

SOLUCIONES GUÍA RESUMEN UNIDAD III

Ejercicio N°1

a)

Variables	t	$\frac{dH}{dt} = H'(t)$	$H(t)$
Significado	Tiempo	Tasa de crecimiento población	Población
Unidad de Medida	Años	Personas/año	Cantidad de personas

b) $H(t) = 100t^{\frac{5}{3}} + 500t + c$

$$H(0) = 100 \cdot 0^{\frac{5}{3}} + 500 \cdot 0 + c = 2.500$$

$$2.500 = c$$

$$H(t) = 100t^{\frac{5}{3}} + 500t + 2.500$$

c) La función $H(t)$ corresponde a la **cantidad de habitantes** después de **t años**

d) $H(5) \approx 6.462$

Respuesta: Dentro de 5 años la población será de 6.462 habitantes

Ejercicio N°2

a)

t	$R(t)$	$\int R(t)dt = P(t)$
Tiempo	Rapidez Instantánea	Posición
minutos	Metros/minuto	metros

b) $P(t) = \int R(t)dt = 3t + 0,1t^2 + \frac{1}{6}t^3 + c$ $P(0) = 2$

$$P(0) = 3 \cdot 0 + 0,1 \cdot 0^2 + \frac{1}{6} \cdot 0^3 + c = 2 \quad \Rightarrow c = 2$$

$$P(t) = 3t + 0,1t^2 + \frac{1}{6}t^3 + 2$$

c) $P(3) = 16,4$

A los 3 minutos el tren se encuentra a 16,4 **metros** del punto de partida

Ejercicio N°3

$$EP = y_0 \cdot x_0 - \int_0^{x_0} O(x)dx \quad \text{donde} \quad y_0 = O(x_0)$$

$$x_0 = 100$$

$$y_0 = O(100) \approx 6.201,66667$$

$$y_0 \cdot x_0 = 620200$$

$$\int O(x)dx = \frac{1}{18.000}x^3 + 6.200x + c$$

$$\int_0^{100} O(x) = 620.055$$

$$y_0 \cdot x_0 - \int_0^{x_0} O(x)dx = 6.366.666 - 6.255.555,56 = 111.110$$

El excedente del productor al vender 100 calculadores corresponde a \$110.110

Ejercicio N°4

a) $T(4) = -0,4$

Respuesta: La Temperatura a las 4 de la madrugada es de -0,4°C

$$b) \quad VP(f(x)) = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x) dx$$

$$a = 0 \quad ; \quad b = 7$$

$$\int T(h) = \frac{41}{300} h^3 - 1,62h^2 + 6x + C$$

$$\int_0^7 T(h) \approx 9,5$$

$$VP = \frac{1}{7} \cdot 9,5 \approx 1,36$$

Respuesta: La Temperatura promedio entre la medianoche y las 7 de la mañana, fue 1,36°C.

Ejercicio N5

a)

<i>Variables</i>	<i>x</i>	<i>IM(x)</i>	$\int IM(x)dx = I(x)$
Significado	Artículos	Ingreso Marginal	Ingreso
Unidad de Medida	Unidades	Dólares/unidad	dólares

$$b) \quad I(x) = -5e^{-0,2x} + 0,01x^2 + 1x + c$$

$$I(40) = 61$$

$$-5e^{-0,2 \cdot 40} + 0,01 \cdot 40^2 + 1 \cdot 40 + c = 61$$

$$c \approx 5$$

$$I(x) = -5e^{-0,2x} + 0,01x^2 + 1x + 5$$

c) La función $I(x)$ corresponde a los **ingresos en dólares** por la venta de **x artículos**

Ejercicio N°6

$$d(t) = \int (20t - 38) dt \quad d(0) = 100$$

$$d(t) = 20 \frac{t^2}{2} - 38t + c \Rightarrow d(t) = 10t^2 - 38t + c \quad (\text{Función distancia o Posición})$$

$$d(0) = 0 - 0 + c \Rightarrow c = 100$$

$$d(t) = 10t^2 - 38t + 100$$

$$d(10) = 10 \cdot 10^2 - 38 \cdot 10 + 100 = 720$$

Respuesta: Se encuentra a 720 metros de su casa a los 10 segundos de haber entrado a la carretera.

Ejercicio N°7

a) $P(t) = \int (135 \cdot e^{0,75t}) dt \quad P(0) = 25.180$

$$P(t) = 135 \cdot \frac{e^{0,75t}}{0,75} + c \Rightarrow P(t) = 180 \cdot e^{0,75t} + c$$

$$P(0) = 180 + c \Rightarrow 25.180 = 180 + c \Rightarrow c = 25.000$$

$$P(t) = 180 \cdot e^{0,75t} + 25.000$$

b) Interpretación: La función $P(t)$ entrega en la **cantidad de habitantes** de cierta población dentro de **t años**

c) $P(3) = 180 \cdot e^{(0,75 \cdot 3)} + 25.000 = 26.707,79$

Respuesta: Dentro de tres años la población será de 26.708 habitantes aproximadamente.

Ejercicio N°8

a) $V(t) = \int (960 \cdot e^{0,8t}) dt \quad V(0) = 1.500$

$$V(t) = 960 \cdot \frac{e^{0,8t}}{0,8} + c \Rightarrow V(t) = 1.200 \cdot e^{0,8t} + c$$

$$V(0) = 1.200 + c \Rightarrow 1.500 = 1.200 + c \Rightarrow c = 300$$

$$V(t) = 1.200 \cdot e^{0,8t} + 300$$

b) Interpretación: La función $V(t)$ corresponde a **las ventas en miles de pesos** después de **t meses** que se aumentó los valores del producto

c) $V(4) = 1.200 \cdot e^{(0,8 \cdot 4)} + 300 = 29.739,036$

Respuesta: A los 4 meses de haber modificado los precios las ventas corresponderán a \$29.739.036

Ejercicio N°9

$$O(50) = 1,2 \cdot 50^2 + 130 = 3.130$$

$$EP = 50 \cdot 3.130 - \int_0^{50} (1,2 q^2 + 130) dq$$

$$EP = 50 \cdot 3.130 - \left. \frac{1,2 q^3}{3} \right|_0^{50} - \left. 130q \right|_0^{50}$$

$$EP = 156.500 - 56.500 = 100.000$$

Respuesta: el excedente de los productores es \$100.000 al vender 50 bolsos.

Ejercicio N°10

$$VP(T) = \frac{1}{8-4} \cdot \int_4^8 (12 + t + 0,03t^2) dt$$

$$VP(T) = \frac{1}{4} \cdot \left[12t + \frac{t^2}{2} + 0,03 \frac{t^3}{3} \right]_4^8$$

$$VP(T) = \frac{1}{4} \cdot (133,12 - 56,64) = 19,12$$

Respuesta: la **temperatura promedio** es de 19,12° Celsius.

Ejercicio N°11

$$C(x) = 100x - 0,09x^2 + c$$

$$C(20) = 2264$$

$$2264 = 100 \cdot 20 - 0,09 \cdot 20^2 + c$$

$$c = 300$$

$$C(x) = 100x - 0,09x^2 + 300 \quad \textbf{(Función Costo)}$$

Ejercicio N°12

$$D(80) = 3.000 - 0,4 \cdot 80 - 0,06 \cdot 80^2 = 2.584$$

$$EC = \int_0^{80} (3.000 - 0,4 \cdot x - 0,06 \cdot x^2) dx - 2.584 \cdot 80$$

$$EC = \left[3.000 \cdot x - 0,4 \cdot \frac{x^2}{2} - 0,06 \cdot \frac{x^3}{3} \right]_0^{80} - 206.720$$

$$EC = [3.000 \cdot 80 - 0,2 \cdot 80^2 - 0,02 \cdot 80^3] - 206.720 = 228.480 - 206.720 = 21.760$$

Respuesta: El excedente de los consumidores es de 21.760 dólares cuando el nivel de venta es de 80 unidades

Ejercicio N°13

$$d(t) = \int (120 + 48t) dt \quad d(0) = 0$$

$$d(t) = 120t + 48 \frac{t^2}{2} + c \Rightarrow d(t) = 120t + 24t^2 + c$$

$$d(0) = 0 + 0 + c \Rightarrow c = 0$$

$$d(t) = 120t + 24t^2 \quad \textbf{(Función distancia o Posición)}$$

$$d(2) = 120 \cdot 2 + 24 \cdot 2^2 = 336$$

Respuesta: La distancia recorrida es de 336 metros.

Ejercicio N°14

$$\begin{aligned} VP &= \frac{1}{6-1} \cdot \int_1^6 (t^3 - 12t^2 + 48t) dt = \frac{1}{6-1} \cdot \left[\frac{t^4}{4} - 12 \cdot \frac{t^3}{3} + 48 \cdot \frac{t^2}{2} \right]_1^6 \\ &= \frac{1}{5} \cdot \left[\left(\frac{6^4}{4} - 4 \cdot 6^3 + 24 \cdot 6^2 \right) - \left(\frac{1^4}{4} - 4 \cdot 1^3 + 24 \cdot 1^2 \right) \right] = \frac{1}{5} \cdot (324 - 20,25) = 60,75 \end{aligned}$$

Respuesta: La **rapidez promedio** de las ventas es de 61 **unidades por mes**

Ejercicio N°15

$$I(x) = \int (0,3x^2 - 6x + 15.000) dx = 0,1x^3 - 3x^2 + 15.000x + C$$

$$I(20) = 0,1 \cdot 20^3 - 3 \cdot 20^2 + 15.000 \cdot 20 + C = 500.000 \Rightarrow C = 200.400$$

$$I(x) = 0,1x^3 - 3x^2 + 15.000x + 200.400 \quad \textbf{(Función Ingreso)}$$

$$I(50) = 0,1 \cdot 50^3 - 3 \cdot 50^2 + 15.000 \cdot 50 + 200.400 = 955.400$$

Respuesta: El ingreso por vender 50 unidades es \$955.400

Ejercicio N°16

$$O(x) = D(x)$$

$$4x + 2.000 = 8.000 - 2x$$

$$x_0 = 1.000 \quad \text{pto equilibrio}$$

$$D(1.000) = 8.000 - 2 \cdot 1.000 = 6.000$$

$$EC = \int_0^{1.000} (8.000 - 2x)dx - 1.000 \cdot 6.000$$

$$EC = 8.000x \Big|_0^{1.000} - x^2 \Big|_0^{1.000} - 1.000 \cdot 6.000$$

$$EC = 7.000.000 - 6.000.000 = 1.000.000$$

Respuesta: el excedente de los consumidores es de \$1.000.000 al comprar 100 pendrives