

GUÍA N°1 DE CÁLCULO I

Funciones y sus Gráficas

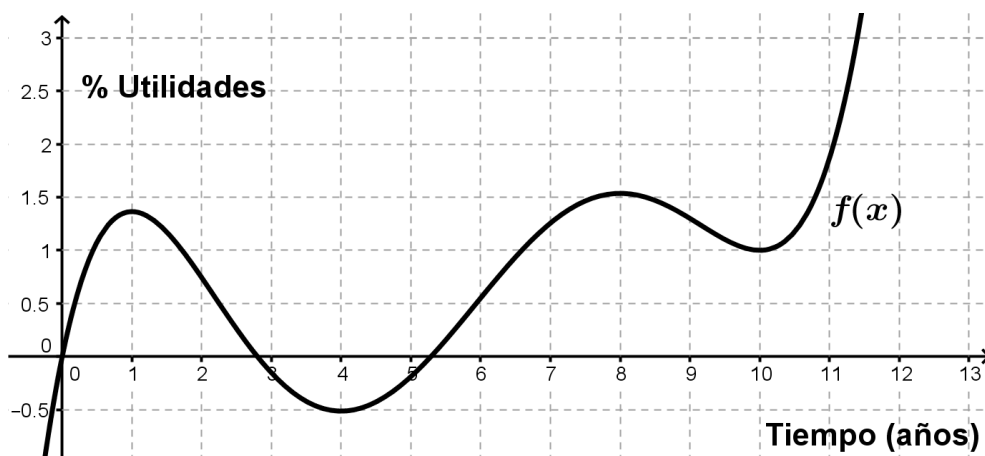
I Funciones

En esta guía trabajaremos con funciones polinómicas tanto en su forma algebraica como gráfica. Tendrás que graficar funciones lineales y cuadráticas identificando dominio Contextualizado, intervalos de crecimiento y decrecimiento, valores máximos y mínimos.

Dominio Contextualizado:

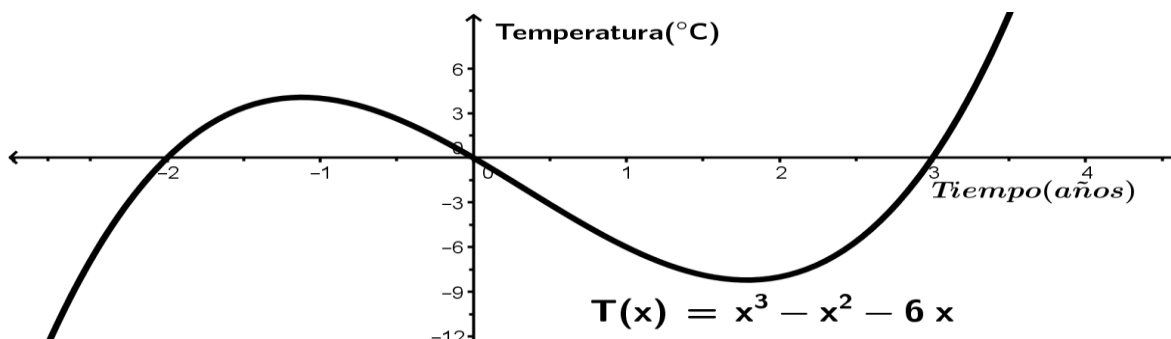
Cuando se habla de dominio contextualizado se hace referencia al dominio real de la función restringido al contexto del problema.

1. La función $f(x)$ nos muestra el % de las utilidades de una empresa durante los primeros 11 años de su creación, $f(x) = \frac{1}{500}x^5 - \frac{23}{400}x^4 + 0,58x^3 - 2,36x^2 + 3,2x$, donde x es el tiempo transcurrido en años desde la creación de la empresa.

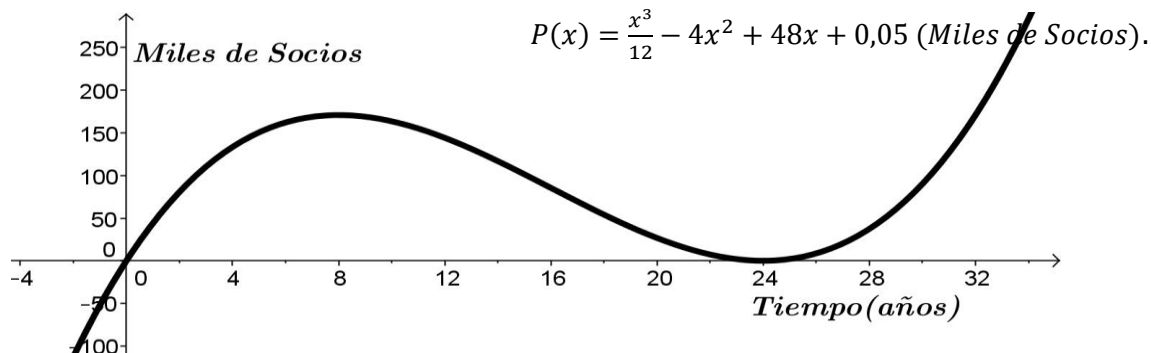


- Escriba el Dominio Contextualizado de la función
- Marque (destaque) en el gráfico, la porción de la curva que modela el problema.
- Identifique los intervalos de crecimiento y decrecimiento de las utilidades.
- Durante todos los años de análisis ¿dónde se observa el mayor y el menor % de utilidad? Indique el valor de esa utilidad.

2. La función $T(x)$ indica las temperaturas mínimas en °C registradas en una región de Chile a partir del año 1998 hasta inicios del 2003, donde x corresponde a los años transcurridos desde el año 2000.



- Escriba el Dominio Contextualizado de la función
 - Marque en el gráfico, la porción de la curva que modela el problema.
 - Escriba en la gráfica la **coordenada inicial y la final**¹
 - ¿Cuándo la temperatura fue de 0°C?
3. A inicios del año 1985 se funda un club deportivo. Se sabe que después de x años transcurridos desde la fundación del club hasta inicios 2013, el total de integrantes nuevos se puede estimar mediante la función:



- Escriba el Dominio Contextualizado de la función
- Marque en el gráfico, la porción de la curva que modela el problema.
- Escriba en la gráfica la coordenada final e inicial. Interprete los valores de las coordenadas.
- Identifique los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la cantidad de integrantes nuevos en el club deportivo
- ¿En qué año el club tiene la mayor cantidad de socios nuevos? Indique la cantidad de socios.

¹ Corresponden a las coordenadas de los puntos del gráfico de la función, que marcan el inicio y el fin de la porción de la curva determinada por el Dominio Contextualizado.

II Funcione Lineal

Forma Algebraica

$$f(x) = a + bx, \text{ donde } a \text{ y } b \text{ son constantes}$$

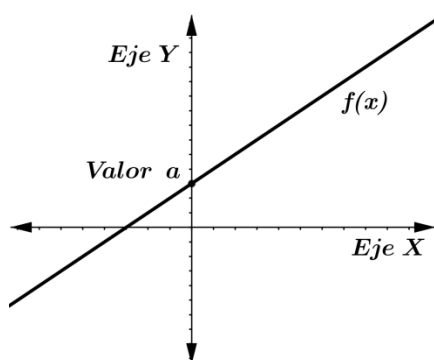
a : Corresponde a la intersección con el eje Y

b : Pendiente de la Recta.

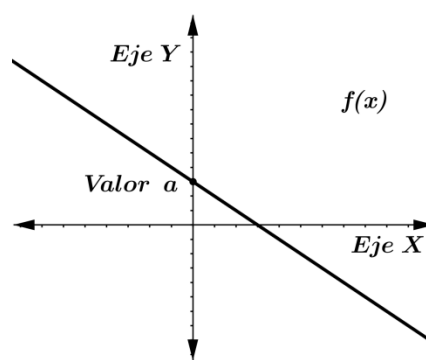
Forma Gráfica

La gráfica de una función lineal es una Recta, cuya inclinación dependerá del valor de la pendiente

Pendiente Positiva $b > 0$



Pendiente Negativa $b < 0$



4. La altura promedio H en centímetros, de un bebé durante su primer año de vida se puede estimar mediante la función $H(a) = \frac{7}{3}a + 48$, donde a son los meses del bebé.

- Escriba el Dominio Contextualizado de la función
- Esboce la **gráfica de la función**²
- En la gráfica, marque la porción de recta que modela el problema
- Determine coordenada inicial y final, interpretando dichos resultados
- Interprete la Pendiente de la función

² Recuerde que al graficar siempre debe colocar nombre a los ejes coordenados, indicando unidad de medida.

5. Se analizaron las ventas de una empresa y se determinó que la función $V(t) = 18 + 2t$ es el mejor modelo matemático que estima los ingresos en miles de dólares por las ventas de la empresa, donde t representa el tiempo transcurrido medido en años a partir del año 2000.
- a) Escriba el Dominio Contextualizado de la función
 - b) Esboce la gráfica de la función
 - c) En la gráfica, marque la porción de recta que modela el problema
 - d) Determine e interprete la coordenada inicial
 - e) Interprete la Pendiente de la función
6. Una empresa que fabrica cintas de audio, estima que el costo C (en miles de pesos) cuando se producen a lo más 100 cintas, es una función de la forma $C(x) = -\frac{2}{3}x + 100$, donde x es cantidad de cintas.
- a) Esboce la gráfica de la función
 - b) Interprete la Pendiente de la función
 - c) Determine e Interprete $C(0)$
 - d) ¿Cuántas cintas se deben producir para minimizar el costo? Indique el valor de ese costo.
7. Una empresa presenta durante varios años disminución en sus utilidades. La función que estima las utilidades de esa empresa está dada por $f(x) = -3x + 18$, en millones de pesos, donde x son los años transcurridos desde el 2012.
- a) Esboce la gráfica de la función
 - b) Interprete la Pendiente de la función
 - c) ¿Dónde se observa la mayor utilidad?
 - d) ¿Después de qué año se estima que la empresa tenga pérdidas?

III Función Cuadrática

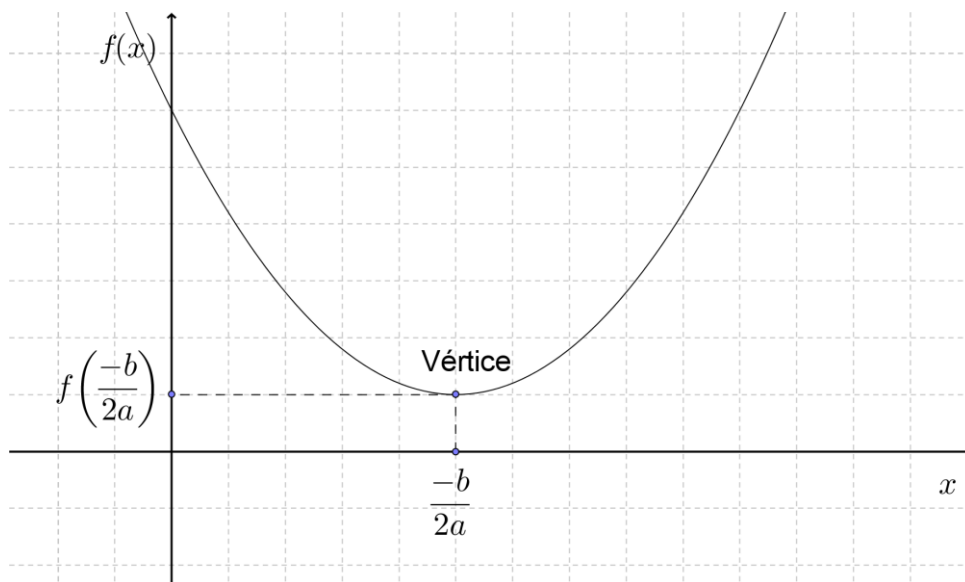
Forma Algebraica

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ donde } a, b, c \text{ son constantes y } a \neq 0$$

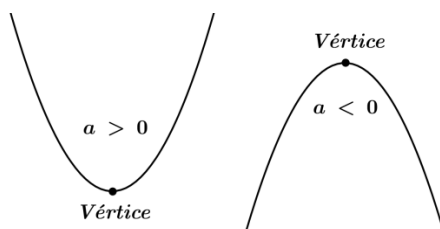
Forma Gráfica

La gráfica de la función cuadrática es una parábola y su concavidad dependerá del valor a

Vértice $V = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right) \right)$



Concavidad

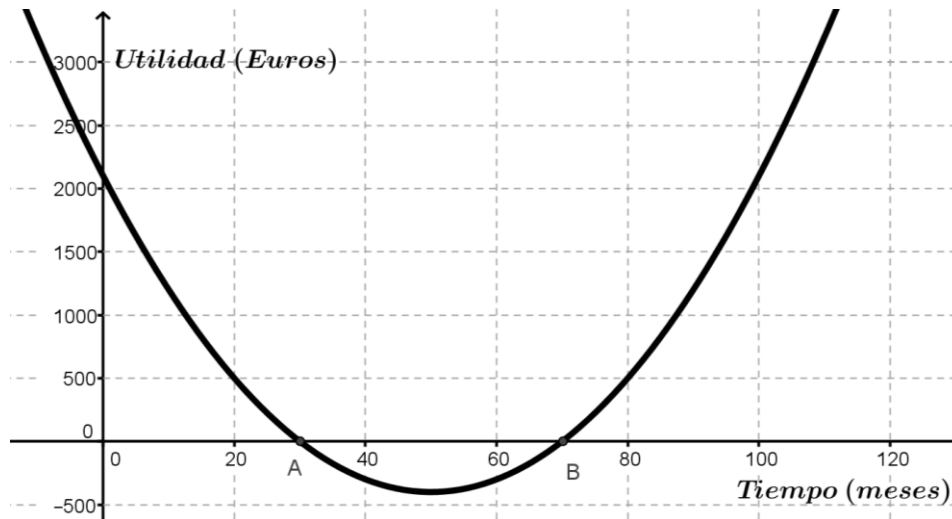


Intersección Ejes

Eje x $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

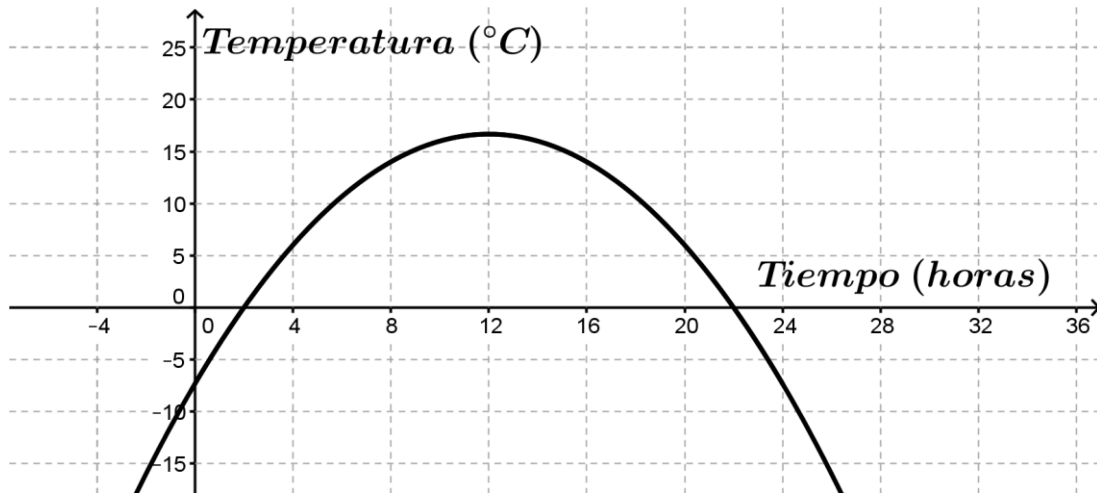
Eje y $(0, c)$

8. Cada 7 años se renueva la directiva del club campestre "Cartagua's Club". Durante la segunda administración las utilidades por el arriendo de las cabañas se ajustan a la función $R(x) = x^2 - 100x + 2100$, donde x corresponde a los meses transcurridos desde que inicia la segunda directiva.



- Escriba el dominio Contextualizado.
- En la gráfica, marque la porción de la parábola que modela el problema y escriba coordenada inicial y final.
- Determine e Interprete el vértice de la función.
- Determine e interprete la Intersección con los Ejes.
- Determine e interprete el intervalo de decrecimiento de la función.

9. La temperatura de un día, en grados Celsius, se puede modelar con la función $C(t) = -\frac{1}{6}t^2 + 4t - \frac{22}{3}$, donde t representa las horas transcurridas del día.



- Escriba el dominio Contextualizado
 - Indique en la gráfica:
 - El punto correspondiente al Vértice con sus coordenadas
 - Los puntos correspondientes a la Intersección con los ejes con sus coordenadas.
 - Marca la porción de la curva que modela el problema
 - Las coordenadas de los puntos inicial y final
 - Interprete el vértice de la función y la intersección con los ejes
 - Determine e interprete el intervalo de crecimiento la función.
10. Durante un experimento se midió la temperatura de un líquido por 7 minutos. Resultó que de temperatura (en grados Celsius) estaba dada por la función $f(x) = x^2 - 6x + 8$, donde x representa el tiempo en minutos.
- Esboce la gráfica de la función considerando siguientes aspectos: Nombre a los Ejes Coordinados, Vértice, Intersección con los ejes.
 - Escriba el dominio contextualizado y marque la porción de la curva que modela el problema
 - ¿Cuál fue la temperatura del líquido al iniciar y finalizar el experimento?
 - ¿En qué minuto la temperatura fue de 0°C?
 - ¿Cuál fue la mínima temperatura del líquido? Indique en qué momento se produjo.
 - ¿Durante qué tramo de tiempo la temperatura del líquido disminuye?

11. Supongamos que el rendimiento (medido en %) de un alumno que realiza un examen de certificación de JAVA, cuya duración es de 2,5 horas viene dado por la función $f(x) = 120x - 40x^2$, donde x es el tiempo en horas.

- Esboce la gráfica de la función considerando siguientes aspectos: Nombre a los Ejes Coordinados, Vértice, Intersección con los ejes.
- ¿Cuándo se observa el mayor rendimiento? Indique valor
- ¿Durante qué periodo el rendimiento del alumno disminuye?
- Determine las coordenadas inicial y final, interpretando dichos resultados

12. Grafique las siguientes funciones cuadráticas considerando el Vértice, Intersección con los ejes.

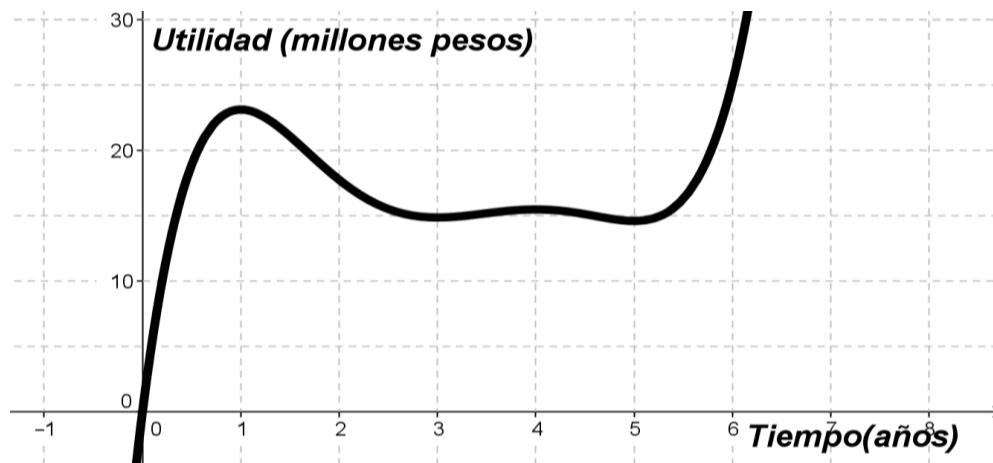
a) $f(x) = x^2 - 12x + 32$ b) $f(x) = -13x^2 + 91x$ c) $f(x) = 100x^2 - 500x + 300$

SIGUE PRACTICANDO:

13. La función $I(t)$ determina la utilidad de una empresa desde el inicio del 2do año (después del 1er año de funcionamiento) y hasta el 6to año de funcionamiento.

$$I(t) = \frac{1}{5}t^5 - \frac{13}{4}t^4 + \frac{59}{3}t^3 - \frac{107}{2}t^2 + 60t$$

Donde t es el tiempo en años, transcurrido desde la creación de la empresa.

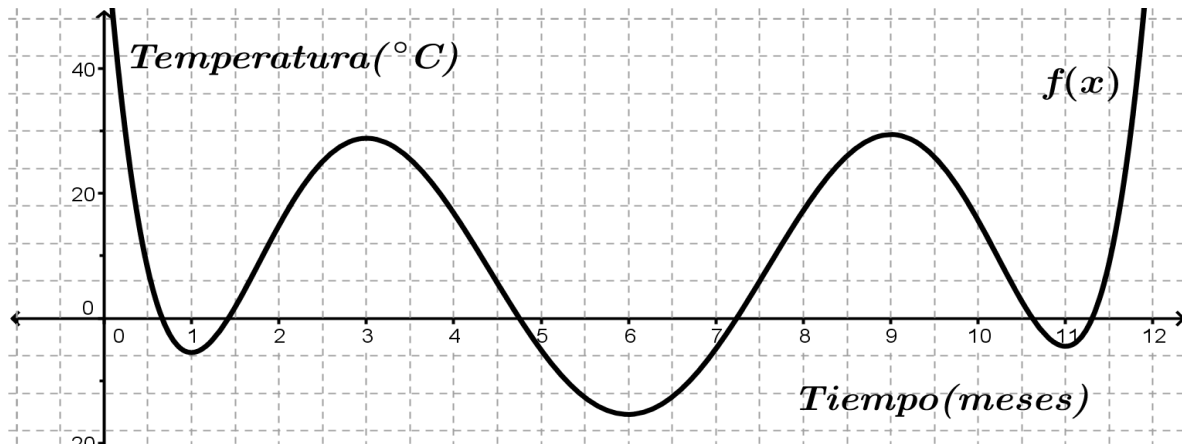


- Escribe Dominio Contextualizado de la función
- Identifique los intervalos de crecimiento y decrecimiento de las utilidades
- Donde se observa la menor utilidad (indique el valor).
- Determine coordenada inicial y final, interpretando dichos resultados

14. Una estimación de la temperatura diaria promedio (en grados Celsius) de un pueblo de América del Norte durante el año 2000, desde febrero y hasta mediados de diciembre, se obtiene a través de la función:

$$f(x) = \frac{1}{60}x^6 - \frac{3}{5}x^5 + 8,15x^4 - 51,6x^3 + 151,65x^2 - 178,1x + 65,$$

con x correspondiente al tiempo transcurrido (en meses) desde el inicio de ese año.



- a) Escriba el Dominio Contextualizado de la función
 - b) Marque (destaque) en el gráfico, la porción de la curva que modela el problema.
 - c) Identifique los intervalos de crecimiento y decrecimiento de las temperaturas dentro del dominio contextualizado.
 - d) ¿En qué momento del año se observa la mayor y la menor temperatura? Indique el valor de esa temperatura.
15. Un estudio medioambiental de cierta comunidad sugiere que el nivel promedio de monóxido de carbono en el aire será de $M(p) = 0,0005p + 1$ partículas por millón, donde p es el número de habitantes de la comunidad.
- a) Esboce la gráfica de la función (se recomienda utilizar dos valores de x , el cero y un múltiplo de 1000)
 - b) Escriba dominio Contextualizado
 - c) Determine e interprete la coordenada inicial
 - d) Interprete pendiente

16. La cantidad de trabajadores durante los 20 años de funcionamiento de una empresa está dada por la función $T(x) = -x^2 + 22x + 104$, donde x son los años transcurridos desde que se creó la empresa.
- a) Esboce la gráfica de la función considerando siguientes aspectos: Nombre a los Ejes Coordenados, Vértice, Intersección con los ejes.
 - b) Escriba dominio contextualizado. Marque la porción de la curva que modela el problema
 - c) Determine e interprete las coordenadas inicial y final
 - d) Interprete vértice
 - e) ¿Durante qué periodo la cantidad de trabajadores disminuye?