MAC0329 – Álgebra booleana e circuitos digitais (Nina)

DCC / IME-USP — Primeiro semestre de 2016

Lista de exercícios 2 (Data para entrega: até 20/04/2016)

OBS.: Procure mostrar/explicar de forma completa o seu raciocínio (e não apenas apresentar a resposta).

1. Quantos produtos canônicos em n variáveis existem? Liste todos os produtos canônicos em 4 variáveis. Escreva esses produtos canônicos considerando a ordem lexicográfica das respectivas entradas (i.e., elementos em $\{0,1\}^4$).

2. Para quais valores de a, b, c, d o produto $a\,\overline{b}\,d$ toma valor 1? Escreva a resposta em forma de intervalo (isto é, na forma $[A, B]$ na qual $A, B \in \{0,1\}^4$) e na forma de cubo (isto é, na forma $XXXX$ na qual $X \in \{0, 1, X\}$).

3. Minimize, usando o mapa de Karnaugh, as funções a seguir. Escreva a expressão na forma SOP minimal. Caso exista mais de uma solução minimal, mostre todas. Indique de forma clara qual o produto associado a cada um dos cubos marcados no mapa.

   a) $f(a, b, c, d) = \sum m(0, 1, 4, 6, 7, 9, 13, 14, 15)$

   b) $f(a, b, c, d) = \sum m(0, 7, 8, 10, 12) + d(2, 6, 11)$

4. Calcular a expressão minimal na forma POS para a função $f(a, b, c) = \prod M(0, 2, 3, 4)$. Escreva a expressão na forma POS minimal.

5. Seja $f(a, b, c) = ab + \overline{c}$.

   a) quais são os implicantes de f ?

   b) quais são os implicantes primos de f?

6. Calcule todos os implicantes primos de $f(a, b, c, d) = \sum m(0, 1, 2, 7, 8, 9, 10, 15)$ usando o algoritmo QM.

7. Sejam dois números inteiros a e n. Em computação, a operação $a \; mod \; n$ é o resto da divisão euclidiana de a por n. Dados três inteiros a, b e n, podemos dedinir a adição módulo n de a e b por $(a + b) \; mod \; n$.

   Sejam dois números binários $x_1 \, x_0$ e $y_1 \, y_0$ de 2 bits cada. Denote por $z_1 \, z_0$ o resultado da adição módulo 4 de $x_1 \, x_0$ e $y_1 \, y_0$. Por exemplo, como $(3 + 3) \; mod \; 4 = 2$, para $x_1 \, x_0 = 11$ e $y_1 \, y_0 = 11$ temos $z_1 \, z_0 = 10$.

   a) escreva z_1 e z_0 na forma compacta ($\sum m(\;)$). A tabela ao final mostra a definição parcial dessas saídas.

   b) Minimize-as na forma SOP, individualmente

   c) Minimize-as conjuntamente na forma SOP (isto é, encontre uma realização das duas funções na forma SOP que, dentre todas as realizações na forma SOP, utiliza o menor número possível de portas E e, dentre as que utilizam o menor número de portas E, o menor número possível de entradas em cada porta).

   OBS.: este item pode ser resolvido usando o programa "espresso" (binário para linux no PACA)

   d) Compare e discuta as soluções obtidas em (b) e (c).

$x_1 \, x_0 \; y_1 \, y_0$	$z_1 \, z_0$	Significado
00 00	00	$(0 + 0) \, mod \, 4 = 0$
00 01		
00 10		
00 11		
01 00		
01 01		
01 10	11	$(1 + 2) \, mod \, 4 = 3$
01 11		
10 00		
10 01		
10 10		
10 11		
11 00		
11 01		
11 10		
11 11	10	$(3 + 3) \, mod \, 4 = 2$