

## Exercícios sobre o cálculo proposicional

1. Utilize Dedução Natural para provar as seguintes conjecturas. V. pode fazer a prova manualmente ou utilizar o Jape como assistente de provas.

Conjectures (já estão no Jape)

1.  $E, F \vdash E \wedge F$
2.  $E \wedge F \vdash E$
3.  $E \wedge F \vdash F$
4.  $E \wedge (F \wedge G) \vdash (E \wedge F) \wedge G$
5.  $(E \wedge F) \wedge G \vdash E \wedge (F \wedge G)$
6.  $E, E \rightarrow F \vdash F$
7.  $E \rightarrow F, F \rightarrow G, E \vdash G$
8.  $E \rightarrow (F \rightarrow G), E \rightarrow F, E \vdash G$
9.  $E \rightarrow F, F \rightarrow G \vdash E \rightarrow G$
10.  $E \rightarrow F \rightarrow G \vdash F \rightarrow E \rightarrow G$
11.  $E \rightarrow F \rightarrow G \vdash (E \rightarrow F) \rightarrow (E \rightarrow G)$
12.  $E \vdash F \rightarrow E$
13.  $\vdash E \rightarrow F \rightarrow E$
14.  $E \rightarrow F \vdash (F \rightarrow G) \rightarrow E \rightarrow G$
15.  $E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H \vdash G \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow H$
16.  $\vdash (E \rightarrow F \rightarrow G) \rightarrow (E \rightarrow F) \rightarrow E \rightarrow G$
17.  $(E \rightarrow F) \rightarrow G \vdash E \rightarrow F \rightarrow G$
18.  $E \wedge F \vdash E \rightarrow F$
19.  $(E \rightarrow F) \wedge (E \rightarrow G) \vdash E \rightarrow (F \wedge G)$
20.  $E \rightarrow (F \wedge G) \vdash (E \rightarrow F) \wedge (E \rightarrow G)$
21.  $E \rightarrow F \rightarrow G \vdash (E \wedge F) \rightarrow G$
22.  $(E \wedge F) \rightarrow G \vdash E \rightarrow F \rightarrow G$
23.  $(E \rightarrow F) \rightarrow G \vdash (E \wedge F) \rightarrow G$
24.  $E \wedge (F \rightarrow G) \vdash (E \rightarrow F) \rightarrow G$
25.  $E \vdash E \vee F$
26.  $F \vdash E \vee F$
27.  $E \vee F \vdash F \vee E$
28.  $F \rightarrow G \vdash (E \vee F) \rightarrow (E \vee G)$
29.  $E \vee E \vdash E$
30.  $E \vdash E \vee E$
31.  $E \vee (F \vee G) \vdash (E \vee F) \vee G$
32.  $(E \vee F) \vee G \vdash E \vee (F \vee G)$
33.  $E \wedge (F \vee G) \vdash (E \wedge F) \vee (E \wedge G)$
34.  $E \wedge F \vee E \wedge G \vdash E \wedge (F \vee G)$
35.  $E \vee F \wedge G \vdash (E \vee F) \wedge (E \vee G)$
36.  $(E \vee F) \wedge (E \vee G) \vdash E \vee F \wedge G$
37.  $(E \rightarrow G) \wedge (F \rightarrow G) \vdash E \vee F \rightarrow G$
38.  $E \vee F \rightarrow G \vdash (E \rightarrow G) \wedge (F \rightarrow G)$
39.  $E \vdash E \wedge T$
40.  $E \wedge T \vdash E$
41.  $E \vdash E \vee T$

42.  $E \vdash E \vee \perp$
43.  $E \vee \perp \vdash E$
44.  $E \wedge \perp \vdash E$
45.  $E \vdash \neg\neg E$
46.  $\neg E \vdash E \rightarrow F$
47.  $E \rightarrow F \vdash \neg F \rightarrow \neg E$
48.  $E \vee F, \neg F \vdash E$
49.  $E \vee F, \neg E \vdash F$
50.  $E \vee F \vdash \neg(\neg E \wedge \neg F)$
51.  $E \wedge F \vdash \neg(\neg E \vee \neg F)$
52.  $\neg(E \vee F) \vdash \neg E \wedge \neg F$
53.  $\neg E \wedge \neg F \vdash \neg(E \vee F)$
54.  $\neg E \vee \neg F \vdash \neg(E \wedge F)$
55.  $\vdash \neg(E \wedge \neg E)$
56.  $E \wedge \neg E \vdash F$

2. Utilize Tableaux para verificar a satisfazibilidade e validade ou não das seguintes fórmulas:

$A_1, A_2, \dots, A_n \vdash B$  é equivalente a  $\vdash A_1 \rightarrow (A_2 \rightarrow (\dots (A_n \rightarrow B)))$

57.  $\neg(p \vee q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$
58.  $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg p \vee q)$
59.  $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
60.  $(\neg(p \vee q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)) \wedge ((\neg p \wedge \neg q) \rightarrow \neg(p \vee q))$
61.  $\neg q \rightarrow \neg p \vdash p \rightarrow q$
62.  $\neg p \rightarrow \neg q \vdash p \rightarrow q$
63.  $p \rightarrow q \vdash p \rightarrow q \vee r$
64.  $p \rightarrow q \vdash p \rightarrow q \wedge r$
65.  $\neg(p \wedge q) \vdash \neg p \wedge \neg q$
66.  $(p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow p) \rightarrow (r \rightarrow p)$
67.  $(p \rightarrow q \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow p \rightarrow r)$
68.  $(p \rightarrow p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$

$A_1, A_2, \dots, A_n \vdash B$  é equivalente a  $\vdash A_1 \rightarrow (A_2 \rightarrow (\dots (A_n \rightarrow B)))$

V. poderá transformar as conjecturas do item anterior, como indicado acima, e provar a validade de cada uma das fórmulas com Tableaux.