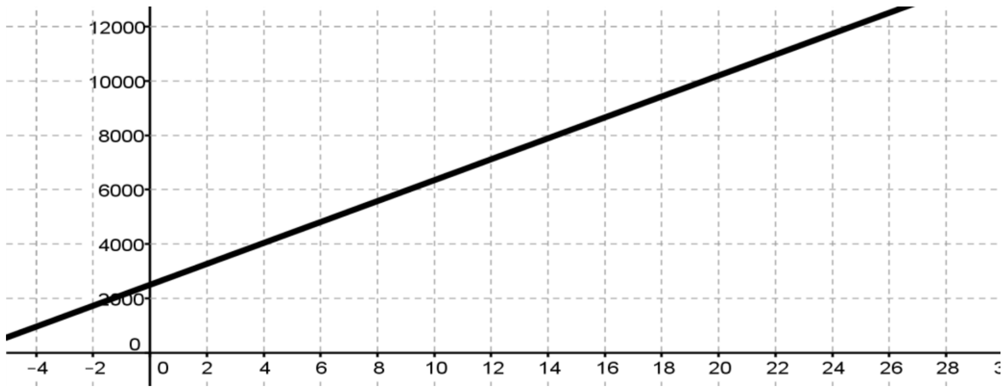
SOLUCIONES GUÍA RESUMEN EXAMEN CALCULO I

Ejercicio N°1:

a) Nombre Eje x: Precio (pesos) Nombre Eje y: Distancia (km)



b) Coordenadas Inicial (0,2500) Final (22, 10970)

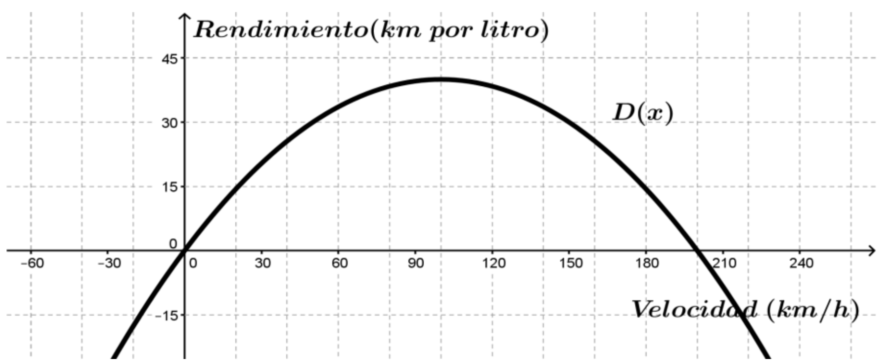
La tarifa **inicial** del taxi es de **$2.500**

Al recorrer **22 kilómetro** el valor a pagar será de **$10.970**

c) El costo del taxi **aumenta 385 pesos por kilómetro** recorrido

Ejercicio N°2:

a) Vértice $(100{,}40)$ Intersección Eje X $(0{,}0)$ y $(200{,}0)$



b) $Dom\ D(x) = [0{,}120]$

c) La velocidad que maximiza el rendimiento es **100 km/h** pudiendo recorrer **40 kilómetros por litro** de bencina

Ejercicio N°3:

a) La población de ranas en **miles** dependen de la cantidad de lluvia caída en **cm³**, y se modela mediante la siguiente función

$$R(c) = 65 + \sqrt{\frac{43c + 7,5}{8}}$$

b)

$$R(30) = 65 + \sqrt{\frac{43 \cdot 30 + 7,5}{8}} \approx 77,735$$

La población de ranas cuando caen 30 cm^3 de lluvia se estima en 77.735

Ejercicio N°4:

$$\lim_{x\to\infty} U(x) = 23$$

Si el gasto en publicidad aumenta indefinidamente se espera que la utilidad sea de 23.000 dólares

Ejercicio N°5:

a) $P(1) \approx 787$

Respuesta: Dentro de un año se estima que la población será de 787 insectos

b) $P`(t) = 2e^{2t} - 250$

c) $P`(3) \approx 556,86$

Respuesta: **Transcurridos 3 años** la **tasa de crecimiento** será de 557 **insectos por año**

Ejercicio N°6:

a) $P`(x) = \frac{1}{24}x^3 - 2x^2 + 25x$

$P`(3) = 58{,}125$

Respuesta : La **rapidez instantánea** a las **3 horas** es de 58 **km/h**

b) $P`(x) = \frac{1}{8}x^2 - 4x + 25$

$P``(3) = 14{,}125$

Respuesta : La **aceleración instantánea** a las **3 horas** es de 14 **km/h²**

Ejercicio N°7:

$$I'(x) = 150 + 0{,}12x$$

Posibles interpretaciones:

- Cuando se venden **130 pares de zapatillas** de básquetbol, el **ingreso está aumentando** en 165,6 **dólares por par de zapatilla**.
- El **ingreso marginal**, al vender **130 zapatillas** de básquetbol, es de 165,6 **dólares por par de zapatilla.**

Ejercicio N°8:

a) Dominio empírico $[0{,}3]$

b) Determinar puntos críticos $\quad \mathrm{P`(x)} = \frac{50}{17}x^2 - 5\mathrm{x}$

$\frac{50}{17}x^2 - 5\mathrm{x} = 0 \qquad x_1 = 0 \qquad x_2 = 1{,}7$

x		0		1,7	
Signo P`(x)	+		-		+

$x_1 = 0$ es un máximo relativo

$x_2 = 1{,}7$ es un mínimo relativo

Respuesta: las utilidades disminuyen entre los 0 y 1,7 años trascurridos.

c)

x	0	1,7	3
P(x)	1,8	-0,608333	5,770588

Respuesta: La mayor utilidad será a los tres años

d) Respuesta: La mayor utilidad corresponde a 5.770.588 euros

Ejercicio N°9:

$$3xy + 0{,}87x^2 = 45 \;\Rightarrow\; y = \frac{45 - 0{,}87x^2}{3x}$$

Función volumen:

$$V(x) = 0{,}43x^2 \cdot \frac{45 - 0{,}87x^2}{3x} \Rightarrow V(x) = 6{,}45x - 0{,}1247x^3$$

$V'(x) = 6.45 - 0{,}3741x^2 \Rightarrow 6{,}45 - 0{,}3741x^2 = 0 \Rightarrow x = 4{,}2$ Punto crítico.

x		4,2	
Signo $V'(x)$	+	0	-

Máximo relativo en $x = 4{,}2$**.**

$$y = \frac{45 - 0{,}87 \cdot 4{,}2^2}{3 \cdot 4{,}2} = 2{,}35$$

Luego, las dimensiones de la carpa deben ser: x = 4,2 m e y = 2,35 m.

$$V = 0{,}43 \cdot 4{,}2^2 \cdot 2{,}35 = 17{,}9$$

El mayor volumen que puede tener la carpa es aproximadamente 18 m^3.

Ejercicio Nº10

$a) \quad \int \mathrm{IM(x)}dx = 0{,}3\mathrm{x}^3 - 10{,}25x^2 + 90\mathrm{x} + \mathrm{C} = \mathrm{I(x)}$

$I(15) = 56{,}25$

$56{,}25 = 0{,}3 \cdot 15^3 - 10{,}25 \cdot 15^2 + 90 \cdot 15 + \mathrm{C}$ ➔ $c = 0$

$\mathrm{I(x)} = 0{,}3\mathrm{x}^3 - 10{,}25x^2 + 90\mathrm{x}$ ➔ función ingreso que depende de la cantidad de artículos vendidos

b) $\mathrm{I}(14) = 74{,}2$

Respuesta: En ingreso al vender 14 artículos será de 74,2 euros

Ejercicio Nº11

$\int \frac{dP}{dt} dt = \frac{10}{3}\mathrm{x}^{\frac{3}{2}} + 8\mathrm{x} + \mathrm{C} = \mathrm{P(x)}$

$P(0) = 1200$

$1200 = \frac{10}{3} \cdot 0^{\frac{3}{2}} + 8 \cdot 0 + \mathrm{C}$ ➔ $c = 1200$

$\mathbf{P(x)} = \frac{\mathbf{10}}{\mathbf{3}}\mathbf{x}^{\frac{3}{2}} + \mathbf{8x} + \mathbf{1200}$ ➔ función cantidad de Habitantes transcurrido t años

$\mathrm{P}(8) = 1339{,}424728$

Respuesta: La población dentro de 8 años será de 1339 habitantes aproximadamente

Ejercicio N°12:

$\int A(x)dx = 2x^3 - 4{,}5x^2 + 4x + c = R(x)$

$R(x) = 2x^3 - 4{,}5x^2 + 4x + c$

Datos entregados: $x = 2 \quad R(x) = 96{,}6$

$96{,}6 = 2 \cdot 2^3 - 4{,}5 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 + c \Rightarrow c = 90{,}6$

La función Rapidez Instantánea en km/h está dada por $R(x) = 2x^3 - 4{,}5x^2 + 4x + 90{,}6$

Ejercicio Nº13

$\mathrm{EP} = y_0 \cdot x_0 - \int_0^{x_0} O(\mathrm{x})\mathrm{dx}$

$y_0 = 0(50) = 580 \qquad x_0 \cdot y_0 = 50 \cdot 580 = 29.000$

$\int 0(x)dx = \frac{1}{15}x^3 + 0{,}2x^2 + 60x + c \qquad \int_0^{50} D(x)dx = 11.833{,}3333$

$\mathrm{EP} = 29.000 - 11.833{,}3333 = 17.166{,}6666$

El excedente de productor es $17.167 cuando se venden 50 calculadoras

Ejercicio Nº14

$$EC = \int_{0}^{x_0} D(x)dx - y_0 \cdot x_0$$

$y_0 = D(45) = 5328{,}5$ $\quad\quad$ $x_0 \cdot y_0 = 45 \cdot 5328{,}5 = 239782{,}5$

$\int D(x)dx = 5000x + 5x^2 - 0{,}02x^3 + c$ $\quad\quad$ $\int_0^{45} D(x)dx = 233302{,}5$

$EC = 239782{,}5 - 233302{,}5 = 6480$

El excedente del consumidor es $6480 cuando el nivel de venta es de 45 artículos

EJERCICI0 Nº15

$VP\big(f(x)\big) = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x)dx$

$$\frac{1}{6-4} = \frac{1}{2}$$

$\int f(t)dt = -\frac{2}{5}t^3 + 5t^2 + 0{,}4t$ $\quad\quad$ $\int_4^6 f(t)dt = 96 - 56 = 40$

$$VP = \frac{1}{2} \cdot 40 = 20$$

la temperatura promedio entre las 4 y 6 de la mañana es de 20 ºC