GUÍA N° 8 DE CÁLCULO I

Aplicación de las Integrales Indefinidas

1. La tasa de crecimiento[1] de la deuda nacional de EEUU está dada por la función $\frac{df}{dt} = -0{,}44t^3 + 10{,}77t^2 - 57{,}82t + 271{,}85$ (millones de dólares por año), donde t son los años trascurridos desde 1980 hasta el 2000.

   a) Complete la siguiente tabla

Variables	$\boldsymbol{t}$	$\boldsymbol{\frac{df}{dt}(t) = f'(t)}$	$\boldsymbol{f(t)}$
Significado			
Unidad de Medida			

   b) ¿Cuál es la tasa de crecimiento en el año 1990?

   c) Si la deuda trascurridos 5 años fue de 1946,7 millones de dólares ¿Cuál es la función que estima la deuda nacional de EEUU?

2. La tasa de crecimiento de cierta población está dada por la función $\frac{dp}{dt} = 0{,}75 \cdot e^{0{,}75\,t}$ (miles de habitantes por año), donde t son los años transcurridos.

   a) Complete la siguiente tabla

Variables	$\boldsymbol{t}$	$\boldsymbol{p'(t)}$	$\boldsymbol{p(t)}$
Significado			
Unidad de Medida			

   b) ¿Cuál es la tasa de crecimiento transcurridos 9 años?

   c) Si transcurrido un año la cantidad de habitantes fue de 28.002.117 personas ¿Cuál es la función que estima la cantidad de habitantes?

---

[1] Recuerde que la tasa de crecimiento es la razón de cambio de una variable (en este caso la deuda) con respecto al tiempo.

3. La función $A(x) = -0{,}9x^4 + 4{,}6x^3 - 12{,}12x^2 + 13{,}92x - 2{,}7$ entrega la aceleración instantánea[2] (en km/h^2) de un ciclista después de x horas de su partida.

a) Complete la siguiente tabla

Variables	t	$A(x)$	$\int A(x)dx = R(x)$	$\int R(x)dx = P(x)$
Significado				
Unidad de Medida				

b) ¿Cuál es la aceleración instantánea que lleva a los 30 minutos de su partida?

c) Si la rapidez instantánea3 del ciclista a las 2 horas de su partida es de 4,01 km/h. Determine la función que entrega la rapidez instantánea $\mathrm{R}(\mathrm{x})$ del ciclista trascurridas x horas de su partida.

d) Trascurrida 1 hora de la partida, el ciclista se encuentra en el kilómetro 1,41. Determine la función que entrega la posición $\mathrm{P}(\mathrm{x})$ trascurridas x horas de la partida.

4. La función $A(x) = 6x - 12 + e^x$ entrega la aceleración (en km/h^2) de un automóvil que se mueve a lo largo de una carretera en línea recta, trascurridas x horas.

a) ¿Cuál es la aceleración instantánea que lleva a las 2 horas de su partida?

b) Si pasada 1 hora, el automóvil tiene una rapidez instantánea de 5,72 km/h, determine la función que entrega la rapidez instantánea $R(x)$ del automóvil trascurridas x horas de su partida (aproxime la constante c al entero más cercano).

c) Después de 3 horas de la partida, el automóvil se encuentra en el kilómetro 28,09. Determine la función que entrega la posición $P(x)$ trascurridas x horas. (aproxime la constante c al entero más cercano)

---

[2] La aceleración instantánea corresponde a la razón de cambio de la rapidez con respecto al tiempo

[3] La rapidez instantánea corresponde a la razón de cambio de la rapidez con respecto al tiempo

5. En la producción de x kilógramos de fertilizandte el Costo Marginal $(pesos/kg)$ está dado por la función $CM(x)=1+0{,}002x$.

   a) Determine la función costo sabiendo que al producir 50 kilógramos el costo es $10.052

   b) Determine el costo de producción de 100 kilógramos de fertilizante.

6. Si el ingreso y costo marginal en dólares de la producción de x unidades diarias de un producto está dado por las funciones $IM(x)=50\ y\ CM(x)=-0{,}01$ y, determine:

   a) La función Costo $C(x)$, sabiendo que si se producen 700 artículos es costo será de US293

   b) La función Ingreso $I(x)$, tendiendo como referencia que al vender 1.000 unidades el ingreso será de 52.200 dólares

   c) El costo de producción de 1.000 unidades y el ingreso de 5.000 productos

7. Un trozo de carne se saca del refrigerador y se deja en el mostrador para que se descongele. Cuando se sacó del congelador, la temperatura de la carne congelada era de -4°C y t horas más tarde se incrementaba a una tasa de:

$$T'(t)=7\,e^{-0{,}35t} \quad C^{\circ}/t$$

   a) Complete la siguiente tabla

Variables	$\boldsymbol{t}$	$\boldsymbol{T'(t)}$	$\boldsymbol{T(t)}$
Significado			
Unidad de Medida			

   b) Determine $T(t)$

   c) Interprete la función $T(t)$

   d) ¿Cuál es la temperatura después de 2 horas?

8. Un nuevo procedimiento médico se aplica a un tumor canceroso que tiene un volumen de 30 cm^3, y t días después se determina que el volumen cambia a la tasa:

$$V'(t) = 0{,}15 - 0{,}09\, e^{0{,}006t} \qquad \frac{cm^3}{día}$$

a) Complete la siguiente tabla

Variables	t	$V'(t)$	$V(t)$
Significado			
Unidad de Medida			

b) Determine $V(t)$

c) Interprete la función $V(t)$

d) ¿Cuál es el volumen luego de 60 días?

9. Una fabricante de pinturas para autos estima que el costo marginal por semana al producir x litros está dado por la función $CM(x) = 400$ pesos y el ingreso marginal por la venta es de $IM(x) = 100 - 0{,}02x$ pesos. Determine e interprete $\int CM(x)dx$ y $\int IM(x)dx$, sabiendo que el costo e ingreso de vender 100 litros de pinturas es de \$42.000 y \$210.000 respectivamente.

10. Una empresa después de aumentar los valores de sus productos determinó que la variación de las ventas con respecto al tiempo (razón de cambio) está dada por la función $V'(t) = 100e^{0{,}8t}$, en miles de pesos después de t meses. Determine e interprete $V(t)$ sabiendo que $V(0) = 125$

11. Se ha determinado que la población $P(t)$ de una colonia de bacterias t horas después de iniciar la observación, tiene una razón de cambio de:

$$\frac{dP}{dt} = 20 \cdot e^{0,1t} + 15 \cdot e^{-0,03t}$$

Si la población era de 200.000 bacterias cuando se inició la observación.

a) Encuentre $P(t)$

b) Interprete la función $P(t)$

c) ¿Cuál será la población 12 horas después?

<u>SIGUE PRACTICANDO:</u>

12. Un fabricante determina que el costo marginal corresponde la función $CM(q) = 3q^2 - 60q + 400$ en dólares cuando se producen q unidades. Si el costo total de producción de las primeras 2 unidades es 900 dólares. ¿Cuál es el costo total de producción de las primeras 5 unidades?

13. Un fabricante estima que el costo marginal por producir q unidades de cierto bien es $CM(q) = 3q^2 - 24q + 48$ dólares por unidad. Si el costo de producción de 10 unidades es de 5.000 dólares. ¿Cuál es el costo de producción de 30 unidades?

14. Un objeto que parte del reposo, se mueve de manera que su rapidez después de t minutos es $V'(t) = 3 + 2t + 6t^2$ metros por minuto. ¿Cuál es la distancia recorrida durante el segundo minuto?

15. Se ha determinado que dentro de t años la población de una cierta ciudad cambiará a razón de $\frac{dP}{dt} = 4 + 5t^{\frac{2}{3}}$ personas por año. Si la población actual es de 10.000. ¿Cuál será la población dentro de ocho años?

16. Suponga que se determina que el ingreso marginal asociado con la producción de x unidades de un cierto artículo es $IM(x)=240-4x$ dólares por unidad. Determine e interprete $\int IM(x)dx$ sabiendo $I(0)=0$.

17. Un fabricante estima que la función ingreso marginal es $IM(x)=12x^2-14x+30$ euros por unidad cuando se venden x saca jugos.

    a) Si el ingreso al vender 12 saca jugos es de 6.500 euros determine la función Ingreso $I(x)$
    b) ¿cuál es el ingreso al vender 14 saca jugos?