



08 - Ecuații și inecuații în mulțimea numerelor întregi (II)



RECOMANDARE

A se parcurge împreună cu [CURS 07](#)

Definiții



FOARTE IMPORTANT

- **Ecuație:** Se numește ecuație orice **egalitate** a două expresii algebrice care conține una sau mai multe valori necunoscute ($=$).

$$ax + b = c$$

- **Inecuație:** Inecuațiile sunt **inegalități** adevărate doar pentru anumite valori atribuite literelor.

$$ax + b \square c \quad \text{unde } \square \in \{<, >, \leq, \geq\}$$

Suma lui Gauss

DE REȚINUT

Pentru: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n$

aplicăm formula: $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$

Exemple Ecuații

CERINȚĂ

1. Sa se rezolve următoarele ecuații:

a) $x + 2x + 3x + \dots + 100x = -5050$

$$x(1 + 2 + 3 + \dots + 100) = -5050$$

$$x \cdot \frac{100 \cdot 101}{2} = -5050$$

$$x \cdot 5050 = -5050$$

$$x = \frac{-5050}{5050} = -1$$

b) $-2x - 4x - 6x - \dots - 20x = 220 \Rightarrow$

$$(-1)(-2x - 4x - 6x - \dots - 20x) = 220 \cdot (-1)$$

$$2x + 4x + 6x + \dots + 20x = -220$$

$$x \cdot (2 + 4 + 6 + \dots + 20) = -220$$

$$x \cdot 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 10) = -220$$

$$2x \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} = -220$$

$$\Rightarrow x \cdot 110 = -220$$

$$\Rightarrow x = \frac{-220}{110} = -2$$

$$\textbf{c)} \ 2x + 4x + 6x + \dots + 300x - 50 = 4430$$

$$2x(1 + 2 + 3 + \dots + 150) - 50 = 4430$$

$$2x \cdot \frac{150 \cdot 151}{2} = 4480$$

$$x \cdot 150 \cdot 151 = 4480$$

$$2265 \cdot x = 4480$$

$$\Rightarrow x = \frac{4480}{2265} = \frac{896}{453}$$

CERINȚĂ

2. Sa se rezolve următoarele ecuații:

$$\textbf{a)} \ x + 2x + 3x + \dots + 100x = 5 + 10 + \dots + 500$$

$$x \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 100) = 5 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 100)$$

$$x \cdot \cancel{(1 + 2 + 3 + \dots + 100)} = 5 \cdot \cancel{(1 + 2 + 3 + \dots + 100)}$$

$$x = 5$$

$$\text{b)} 10 \cdot 2x + [3(x - 5) - 2(-x + 7)] + 3(2x - 5) + 20 = 100$$

$$10 \cdot 2x + [3(x - 5) - 2(-x + 7)] + 3(2x - 5) = 80$$

$$10 \cdot 2x + [3x - 15 - (-2x) - 14] + 6x - 15 = 80$$

$$10 \cdot [2x + (3x - 15 + 2x - 14) + 6x - 15] = 80$$

$$10 \cdot (2x + 5x - 29 + 6x - 15) = 80$$

$$10 \cdot (13x - 44) = 80$$

$$13x - 44 = 80 : 10 \Rightarrow 13x = 52 \Rightarrow x = \frac{52}{13} = 4$$

Exemple Inecuații

CERINȚĂ

Sa se rezolve următoarele inecuații:

$$\text{a)} -5 \leq 2x + 1 \leq 3 \Rightarrow \begin{cases} 2x + 1 \geq -5 \\ 2x + 1 \leq 3 \end{cases}$$

$$\text{Cazul I: } 2x + 1 = -5$$

$$\Rightarrow 2x = -5 - 1$$

$$2x = -6 \Rightarrow x = -3$$

Cazul II: $2x + 1 = 3$

$$\Rightarrow 2x = 3 - 1$$

$$2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

❗ IMPORTANT

din I și II \Rightarrow

$$-3 \leq x \leq 1$$

$$\Rightarrow x \in \{-3, -2, -1, 0, 1\} \quad \text{sau}$$

$$x \in [-3, 1]$$

$$\text{b) } 3 \leq 5 - 2x \leq 9 \Rightarrow \begin{cases} 5 - 2x \geq 3 \\ 5 - 2x \leq 9 \end{cases}$$

Cazul I: $5 - 2x = 3$

$$\Rightarrow -2x = 3 - 5$$

$$-2x = -2 \Rightarrow x = 1$$

Cazul II: $5 - 2x = 9$

$$\Rightarrow -2x = 9 - 5$$

$$-2x = 4 \Rightarrow x = -2$$

❗ IMPORTANT

din I și II \Rightarrow

$$-2 \leq x \leq 1$$

$$\Rightarrow x \in \{-2, -1, 0, 1\} \quad \text{sau}$$

$$x \in [-2, 1]$$

c) $5x \geq -25$

$$5x \geq -25 \quad | : 5 \Rightarrow x \geq -5$$

$$x \in \{-5, -4, -3, -2, \dots\} \subset \mathbb{Z} \quad \text{sau}$$

$$x \in [-5, +\infty) \subset \mathbb{R}$$

$$\text{d)} \quad -2 \leq 4 \cdot (2x - 1) + 2 \leq 14 \Rightarrow \begin{cases} 4 \cdot (2x - 1) + 2 \geq -2 \\ 4 \cdot (2x - 1) + 2 \leq 14 \end{cases}$$

Cazul I: $4 \cdot (2x - 1) + 2 = -2$

$$\Rightarrow 4 \cdot (2x - 1) = -2 - 2$$

$$\Rightarrow 4 \cdot (2x - 1) = -4$$

$$\Rightarrow 2x - 1 = -1$$

$$\Rightarrow 2x = -1 + 1$$

$$\Rightarrow 2x = 0$$

$$\Rightarrow x = 0$$

Cazul II: $4 \cdot (2x - 1) + 2 = 14$

$$\Rightarrow 4 \cdot (2x - 1) = 14 - 2$$

$$\Rightarrow 4 \cdot (2x - 1) = 12$$

$$\Rightarrow 2x - 1 = 3$$

$$\Rightarrow 2x = 3 + 1$$

$$\Rightarrow 2x = 4$$

$$\Rightarrow x = 2$$

❗ IMPORTANT

din I și II \Rightarrow

$$\mathbf{0 \leq x \leq 2}$$

$$\Rightarrow x \in \{0, 1, 2\} \quad \text{sau}$$

$$x \in [0, 2]$$

 [Edit this page](#)