



13 - Operații cu puteri (Numere întregi și exponenți naturali)

Definiție



DEFINITIE

Puterea unui număr este un număr obținut prin înmulțirea acelui număr cu el însuși de un anumit număr de ori. Fie:

- a este baza ($a \in \mathbb{Z}$),
- x este exponentul ($x \in \mathbb{N}$),

Atunci:

$$a^x = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{x \text{ ori}}$$

adică se înmulțește separat.

Proprietăți

- Opușul lui a este $-a$.
- Inversul lui a este $\frac{1}{a}$.

Astfel:

$$a - b = a + (-b)$$

Exemple:

- $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$
- $a^{-1} = \frac{1}{a}$

Exemplu:

$$\frac{1}{5} = 5^{-1}$$

Exemplu:

$$\frac{73}{249} = 73 \times 249^{-1}$$

Observație:

$$a^0 = 1$$

Reguli de calcul cu puteri

Regula nr. 1

Când două numere cu aceeași bază și exponenți diferiți sunt înmulțite, rezultatul are aceeași bază și exponenții se adună:

$$a^x \times a^y = a^{x+y}$$

Exemple:

$$5^6 \times 5^{249} = 5^{6+249} = 5^{255}$$

$$3^2 \times 3^1 = 3^{2+1} = 3^3$$

Regula nr. 2

Când două numere cu aceeași bază și exponenți diferiți sunt împărțite, rezultatul are aceeași bază și exponenții se scad:

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

Exemple:

$$\frac{3^2}{3^5} = 3^{2-5} = 3^{-3}$$

$$\frac{(128 : 64)^2}{(128 : 64)^4} = (2)^2 : (2)^4 = 2^{2-4} = 2^{-2}$$

$$\frac{(9 : 2)^4}{(9 : 2)^1} = (4.5)^4 : (4.5)^1 = 4.5^{4-1} = 4.5^3$$

$$\frac{(9 : 2)^4}{(9 : 2)^7} = (4.5)^4 : (4.5)^7 = 4.5^{4-7} = 4.5^{-3}$$

Regula nr. 3

Un număr ridicat la o putere, care la rândul lui e ridicat la altă putere, se rezolvă înmulțind exponenții:

$$(a^x)^y = a^{x \times y}$$

sau dacă avem:

$$(a^x)^y = \underbrace{a^x \times a^x \times \dots \times a^x}_{y \text{ ori}}$$

Exemple:

$$(7^4)^5 = 7^{4 \times 5} = 7^{20}$$

$$(2^3)^2 = (2 \times 2 \times 2)^2 = 8^2 = 64$$

sau

$$(2^3)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

Regula nr. 4

Un produs între două numere ridicat la o putere se rezolvă prin multiplicarea bazelor și ridicarea la exponentul comun:

$$(a \times b)^x = a^x \times b^x$$

sau

$$a^x \times b^x = (a \times b)^x$$

Exemplu:

$$(8 \times 1)^2 = 8^2 \times 1^2 = 64 \times 1 = 64$$

Regula nr. 5

Un raport între două numere ridicat la o putere se rezolvă prin împărțirea bazelor:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

 [Edit this page](#)