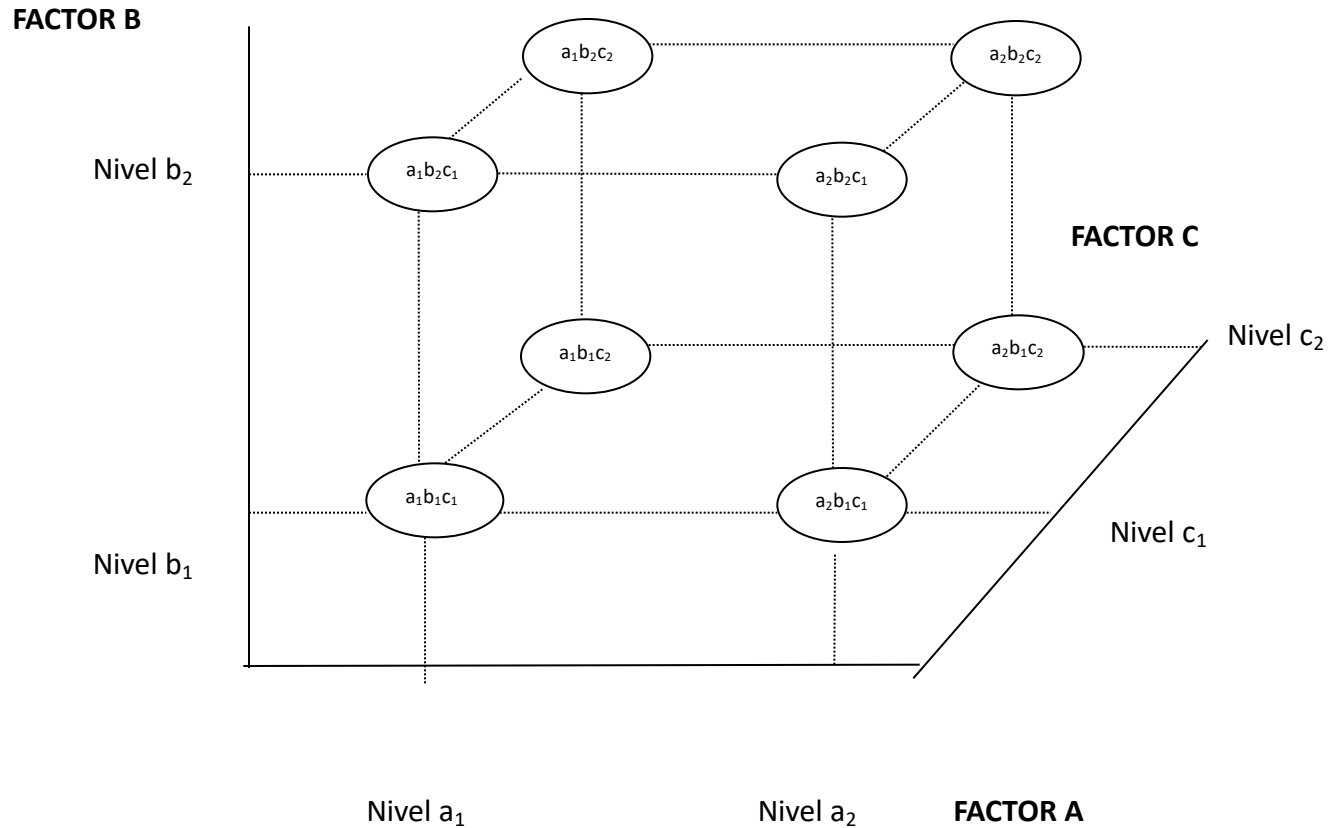
(IABM Textbook/Chapter 3/Segregation  
Extensions/Segregation Simple Extension 1)

# Diseños con 3 factores a 2 niveles

- Tabla combinaciones de tratamientos

CORRIDA EXPERIMENTAL	COMBINACION DE TRATAMIENTOS	RESPUESTA
1	$a_1b_1c_1$	$Y_{111}$
2	$a_2b_1c_1$	$Y_{211}$
3	$a_1b_2c_1$	$Y_{121}$
4	$a_2b_2c_1$	$Y_{221}$
5	$a_1b_1c_2$	$Y_{112}$
6	$a_2b_1c_2$	$Y_{212}$
7	$a_1b_2c_2$	$Y_{122}$
8	$a_2b_2c_2$	$Y_{222}$

# Diseños con 3 factores a 2 niveles





# Diseños con 3 factores a 2 niveles

- Resultado del experimento (1 réplica)

COMBINACION DE TRATAMIENTOS	% similar (y)
$a_1b_1c_1$	49
$a_2b_1c_1$	43
$a_1b_2c_1$	69
$a_2b_2c_1$	67
$a_1b_1c_2$	46
$a_2b_1c_2$	23
$a_1b_2c_2$	66
$a_2b_2c_2$	61

# Diseños 2<sup>3</sup>: Cálculo efectos

Efecto global promedio:

$$\begin{aligned} l &= \frac{1}{8}(a_1b_1c_1 + a_2b_1c_1 + \dots + a_2b_2c_2) \\ &= \frac{49 + 43 + \dots + 61}{8} = 53.0 \end{aligned}$$

# Diseños 2<sup>3</sup>: Cálculo efectos

**Efecto del factor A:**

$$A = \frac{1}{4} ( a_2b_1c_1 + a_2b_2c_1 + a_2b_1c_2 + a_2b_2c_2 - a_1b_1c_1 - a_1b_2c_1 - a_1b_1c_2 - a_1b_2c_2 )$$

$$A = \frac{1}{4} ( \textcolor{red}{a}_2b_1c_1 + \textcolor{red}{a}_2b_2c_1 + \textcolor{red}{a}_2b_1c_2 + \textcolor{red}{a}_2b_2c_2 - \textcolor{green}{a}_1b_1c_1 - \textcolor{green}{a}_1b_2c_1 - \textcolor{green}{a}_1b_1c_2 - \textcolor{green}{a}_1b_2c_2 )$$

$$A = \frac{1}{4} ( \textcolor{red}{a}_2b_1c_1 + \textcolor{red}{a}_2b_2c_1 + \textcolor{red}{a}_2b_1c_2 + \textcolor{red}{a}_2b_2c_2 ) - \frac{1}{4} ( \textcolor{green}{a}_1b_1c_1 + \textcolor{green}{a}_1b_2c_1 + \textcolor{green}{a}_1b_1c_2 + \textcolor{green}{a}_1b_2c_2 ) = \frac{1}{4} ( \textcolor{red}{a}_2 - \textcolor{green}{a}_1 ) (b_2 + b_1) (c_2 + c_1)$$

# Diseños 2<sup>3</sup>: Cálculo efectos

**Efecto del factor B:**

$$B = \frac{1}{4} ( a_1 b_2 c_1 + a_2 b_2 c_1 + a_1 b_2 c_2 + a_2 b_2 c_2 - a_1 b_1 c_1 - a_2 b_1 c_1 - a_1 b_1 c_2 - a_2 b_1 c_2 )$$

$$B = \frac{1}{4} ( a_1 \mathbf{b}_2 c_1 + a_2 b_2 c_1 + a_1 \mathbf{b}_2 c_2 + a_2 \mathbf{b}_2 c_2 - a_1 \mathbf{b}_1 c_1 - a_2 \mathbf{b}_1 c_1 - a_1 \mathbf{b}_1 c_2 - a_2 \mathbf{b}_1 c_2 )$$

$$B = \frac{1}{4} ( a_1 \mathbf{b}_2 c_1 + a_2 b_2 c_1 + a_1 \mathbf{b}_2 c_2 + a_2 \mathbf{b}_2 c_2 ) - \frac{1}{4} ( a_1 \mathbf{b}_1 c_1 + a_2 \mathbf{b}_1 c_1 + a_1 \mathbf{b}_1 c_2 + a_2 \mathbf{b}_1 c_2 ) = \frac{1}{4} ( a_2 + a_1 ) ( \mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1 ) ( c_2 + c_1 )$$

# Diseños 2<sup>3</sup>: Cálculo efectos

**Efecto del factor C:**

$$C = \frac{1}{4} ( a_1b_1c_2 + a_2b_1c_2 + a_1b_2c_2 + a_2b_2c_2 - a_1b_1c_1 - a_2b_1c_1 - a_1b_2c_1 - a_2b_2c_1 )$$

$$C = \frac{1}{4} ( a_1b_1\textcolor{red}{c}_2 + a_2b_1\textcolor{red}{c}_2 + a_1b_2\textcolor{red}{c}_2 + a_2b_2\textcolor{red}{c}_2 - a_1b_1\textcolor{green}{c}_1 - a_2b_1\textcolor{green}{c}_1 - a_1b_2\textcolor{green}{c}_1 - a_2b_2\textcolor{green}{c}_1 )$$

$$C = \frac{1}{4} ( a_1b_1\textcolor{red}{c}_2 + a_2b_1\textcolor{red}{c}_2 + a_1b_2\textcolor{red}{c}_2 + a_2b_2\textcolor{red}{c}_2 ) - \frac{1}{4} ( a_1b_1\textcolor{green}{c}_1 + a_2b_1\textcolor{green}{c}_1 + a_1b_2\textcolor{green}{c}_1 + a_2b_2\textcolor{green}{c}_1 ) = \frac{1}{4} ( a_2 + a_1 ) ( b_2 + b_1 ) ( \textcolor{red}{c}_2 - \textcolor{green}{c}_1 )$$

# Diseños $2^3$ : Cálculo efectos

## Interacciones AB, AC, BC, ABC

Se usa la matriz de diseño y se puede establecer las fórmulas usando algebra de efectos:

$$A \times B = AB$$

$$A \times C = AC$$

$$B \times C = BC$$

$$A \times B \times C = ABC$$

# Diseños $2^3$ : Matriz de diseño

COMBINACION DE TRATAMIENTOS	CONTRASTES							
	1	A	B	AB	C	AC	BC	ABC
$a_1b_1c_1$	+	-	-	+	-	+	+	-
$a_2b_1c_1$	+	+	-	-	-	-	+	+
$a_1b_2c_1$	+	-	+	-	-	+	-	+
$a_2b_2c_1$	+	+	+	+	-	-	-	-
$a_1b_1c_2$	+	-	-	+	+	-	-	+
$a_2b_1c_2$	+	+	-	-	+	+	-	-
$a_1b_2c_2$	+	-	+	-	+	-	+	-
$a_2b_2c_2$	+	+	+	+	+	+	+	+

# Diseños 2<sup>3</sup>: Cálculo efectos

Interacción AB:

$$AB = \frac{1}{4} \begin{matrix} & + & - & - & + & + & - \\ (a_1b_1c_1 - a_2b_1c_1 - a_1b_2c_1 + a_2b_2c_1 + a_1b_1c_2 - a_2b_1c_2 - \\ a_1b_2c_2 + a_2b_2c_2) \\ - & + \end{matrix}$$

$$AB = \frac{1}{4} [ ( \textcolor{red}{a}_2 - \textcolor{green}{a}_1 ) ( \textcolor{blue}{b}_2 - \textcolor{blue}{b}_1 ) (c_2 + c_1) ]$$

$$AB = \frac{1}{4} \{ [ ( \textcolor{red}{a}_2 \textcolor{blue}{b}_2 c_1 + \textcolor{red}{a}_2 \textcolor{blue}{b}_2 c_2 ) - ( \textcolor{green}{a}_1 \textcolor{blue}{b}_2 c_1 + \textcolor{green}{a}_1 \textcolor{blue}{b}_2 c_2 ) ] - [ ( \textcolor{red}{a}_2 \textcolor{blue}{b}_1 c_1 + \textcolor{red}{a}_2 \textcolor{blue}{b}_1 c_2 ) - ( \textcolor{green}{a}_1 \textcolor{blue}{b}_1 c_1 + \textcolor{green}{a}_1 \textcolor{blue}{b}_1 c_2 ) ] \}$$



# Diseños $2^3$ : Cálculo efectos

Interacción BC, AC y ABC:

$$BC = \frac{1}{4} [ (a_2 + a_1) (\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1) (\mathbf{c}_2 - \mathbf{c}_1) ]$$

$$AC = \frac{1}{4} [ (\mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1) (b_2 + b_1) (\mathbf{c}_2 - \mathbf{c}_1) ]$$

$$ABC = \frac{1}{4} [ (\mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1) (\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1) (\mathbf{c}_2 - \mathbf{c}_1) ]$$

# Diseños 2<sup>3</sup>: Tabla de Respuestas

COMPO- NENTE	1	A		B		AB		C		AC		BC		ABC	
a <sub>1</sub> b <sub>1</sub> c <sub>1</sub>	49	49		49			49	49			49		49	49	
a <sub>2</sub> b <sub>1</sub> c <sub>1</sub>	43		43	43		43		43		43			43		43
a <sub>1</sub> b <sub>2</sub> c <sub>1</sub>	69	69			69	69		69			69	69			69
a <sub>2</sub> b <sub>2</sub> c <sub>1</sub>	67		67		67		67	67		67		67		67	
a <sub>1</sub> b <sub>1</sub> c <sub>2</sub>	46	46		46			46		46	46		46			46
a <sub>2</sub> b <sub>1</sub> c <sub>2</sub>	23		23	23		23			23		23	23		23	
a <sub>1</sub> b <sub>2</sub> c <sub>2</sub>	66	66			66	66			66	66			66	66	
a <sub>2</sub> b <sub>2</sub> c <sub>2</sub>	61		61		61		61		61		61		61		61
TOTAL	424	230	194	161	263	201	223	228	196	222	202	205	219	205	219
VERIF.			424		424		424		424		424		424		424
FACTOR	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
NETO	424		- 36		102		22		- 32		- 20		14		14
DIVISOR	8		4		4		4		4		4		4		4
EFFECTO	53.0		-9.0		25.5		5.5		-8.0		-5.0		3.5		3.5
RANGO			2		1		4		3		5		6		6

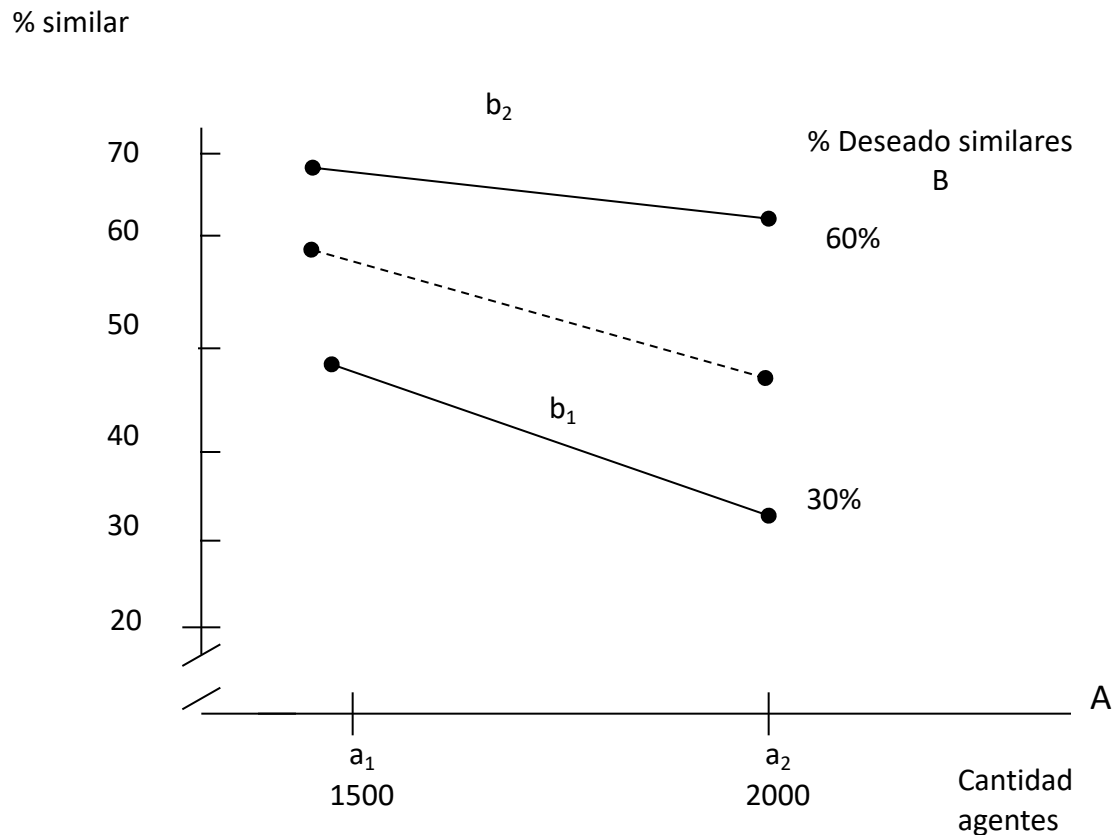
Comúnmente se pone el valor absoluto, pero yo prefiero poner el valor real

# Diseños 2<sup>3</sup>: Diagramas Interacción

COMBINACION DE	1	AB				BC				AC			
TRATAMIENTO		a <sub>1</sub> b <sub>1</sub>	a <sub>2</sub> b <sub>1</sub>	a <sub>1</sub> b <sub>2</sub>	a <sub>2</sub> b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub> c <sub>1</sub>	b <sub>2</sub> c <sub>1</sub>	b <sub>1</sub> c <sub>2</sub>	b <sub>2</sub> c <sub>2</sub>	a <sub>1</sub> c <sub>1</sub>	a <sub>2</sub> c <sub>1</sub>	a <sub>1</sub> c <sub>2</sub>	a <sub>2</sub> c <sub>2</sub>
a <sub>1</sub> b <sub>1</sub> c <sub>1</sub>	49	49				49				49			
a <sub>2</sub> b <sub>1</sub> c <sub>1</sub>	43		43			43					43		
a <sub>1</sub> b <sub>2</sub> c <sub>1</sub>	69			69			69			69			
a <sub>2</sub> b <sub>2</sub> c <sub>1</sub>	67				67		67				67		
a <sub>1</sub> b <sub>1</sub> c <sub>2</sub>	46	46						46				46	
a <sub>2</sub> b <sub>1</sub> c <sub>2</sub>	23		23					23					23
a <sub>1</sub> b <sub>2</sub> c <sub>2</sub>	66			66					66			66	
a <sub>2</sub> b <sub>2</sub> c <sub>2</sub>	61				61				61				61
TOTAL	424	95	66	135	128	92	136	69	127	118	110	112	84
VERIFICACION					424				424				424
PROMEDIO	53.0	47.5	33.0	67.5	64.0	46.0	68.0	34.5	63.5	59.0	55.0	56.0	42.0

# Diseños $2^3$ : Diagramas Interacción

**% similares versus Cantidad de agentes, estratificado por % Deseado Similar**

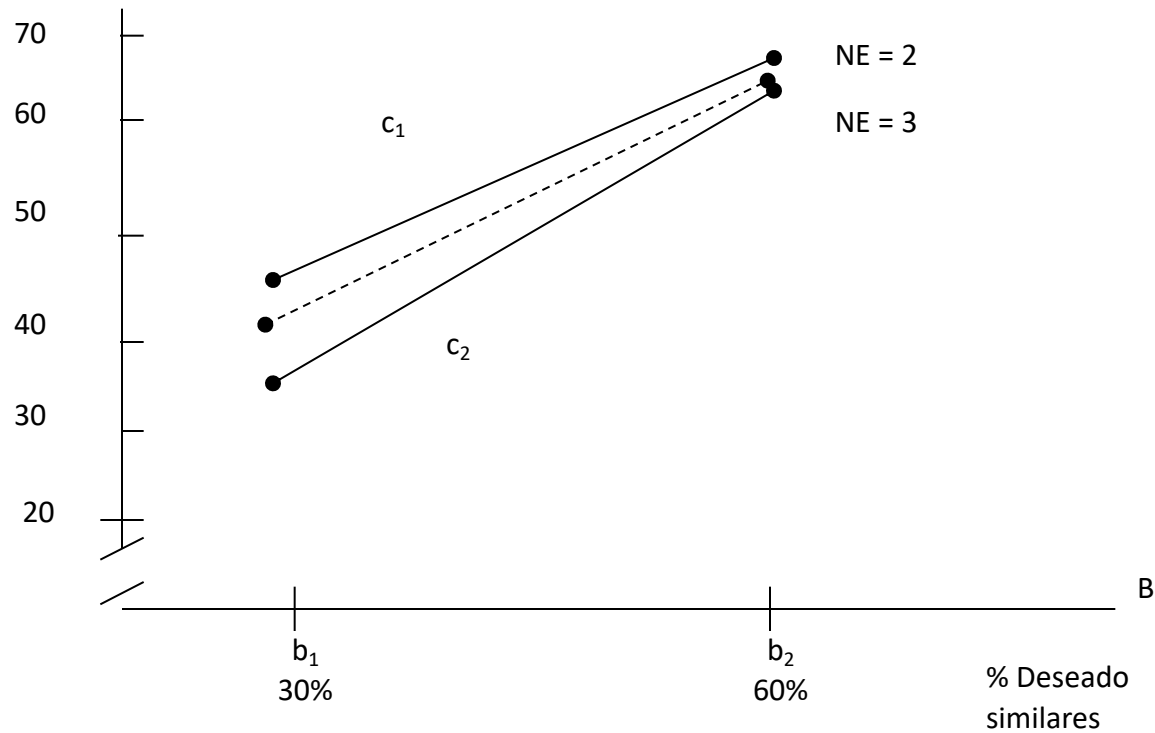


# Diseños 2<sup>3</sup>: Diagramas Interacción

% similares versus % Deseado Similar, estratificado por Nro. de etnias

% similar

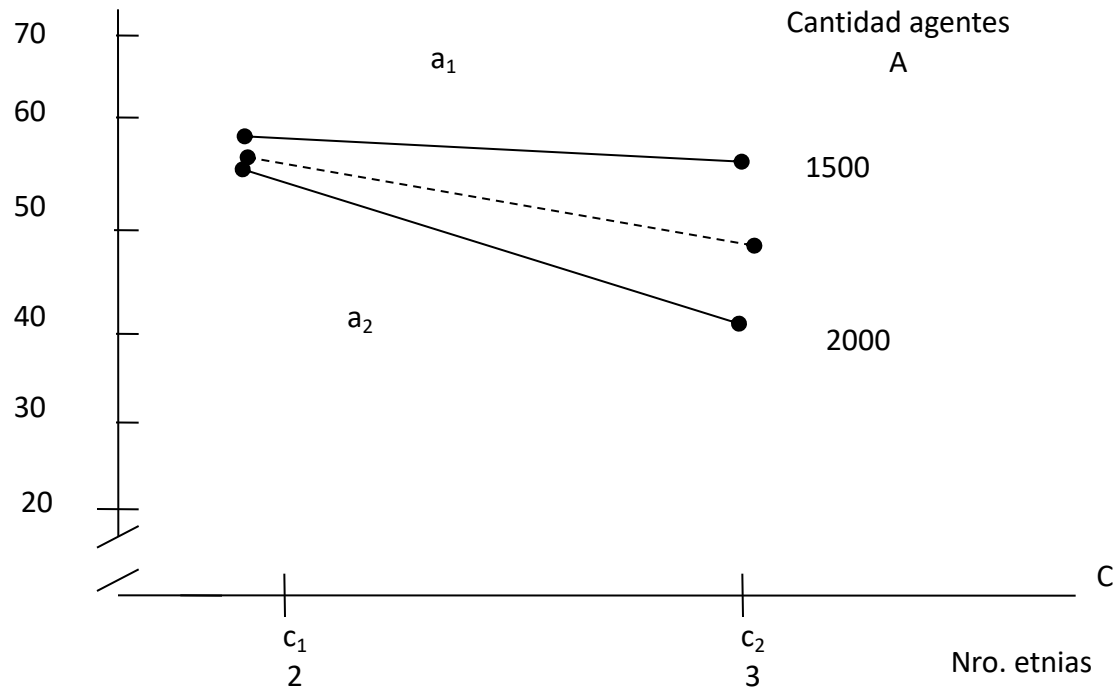
Nro. Etnias C



# Diseños $2^3$ : Diagramas Interacción

% similares versus Nro. de etnias, estratificado por Cantidad de agentes

% similar



# Ejercicio

## Entregable:

1. Use el modelo seleccionado para la tarea anterior
2. Reproduzca los análisis vistos para Diseños  $2^2$  y  $2^3$  e interprete tamaño efectos y diagramas de interacción
3. Ocupe una cantidad adecuada de réplicas (entre 5 y 20)
4. Elabore una presentación de *10* minutos y venga preparado para exponer
5. TODOS los miembros de los grupos deben poder exponer: se seleccionará aleatoriamente al expositor/es
6. Entregue una copia impresa de la presentación, con un tamaño adecuado para que pueda ser leída (2 diapositivas por página, por ambas caras)