GUÍA DE N°7 DE CÁLCULO I

Integral Indefinida: Antiderivada

La función f es la Antiderivada de f' para todo x, por ejemplo:

- ✓ La función $f(x) = x^3$ es la Antiderivada de $f'(x) = 3x^2$
- ✓ La función $g(x) = x^3 + 5$ es la Antiderivada de $g'(x) = 3x^2$

Para encontrar la función f teniendo f' es necesario efectuar el proceso inverso al de la derivación. A este proceso se lo denomina integración y se denota:

$$f(x) = \int f'(x)\, dx$$

Antiderivada **Derivada**

$$\begin{tikzcd} f(x) = x^3 \arrow[r, "\textbf{DERIVAR}"] & f'(x) = 3x^2 \arrow[l, bend left, dashed, "\textbf{INTEGRAR}"] \end{tikzcd}$$

La Antiderivada o Integral es utilizada para resolver diversos problemas, por ejemplo:

- ✓ Determinar la distancia recorrida de un objeto cuando se sabe la rapidez que lleva.
- ✓ Determinar la cantidad de habitantes, al tener como dato la tasa de crecimiento de la población.
- ✓ Cuando se tiene la aceleración de un objeto se puede determinar la rapidez
- ✓ Si se tiene la corriente que pasa por un artefacto, se puede calcular la cantidad de carga en un tiempo determinado
- ✓ Si se tiene la densidad lineal se puede determinar la masa del objeto

I Integrales de Funciones Elementales.

Tipo de Función	Expresión Algebraicas	Integral (c es un valor constante)
Constante	$f(x) = A \quad donde \quad c \in \Re$	$\int A \cdot dx = Ax + c$
Potencia	$f(x) = x^n \quad donde \quad n \in \Re$ y $n \neq (-1)$	$\int x^n \cdot dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
	$f(x) = x^{-1} = \frac{1}{x} \quad x \neq 0$	$\int \frac{1}{x} \cdot dx = \ln(x) + c$
Exponencial	$f(x) = a^x \quad donde \quad a > 0$	$\int a^x \cdot dx = \frac{a^x}{\ln(a)} + c$
	$f(x) = e^x$	$\int e^x \cdot dx = e^x + c$
	$f(x) = e^{a \cdot x}$	$\int e^{a \cdot x} \cdot dx = \frac{1}{a} e^{a \cdot x} + c$

1. Complete el siguiente cuadro

Función	Tipo de Función	Integral
a) $f(x) = x^3$		
b) $f(x) = 5$		
c) $f(x) = 5^x$		
d) $f(x) = e^x$		
e) $f(x) = 1$		
f) $f(x) = \frac{1}{x}$		

g) $f(t)=\sqrt[3]{t}$		
h) $f(x)=e^{5x}$		
i) $g(x)=\left(\dfrac{5}{3}\right)^{x}$		
j) $g(x)=x^{-5}$		
k) $h(x)=x^{-1}$		
l) $h(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$		
m) $f(x)=e^{-3x}$		
n) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$		
o) $f(x)=t^{\frac{3}{4}}$		
p) $f(x)=2^{x}$		

2. A continuación identifique el tipo de función y luego integre.

a) $g(x)=\dfrac{4}{5}$

b) $f(x)=x^{-17}$

c) $f(x)=\sqrt[3]{x^{5}}$

d) $f(x)=x$

e) $f(x)=e^{4x}$

f) $h(x)=9^{x}$

II Álgebra de Integrales.

Operación de Funciones Elementales		Integral
Multiplicación por una constante	$h(x) = A \cdot f(x)$	$\int h(x) \cdot dx = A \cdot \int f(x) \cdot dx$
suma o resta	$h(x) = f(x) \pm g(x)$	$\int h(x) \cdot dx = \int f(x) \cdot dx \pm \int g(x) \cdot dx$

3. Complete el siguiente cuadro:

	Funciones	**Operación**	**Derivada**
a)	$f(x) = 5$ $g(x) = x^6$	$h(x) = f \cdot g$ $h(x) =$	$\int h(x)dx =$
b)	$f(x) = 5^x$ $g(x) = e^x$	$h(x) = f - g$ $h(x) =$	$\int h(x)dx =$
c)	$f(x) = x^4$ $g(x) = e^{6x}$	$h(x) = f + g$ $h(x) =$	$\int h(x)dx =$

4. Determine:

a) $\int \left(3 + x + x^2\right) dx$

b) $\int \left(3x + 7 - \frac{1}{x}\right) dx$

c) $\int \left(\sqrt{x} + 5x - 8\right) dx$

d) $\int \left(3x^2 + e^x\right) dx$

5. Determinar Antiderivada $f(x)$ bajo la condición dada:

a) $f'(x) = 2x + 5$; $f(0) = 2$

b) $f'(x) = -20$; $f(1) = -15$

c) $f'(x) = e^x + 3x^2 - 6x$; $f(0) = 3$

d) $\frac{dy}{dx} = -6x + \frac{2}{x}$; $f(1) = 4$

e) $\dfrac{dy}{dx}=2^{x}$; $f(0)=7{,}443$	a) $A'(x)=6x-12$; $A(20)=1040$

SIGUE PRACTICANDO:

6. Integra las siguientes funciones bajo la condición dada:

b) $f'(t)=-0{,}44t^{3}-57{,}82t+271{,}85$; $f(5)=667{,}75$

c) $C'(x)=1+0{,}002x$; $C(8)=8$

d) $T'(t)=7\,e^{-0{,}35\,t}$; $T(0)=-15$

e) $V'(t)=125e^{0{,}8\,t}$; $V(0)=341{,}25$