

## Óptica geométrica

[Método y recomendaciones](#)

### ◊ PROBLEMAS

#### ● Espejos

- Un espejo cóncavo tiene 50 cm de radio. Un objeto de 5 cm se coloca a 20 cm del espejo:
  - Dibuja la marcha de los rayos.
  - Calcula la posición, tamaño y naturaleza de la imagen.
  - Dibuja una situación en la que no se forme imagen del objeto.

(P.A.U. jun. 14)

**Rta.:** b)  $s' = 1,00$  m;  $y' = 25$  cm; imagen virtual, derecha y mayor.

#### **Datos (convenio de signos DIN)**

Radio de curvatura del espejo

Tamaño del objeto

Posición del objeto

#### **Incógnitas**

Posición de la imagen

Tamaño de la imagen

#### **Otros símbolos**

Distancia focal del espejo

#### **Ecuaciones**

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

Aumento lateral en los espejos

Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura

#### **Cifras significativas: 2**

$$R = -50 \text{ cm} = -0,50 \text{ m}$$

$$y = 5,0 \text{ cm} = 0,050 \text{ m}$$

$$s = -20 \text{ cm} = -0,20 \text{ m}$$

$$s'$$

$$y'$$

$$f$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

#### **Solución:**

a)

Se dibuja un esquema de espejo cóncavo (un arco de circunferencia vertical cóncavo hacia la izquierda), y se sitúa el foco F a la izquierda del espejo, a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro C.

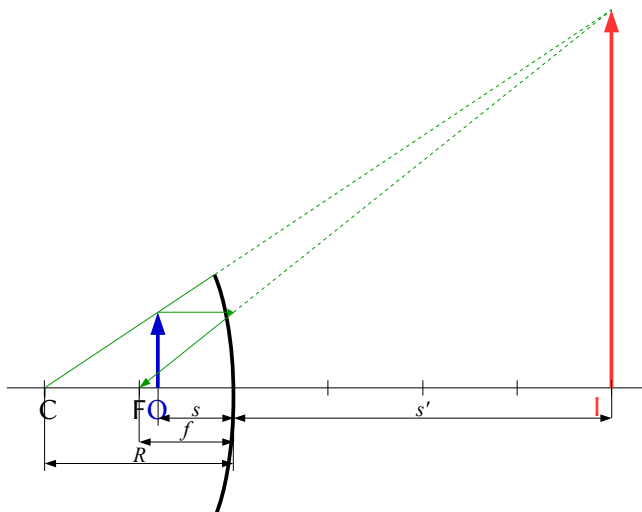
Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto O.

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, horizontal hacia el espejo, que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco F.
- Otro, hacia el espejo, que se refleja sin desviarse pasando por el centro C de curvatura del espejo.

Como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que sus prolongaciones se corten.

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen I. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.



b) Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda del espejo tienen signo negativo.

Se calcula la distancia focal, que es la mitad del radio del espejo.

$$f = R / 2 = -0,50 \text{ [m]} / 2 = -0,25 \text{ m}$$

Se sustituyen los datos en la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'} + \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,25 \text{ [m]}}$$

Se calcula la posición de la imagen, despejando:

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{-0,25 \text{ [m]}} - \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = -4,0 \text{ [m]}^{-1} + 5,0 \text{ [m]}^{-1} = 1,0 \text{ [m]}^{-1} \Rightarrow s' = +1,0 \text{ m}$$

La imagen se forma a 1,0 m a la derecha del espejo.

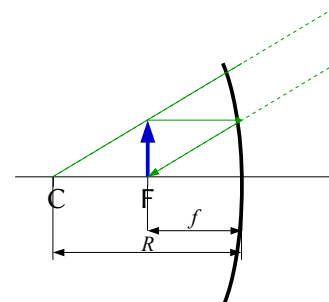
Se sustituyen los datos en la ecuación del aumento lateral en los espejos, y se calcula la altura de la imagen, despejando:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{-1,0 \text{ [m]}}{-0,20 \text{ [m]}} = 5,0$$

$$y' = A_L \cdot y = 5,0 \cdot 5,0 \text{ cm} = 25 \text{ cm}$$

La imagen es virtual ( $s' > 0$ ), derecha ( $A_L > 0$ ) y mayor ( $|A_L| > 1$ ).

*Análisis: Los resultados de los cálculos están en consonancia con el dibujo.*



c) Cuando el objeto se encuentra en el foco, los rayos salen paralelos y no se cortan, por lo que no se forma imagen.

2. Un objeto de 1,5 cm de altura está situado a 15 cm de un espejo esférico convexo de radio 20 cm. Determina la posición, tamaño y naturaleza de la imagen:

- Gráficamente.
- Analíticamente.
- ¿Se pueden obtener imágenes reales con un espejo convexo?

(P.A.U. sep. 09)

**Rta.:** b)  $s' = +6,0 \text{ cm}$ ;  $y' = 6,0 \text{ mm}$

### Datos (convenio de signos DIN)

Radio de curvatura del espejo convexo

Tamaño del objeto

Posición del objeto

### Incógnitas

Posición de la imagen

Tamaño de la imagen

### Otros símbolos

Distancia focal del espejo

### Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

Aumento lateral en los espejos

Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura

### Cifras significativas: 2

$R = +0,20 \text{ m}$

$y = 1,5 \text{ cm} = 0,015 \text{ m}$

$s = -0,15 \text{ m}$

$s'$

$y'$

$f$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

### Solución:

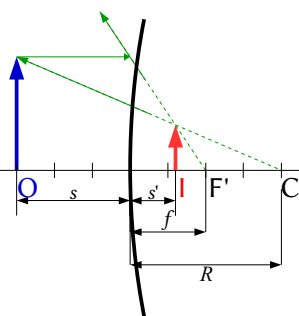
a)

Se dibuja un esquema de espejo convexo (un arco de circunferencia vertical cóncavo hacia la derecha), y se sitúa el foco F a la derecha del espejo, a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro C.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto O.

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, horizontal hacia el espejo, que se refleja de manera que la prolongación del rayo reflejado pasa por el foco F a la derecha del espejo.



- Otro, hacia el espejo, que se refleja sin desviarse, de forma que la prolongación del rayo reflejado pasa por el centro C de curvatura a la derecha del espejo.

Como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que sus prolongaciones se corten. El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen I. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.

b) Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda del espejo tienen signo negativo. Se calcula la distancia focal, que es la mitad del radio del espejo.

$$f = R / 2 = 0,20 \text{ [m]} / 2 = 0,10 \text{ m}$$

Se sustituyen los datos en la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'} + \frac{1}{-0,15 \text{ [m]}} = \frac{1}{0,10 \text{ [m]}}$$

Se calcula la posición de la imagen, despejando:

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{0,10 \text{ [m]}} - \frac{1}{-0,15 \text{ [m]}} = 10 \text{ [m]}^{-1} + 6,7 \text{ [m]}^{-1} = 17 \text{ [m]}^{-1} \Rightarrow s' = 0,060 \text{ m}$$

La imagen se forma a 6,0 cm a la derecha del espejo.

Se sustituyen los datos en la ecuación del aumento lateral en los espejos, y se calcula la altura de la imagen, despejando:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{-0,060 \text{ [m]}}{-0,15 \text{ [m]}} = 0,40$$

$$y' = A_L \cdot y = 0,40 \cdot 1,5 \text{ cm} = 0,60 \text{ cm} = 6,0 \text{ mm}$$

La imagen es virtual ( $s' > 0$ ), derecha ( $A_L > 0$ ) y menor ( $|A_L| < 1$ ).

*Análisis: Los resultados de los cálculos están en consonancia con el dibujo.*

c) Las imágenes producidas por espejos convexos son siempre virtuales. Esto se puede demostrar con la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} \Rightarrow s' = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{s}}$$

Por el criterio de signos,  $s < 0$ , y en los espejos convexos  $f > 0$ , por lo que:

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{s} > 0$$

Por lo tanto,  $s' > 0$  siempre. La imagen se va a formar a la derecha del espejo y va a ser virtual (los rayos de luz no atraviesan los espejos).

- Un objeto de 3 cm está situado a 8 cm de un espejo esférico cóncavo y produce una imagen a 10 cm a la derecha del espejo:
  - Calcula la distancia focal.
  - Dibuja la marcha de los rayos y obtén el tamaño de la imagen.
  - ¿En qué posición del eje hay que colocar el objeto para que no se forme imagen?

(P.A.U. jun. 08)

**Rta.:** a)  $f = -0,40 \text{ m}$ ; b)  $y' = 3,8 \text{ cm}$

**Datos (convenio de signos DIN)**

Posición del objeto

Posición de la imagen

Tamaño del objeto

**Incógnitas**

Distancia focal del espejo

**Cifras significativas: 3**

$s = -8,00 \text{ cm} = -0,0800 \text{ m}$

$s' = 10,0 \text{ cm} = -0,100 \text{ m}$

$y = 3,00 \text{ cm} = 0,0300 \text{ m}$

$f$

**Incógnitas**

Tamaño de la imagen

 $y'$ **Ecuaciones**

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Aumento lateral en los espejos

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura

$$f = R / 2$$

**Solución:**

a) Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda del espejo tienen signo negativo.

Se sustituyen los datos en la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{0,100 \text{ [m]}} + \frac{1}{-0,080 \text{ [m]}} = \frac{1}{f}$$

Se calcula la distancia focal despejando:

$$\frac{1}{f} = 10,0 \text{ [m]}^{-1} - 12,5 \text{ [m]}^{-1} = -2,50 \text{ [m]}^{-1} \Rightarrow f = -0,400 \text{ m}$$

b)

Se dibuja un esquema de espejo cóncavo (un arco de circunferencia vertical cóncavo hacia la izquierda), y se sitúa el foco F a la izquierda del espejo, a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro C.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto O.

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, horizontal hacia el espejo, que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco F.
- Otro, hacia el espejo, que se refleja sin desviarse pasando por el centro C de curvatura del espejo.

Como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que sus prolongaciones se corten.

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen I. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.

Se sustituyen los datos en la ecuación del aumento lateral en los espejos, y se calcula la altura de la imagen, despejando:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{-0,100 \text{ [m]}}{-0,0800 \text{ [m]}} = 1,25$$

$$y' = A_L \cdot y = 1,25 \cdot 3,00 \text{ cm} = 3,75 \text{ cm} = 0,0375 \text{ m}$$

La imagen es virtual ( $s' > 0$ ), derecha ( $A_L > 0$ ) y mayor ( $|A_L| > 1$ ).*Análisis: Los resultados de los cálculos están en consonancia con el dibujo.*

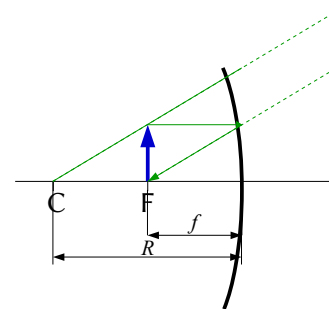
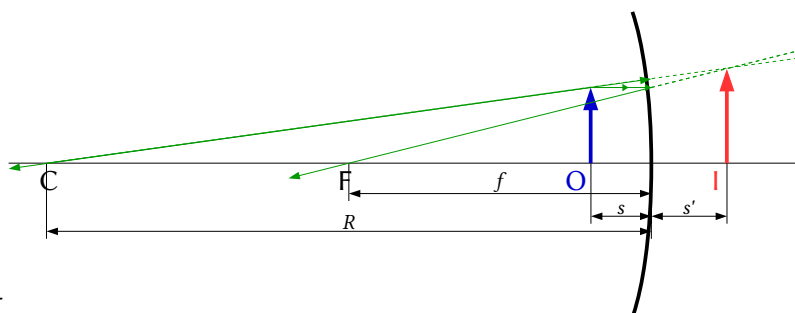
c) En el foco. Los rayos que salen de un objeto situado en el foco salen paralelos y no se cortan, por lo que no se forma imagen.

4. Dado un espejo esférico de 50 cm de radio y un objeto de 5 cm de altura situado sobre el eje óptico a una distancia de 30 cm del espejo, calcula analítica y gráficamente la posición y tamaño de la imagen:

a) Si el espejo es cóncavo.

b) Si el espejo es convexo.

(P.A.U. jun. 06)

**Rta.:** a)  $s'_1 = -1,5 \text{ m}$ ;  $y'_1 = -0,25 \text{ m}$ ; b)  $s'_2 = 0,14 \text{ m}$ ;  $y'_2 = 0,023 \text{ m}$ 

**Datos (convenio de signos DIN)**

Radio de curvatura del espejo cóncavo

Radio de curvatura del espejo convexo

Tamaño del objeto

Posición del objeto

**Incógnitas**

Posición de las imágenes que dan ambos espejos

Tamaño de las imágenes que dan ambos espejos

**Otros símbolos**

Distancia focal del espejo

**Ecuaciones**

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

Aumento lateral en los espejos

Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura

**Cifras significativas: 3**

$$R = -0,500 \text{ m}$$

$$R = +0,500 \text{ m}$$

$$y = 5,00 \text{ cm} = 0,0500 \text{ m}$$

$$s = -0,300 \text{ m}$$

$$s'_1, s'_2$$

$$y'_1, y'_2$$

$$f$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

**Solución:**

a)

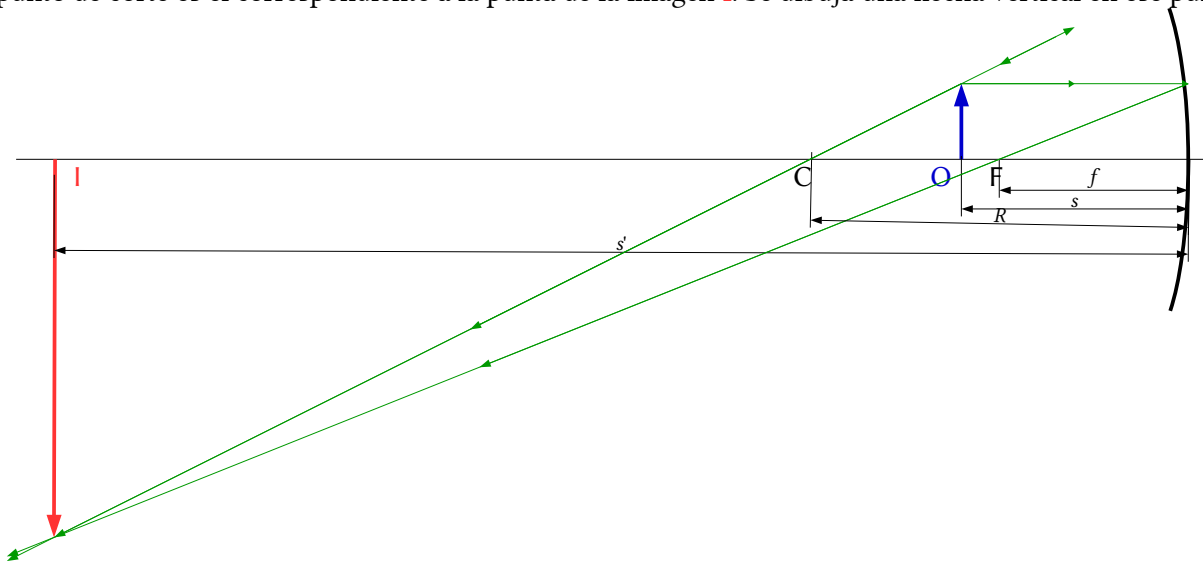
Se dibuja un esquema de espejo cóncavo (un arco de circunferencia vertical cóncavo hacia la izquierda), y se sitúa el foco F a la izquierda del espejo, a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro C.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto O.

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, horizontal hacia el espejo, que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco F.
- Otro, hacia el espejo, que se refleja sin desviarse pasando por el centro C de curvatura del espejo.

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen I. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.



Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda del espejo tienen signo negativo.

Se calcula la distancia focal, que es la mitad del radio del espejo.

$$f = R / 2 = -0,500 \text{ [m]} / 2 = -0,250 \text{ m}$$

Se sustituyen los datos en la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'_1} + \frac{1}{-0,300 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,250 \text{ [m]}}$$

Se calcula la posición de la imagen despejando:

$$\frac{1}{s'_1} = \frac{1}{-0,250 \text{ [m]}} - \frac{1}{-0,300 \text{ [m]}} = -4,00 \text{ [m]} + 3,33 \text{ [m]} = -0,67 \text{ [m]} \Rightarrow s'_1 = -1,5 \text{ m}$$

La imagen se forma a 1,5 m a la izquierda del espejo.

Se sustituyen los datos en la ecuación del aumento lateral en los espejos, y se calcula la altura de la imagen, despejando:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{1,50[\text{m}]}{-0,300[\text{m}]} = -5,00$$

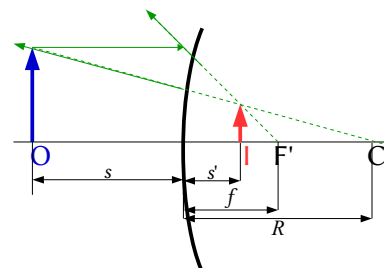
$$y' = A_L \cdot y = -5,00 \cdot 5,00 \text{ cm} = -25,0 \text{ cm} = -0,250 \text{ m}$$

La imagen es real ( $s' < 0$ ), invertida ( $A_L < 0$ ) y mayor ( $|A_L| > 1$ ).

b) Se construye un nuevo dibujo aplicando las indicaciones del apartado anterior, pero teniendo en cuenta que como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que se corten. El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen **I**.

En los espejos convexos la distancia focal es positiva:  $f = 0,250 \text{ m}$ .

Se calcula la posición de la imagen de forma semejante al caso anterior.



$$\frac{1}{s'_2} + \frac{1}{-0,300[\text{m}]} = \frac{1}{0,250[\text{m}]}$$

$$\frac{1}{s'_2} = \frac{1}{0,250[\text{m}]} - \frac{1}{-0,300[\text{m}]} = 4,00[\text{m}]^{-1} + 3,33[\text{m}]^{-1} = 7,33[\text{m}]^{-1} \Rightarrow s'_2 = 0,136 \text{ m}$$

La imagen se forma a 0,14 m a la derecha del espejo.

Se sustituyen los datos en la ecuación del aumento lateral en los espejos, y se calcula la altura de la imagen, despejando:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{-0,136[\text{m}]}{-0,300[\text{m}]} = 0,455$$

$$y' = A_L \cdot y = 0,455 \cdot 5,0 \text{ cm} = 2,27 \text{ cm} = 0,0227 \text{ m}$$

La imagen es virtual ( $s' > 0$ ), derecha ( $A_L > 0$ ) y menor ( $|A_L| < 1$ ).

*Análisis: En ambos casos los resultados de los cálculos están en consonancia con los dibujos.*

5. Un espejo esférico cóncavo tiene un radio de curvatura de 0,5 m. Determina analítica y gráficamente la posición y aumento de la imagen de un objeto de 5 cm de altura situado en dos posiciones diferentes:

- A 1 m del espejo.
- A 0,30 m del espejo.

(P.A.U. sep. 05)

**Rta.:**  $s' = -0,33 \text{ m}$ ;  $A_{L1} = -0,33$ ; b)  $s' = -1,5 \text{ m}$ ;  $A_{L2} = -5,0$

#### **Datos (convenio de signos DIN)**

Radio de curvatura del espejo

Tamaño del objeto

Posición del objeto: en el primer caso  
en el segundo caso

#### **Incógnitas**

Posición de la imagen en ambos casos

Aumento de la imagen en ambos casos

#### **Otros símbolos**

Distancia focal del espejo

#### **Ecuaciones**

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

Aumento lateral en los espejos

Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura

#### **Cifras significativas: 3**

$R = -0,500 \text{ m}$

$y = 5,0 \text{ cm} = 0,0500 \text{ m}$

$s_1 = -1,00 \text{ m}$

$s_2 = -0,300 \text{ m}$

$s'_1, s'_2$

$A_{L1}, A_{L2}$

$f$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

**Solución:**

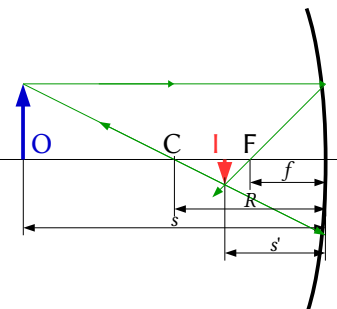
a)

Se dibuja un esquema de espejo cóncavo (un arco de circunferencia vertical cóncavo hacia la izquierda), y se sitúa el foco F a la izquierda del espejo, a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro C.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto O.

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, horizontal hacia el espejo, que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco F.
- Otro, hacia el espejo, que se refleja sin desviarse pasando por el centro C de curvatura del espejo.



El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen I. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.

Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda del espejo tienen signo negativo.

Se calcula la distancia focal, que es la mitad del radio del espejo.

$$f = R / 2 = -0,500 \text{ [m]} / 2 = -0,250 \text{ m}$$

Se sustituyen los datos en la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'} + \frac{1}{-1,00 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,250 \text{ [m]}}$$

Se calcula la posición de la imagen, despejando:

$$\frac{1}{s'_1} = \frac{1}{-0,250 \text{ [m]}} - \frac{1}{-1,00 \text{ [m]}} = -4,00 \text{ [m]}^{-1} + 1,00 \text{ [m]}^{-1} = -3,00 \text{ [m]}^{-1} \Rightarrow s'_1 = -0,333 \text{ m}$$

La imagen se forma a 33 cm a la izquierda del espejo.

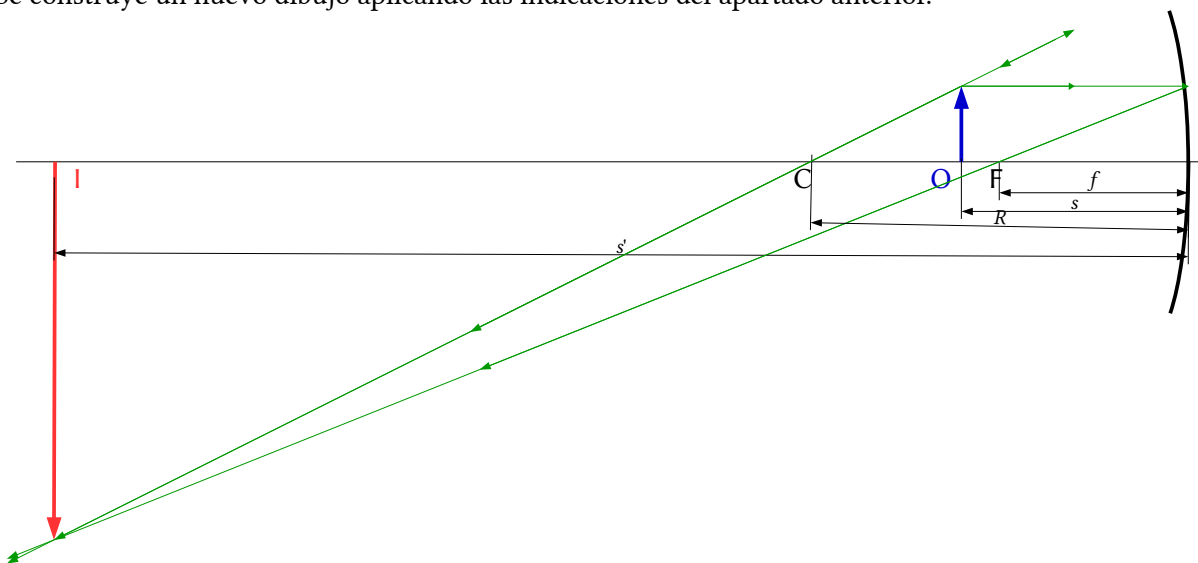
Se sustituyen los datos en la ecuación del aumento lateral en los espejos, y se calcula la altura de la imagen, despejando:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{0,333 \text{ [m]}}{-1,00 \text{ [m]}} = -0,333$$

$$y' = A_{L1} \cdot y = -0,333 \cdot 5,00 \text{ cm} = -1,67 \text{ cm}$$

La imagen es real ( $s' < 0$ ), invertida ( $A_{L1} < 0$ ) y menor ( $|A_{L1}| < 1$ ).

b) Se construye un nuevo dibujo aplicando las indicaciones del apartado anterior.



Se calcula la posición de la imagen de forma semejante al caso anterior.

$$\frac{1}{s'_2} + \frac{1}{-0,300 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,250 \text{ [m]}}$$

$$\frac{1}{s'_2} = \frac{1}{-0,250 \text{ [m]}} + \frac{1}{-0,300 \text{ [m]}} = -4,00 \text{ [m]}^{-1} + 3,33 \text{ [m]}^{-1} = -0,67 \text{ [m]}^{-1} \Rightarrow s'_2 = -1,5 \text{ m}$$

La imagen se forma a 1,5 m a la izquierda del espejo.

Se sustituyen los datos en la ecuación del aumento lateral en los espejos, y se calcula la altura de la imagen, despejando:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{1,50 \text{ [m]}}{-0,300 \text{ [m]}} = -5,00$$

$$y' = A_{L2} \cdot y = -5,00 \cdot 5,00 \text{ cm} = -25,0 \text{ cm} = -0,250 \text{ m}$$

La imagen es real ( $s' < 0$ ), invertida ( $A_{L2} < 0$ ) y mayor ( $|A_{L2}| > 1$ ).

*Análisis: En ambos casos los resultados de los cálculos están en consonancia con los dibujos.*

6. Un objeto de 5 cm de altura está situado a una distancia  $x$  del vértice de un espejo esférico cóncavo, de 1 m de radio de curvatura. Calcula la posición y tamaño de la imagen:

a) Si  $x = 75 \text{ cm}$

b) Si  $x = 25 \text{ cm}$

En los dos casos dibuja la marcha de los rayos.

(P.A.U. sep. 04)

**Rta.:** a)  $s' = -1,5 \text{ m}$ ;  $y' = -10 \text{ cm}$ ; b)  $s' = 0,5 \text{ m}$ ;  $y' = 10 \text{ cm}$ .

### Datos (convenio de signos DIN)

Radio de curvatura del espejo

Tamaño del objeto

Posición del objeto: en el primer caso  
en el segundo caso

### Incógnitas

Posición de la imagen en ambos casos

Tamaño de la imagen en ambos casos

### Otros símbolos

Distancia focal del espejo

### Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

Aumento lateral en los espejos

Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura

### Cifras significativas: 3

$R = -1,00 \text{ m}$

$y = 5,00 \text{ cm} = 0,0500 \text{ m}$

$s_1 = -75,0 \text{ cm} = -0,750 \text{ m}$

$s_2 = -25,0 \text{ cm} = -0,250 \text{ m}$

$s'_1, s'_2$

$y'_1, y'_2$

$f$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

### Solución:

a)

Se dibuja un esquema de espejo cóncavo (un arco de circunferencia vertical cóncavo hacia la izquierda), y se sitúa el foco F a la izquierda del espejo, a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro C.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto O.

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

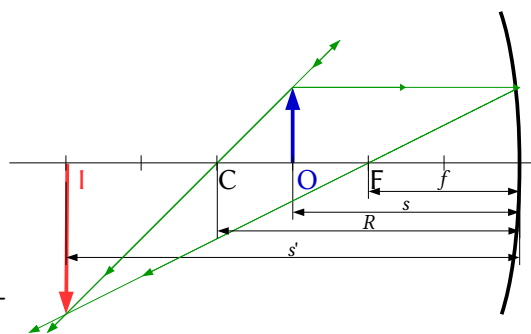
- Uno, horizontal hacia el espejo, que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco F.
- Otro, hacia el espejo, que se refleja sin desviarse pasando por el centro C de curvatura del espejo.

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen I. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.

Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda del espejo tienen signo negativo.

Se calcula la distancia focal, que es la mitad del radio del espejo.

$$f = R / 2 = -1,00 \text{ [m]} / 2 = -0,500 \text{ m}$$





Se sustituyen los datos en la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'_1} + \frac{1}{-0,750 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,500 \text{ [m]}}$$

Se calcula la posición de la imagen despejando:

$$\frac{1}{s'_1} = \frac{1}{-0,500 \text{ [m]}} - \frac{1}{-0,750 \text{ [m]}} = -2,00 \text{ [m]}^{-1} + 1,33 \text{ [m]}^{-1} = -0,67 \text{ [m]}^{-1} \Rightarrow s'_1 = -1,5 \text{ m}$$

La imagen se forma a 1,5 m a la izquierda del espejo.

Se sustituyen los datos en la ecuación del aumento lateral en los espejos, y se calcula la altura de la imagen despejando:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{1,50 \text{ [m]}}{-0,750 \text{ [m]}} = -2,00$$

$$y'_1 = A_L \cdot y = -2,00 \cdot 5,00 \text{ cm} = -10,0 \text{ cm} = -0,100 \text{ m}$$

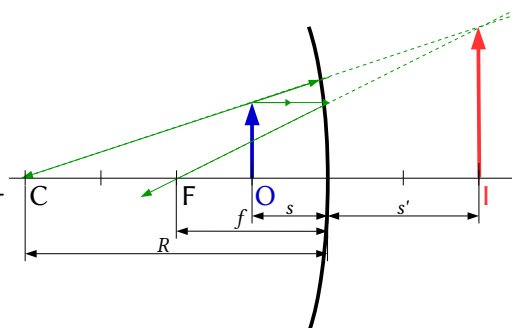
La imagen es real ( $s' < 0$ ), invertida ( $A_L < 0$ ) y mayor ( $|A_L| > 1$ ).

b) Se construye un nuevo dibujo aplicando las indicaciones del apartado anterior, pero teniendo en cuenta que como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que se corten. El punto de corte es el punto correspondiente a la punta de la imagen **I**.

Se sustituyen los datos en la ecuación de los espejos y se calcula la posición de la imagen, despejando:

$$\frac{1}{s'_2} + \frac{1}{-0,250 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,500 \text{ [m]}}$$

$$\frac{1}{s'_2} = \frac{1}{-0,500 \text{ [m]}} - \frac{1}{-0,250 \text{ [m]}} = -2,00 \text{ [m]}^{-1} + 4,00 \text{ [m]}^{-1} = 2,00 \text{ [m]}^{-1} \Rightarrow s'_2 = +0,500 \text{ m}$$



La imagen se forma a 0,50 m a la derecha del espejo.

Se sustituyen los datos en la ecuación de aumento lateral en los espejos y se calcula la altura de la imagen despejando:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{-0,500 \text{ [m]}}{-0,250 \text{ [m]}} = 2,00$$

$$y'_2 = A_L \cdot y = 2,00 \cdot 5,00 \text{ cm} = 10,0 \text{ cm} = 0,100 \text{ m}$$

La imagen es virtual ( $s' > 0$ ), derecha ( $A_L > 0$ ) y mayor ( $|A_L| > 1$ ).

*Análisis: En ambos casos los resultados de los cálculos están en consonancia con los dibujos.*

## ● Lentes

- Una lente divergente de distancia focal 10 cm forma una imagen de 2 cm de altura. Si el tamaño del objeto es 10 cm:
  - Calcula la distancia a la que se encuentra el objeto de la lente.
  - Dibuja la marcha de los rayos.
  - La miopía es un defecto visual. Explica como se puede corregir.

(P.A.U. sep. 16)

**Rta.:** a)  $s = 0,40 \text{ m}$

**Datos (convenio de signos DIN)**

Distancia focal de la lente

**Cifras significativas: 2**

$f = -10 \text{ cm} = -0,10 \text{ m}$

**Datos (convenio de signos DIN)**

Altura del objeto

Altura de la imagen

**Incógnitas**

Posición del objeto

**Otros símbolos**

Posición de la imagen

**Ecuaciones**

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes

Aumento lateral en las lentes

**Cifras significativas: 2** $y = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$  $y' = 2,0 \text{ cm} = 0,020 \text{ m}$  $s$  $s'$ 

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

**Solución:**

a) De la ecuación del aumento lateral en las lentes se puede establecer la relación matemática entre las distancias  $s$  del objeto a la lente y  $s'$  de la imagen a la lente:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{s'}{s} = \frac{0,020 \text{ [m]}}{0,10 \text{ [m]}} = 0,20 \Rightarrow s' = 0,20 s$$

Sustituyendo esta relación en la ecuación de las lentes y despejando, se obtiene la posición del objeto:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{0,20 \cdot s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{-0,10 \text{ [m]}}$$

$$\frac{5}{s} - \frac{1}{s} = \frac{4}{s} = -10 \text{ [m]}^{-1} \Rightarrow s = -0,40 \text{ m}$$

*Análisis: El objeto se encuentra a la izquierda de la lente.*

b)

Se dibuja un esquema de lente divergente (una línea vertical rematada por dos «ángulos» o puntas de flechas invertidas), y se sitúa el foco  $F$  a la izquierda de la lente.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto  $O$ .

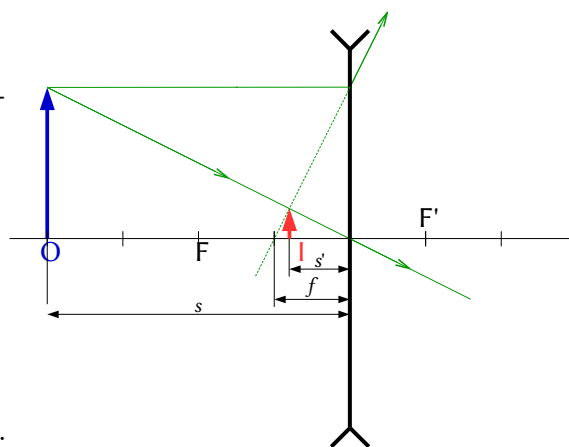
Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.
- Otro, horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta.

Se dibuja de forma que su prolongación pase por el foco de la izquierda  $F$ , un punto simétrico al foco  $F'$ .

Los rayos no se cortan. Se corta el rayo dirigido al centro de la lente con la prolongación del rayo refractado.

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen  $I$ . Se dibuja una flecha vertical en ese punto.



c) La miopía es un defecto óptico que se da cuando los rayos de luz provenientes de un objeto se enfocan por delante de la retina. Esto da lugar a una imagen desenfocada. Para corregir la miopía se usan lentes correctivas (gafas o lentes de contacto). Estas lentes son biconcavas (divergentes).

2. Una lente convergente proyecta sobre una pantalla la imagen de un objeto. El aumento es de 10 y la distancia del objeto a la pantalla es de 2,7 m.

- Determina las posiciones de la imagen y del objeto.
- Dibuja la marcha de los rayos.
- Calcula la potencia de la lente.

(P.A.U. sep. 12)

**Rta.:** a)  $s = -0,245 \text{ m}$ ;  $s' = 2,45 \text{ m}$ ; c)  $P = 4,49 \text{ dioptrías}$

**Datos (convenio de signos DIN)**

Aumento de la lente

Distancia entre el objeto y su imagen

**Incógnitas**

Posición del objeto y de la imagen

Potencial de la lente

**Otros símbolos**

Distancia focal de la lente

**Ecuaciones**

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes

Aumento lateral en las lentes

Potencia de una lente

**Cifras significativas: 3**

$$A_L = 10,0$$

$$d = 2,70 \text{ m}$$

$$s, s'$$

$$P$$

$$f$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$P = \frac{1}{f}$$

**Solución:**

a) Del aumento lateral podemos establecer la relación matemática entre las distancias  $s$  del objeto a la lente y  $s'$  de la imagen a la lente.

$$A_L = \frac{s'}{s} \Rightarrow s' = 10,0 s$$

La distancia del objeto a la pantalla (donde se forma la imagen) es la suma de esas dos distancias (sen tener en cuenta los signos):

$$|s| + |s'| = 2,70 \text{ m}$$

Teniendo en cuenta que, por el criterio de signos, la distancia del objeto a la lente es negativa,  $s < 0$ , pero la distancia de la imagen, cuando es real, a la lente es positiva  $s' > 0$ , queda:

$$-s + s' = 2,70 \text{ m}$$

Aunque nos dicen que el aumento es 10, el signo correcto es  $-10$ , por lo que, la relación con el signo adecuado entre las dos distancias es:

$$s' = -10,0 s$$

Sustituyendo  $s'$  y despejando  $s$ , se obtienen los valores de la distancia del objeto y la distancia de la imagen:

$$-s - 10,0 s = 2,70 \text{ m}$$

$$s = \frac{2,70 \text{ [m]}}{-11,0} = -0,245 \text{ m}$$

$$s' = -10,0 s = 2,45 \text{ m}$$

El objeto está a 0,245 m a la izquierda de la lente y la imagen se forma a 2,45 m a la derecha de la lente.

b)

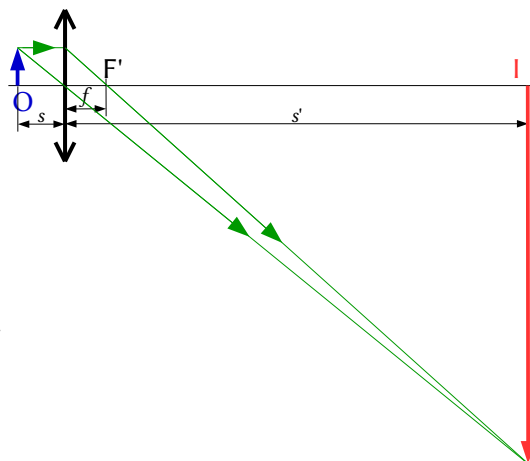
Se dibuja un esquema de lente convergente (una línea vertical rematada por dos puntas de flechas) y se sitúa el foco  $F'$  a la derecha de la lente.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto  $O$ .

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.
- Otro, horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta.

Se dibuja de forma que el rayo refractado pase por el foco de la derecha  $F'$ .



El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen **I**. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.

c) La potencia de la lente es la inversa de la distancia focal (expresada en metros) y puede calcularse de la ecuación de las lentes.

$$\frac{1}{2,45 \text{ [m]}} - \frac{1}{-0,245 \text{ [m]}} = \frac{1}{f} = P$$

$$P = 0,408 \text{ [m}^{-1}] + 4,08 \text{ [m}^{-1}] = 4,49 \text{ dioptrías}$$

3. Un objeto de 3 cm se sitúa a 20 cm de una lente cuya distancia focal es 10 cm:

- Dibuja la marcha de los rayos si la lente es convergente.
- Dibuja la marcha de los rayos si la lente es divergente.
- En ambos casos calcula la posición y el tamaño de la imagen.

(P.A.U. jun. 12)

**Rta.:** c)  $s' = 0,20 \text{ m}$ ;  $y' = -3,0 \text{ cm}$ ; d)  $s' = -0,067 \text{ m}$ ;  $y' = 1,0 \text{ cm}$

### Datos (convenio de signos DIN)

Tamaño del objeto

Posición del objeto

Distancia focal de la lente

### Incógnitas

Posición de la imagen en ambas lentes

Tamaño de la imagen en ambas lentes

### Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes

Aumento lateral en las lentes

### Cifras significativas: 2

$y = 3,0 \text{ cm} = 0,030 \text{ m}$

$s = -20 \text{ cm} = -0,20 \text{ m}$

$f = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$

$s'_1, s'_2$   
 $y'_1, y'_2$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

### Solución:

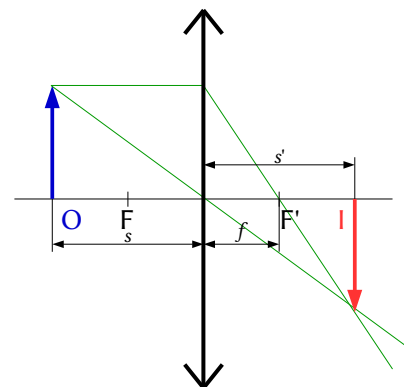
a)

Se dibuja un esquema de lente convergente (una línea vertical rematada por dos puntas de flechas) y se sitúa el foco  $F'$  a la derecha de la lente.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto **O**.

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.
- Otro, horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta. Se dibuja de forma que el rayo refractado pase por el foco de la derecha  $F'$ .



El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen **I**. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.

*Análisis:* La imagen es real, ya que  $s'$  es positiva, es decir a la derecha de la lente que es la zona donde se forman las imágenes reales en las lentes. El signo negativo del tamaño nos indica que la imagen es invertida. Los resultados de los cálculos están en consonancia con el dibujo.

b)

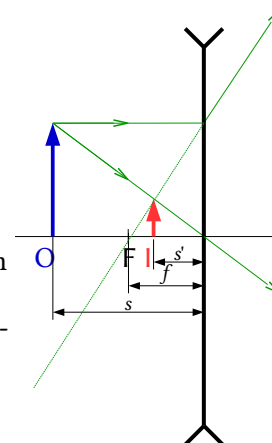
Se dibuja un esquema de lente divergente (una línea vertical rematada por dos «án-gulos» o puntas de flechas invertidas), y se sitúa el foco  $F$  a la izquierda de la lente.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto **O**.

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.
- Otro, horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta. Se dibuja de forma que su prolongación pase por el foco de la izquierda  $F$ , un punto simétrico al foco  $F'$ .

Los rayos no se cortan. Se corta el rayo dirigido al centro de la lente con la prolongación del rayo refractado.



El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen **I**. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.  
*Análisis: La imagen es virtual, ya que  $s'$  es negativa, es decir a la izquierda de la lente que es la zona donde se forman las imágenes virtuales en las lentes. El signo positivo del tamaño nos indica que la imagen es derecha. Los resultados de los cálculos están en consonancia con el dibujo.*

c) Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda de la lente tienen signo negativo.

Para la lente convergente,  $f = +0,10$  m.

Se sustituyen los datos en la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = \frac{1}{0,10 \text{ [m]}}$$

Se calcula la posición de la imagen despejando:

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{0,10 \text{ [m]}} + \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = 10 \text{ [m]}^{-1} - 5,0 \text{ [m]}^{-1} = 5 \text{ [m]}^{-1} \Rightarrow s'_1 = 0,2 \text{ m}$$

La imagen se forma a 0,2 m a la derecha de la lente.

Se sustituyen los datos en la ecuación del aumento lateral en las lentes, y se calcula la altura de la imagen despejando:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{y'}{0,030 \text{ [m]}} = \frac{0,20 \text{ [m]}}{-0,20 \text{ [m]}} = -1,0$$

$$y'_1 = A_L \cdot y = -1,0 \cdot 0,030 \text{ m} = -0,030 \text{ m} = -3,0 \text{ cm}$$

La imagen es real ( $s' > 0$ ), invertida ( $A_L < 0$ ) y de igual tamaño ( $|A_L| = 1$ ).

Para la lente divergente,  $f = -0,10$  m.

Se calcula la posición de la imagen de forma semejante al caso anterior.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,10 \text{ [m]}}$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{-0,10 \text{ [m]}} + \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = -10 \text{ [m]}^{-1} - 5,0 - 10 \text{ [m]}^{-1} = -15 \text{ [m]}^{-1} \Rightarrow s'_2 = -0,067 \text{ m}$$

La imagen se forma a 0,067 m a la izquierda de la lente.

Se calcula la altura de la imagen de forma semejante al caso anterior:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{y'}{0,030 \text{ [m]}} = \frac{-0,067 \text{ [m]}}{-0,20 \text{ [m]}} = 0,33$$

$$y'_2 = 0,33 \cdot 0,030 \text{ m} = 0,010 \text{ m} = 1,0 \text{ cm}$$

La imagen es virtual ( $s' < 0$ ), derecha ( $A_L > 0$ ) y menor ( $|A_L| < 1$ ).

*Análisis: En ambos casos los resultados de los cálculos numéricos están en consonancia con el dibujo.*

4. Se quiere formar una imagen real y de doble tamaño de un objeto de 1,5 cm de altura. Determina:

- La posición del objeto si se usa un espejo cóncavo de  $R = 15$  cm.
- La posición del objeto si se usa una lente convergente con la misma distancia focal que el espejo.
- Dibuja la marcha de los rayos para los dos apartados anteriores.

(P.A.U. jun. 11)

**Rta.:** a)  $s_e = -11$  cm; b)  $s_l = -11$  cm

**Datos (convenio de signos DIN)**

Tamaño del objeto

Aumento lateral

Radio del espejo cóncavo

**Cifras significativas: 2**

$y = 1,5 \text{ cm} = 0,015 \text{ m}$

$A_L = -2,0$

$R = -15 \text{ cm} = -0,15 \text{ m}$

**Incógnitas**

Posición del objeto ante el espejo

 $s_e$ 

Posición del objeto ante la lente

 $s_l$ **Otros símbolos**

Distancia focal del espejo y de la lente

 $f$ 

Tamaño de la imagen

 $y'$ **Ecuaciones**

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Aumento lateral en los espejos

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura

$$f = R / 2$$

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Aumento lateral en las lentes

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

**Solución:**

a) Si la imagen en el espejo es real y de tamaño doble, tiene que ser invertida, por lo que el aumento lateral será negativo.

Aplicando la ecuación del aumento lateral se encuentra la relación entre las distancias del objeto e imagen:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = -2,0 \Rightarrow s' = 2,0 s$$

Se calcula la distancia focal, que es la mitad del radio del espejo.

$$f_e = R / 2 = -0,15 \text{ [m]} / 2 = -0,075 \text{ m}$$

Se sustituyen los datos en la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{2,0 s} + \frac{1}{s} = \frac{1}{-0,075 \text{ [m]}}$$

Se calcula la distancia del objeto, despejando:

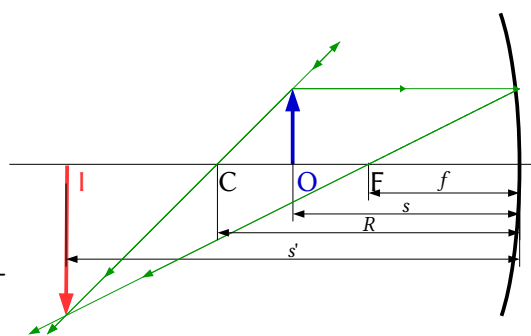
$$\frac{1}{2s} + \frac{1}{s} = \frac{1}{2s} + \frac{2}{2s} = \frac{3}{2s} = \frac{1}{-0,075 \text{ [m]}} \Rightarrow s_e = 3 \cdot \frac{(-0,075 \text{ [m]})}{2} = -0,11 \text{ m}$$

Se dibuja un esquema de espejo cóncavo (un arco de circunferencia vertical cóncavo hacia la izquierda), y se sitúa el foco F a la izquierda del espejo, a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro C.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto O.

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, horizontal hacia el espejo, que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco F.
- Otro, hacia el espejo, que se refleja sin desviarse pasando por el centro C de curvatura del espejo.



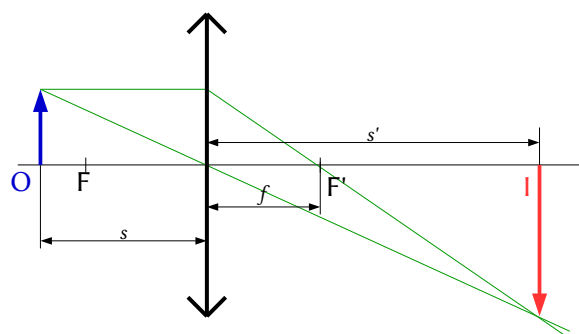
El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen I. Se dibuja una flecha vertical en ese punto. *Análisis: En un espejo, la imagen es real si se forma a la izquierda del espejo, ya que los rayos que salen reflejados solo se cortan a la izquierda.*

b)

Se dibuja un esquema de lente convergente (una línea vertical rematada por dos puntas de flechas) y se sitúa el foco F' a la derecha de la lente.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto O.

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:



- Uno, hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.
- Otro, horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta.

Se dibuja de forma que el rayo refractado pase por el foco de la derecha  $F'$ .

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen **I**. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.

Si la lente es convergente, la distancia focal es positiva:  $f_i = 0,075 \text{ m}$

Como la imagen es real, el aumento lateral es negativo.

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = -2,0 \Rightarrow s' = -2,0 \text{ s}$$

Se sustituyen los datos en la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{-2,0 \text{ s}} + \frac{1}{s} = \frac{1}{0,075 \text{ [m]}}$$

Se calcula la distancia del objeto despejando:

$$\frac{-1}{2s} + \frac{-1}{s} = \frac{-1}{2s} - \frac{2}{2s} = \frac{-3}{2s} = \frac{1}{0,075 \text{ [m]}} \Rightarrow s_1 = \frac{-3 \cdot 0,075 \text{ [m]}}{2} = -0,11 \text{ m}$$

*Análisis: En ambos casos los resultados de los cálculos numéricos están en consonancia con el dibujo.*

5. Un objeto de 1,5 cm de altura se sitúa a 15 cm de una lente divergente que tiene una focal de 10 cm. Determina la posición, tamaño y naturaleza de la imagen:
- Gráficamente.
  - Analíticamente.
  - ¿Se pueden obtener imágenes reales con una lente divergente?

(P.A.U. sep. 09)

**Rta.:**  $s' = -6,0 \text{ cm}$ ;  $y' = 6,0 \text{ mm}$

#### Datos (convenio de signos DIN)

Tamaño del objeto

Posición del objeto

Distancia focal de la lente

#### Incógnitas

Posición de la imagen

Tamaño de la imagen

#### Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes

Aumento lateral en las lentes

#### Cifras significativas: 3

$y = 1,50 \text{ cm} = 0,0150 \text{ m}$

$s = -15,0 \text{ cm} = -0,150 \text{ m}$

$f = -10,0 \text{ cm} = -0,100 \text{ m}$

$s'$

$y'$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

#### Solución:

a)

Se dibuja un esquema de lente divergente (una línea vertical rematada por dos «ángulos» o puntas de flechas invertidas), y se sitúa el foco  $F$  a la izquierda de la lente.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto **O**.

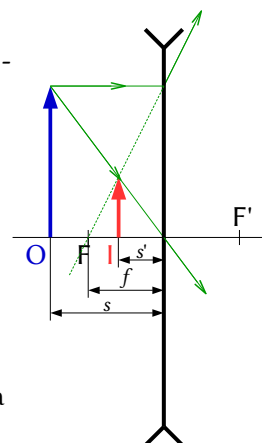
Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.
- Otro, horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta.

Se dibuja de forma que su prolongación pase por el foco de la izquierda  $F$ , un punto simétrico al foco  $F'$ .

Los rayos no se cortan. Se corta el rayo dirigido al centro de la lente con la prolongación del rayo refractado.

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen **I**. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.



b) Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda de la lente tienen signo negativo.

Para una lente divergente,  $f = -0,10$  m.

Se sustituyen los datos en la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,150 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,100 \text{ [m]}}$$

Se calcula la posición de la imagen despejando:

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{-0,10 \text{ [m]}} + \frac{1}{-0,15 \text{ [m]}} = -10,0 \text{ [m]}^{-1} - 6,67 \text{ [m]}^{-1} = -16,7 \text{ [m]}^{-1} \Rightarrow s' = -0,0600 \text{ m}$$

La imagen se forma a 0,060 m a la izquierda de la lente.

Se sustituyen los datos en la ecuación del aumento lateral en las lentes, y se calcula la altura de la imagen despejando:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-0,0600 \text{ [m]}}{-0,150 \text{ [m]}} = 0,400$$

$$y' = A_L \cdot y = 0,400 \cdot 0,0150 \text{ m} = 0,00600 \text{ m} = 6,00 \text{ mm}$$

La imagen es virtual ( $s' < 0$ ), derecha ( $A_L > 0$ ) y menor ( $|A_L| < 1$ ).

*Análisis: Los resultados de los cálculos están en consonancia con el dibujo.*

c) Las imágenes producidas por las lentes divergentes son siempre virtuales. De la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} + \frac{1}{s} \Rightarrow s' = \frac{1}{\frac{1}{f} + \frac{1}{s}}$$

Aplicando el criterio de signos,  $s < 0$ , y en las lentes divergentes  $f < 0$ , por lo que:

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{s} < 0$$

Por lo tanto,  $s' < 0$  siempre. La imagen se va a formar a la izquierda de la lente y va a ser virtual (los rayos de luz atraviesan las lentes y forman las imágenes reales a la derecha de ellas)

6. Un objeto de 3 cm de altura se sitúa a 75 cm de una lente delgada convergente y produce una imagen a 37,5 cm a la derecha de la lente:
- Calcula la distancia focal.
  - Dibuja la marcha de los rayos y obtén el tamaño de la imagen.
  - ¿En qué posición del eje hay que colocar el objeto para que no se forme imagen?

(P.A.U. jun. 08)

**Rta.:** a)  $f = 0,25$  m; b)  $y' = -1,5$  cm

**Datos (convenio de signos DIN)**

Tamaño del objeto

Posición del objeto

Posición de la imagen

**Incógnitas**

Distancia focal de la lente

Tamaño de la imagen

**Ecuaciones**

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes

Aumento lateral en las lentes

**Cifras significativas: 3**

$$y = 3,00 \text{ cm} = 0,0300 \text{ m}$$

$$s = -75,0 \text{ cm} = -0,750 \text{ m}$$

$$s' = 37,5 \text{ cm} = 0,375 \text{ m}$$

$$f'$$

$$y'$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

**Solución:**



a) Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda de la lente tienen signo negativo. Se sustituyen los datos en la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{0,375 \text{ [m]}} - \frac{1}{-0,750 \text{ [m]}} = \frac{1}{f}$$

Se calcula la distancia focal:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{0,375 \text{ [m]}} - \frac{1}{-0,750 \text{ [m]}} = 2,67 \text{ [m]}^{-1} + 1,33 \text{ [m]}^{-1} = 4,00 \text{ [m]}^{-1} \Rightarrow f = 0,250 \text{ m}$$

*Análisis: La distancia focal da positiva, que*

b)

Se dibuja un esquema de lente convergente (una línea vertical rematada por dos puntas de flechas) y se sitúa el foco  $F'$  a la derecha de la lente.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto  $O$ .

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.
- Otro, horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta.

Se dibuja de forma que el rayo refractado pase por el foco de la derecha  $F'$ .

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen  $I$ . Se dibuja una flecha vertical en ese punto. Se sustituyen los datos en la ecuación del aumento lateral en las lentes, y se calcula la altura de la imagen despejando:

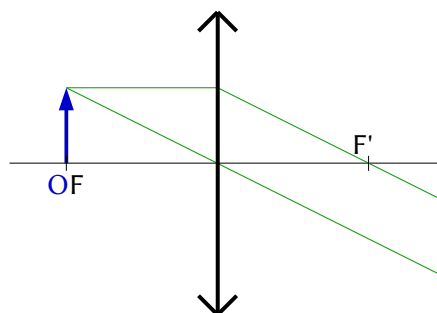
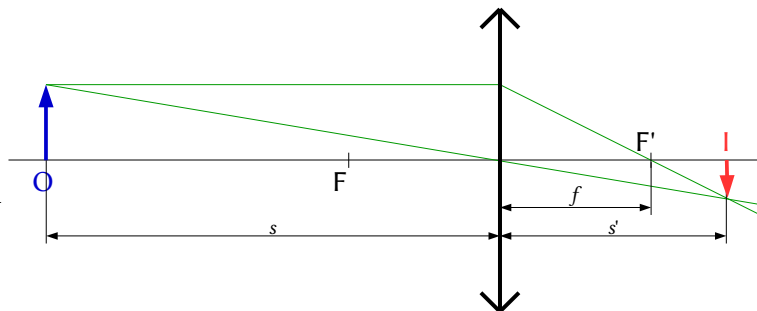
$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{0,375 \text{ [m]}}{-0,750 \text{ [m]}} = -0,50$$

$$y' = A_L \cdot y = -0,50 \cdot 0,030 \text{ [m]} = -0,0150 \text{ m} = -1,50 \text{ cm}$$

La imagen es real ( $s' > 0$ ), invertida ( $A_L < 0$ ) y menor ( $|A_L| < 1$ ).

*Análisis: Los resultados de los cálculos están en consonancia con el dibujo.*

c) En el foco. Los rayos que salen de un objeto situado en el foco salen paralelos y no se cortan, por lo que no se forma imagen.



7. Un objeto de 3 cm de altura se coloca a 20 cm de una lente delgada de 15 cm de focal. Calcula analíticamente y gráficamente la posición y tamaño de la imagen:

- Si la lente es convergente.
- Si la lente es divergente.

(P.A.U. sep. 06)

**Rta.:** a)  $s' = 0,60 \text{ m}$ ;  $y' = -9,0 \text{ cm}$ ; b)  $s' = -0,086 \text{ m}$ ;  $y' = 1,3 \text{ cm}$

**Datos (convenio de signos DIN)**

Tamaño del objeto

Posición del objeto

Distancia focal de la lente

**Incógnitas**

Posición de la imagen en ambas lentes

Tamaño de la imagen en ambas lentes

**Ecuaciones**

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes

**Cifras significativas: 2**

$$y = 3,0 \text{ cm} = 0,030 \text{ m}$$

$$s = -20 \text{ cm} = -0,20 \text{ m}$$

$$f = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$s_1', s_2'$$

$$y_1', y_2'$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

**Ecuaciones**

Aumento lateral en las lentes

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

**Solución:**

a) Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda de la lente tienen signo negativo.

Para la lente convergente,  $f = +0,15$  m.

Se sustituyen los datos en la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = \frac{1}{0,15 \text{ [m]}}$$

Se calcula la posición de la imagen despejando:

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{0,15 \text{ [m]}} + \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = 6,7 \text{ [m]}^{-1} - 5,0 \text{ [m]}^{-1} = 1,7 \text{ [m]}^{-1} \Rightarrow s' = 0,60 \text{ m}$$

La imagen se forma a 0,60 m a la derecha de la lente.

Se sustituyen los datos en la ecuación del aumento lateral en las lentes, y se calcula la altura de la imagen despejando:

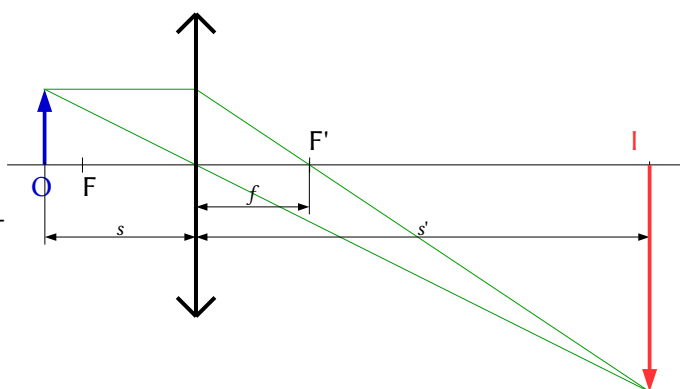
$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{0,60 \text{ [m]}}{-0,20 \text{ [m]}} = -3,0$$

$$y' = A_L \cdot y = -3,0 \cdot 0,030 \text{ m} = -0,090 \text{ m} = -9,0 \text{ cm}$$

La imagen es real ( $s' > 0$ ), invertida ( $A_L < 0$ ) y mayor ( $|A_L| > 1$ ).Se dibuja un esquema de lente convergente (una línea vertical rematada por dos puntas de flechas) y se sitúa el foco  $F'$  a la derecha de la lente.Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto **O**.

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.
- Otro, horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta. Se dibuja de forma que el rayo refractado pase por el foco de la derecha  $F'$ .

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen **I**. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.b) Para la lente divergente,  $f = -0,15$  m.

Se sustituyen los datos en la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,15 \text{ [m]}}$$

Se calcula la posición de la imagen, despejando:

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{-0,15 \text{ [m]}} + \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = -6,7 \text{ [m]}^{-1} - 5,0 \text{ [m]}^{-1} = -11,7 \text{ [m]}^{-1} \Rightarrow s' = -0,086 \text{ m}$$

La imagen se forma a 0,086 m a la izquierda de la lente.

Se sustituyen los datos en la ecuación del aumento lateral en las lentes, y se calcula la altura de la imagen despejando:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-0,086 \text{ [m]}}{-0,20 \text{ [m]}} = 0,43$$

$$y' = A_L \cdot y = 0,43 \cdot 0,030 \text{ m} = 0,013 \text{ m} = 1,3 \text{ cm}$$

La imagen es virtual ( $s' < 0$ ), derecha ( $A_L > 0$ ) y menor ( $|A_L| < 1$ ).

Se dibuja un esquema de lente divergente (una línea vertical rematada por dos «ángulos» o puntas de flechas invertidas), y se sitúa el foco F a la izquierda de la lente.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto O.

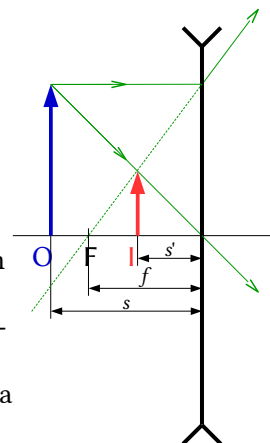
Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.
- Otro, horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta.

Se dibuja de forma que su prolongación pase por el foco de la izquierda F, un punto simétrico al foco F'.

Los rayos no se cortan. Se corta el rayo dirigido al centro de la lente con la prolongación del rayo refractado.

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen I. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.



*Análisis: En ambos casos los resultados de los cálculos están en consonancia con los dibujos.*

## ◆ CUESTIONES

### ● Espejos.

- Queremos ver una imagen de nuestra cara para afeitarnos o maquillarnos. La imagen debe ser virtual, derecha y ampliada 1,5 veces. Si colocamos la cara a 25 cm del espejo. ¿Qué tipo de espejo debemos emplear?:  
A) Convexo.  
B) Cóncavo.  
C) Plano.

(P.A.U. jun. 16)

#### **Datos (convenio de signos DIN)**

Posición del objeto

Aumento lateral

#### **Incógnitas**

Distancia focal del espejo

#### **Otros símbolos**

Posición de la imagen

Tamaño del objeto

Tamaño de la imagen

#### **Ecuaciones**

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

Aumento lateral en los espejos

#### **Cifras significativas: 2**

$$s = -25 \text{ cm} = -0,25 \text{ m}$$

$$A_L = 1,5$$

$$f$$

$$s'$$

$$y$$

$$y'$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

#### **Solución: B**

Se dibuja un esquema de espejo cóncavo (un arco de circunferencia vertical cóncavo hacia la izquierda), y se sitúa el foco F a la izquierda del espejo, a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro C.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto O.

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia el espejo que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco F.
- Otro hacia el espejo que se refleja sin desviarse pasando por el centro C de curvatura del espejo.

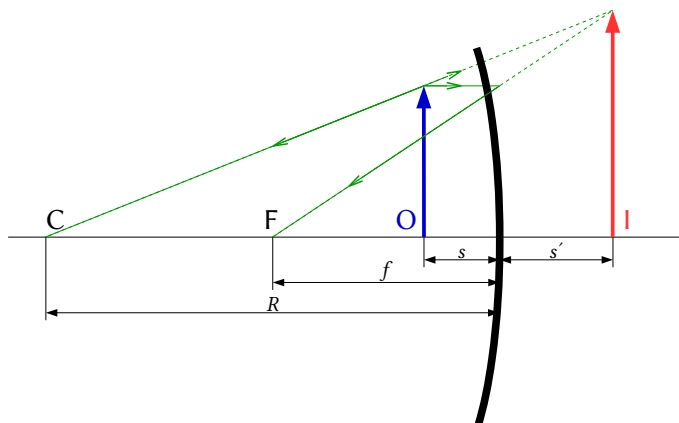
Como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que sus prolongaciones se corten.

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen **I**. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.

En el dibujo se representa el objeto **O** antes del espejo y desde su punto superior se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia el espejo que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco **F** (que se encuentra a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro **C**).

- Otro hacia el espejo que se refleja sin desviarse pasando por el centro **C** de curvatura del espejo. Como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que sus prolongaciones se cortan. El punto de corte es el correspondiente a la imagen **I**.



a) Para calcular la posición de la imagen se usa la expresión del aumento lateral

$$A_L = 1,5 = -s' / s$$

$$s' = -1,5 s = -1,5 \cdot (-25 \text{ cm}) = +37,5 \text{ cm} = +0,375 \text{ m}$$

La imagen se encuentra a 37,5 cm a la derecha del espejo.

*Análisis:* En un espejo, la imagen es virtual si se forma a la derecha del espejo, ya que los rayos que salen reflejados solo se cortan a la izquierda.

b) Se usa la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{0,375 \text{ [m]}} + \frac{1}{-0,25 \text{ [m]}} = \frac{1}{f}$$

Y se calcula la distancia focal:

$$f = -0,75 \text{ m} = -75 \text{ cm}$$

*Análisis:* El signo negativo indica que el espejo es cóncavo, ya que su foco y su centro de curvatura se encuentran a la izquierda del espejo. El espejo tiene que ser cóncavo, ya que los espejos convexos dan una imagen virtual pero menor que el objeto. Los resultados de  $s'$  y  $f$  están de acuerdo con el dibujo.

2. Un espejo cóncavo tiene 80 cm de radio de curvatura. La distancia del objeto al espejo para que su imagen sea derecha y 4 veces mayor es:

- A) 50 cm.
- B) 30 cm.
- C) 60 cm.

(P.A.U. sep. 13)

#### Datos (convenio de signos DIN)

Radio de curvatura

Aumento lateral

#### Incógnitas

Posición del objeto

#### Otros símbolos

Distancia focal del espejo

Posición de la imagen

Tamaño del objeto

Tamaño de la imagen

#### Ecuaciones

#### Cifras significativas: 3

$R = -80,0 \text{ cm} = -0,800 \text{ m}$

$A_L = 4,00$

$s$

$f$

$s'$

$y$

$y'$

**Otros símbolos**

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Aumento lateral en los espejos

$$A_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

**Solución: B**

La distancia focal del espejo es la mitad del radio de curvatura. Como el espejo es cóncavo el foco se encuentra a la izquierda, y, por el convenio de signos, la distancia focal es negativa

$$f = R / 2 = -0,400 \text{ m}$$

El aumento lateral en espejos es

$$A_L = -\frac{s'}{s} = 4,00$$

$$s' = -4,00 \text{ s}$$

Se sustituyen  $f$ ,  $s'$  en la ecuación de los espejos

$$\frac{1}{-4,00 \text{ s}} + \frac{1}{s} = \frac{1}{-0,400 \text{ [m]}}$$

Multiplicando ambos lados por  $(-4,00 \text{ s})$  queda una ecuación sencilla

$$1 - 4,00 = 10 \text{ s}$$

La solución es:

$$s = -0,300 \text{ m}$$

3. Si se desea obtener una imagen virtual, derecha y menor que el objeto, se usa:

- A) Un espejo convexo.
- B) Una lente convergente.
- C) Un espejo cóncavo.

(P.A.U. jun. 13)

**Solución: A**

Se dibuja un esquema de espejo convexo (un arco de circunferencia vertical cóncavo hacia la derecha), y se sitúa el foco F a la derecha del espejo, a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro C.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto O.

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

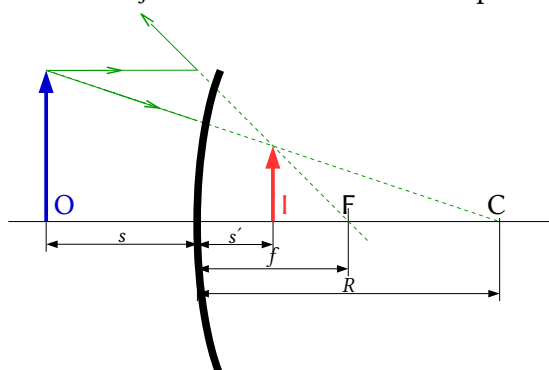
- Uno, horizontal hacia el espejo, que se refleja de manera que la prolongación del rayo reflejado pasa por el foco F a la derecha del espejo.
- Otro, hacia el espejo, que se refleja sin desviarse, de forma que la prolongación del rayo reflejado pasa por el centro C de curvatura a la derecha del espejo.

Como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que sus prolongaciones se corten.

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen I. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.

La imagen se forma detrás del espejo, por lo que es virtual.

El tipo de imagen es el correspondiente de la distancia del objeto al espejo.



4. Si un espejo forma una imagen real invertida y de mayor tamaño que el objeto, se trata de un espejo:
- Cóncavo y el objeto está situado entre el foco y el centro de la curvatura.
  - Cóncavo y el objeto está situado entre el foco y el espejo.
  - Convexo con el objeto en cualquier posición.

(P.A.U. jun. 12)

**Solución:** A

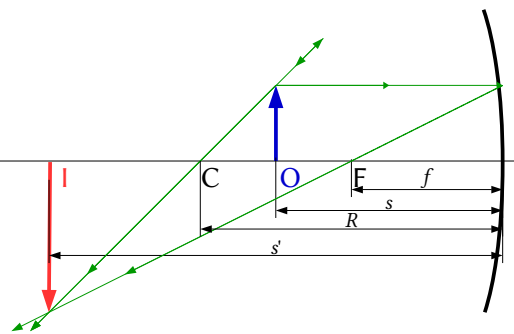
Se dibuja un esquema de espejo cóncavo (un arco de circunferencia vertical cóncavo hacia la izquierda), y se sitúa el foco  $F$  a la izquierda del espejo, a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro  $C$ .

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto  $O$ .

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia el espejo que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco  $F$ .
- Otro hacia el espejo que se refleja sin desviarse pasando por el centro  $C$  de curvatura del espejo.

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen  $I$ . Se dibuja una flecha vertical en ese punto.



En los espejos convexos el tamaño de la imagen es siempre menor. Habrá que usar un espejo cóncavo y situar el objeto entre el centro de curvatura y el foco tal como se ve en la figura.

5. Para obtener una imagen en la misma posición en que está colocado el objeto, ¿qué tipo de espejo y en qué lugar ha de colocarse el objeto?:
- Cóncavo y objeto situado en el centro de curvatura.
  - Convexo y objeto situado en el centro de curvatura.
  - Cóncavo y objeto situado en el foco.

(P.A.U. sep. 11)

**Solución:** A

Se dibuja un esquema de espejo cóncavo (un arco de circunferencia vertical cóncavo hacia la izquierda), y se sitúa el foco  $F$  a la izquierda del espejo, a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro  $C$ .

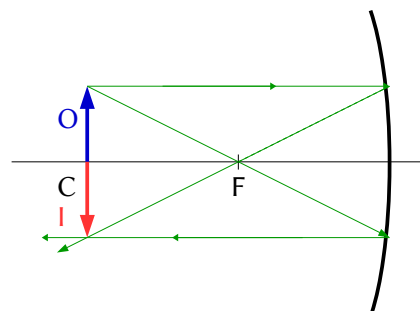
Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto  $O$ .

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, horizontal hacia el espejo, que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco  $F$ .
- Otro, hacia el espejo, que se refleja sin desviarse pasando por el centro  $C$  de curvatura del espejo.

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen  $I$ . Se dibuja una flecha vertical en ese punto.

El resultado se ve en la figura, en la que  $O$  es el objeto,  $I$  la imagen,  $C$  el centro de curvatura y  $F$  el foco del espejo cóncavo.



6. Si con un espejo se quiere obtener una imagen mayor que el objeto, habrá que emplear un espejo:
- Plano.
  - Cóncavo.
  - Convexo.

(P.A.U. sep. 08)

**Solución:** B

Se dibuja un esquema de espejo cóncavo (un arco de circunferencia vertical cóncavo hacia la izquierda), y se sitúa el foco F a la izquierda del espejo, a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro C.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto O.

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia el espejo que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco F.
- Otro hacia el espejo que se refleja sin desviarse pasando por el centro C de curvatura del espejo.

Como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que sus prolongaciones se corten.

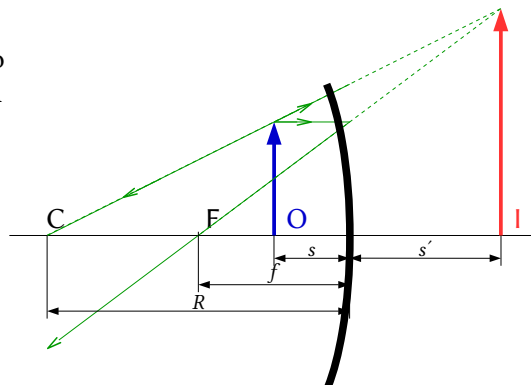
El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen I. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.

En los espejos planos el tamaño de la imagen es igual y en los convexos es siempre menor. Habrá que usar un espejo cóncavo y situar el objeto dentro de la distancia focal, tal como se ve en la figura.

Las ecuaciones de los espejos son:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$



Para que la imagen sea mayor, el aumento lateral ha de ser, en valor absoluto, mayor que la unidad, y por tanto:

$$|s'| > |s|$$

Despejando  $f$

$$f = \frac{1}{\frac{1}{s'} + \frac{1}{s}}$$

Si  $|s'| > |s|$

$$\frac{1}{|s'|} < \frac{1}{|s|}$$

La coordenada  $s$  es negativa y si la  $s'$  es positiva, (lo que ocurre cuando la imagen es virtual y se forma a la derecha del espejo)

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} < 0$$

Por tanto  $f < 0$ , lo que indica que el espejo debe ser cóncavo.

7. La imagen formada en los espejos es:

- Real si el espejo es convexo.
- Virtual si el espejo es cóncavo y la distancia objeto es menor que la focal.
- Real si el espejo es plano.

(P.A.U. sep. 06)

**Solución:** B

Se dibuja un esquema de espejo cóncavo (un arco de circunferencia vertical cóncavo hacia la izquierda), y se sitúa el foco F a la izquierda del espejo, a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro C.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que

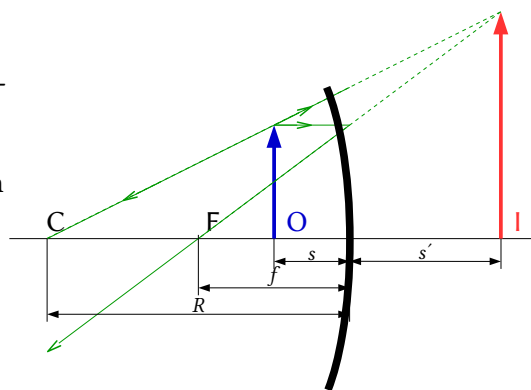
Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, horizontal hacia el espejo, que se refleja de mane-
- Otro, hacia el espejo, que se refleja sin desviarse pa-

Como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del es-

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen

Tal como se ve en la figura.



Las ecuaciones de los espejos son:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Despejando  $s'$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{s-f}{s \cdot f}$$

$$s' = \frac{f \cdot s}{s-f}$$

Como las coordenadas  $s$  y  $f$  son negativas, si  $|s| < |f|$

$$s > f$$

Por tanto

$$s' = (-)(-) / (+) > 0$$

La imagen es virtual (se forma detrás del espejo)

8. Dos espejos planos están colocados perpendicularmente entre sí. Un rayo de luz que se desplaza en un tercer plano perpendicular a los dos, se refleja sucesivamente en los dos espejos. El rayo reflejado en el segundo espejo, con respecto al rayo original:

- A) Es perpendicular.  
B) Es paralelo.  
C) Depende del ángulo de incidencia.

(P.A.U. sep. 04)

**Solución:** B

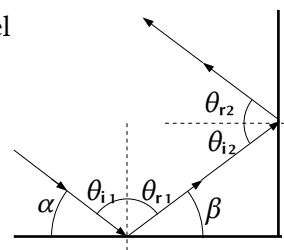
Véase la figura. Si se llama  $\alpha$  al ángulo que forma el rayo con el espejo horizontal, el ángulo con que sale el rayo reflejado en el espejo vertical respecto a la horizontal, también vale  $\alpha$ .

Se cumple que:

$$\beta = \pi - \alpha$$

$$\theta_{i2} = -\beta = -\alpha$$

$$\theta_{r2} = -\theta_{i2} = \alpha$$



## ● Lentes.

1. Para obtener una imagen virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto se usa:

- A) Una lente divergente.  
B) Una lente convergente.  
C) Un espejo convexo.

(P.A.U. jun. 10, jun. 09)

**Solución:** B

Se dibuja un esquema de lente convergente (una línea vertical rematada por dos puntas de flechas) y se sitúa el foco  $F'$  a la derecha de la lente.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto  $O$ .

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.
- Otro, horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta. Se dibuja de forma que el rayo refractado pase por el foco de la derecha  $F'$ .

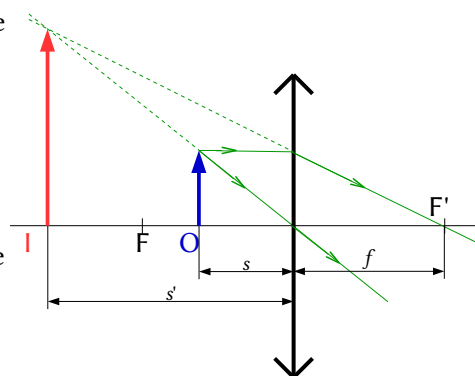


El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen **I**. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.

El diagrama muestra la formación de la imagen cuando el objeto se encuentra dentro de la distancia focal.

Las otras opciones:

A y B. Falsas. Las lentes divergentes y los espejos convexos siempre producen imágenes virtuales, derechas pero de menor tamaño que el objeto.



2. Si se desea formar una imagen virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto, se debe utilizar:
- Un espejo cóncavo.
  - Una lente convergente.
  - Una lente divergente.

(P.A.U. jun. 07)

**Solución:** C

Se dibuja un esquema de lente divergente (una línea vertical rematada por dos «ángulos» o puntas de flechas invertidas), y se sitúa el foco **F** a la izquierda de la lente.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto **O**.

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.
- Otro horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta.

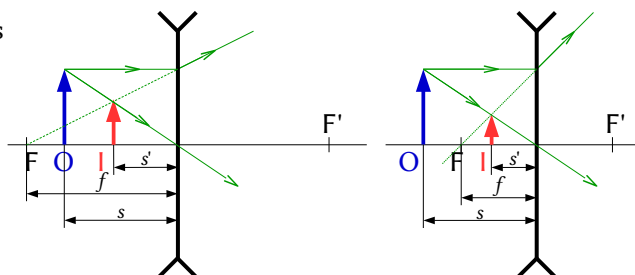
Se dibuja de forma que su prolongación pase por el foco de la izquierda **F**, un punto simétrico al foco **F'**.

Los rayos no se cortan, pero sí lo hacen el rayo dirigido al centro de la lente con la prolongación del rayo refractado.

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen **I**. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.

Los dibujos muestran la formación de imágenes en los casos en que el objeto se encuentra después del foco objeto y antes del foco objeto.

En todos los casos la imagen es virtual, derecha y menor que el objeto.



3. En las lentes divergentes la imagen siempre es:
- Derecha, mayor y real.
  - Derecha, menor y virtual.
  - Derecha, menor y real.

**Solución:** B

Derecha, menor y virtual.

De acuerdo con la representación gráfica:

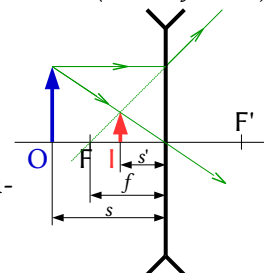
Se dibuja un esquema de lente divergente (una línea vertical rematada por dos «ángulos» o puntas de flechas invertidas), y se sitúa el foco **F** a la izquierda de la lente.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto **O**.

Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.
- Otro, horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta.

(P.A.U. jun. 06)



Se dibuja de forma que su prolongación pase por el foco de la izquierda F, un punto simétrico al foco F'.

Los rayos no se cortan. Se corta el rayo dirigido al centro de la lente con la prolongación del rayo refractado.

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen I. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.

## ♦ LABORATORIO

1. Se midieron en el laboratorio los siguientes valores para las distancias objeto-imagen de una lente convergente:

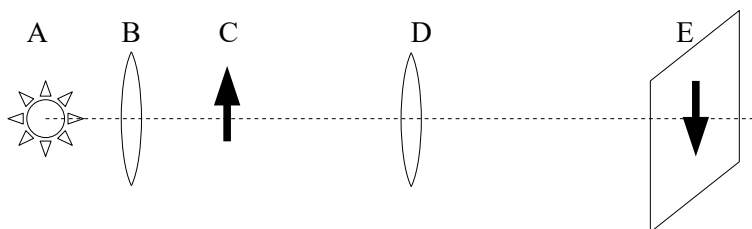
- a) Calcula el valor de la potencia de la lente.  
b) Explica el montaje experimental utilizado.

s(cm)	39,0	41,9	49,3	59,9	68,5
s'(cm)	64,3	58,6	48,8	40,6	37,8

(P.A.U. sep. 16)

**Solución:**

- b) El montaje es el de la figura.



A es la fuente luminosa, B una lente convergente que se sitúa de forma que la fuente luminosa esté en el foco, para que los rayos salgan paralelos. C es el objeto, D la lente convergente de la que queremos hallar la distancia focal y E la imagen del objeto.

Se va variando la posición de la lente D y moviendo la pantalla E hasta obtener una imagen enfocada.

- a) Se sustituyen los valores de  $s$  y  $s'$  en la ecuación de las lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Se calcula el inverso de la distancia focal (potencia) y el valor de la distancia focal para cada par de datos.

N.º. exp.	s (cm)	s' (cm)	s (m)	s' (m)	1/s (m <sup>-1</sup> )	1/s' (m <sup>-1</sup> )	1/f (m <sup>-1</sup> )	f (m)
1	-39,0	64,3	-0,390	0,643	-2,56	1,56	4,12	0,243
2	-41,9	58,6	-0,419	0,586	-2,39	1,71	4,09	0,244
3	-49,3	48,8	-0,493	0,488	-2,03	2,05	4,08	0,245
4	-59,9	40,6	-0,599	0,406	-1,67	2,46	4,13	0,242
5	-68,5	37,8	-0,685	0,378	-1,46	2,65	4,11	0,244

De tener una hoja de cálculo se podría representar una gráfica como la siguiente:

Comparando con la ecuación de una recta, la ecuación de las lentes quedaría:

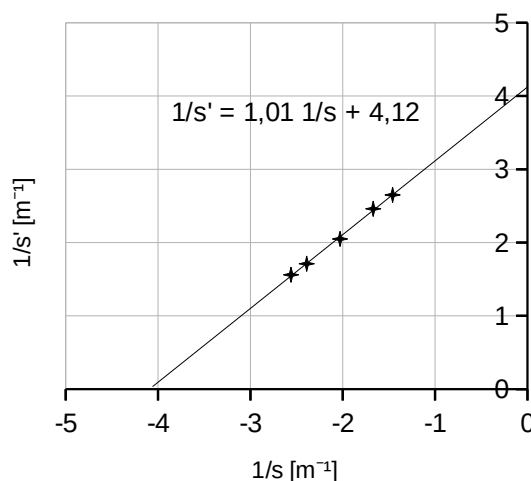
$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{s} + \frac{1}{f}$$

En ella  $1/f$  sería la ordenada en el origen:

$$P = 1/f = 4,12 \text{ m}^{-1} = 4,12 \text{ dioptrías.}$$

Pero es más fácil calcular la potencia como valor medio:

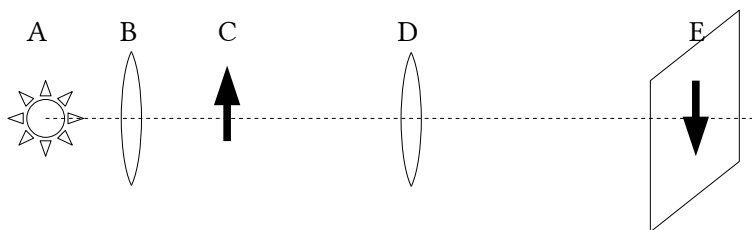
$$P = 1/f = 4,11 \text{ m}^{-1} = 4,11 \text{ dioptrías.}$$



2. Haz un esquema de la práctica de óptica, situando el objeto, la lente y la imagen, dibujando la marcha de los rayos.

(P.A.U. sep. 15)

**Solución:**



A es la fuente luminosa, B una lente convergente que se sitúa de forma que la fuente luminosa esté en el foco, para que los rayos salgan paralelos. C es el objeto, D la lente convergente de la que queremos hallar la distancia focal y E la imagen del objeto. Para obtener una imagen real, que se pueda recoger en una pantalla, el objeto debe situarse antes del foco. En este caso la imagen es siempre invertida.

Si colocamos el objeto a una distancia mayor que la distancia focal,  $|s| > |f|$ , la imagen que se forma es real e invertida y está situada a una distancia  $s'$  que se rige por la relación:

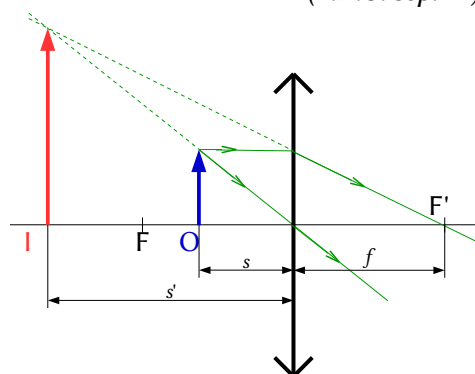
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

3. En el laboratorio trabajas con lentes convergentes y recoges en una pantalla las imágenes de un objeto. Explica lo que sucede, ayudándote del diagrama de rayos, cuando sitúas el objeto a una distancia de la lente inferior a su distancia focal.

(P.A.U. sep. 14)

**Solución:**

Si colocamos el objeto a la distancia inferior a la distancia focal, la imagen se forma antes de la lente, es virtual y no se puede recoger en una pantalla.

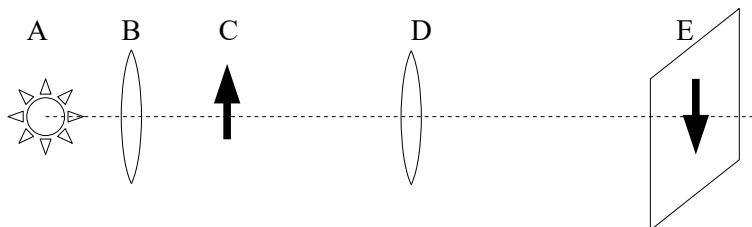


4. En la práctica de óptica, ¿se pudo determinar la distancia focal de la lente? ¿Cómo?

(P.A.U. jun. 14, sep. 06)

**Solución:**

Sí. Se hizo el montaje de la figura y se fue variando la posición de la lente D y moviendo la pantalla E hasta obtener una imagen enfocada.



Se medían los valores de  $s$  (distancia del objeto a la lente  $s = CD$ ) y  $s'$  (distancia de la imagen a la lente  $s' = DE$ )

Se aplicaba la ecuación de las lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Se calculaba la distancia focal  $f$  para cada medida.

Luego se calculaba el valor medio de los valores calculados de la distancia focal.

5. Si en la práctica de óptica geométrica la lente convergente tiene una distancia focal imagen de +10 cm, ¿a qué distancias de la lente puedes situar el objeto para obtener imágenes sobre la pantalla, si se cumple que  $|s| + |s'| = 80$  cm? Dibuja la marcha de los rayos.

**Rta.:**  $s_1 = -0,117$  m,  $s_2 = -0,683$  m

(P.A.U. sep. 13)

**Datos (convenio de signos DIN)**

Distancia focal de la lente

Distancia entre el objeto y su imagen

**Incógnitas**

Posición del objeto

**Otros símbolos**

Tamaño del objeto

Posición de la imagen

Tamaño de la imagen

**Ecuaciones**

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes

**Cifras significativas: 3**

$$f' = 10,0 \text{ cm} = 0,100 \text{ m}$$

$$d = 80,0 \text{ cm} = 0,800 \text{ m}$$

$s$

$y$

$s'$

$y'$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

**Solución:**

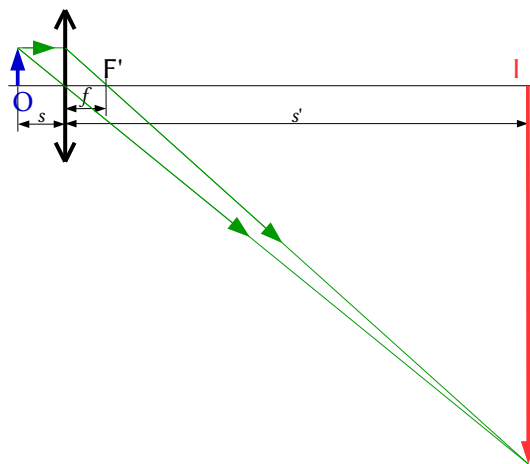
Se usa la ecuación:

$$|s| + |s'| = 0,800 \text{ m}$$

Teniendo en cuenta que, por el criterio de signos, la distancia del objeto a la lente es negativa,  $s < 0$ , pero la distancia de la imagen, cuando es real, es positiva  $s' > 0$ , queda

$$-s + s' = 0,800 \text{ m}$$

Sustituyendo  $f$  y  $s'$  en la ecuación de las lentes, queda



$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{s+0,800 \text{ [m]}} - \frac{1}{s} = \frac{1}{0,100 \text{ [m]}}$$

$$\frac{1}{s+0,800} = \frac{1}{s} + \frac{1}{0,100} = \frac{s+0,100}{0,100 s}$$

$$0,100 s = (s + 0,100) (s + 0,800)$$

$$s^2 + 0,800 s + 0,0800 = 0$$

$$s_1 = -0,117 \text{ m}$$

$$s_2 = -0,683 \text{ m}$$

El dibujo representa de forma aproximada la primera solución.

6. Con un banco óptico de longitud  $l$ , se observa que la imagen producida por una lente convergente es siempre virtual. ¿Cómo se puede interpretar esto?

(P.A.U. sep. 10, jun. 07)

**Solución:**

La distancia focal de la lente es mayor que la mitad de la longitud del banco óptico.

$$f > l/2$$

Las imágenes virtuales no se pueden recoger en una pantalla. En la práctica de laboratorio con lentes convergentes se sitúa un objeto (una placa con un símbolo 1 en la trayectoria de los rayos paralelos) a una cierta distancia de una lente convergente, y con una pantalla se busca la posición de la imagen nítida. No se puede, por tanto, obtener una imagen virtual.

Teóricamente la posición del objeto para que una lente convergente produzca una imagen virtual y derecha, puede calcularse de la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Se despeja la distancia objeto,  $s$ , de esta ecuación:

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s'} + \frac{1}{f'} = \frac{f' + s'}{s' \cdot f'} \Rightarrow s = \frac{s' \cdot f'}{f' + s'}$$

Si la imagen es virtual,  $s' < 0$ . En una lente convergente. Por lo tanto:

$$f' - s' > |s'|$$

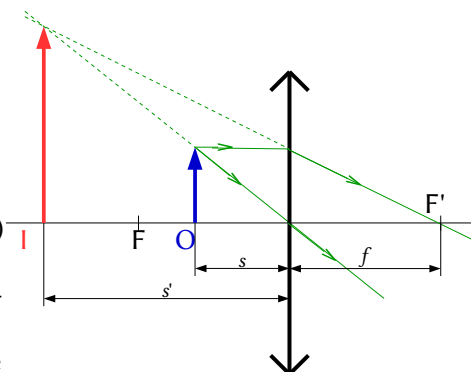
$$|s| = f' \frac{|s'|}{f' - s'} < f'$$

Para que la imagen sea virtual el objeto debe encontrarse dentro de la distancia focal.

7. En la práctica de la lente convergente dibuja la marcha de los rayos y la imagen formada de un objeto cuando:
- Se sitúa en el foco.
  - Se sitúa entre el foco y el centro óptico.

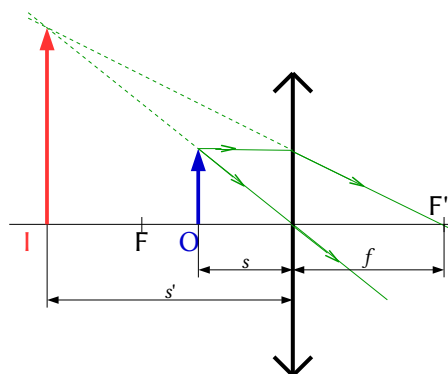
(P.A.U. jun. 10)

**Solución:**



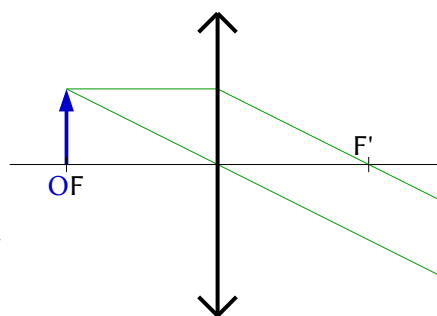
a) En este caso no se forma imagen, porque los rayos salen paralelos después de atravesar la lente.

b) La imagen es virtual, derecha y mayor, y situada entre  $-\infty$  y el foco.



Hay que hacer constar que nada de esto se puede hacer en la práctica. Cuando el objeto se pone en el foco, la imagen no se forma (se forma en el infinito), y cuando se pone entre el foco y la lente, la imagen es virtual, y no se puede recoger en una pantalla para hacer medidas. Pero si lo hacemos en el laboratorio, en ambos casos una imagen parece que se forma en la pantalla solo que no es una imagen definida. Como no podemos obtener una imagen definida, podría ser que tomásemos las imágenes que se forman en la pantalla como

imágenes reales.



8. Dibuja la marcha de los rayos en una lente convergente, cuando la imagen producida es virtual.

(P.A.U. sep. 08)

### Solución:

Se dibuja un esquema de lente convergente (una línea vertical rematada por dos puntas de flechas) y se sitúa el foco  $F'$  a la derecha de la lente.

Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto  $O$ .

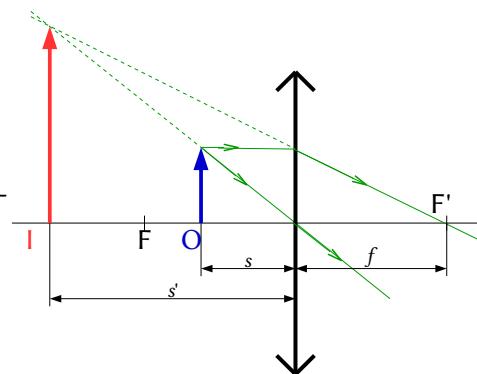
Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.
- Otro, horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta.

Se dibuja de forma que el rayo refractado pase por el foco de la derecha  $F'$ .

Los rayos no se cortan. Se corta el rayo dirigido al centro de la lente con la prolongación del rayo refractado.

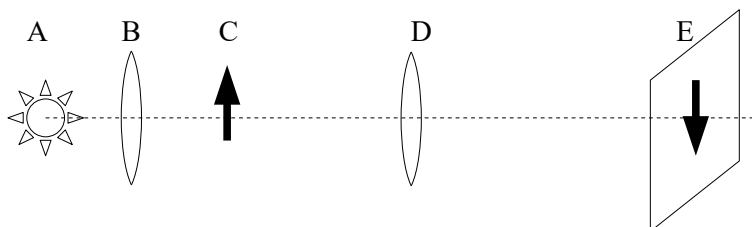
El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen  $I$ . Se dibuja una flecha vertical en ese punto.



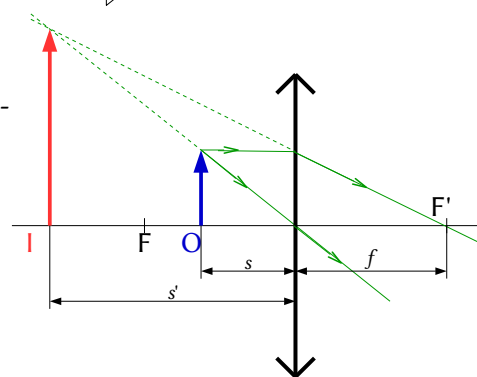
9. Haz un esquema de la práctica de óptica, situando el objeto, la lente y la imagen, y dibujando la marcha de los rayos para obtener una imagen derecha y de mayor tamaño que el objeto.

(P.A.U. sep. 07)

### Solución:



A es la fuente luminosa, B una lente convergente que se sitúa de forma que la fuente luminosa esté en el foco, para que los rayos salgan paralelos. C es el objeto, D la lente convergente de la que queremos hallar la distancia focal y E la imagen del objeto.



Para obtener una imagen real, que se pueda recoger en una pantalla, el objeto debe situarse antes del foco. En este caso la imagen es siempre invertida.

Para obtener una imagen derecha y de mayor tamaño que el objeto, hay que situar el objeto dentro de la distancia focal de la lente, pero la imagen será virtual y no podrá recogerse en una pantalla.

10. En la práctica de la lente convergente, haz un esquema del montaje experimental seguido en el laboratorio, explicando brevemente la misión de cada uno dos elementos empleados.

(P.A.U. sep. 05)

**Solución:** Véase el ejercicio de [setiembre de 2006](#)

11. Se dispone de un proyector con una lente delgada convergente, y se desea proyectar una transparencia de forma que la imagen sea real e invertida y mayor que el objeto. Explica cómo hacerlo. (Haz un dibujo mostrando la trayectoria de los rayos)

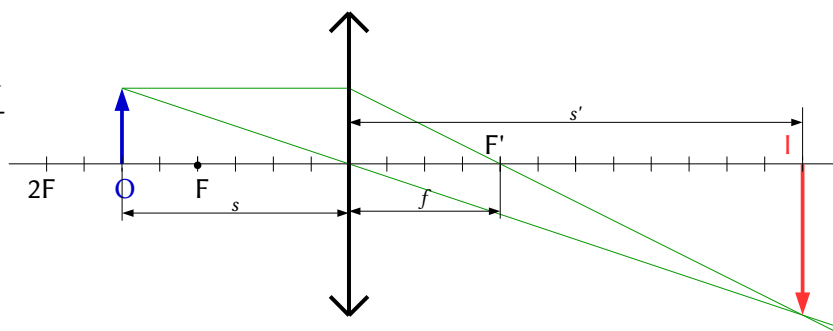
(P.A.U. jun. 05)

**Solución:**

Si la diapositiva (objeto) se encuentra a una distancia  $s$  de la lente comprendida entre

$$|f| < |s| < |2f|$$

La imagen que se forma es real, invertida y mayor, tal como se ve en la figura.



12. En la práctica de la lente convergente explica si hay alguna posición del objeto para la que la imagen sea virtual y derecha, y otra para la que la imagen sea real e invertida y del mismo tamaño que el objeto.

(P.A.U. jun. 04)

**Solución:**

Las imágenes virtuales no se pueden recoger en una pantalla. En la práctica de laboratorio con lentes convergentes se sitúa un objeto (una placa con un símbolo 1 en la trayectoria de los rayos paralelos) a una cierta distancia de una lente convergente, y con una pantalla se busca la posición de la imagen nítida. No se puede, por tanto, obtener una imagen virtual.

Teóricamente, la posición del objeto para que una lente convergente produzca una imagen virtual y derecha, puede calcularse de la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Se despeja la distancia objeto,  $s$ , de esta ecuación:

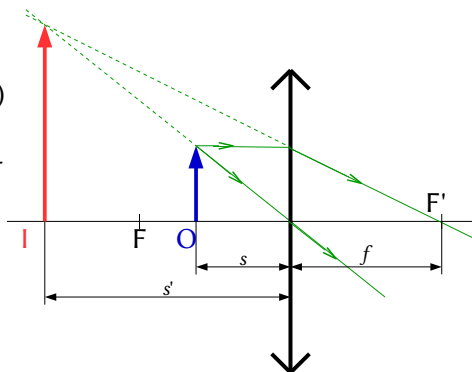
$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} = \frac{f' - s'}{s' \cdot f'} \Rightarrow s = \frac{s' \cdot f'}{f' - s'}$$

Si la imagen es virtual,  $s' < 0$ . En una lente convergente. Por lo tanto:

$$f' - s' > |s'|$$

$$|s| = f' \frac{|s'|}{f' - s'} < f'$$

Para que la imagen sea virtual el objeto debe encontrarse dentro de la distancia focal.

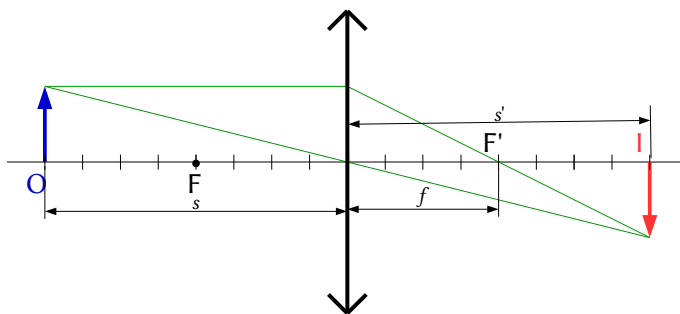


Las ecuaciones de las lentes nos permiten determinar la posición del objeto para que la imagen sea real, invertida y del mismo tamaño ( $y' = -y$ ):

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow s' = -s$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{2}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow s = 2f$$

El esquema de la marcha de los rayos es el de la figura.



Actualizado: 05/08/23

### ACLARACIONES

Los datos de los enunciados de los problemas no suelen tener un número adecuado de cifras significativas, bien porque el redactor piensa que la Física es una rama de las Matemáticas y los números enteros son números «exactos» (p. ej. la velocidad de la luz:  $3 \cdot 10^8$  m/s cree que es 300 000 000,000000 000 000 000... m/s) o porque aún no se ha enterado de que se puede usar calculadora en el examen y le parece más sencillo usar  $3 \cdot 10^8$  que 299 792 458 m/s).

Por eso he supuesto que los datos tienen un número de cifras significativas razonables, casi siempre tres cifras significativas. Menos cifras darían resultados, en ciertos casos, con una incertidumbre desmedida. Así que cuando tomo un dato como  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s y lo reescribo como:

**Cifras significativas: 3**

$c = 3,00 \cdot 10^8$  m/s

Lo que quiero indicar es que supongo que el dato original tiene tres cifras significativas (no que las tenga en realidad) para poder realizar los cálculos con una incertidumbre más pequeña que la que tendría en ese caso. ( $3 \cdot 10^8$  m/s tiene una sola cifra significativa, y una incertidumbre relativa del 30 %. Como las incertidumbres se suelen acumular a lo largo del cálculo, la incertidumbre final sería inadmisibile. Entonces, ¿para qué realizar los cálculos? Con una estimación sería suficiente).

Cuestiones y problemas de las [Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad](#) (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.

[Respuestas](#) y composición de [Alfonso J. Barbadillo Marán](#).

Algunos cálculos se hicieron con una [hoja de cálculo](#) de [LibreOffice](#) u [OpenOffice](#) del mismo autor.

Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou.

La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de [traducindote](#), de Óscar Hermida López.

Se procuró seguir las [recomendaciones](#) del Centro Español de Metrología (CEM).

Se consultó el chat de Bing y se usaron algunas respuestas en las cuestiones.





## Sumario

### ÓPTICA GEOMÉTRICA

PROBLEMAS.....	1
<i>Espejos</i> .....	1
<i>Lentes</i> .....	9
CUESTIONES.....	19
<i>Espejos</i> .....	19
<i>Lentes</i> .....	24
LABORATORIO.....	26

### Índice de pruebas P.A.U.

2004.....	
1. (jun.).....	31
2. (sep.).....	8, 24
2005.....	
1. (jun.).....	31
2. (sep.).....	6, 30
2006.....	
1. (jun.).....	4, 25
2. (sep.).....	17, 23, 27
2007.....	
1. (jun.).....	25, 29
2. (sep.).....	30
2008.....	
1. (jun.).....	3, 16
2. (sep.).....	22, 30
2009.....	
1. (jun.).....	24
2. (sep.).....	2, 15
2010.....	
1. (jun.).....	24, 29
2. (sep.).....	29
2011.....	
1. (jun.).....	13
2. (sep.).....	22
2012.....	
1. (jun.).....	12, 22
2. (sep.).....	10
2013.....	
1. (jun.).....	21
2. (sep.).....	20, 28
2014.....	
1. (jun.).....	1, 27
2. (sep.).....	27
2015.....	
2. (sep.).....	27
2016.....	
1. (jun.).....	19
2. (sep.).....	9, 26