Eduardo Tsuyoshi Hashimoto nº 6519136

8.0

1.a) Temos que $f \circ f(x)$ é bijetora, pois a função identidade é bijetora.
Chamando $f(x)$ de a, temos que $f(a)$ continua e bijetora e portanto toda involução é bijetora.

?

b) i. $f(t) = t$, então $at + b = t$, o que ocorre quando $a = 1$ e $b = 0$.
Nesse caso todo par ordenado $\{x, y\}$ é um ponto fixo da função.

ii.) Fazendo $f \circ f(t) = a(at + b) + b$
$= a^2 t + ab + b$, assim para que seja uma involução
$a^2 = 1$ e $ab + b = 0$
Daí $a = \pm 1$ e $b = 0$.
Para esses valores a função é uma involução

iii.) Dos valores obtidos acima, podemos concluir que a função f será uma involução sem ponto fixo quando $a = -1$ e $b = 0$, pois desse modo $f(t) = -t$ e logo não possui ponto fixo.

0.5

2. a) Essa pergunta não é útil, pois trata-se da própria conclusão (e usa termos específicos)

b) Essa pergunta não é útil, pois a afirmação é a própria hipotese

c) Essa pergunta é útil

2.5

Rascunho:

3. Como posso provar que um número é impar. Mostrando que ele pode ser escrito na forma $2k+1$. Então $n^2 = 2k+1$ Pela hipotese, $n = m + m + 1$, pois é a soma de dois números consecutivos. Então $n = 2m+1$ e fazendo k igual a m, então temos a prova.

Demonstração detalhada:

A1: trabalha-se vai a partir da hipotese para se obter que $n = m + m + 1$, sendo m um número inteiro.

B1: trabalha-se, vem da conclusão, a partir da definição de número impar, que diz que um número é impar se existe k, inteiro, tal que o número é igual a $2k+1$. Então $n = 2k+1$

A2: Usa-se então o metodo da construção para construir k. Fica claro que tal k pode ser igual ao m da conclusão A1 e então a prova está completa.

2.5

4. Reflexiva:

$f \preceq f$ se e só se existe um x_0 tal que $f(x) \leq f(x)$ para todo $x \geq x_0$.

Pegue qualquer $x \geq x_0$, qualquer, a função será sempre igual a ela mesma e portanto a relação é reflexiva.

Transitiva:

se $f \preceq g$, $g \preceq h$ então $f \preceq h$.

A partir das hipoteses temos que existe:

x_g tal que $f(x) \leq g(x)$, para todo $x \geq x_g$ e

x_h tal que $g(x) \leq h(x)$, para todo $x \geq x_h$

Como posso provar que $f \preceq h$? Pela definição devo construir um x_0 tal que $f(x) \leq h(x)$ para todo $x \geq x_0$.

Se tomarmos $x_0 = |x_g| + |x_h|$, então temos que para todo $x \geq x_0$ vale $f(x) \leq g(x)$ e $g(x) \leq h(x)$ e portanto $f(x) \leq h(x)$.

Logo $f \preceq h$.

2,5