

SOLUCIONES GUÍA N° 4 DE CÁLCULO I

N°1 a)

t	$f(t)$	$f'(t)$
Tiempo	Deuda	-Tasa de crecimiento de la deuda -Razón de cambio de la deuda
Años	Millones dólares	- <i>Millones Dòlares/año</i> -Millones dólares por año

b) $\text{dom } f = [0,20]$

c) La deuda de estados unidos al inicio de 1990 es de 3.247,7 millones de dólares

d) Derivada : $\frac{df}{dt} = -0,44t^3 + 10,77t^2 - 57,82t + 271,85$ Valor: $\frac{df}{dt}(10) = 330,65$

Posibles interpretaciones:

- Transcurrido 10 años la tasa de **crecimiento** de la deuda nacional de EEUU corresponde a 330,65 **millones de dólares por año** (o 330.650.000 dólares por año)
- La deuda de EEUU transcurrido 10 año aumento a razón de 330,65 **millones de dólares por año**

N°2 a)

t	$p(t)$	$p'(t)$
Tiempo	Población	-Tasa de crecimiento de la población -Razón de cambio de la población
Años	Miles habitantes	- <i>Miles de habitantes/año</i> -Miles de habitantes por año

b) $\text{dom } p = [0,12]$

c) Dentro de 5 años se estima que la población sea de 322.521 habitantes

Derivada : $\frac{dp}{dt} = 0,75 \cdot e^{0,75 t}$

Valor: $\frac{dp}{dt}(9) \approx 640,544$

Posibles interpretaciones:

- La tasa de **crecimiento** de la población trascurrido nueve años será de 640.544 **personas por año** (o 640,544 miles de habitantes por año)
- La población trascurrido 9 año aumenta a razón de 640.544 **personas por año**

N°3 a)

x	$I(x)$	$I'(x)$
Tiempo	Impuesto Predial	-Tasa de crecimiento del impuesto -Razón de cambio del impuesto
Años	Miles de pesos	- <i>miles de pesos</i> / año -Miles de peso por año

b) Derivada : $I'(x) = 2x \cdot e^x + (x^2 + 50) \cdot e^x$

Valor: $I'(6) = 39536,02176$

Posibles interpretaciones:

- La tasa de **crecimiento** del impuesto predial a inicios del año 2011 corresponde a 39.536.022 **pesos por año** (o 39.536,022 miles de pesos por año)
- La **razón de cambio** del impuesto predial a inicios del año 2011 corresponde a 39.536.022 **pesos por año** (o 39.536,022 miles de pesos por año)

N°4

Derivada : $V'(t) = 10e^{0,8t}$

Valor: $V'(5) \approx 545,9815$

La tasa de **crecimiento** de las ventas trascurrido 5 meses corresponde a 545.982 **pesos por mes.** (o 545,982 miles de pesos por mes)

N°5 a)

t	$s(t)$	$s'(t)$	$s''(t)$
Tiempo	Posición	Rapidez Instantánea	Aceleración Instantánea
Minutos	km	- $km/minutos$ -Kilómetros por minutos	- $km/minutos^2$ -Kilómetros por minutos²

b)

Derivada : $s'(t) = 0,04t$ $s''(t) = 0,04$

Valor: $s(30) = 23$ $s'(30) = 1,2$ $s''(30) = 0,04$

Interpretación:

- A los **30 minutos** de su partida el ciclista se encuentra en el **kilómetro 23**

-La rapidez instantánea a los 30 minutos de su partida corresponde a **1,2 km/min**

-La aceleración instantánea a los 30 minutos corresponde a **0,04 km/min²**

N°6

Derivada : $d'(t) = 3x^2 e^{x-5} + x^3 e^{x-5}$

$$d''(t) = 6xe^{x-5} + 6x^2 e^{x-5} + x^3 e^{x-5}$$

Valor: $d'(3) \approx 7,31$ $d''(4) \approx 67,69$

La rapidez instantánea del automóvil a las 3 horas es de **7,3 km/h** y su aceleración instantánea a las 4 horas corresponde a **67,7 km/h²**.

N°7 a)

t	$f(t)$	$f'(t)$	$f''(t)$
Tiempo	Posición	Rapidez Instantánea	Aceleración Instantánea
minutos	cm	- $\frac{cm}{min}$ -centímetros por minuto	- $\frac{cm}{minutos^2}$ -centímetros por minutos²

b) $dom f = [0,3]$

c) Inicia su recorrido a los 45 cm del punto de partida

c) Derivada : $f'(x) = 3t^2 - 2t + 18$ $f''(x) = 6t - 2$

Valor: $f'(2) = 26$ $f''(2) = 10$

La rapidez instantánea que lleva el carro a los 2 minutos corresponde a **26 cm/min** y la aceleración instantánea es de **10 cm/min²**.

N°8 a)

t	$V(t)$	$V'(t)$
Tiempo	Volumen	-Razón de cambio del volumen -Taza de decrecimiento del volumen
minutos	galones	- galones/minuto -Galones por minutos

$$b) \quad V'(t) = 100.000 \cdot 2 \cdot \frac{-1}{60} \cdot \left(1 - \frac{t}{60}\right) \quad \rightarrow \quad V'(t) = \frac{-10.000}{3} \cdot \left(1 - \frac{t}{60}\right)$$

$$c) \quad \text{Valor: } V'(30) \approx -1666,66$$

Posibles interpretaciones:

-La **rapidez instantánea** a los 30 minutos, con la que el agua **sale del depósito** corresponde a **1.667 galones por minuto**.

-A los 30 minutos, el agua **sale** del depósito a una **razón** de **1.667 galones por minuto**

N°9

$$\text{Derivada : } c'(x) = \frac{0,15(t^2 + 0,81) - 0,15t \cdot 2t}{(t^2 + 0,81)^2} \quad \text{Valor:}$$

$$c'(2) \approx -0,0207$$

Posibles interpretaciones:

-A las dos horas la concentración de medicamento está **disminuyendo** en **0,0207 ml/hr**.

-La rapidez con la que **disminuye** la concentración de medicamento a las dos horas de su aplicación es de **0,0207 ml/hr**

N°10

Derivada :
$$p'(t) = \frac{24(t^2 + 1) - (24t + 10) \cdot 2t}{(t^2 + 1)^2}$$

Valor: $p'(1,5) \approx -5,6804733$

Posibles interpretaciones

-La rapidez instantánea a las 1,5 horas con la que **disminuye** la población, es de 5.680 **bacterias por hora**.

-la tasa de **decrecimiento** de la población a las 1,5 horas es de 5.680 **bacterias por hora**.

N°11 a)

Variables	Significado	Unidad de Medida
x	Cantidad de fertilizante	Kilos
$I(x)$	Ingreso	pesos
$I'(x)$	-Ingreso marginal -Tasa de crecimiento de los ingresos -Razón de cambio de los ingresos	- pesos/kilo -Pesos por kilo
$C(x)$	costos	pesos
$C'(x)$	-Costo marginal -Tasa de crecimiento de los costos -Razón de cambio de los costos	- pesos/kilo -Pesos por kilo

b) Derivada : $I'(x) = 18000 - 4x$

c) Valor: $I(30) = 538.200$

- Al vender **30 kilos** de fertilizante, el ingreso será de **538.200 pesos**

Valor: $I'(30) = 17.880$

Posibles interpretaciones:

- Si la producción es de 30 kilos de fertilizante, la tasa de **crecimiento** del ingreso será de 17.880 **pesos por kilogramo**

- Si la producción es de 30 kilos de fertilizante, el **ingreso marginal** será de 17.880 **pesos por kilogramo**

d)

Derivada : $C'(x) = 1000 + 2x$

e) Valor: $C(30) = 30.900$

- El costo de **30 kilos** de fertilizante será de **30.900 pesos**

Valor: $C'(30) = 1060$

Posibles interpretaciones:

- Si la producción es de 30 kilos de fertilizante, la tasa de **crecimiento** del costo será de 1.060 **pesos por kilogramo**

- Si la producción es de 30 kilos de fertilizante, el **costo marginal** será de 1.060 **pesos por kilogramo**

N°12 a)

Variables	Significado	Unidad de Medida
x	Cantidad de productos	unidades
$I(x)$	Ingreso	dólares
$I'(x) = IM$	-Ingreso marginal -Tasa de crecimiento de los ingresos -Razón de cambio de los ingresos	- $dólares/unidad$ -dólares por unidad
$C(x)$	costos	pesos
$C'(x) = CM$	-Costo marginal -Tasa de crecimiento de los costos -Razón de cambio de los costos	- $dólares/unidad$ -dólares por unidad

b) Derivada : $IM(x) = 50$ y $CM(x) = -0,01$ Valor: $IM(700) = 50$ y
 $CM(700) = -0,01$

- Si la producción es de 700 unidades, la tasa de **decrecimiento** del costo será en 0,01 **dólares por unidad**

O Si la producción es de 700 unidades, el **costo marginal** será de **-0,01 dólares por unidad**

- Si la producción es de 700 unidades, la tasa de **crecimiento** del ingreso será de 50 **dólares por unidad**

O Si la producción es de 700 unidades, el **ingreso marginal** será de **50 dólares por unidad**

N°13Derivada : $c'(x) = 40$ $i'(x) = 100 - 0,02x$ Valor: $c'(24) = 40$ $i'(59) = 98,82$

- Si la producción es de 24 litros, la tasa de **crecimiento** del costo será en 40 **dólares por litro**.

O Si la producción es de 24 litros, el **costo marginal** será de **40 dólares por litro**

- Si la producción es de 59 litros, la tasa de **crecimiento** del ingreso será de 98,9 **dólares por litro**

O Si la producción es de 59 litros, el **ingreso marginal** será de **98,9 dólares por litro**

N°14

Derivada : $p'(t) = \frac{5e^{-0,5t}}{(1+10e^{-0,5t})^2}$ Valor: $p'(5) \approx 0,123$

Posibles interpretaciones

-La rapidez instantánea de esparcimiento del rumor a las 5 horas corresponde a un **12,3% de la población por hora**

-la tasa de **crecimiento** del rumor a las 5 horas corresponde a un **12,3% de la población por hora**

N°15

Derivada : $C'(t) = 0,2 \cdot e^{\frac{-t}{2}} - \frac{1}{10} t \cdot e^{\frac{-t}{2}}$

Valor: $C'(1) \approx 0,06$ $C'(2) = 0$ $C'(3) \approx -0,0223$

-la tasa de **crecimiento** del % de alcohol en la sangre a cabo de una hora es de **0,06% por hora**, es decir, el % de alcohol está aumentando en la sangre a **0,06% por hora**.

-la tasa de **crecimiento** del % de alcohol en la sangre a cabo de dos hora es de **0,0% por hora, es decir**, el % de alcohol no está aumentando en la sangre.

-la tasa de **decrecimiento** del % de alcohol en la sangre a cabo de tres horas es de **0,02% por hora**, es decir, el % de alcohol está disminuyendo en la sangre a **0,02% por hora**.

N°16

$$\text{Derivada : } p'(t) = \frac{-50t^2 + 800}{(t^2 + 16)^2}$$

$$\text{Valor: } p'(3) = 0,56;$$

$$p'(7) \approx -0,39$$

- A los 3 días del primer caso reportado la rapidez con que aumenta el % de estudiantes que sufre la enfermedad es de **0,56% por día**. En otras palabras a los 3 días la tasa de **crecimiento** del % de estudiantes que sufre la enfermedad es de **0,56% por día**

- A los 7 días del primer caso reportado la rapidez con que disminuye % de estudiantes que sufre la enfermedad es de 0,39% por día. En otras palabras a los 7 días la tasa de **decrecimiento** del % de estudiantes que sufre la enfermedad es de **0,39% por día**

N°17

$$\text{Derivada : } Q'(t) = 3t^2 - 4t + 6$$

$$\text{Valor: } Q'(0,5) = 4,75$$

La corriente que pasa a los 0,5 minutos por el alambre corresponde a 4,75 amperes (coulombs/seg.).

N°18

$$\text{Derivada : } p'(t) = 12x + 5$$

$$\text{Valor: } p'(10) = 125$$

Transcurridas 10 semanas la tasa de **crecimiento** de la población corresponde a 125 **personas por semana**.

N°19

$$\text{Derivada : } p'(t) = 20x + 50e^{0,04x} \quad \text{Valor: } p'(15) \approx 391,11$$

- A los 15 días la población **crecerá** a una razón de 391 **conejes por día**

- La tasa de **crecimiento** a los 15 días será de 391 **conejes por día**

N°20	<p>Derivada : $c'(x) = 50$ $i'(x) = 100$ Valor: $i'(60) = 100$ $c'(50) = 50$</p> <p>- Si la producción es de 50 unidades, la tasa de crecimiento del costo será en 50 dólares por unidad</p> <p>- Si la producción es de 60 unidades, la tasa de crecimiento del ingreso será de 100 dólares por unidad</p>
------	---

N°21	<p>Derivada : $d'(t) = 9t^2 + 36t + 55$ Valor: $d'(2) = 163$ $d''(t) = 18t + 36$ $d''(1,5) = 63$</p> <p>La rapidez instantánea del carrito a los 2 minutos es de 163 cm/seg</p> <p>La aceleración instantánea del carrito a los 1,5 minutos es de 63 cm/seg^2</p>
------	---