

# MAC0105 - Fundamentos de Matemática

1ª Lista de Exercícios 1.0 - 29/2/2016 - Entrega 7/3/2016

Eduardo Hashimoto

1. Liste ao menos três respostas plausíveis para cada uma das questões:

(a) Como mostrar que dois números são iguais?

Dado dois números,  $a$  e  $b$ , podemos provar que  $a = b$  se:

I.  $a - b = 0$ , isto é, se mostrarmos que a diferença entre os dois números é igual a zero;

II.  $a/b = 1$ , para  $b \neq 0$ , isto é, se mostrarmos que a razão entre os dois números é igual a um;

III. E se mostrarmos que em uma operação não-comutativa, o resultado de um lado da operação é igual ao outro, e.g.:

$a - b = b - a$ , se e somente se  $a = b$  ou

$a^b = b^a$ , se e somente se  $a = b$  ou

$\frac{a}{b} = \frac{b}{a}$ , etc

(b) Como mostrar que dois conjuntos são iguais?

Dado dois conjuntos  $A$  e  $B$ , podemos provar que  $A = B$  se:

I. Se  $A - B = \emptyset$ , isto é, se mostrarmos que a diferença entre os dois conjuntos é o conjunto vazio;

II. Se  $A \subseteq B$  e  $B \subseteq A$ , isto é, se mostrarmos que um conjunto está contido no outro, mas que o também o segundo está contido no primeiro;

III. Se  $A \cap B = A$  e  $A \cap B = B$ , isto é, se mostrarmos que a intersecção dos conjuntos é simultaneamente igual a  $A$  e a  $B$

4. Considere o problema de provar “Se

$$R = \{\text{números reais } x \mid x^2 - x \leq 0\}$$

$$S = \{\text{números reais } x \mid -(x - 1)(x - 3) \leq 0\}$$

$$T = \{\text{números reais } x \mid x \geq 1\}$$

então  $R \cap S \subseteq T$ ”. Quais dessas perguntas são úteis e quais não, para o método do vai-e-vem:

	Pergunta	útil / não útil
(a)	Como mostro que um conjunto é subconjunto de outro?	útil
(b)	Como mostro que $R \cap S \subseteq T$ ?	útil
(c)	Como mostro que todo elemento de $R \cap S$ é maior ou igual a 1?	útil
(d)	Como mostro que a intersecção de dois conjuntos tem um ponto em comum com outro conjunto	não útil
(e)	Que raios significa $R \cap S \subseteq T$ ?	não útil

Pelo método do vai-e-vem, teríamos que provar alternadamente implicações perto da hipótese e implicações perto da conclusão (tese). Poderíamos, então, inicialmente, mostrar (a) quando um conjunto é subconjunto do outro (o que seria o passo final em uma demonstração so vai). Em seguida, mostraríamos que (c) a intersecção de R e S é maior ou igual a um, pois isso é o mesmo que mostrar (b) que a intersecção esta (contida) em T, encontrando o conjunto de soluções para as duas inequações. A pergunta (d) não seria útil, pois dois conjuntos podem ter um ponto em comum com um outro conjunto, que não é o que queremos que ele esteja (no caso, a intersecção de S e R pode ter um ponto em comum com um terceiro conjunto U, por exemplo). A pergunta (e) é importante, mas seria feita antes mesmo de se começar a demonstração.

OBS: resolvendo o problema, percebe-se que a afirmação é falsa.