CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade** **Código: 23**

2021

FÍSICA

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que poderá responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só se corrixirán as 5 primeiras respondidas.**

PREGUNTA 1. Responda indicando e xustificando a opción correcta:
1.1. Unha carga eléctrica positiva encóntrase baixo a acción dun campo eléctrico uniforme. A súa enerxía potencial aumenta se a carga se despraza: A) Na mesma dirección e sentido que o campo eléctrico. B) Na mesma dirección e sentido oposto ao campo eléctrico. C) Perpendicularmente ao campo eléctrico.
1.2. Dous satélites artificiais describen órbitas circulares arredor dun planeta de raio R, sendo os raios das súas órbitas respectivas 1,050 R e 1,512 R. A relación entre as súas velocidades de xiro é: A) 1,2. B) 2,07. C) 4,4.

PREGUNTA 2. Responda indicando e xustificando a opción correcta:
2.1. Unha partícula de masa m e carga q penetra nunha rexión onde existe un campo magnético uniforme de módulo B perpendicular á velocidade v da partícula. O raio da órbita descrita: A) Aumenta se aumenta a intensidade do campo magnético. B) Aumenta se aumenta a enerxía cinética da partícula. C) Non depende da enerxía cinética da partícula.
2.2. Unha onda transversal propágase no sentido positivo do eixe x cunha velocidade de 300 m·s⁻¹, sendo o período de oscilación de 2×10^{-2} s. Dous puntos que se encontran, respectivamente, a distancias de 20 m e 38 m do centro de vibración estarán: A) En fase. B) En oposición de fase. C) Nunha situación distinta das anteriores.

PREGUNTA 3. Responda indicando e xustificando a opción correcta:
3.1. Un ciclista desprázase en liña recta por unha estrada a velocidade constante. Nesta estrada hai dous coches parados, un diante, C1, e outro detrás, C2, do ciclista. Os coches teñen bucinas idénticas pero o ciclista sentirá que a frecuencia das bucinas é: A) Maior a de C1. B) A mesma. C) Maior a de C2.
3.2. Un fotón de luz visible con lonxitude de onda de 500 nm ten un momento lineal de: A) 0. B) $3{,}31\times10^{-25}$ kg·m·s⁻¹. C) $1{,}33\times10^{-27}$ kg·m·s⁻¹. DATO: $h = 6{,}63\times10^{-34}$ J·s.

PREGUNTA 4. Desenvolva esta práctica:
Medíronse no laboratorio os seguintes valores para as distancias obxecto/imaxe dunha lente converxente.

N.º. exp.	1	2	3	4	5
s (cm)	39,0	41,9	49,3	59,9	68,5
s' (cm)	64,3	58,6	48,8	40,6	37,8

a) Explique a montaxe experimental utilizada.
b) Represente graficamente $1/s'$ fronte a $1/s$ e determine o valor da potencia da lente.

PREGUNTA 5. Resolva este problema:
A masa do planeta Marte é 0,107 veces a masa da Terra e o seu raio é 0,533 veces o raio da Terra. Calcule: a) O tempo que tarda un obxecto en chegar á superficie de Marte se se deixa caer desde unha altura de 50 m. b) A velocidade de escape dese obxecto desde a superficie do planeta. DATOS: g = 9,81 m·s⁻²; R(T) = $6{,}37\times10^{6}$ m.

PREGUNTA 6. Resolva este problema:
Dúas cargas eléctricas positivas de 3 nC cada unha están fixas nas posicións (2, 0) e (−2, 0) e unha carga negativa de -6 nC está fixa na posición (0,-1). a) Calcule o vector campo eléctrico no punto (0, 1). b) Colócase outra carga positiva de 1 µC no punto (0,1), inicialmente en repouso e de xeito que é libre de moverse. Razoe se chegará ata a orixe de coordenadas e, en caso afirmativo, calcule a enerxía cinética que terá nese punto. As posicións están en metros. DATO: $K = 9\times10^{9}$ N·m²·C⁻².

PREGUNTA 7. Resolva este problema:
Nun laboratorio recíbense 100 g dun isótopo descoñecido. Transcorridas 2 horas desintegrouse o 20 % da masa inicial do isótopo. Calcule: a) A constante radioactiva. b) O período de semidesintegración do isótopo e a masa que fica do isótopo orixinal transcorridas 20 horas.

PREGUNTA 8. Resolva este problema:
Unha lámina de vidro de caras planas e paralelas, de índice de refracción 1,4, está no aire, de índice de refracción 1,0. Un raio de luz monocromática de frecuencia $4{,}3\times10^{14}$ Hz incide na lámina desde o aire cun ángulo de 30° respecto á normal á superficie de separación dos dous medios. Calcule: a) A lonxitude de onda do raio refractado. b) O ángulo de refracción. DATO: $c = 3\times10^{8}$ m·s⁻¹.

Solucións

1.1. Unha carga eléctrica positiva encóntrase baixo a acción dun campo eléctrico uniforme. A súa enerxía potencial aumenta se a carga se despraza:
A) Na mesma dirección e sentido que o campo eléctrico.
B) Na mesma dirección e sentido oposto ao campo eléctrico.
C) Perpendicularmente ao campo eléctrico.

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: B

Unha carga eléctrica móvese no interior dun campo no sentido de diminuír a súa enerxía potencial.
A enerxía potencial electrostática dunha carga q nun punto A é:

$$E_{pA} = q \cdot V_A$$

Se a carga é positiva, a súa enerxía potencial aumenta cando aumenta o potencial eléctrico.

$$\Delta E_p = q \cdot \Delta V$$

O campo eléctrico está dirixido no sentido dos potenciais decrecentes. Por exemplo, entre as placas dun condensador, o campo eléctrico vai dirixido dende a placa positiva cara a placa negativa, que é a que ten o potencial máis baixo.
Por tanto, a súa enerxía potencial aumenta cando a carga se despraza na mesma dirección e sentido oposto ao campo eléctrico.

1.2. Dous satélites artificiais describen órbitas circulares arredor dun planeta de raio R, sendo os raios das súas órbitas respectivas 1,050 R e 1,512 R. A relación entre as súas velocidades de xiro é:
A) 1,2.
B) 2,07.
C) 4,4.

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: A

A velocidade dun satélite que xira a unha distancia, r, arredor dun astro de masa M, é:

$$v=\sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

A velocidade lineal dun satélite nunha órbita é inversamente proporcional á raíz cadrada do raio da órbita.

$$v_1 \cdot \sqrt{r_1} = v_2 \cdot \sqrt{r_2} = \sqrt{G \cdot M} = \text{constante}$$

$$\frac{v_1}{v_2}=\sqrt{\frac{r_2}{r_1}}=\sqrt{\frac{1{,}512 \cdot R}{1{,}050\, R}}=1{,}2$$

Como o raio da órbita 1 é menor que o da órbita 2, a velocidade do satélite na órbita 1 será maior.

2.1. Unha partícula de masa m e carga q penetra nunha rexión onde existe un campo magnético uniforme de módulo B perpendicular á velocidade v da partícula. O raio da órbita descrita:
A) Aumenta se aumenta a intensidade do campo magnético.
B) Aumenta se aumenta a enerxía cinética da partícula.
C) Non depende da enerxía cinética da partícula.

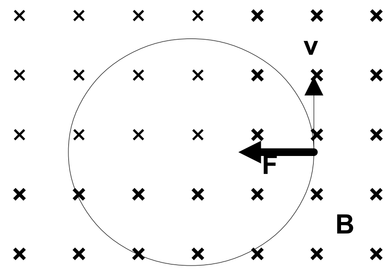
(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: B

A forza magnética, $\overline{\boldsymbol{F}}_B$, sobre unha carga, q, que se despraza no interior dun campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, cunha velocidade, $\overline{\boldsymbol{v}}$, vén dada pola lei de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

Esta forza é perpendicular en todos os puntos á dirección de avance da partícula, polo que describe traxectoria circular con velocidade de valor constante xa que a aceleración só ten compoñente normal a_N.
Se só actúa a forza magnética:



$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_B$$

Aplicándoa 2.ª lei de Newton:

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética quedaría:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Se as partículas entran perpendicularmente ao campo, sen φ = 1.
Despexando o raio, R:

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Se aumenta a enerxía cinética, aumenta a velocidade e, como se ve na ecuación anterior, aumenta tamén o raio da traxectoria.

2.2. Unha onda transversal propágase no sentido positivo do eixe X cunha velocidade de 300 m·s⁻¹, sendo o período de oscilación de 2×10^{-2} s. Dous puntos que se encontran, respectivamente, a distancias de 20 m e 38 m do centro de vibración estarán:
A) En fase.
B) En oposición de fase.
C) Nunha situación distinta das anteriores.

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: A

Datos	***Cifras significativas: 2***
Velocidade de propagación da onda	$v = 3{,}0 \cdot 10^2 \text{ m·s}^{-1}$
Período de oscilación	$T = 2{,}0 \cdot 10^{-2}$ s
Distancia entre os puntos	$\Delta x = 38 - 20 = 18$ m
Incógnitas	
Diferenza de fase entre dous puntos separados 18 m	$\Delta\varphi$
Outros símbolos	
Pulsación (frecuencia angular)	ω
Frecuencia	f
Lonxitude de onda	λ
Número de onda	k
Ecuacións	
Ecuación dunha onda harmónica unidimensional	$y = A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Número de onda	$k = 2\pi / \lambda$
Relación entre a frecuencia angular e a frecuencia	$\omega = 2\pi \cdot f$
Relación entre a lonxitude de onda e a velocidade de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) A diferencia de fase entre os dous puntos é:

$$\Delta\varphi = (k \cdot x_2 - \omega \cdot t_2) - (k \cdot x_1 - \omega \cdot t_1)$$

Para o mesmo instante, $t_1 = t_2$.

$$\Delta\varphi = k \cdot x_2 - k \cdot x_1 = k\,(x_2 - x_1) = k \cdot \Delta x$$

Para obter o número de onda hai que calcular a lonxitude de onda a partir da frecuencia e a velocidade de propagación:

Frecuencia: $f=\frac{1}{T}=\frac{1}{2\cdot 10^{-2}\,[\mathrm{s}]}=50\ \mathrm{s}^{-1}$

Lonxitude de onda: $v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda=\frac{v_p}{f}=\frac{300\,[\mathrm{m/s}]}{50\,[\mathrm{s}^{-1}]}=6{,}0\ \mathrm{m}$

Número de onda: $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\cdot\pi\,[\mathrm{rad}]}{6{,}0\,[\mathrm{m}]}=\frac{\pi}{3}\ \mathrm{rad/m}$

A diferenza de fase entre dous puntos situados en x_1 e x_2 é:

$$\Delta\varphi = \pi / 3\ [\mathrm{rad/m}] \cdot (38 - 20)\ [\mathrm{m}] = 6\ \pi\ \mathrm{rad}$$

Como a diferencia de fase é múltiplo de 2 π, os puntos atópanse en fase.
Análise: A distancia entre os puntos é 18 m *que é o triplo da lonxitude de onda. Como os puntos que están en fase ou cuxa diferencia de fase é múltiplo de* 2 π *atópanse a unha distancia que é múltiplo da lonxitude de onda, unha distancia de tres veces a lonxitude de onda corresponde a unha diferenza de fase triplo de* 2 π, *ou sexa,* 6 π rad.

3.1. Un ciclista desprázase en liña recta por unha estrada a velocidade constante. Nesta estrada hai dous coches parados, un diante, C1, e outro detrás, C2, do ciclista. Os coches teñen bucinas idénticas pero o ciclista sentirá que a frecuencia das bucinas é:
A) Maior a de C1.
B) A mesma.
C) Maior a de C2.

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: A

A ecuación do efecto Doppler é:

$$f(\mathrm{obs})=f(\mathrm{em})\frac{v(\mathrm{son})\pm v(\mathrm{obs})}{v(\mathrm{son})\pm v(\mathrm{em})}$$

Na que
f(obs) é a frecuencia que percibe o observador.
f(em) é a frecuencia emitida pola fonte.
v(son) é a velocidade do son.
v(obs) é a velocidade do observador.
v(em) é a velocidade do emisor da frecuencia.
Para un observador dirixíndose cara a unha fonte a ecuación anterior queda:

$$f(\mathrm{obs})=f(\mathrm{em})\frac{v(\mathrm{son})}{v(\mathrm{son})-v(\mathrm{obs})}$$

A frecuencia percibida polo observador é maior que a emitida.
A situación é equivalente á dun observador en repouso e unha fonte dirixíndose cara a el.
Isto pódese comprobar escoitando o chifre dun tren que pasa cerca de nos. Cando pasa xunto a nos o son tórnase máis grave. É máis agudo cando se está a achegar e tórnase máis grave cando se afasta.

3.2. Un fotón de luz visible con lonxitude de onda de 500 nm ten un momento lineal de:
A) 0.
B) $3{,}31\times10^{-25}$ kg·m·s⁻¹.
C) $1{,}33\times10^{-27}$ kg·m·s⁻¹.
Dato: h = $6{,}63\times10^{-34}$ J·s. *(A.B.A.U. ord. 21)*

Solución: C

De Broglie propuxo que nalgúns casos o comportamento de certas partículas podería interpretarse como o de ondas cuxa lonxitude de onda asociada λ viría dada pola expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

Na ecuación, h é a constante de Planck e m a masa da partícula e v a súa velocidade.
h é unha constante e $m \cdot v$ é a expresión do momento lineal ou cantidade de movemento e λ a lonxitude da onda asociada.
Tamén que nalgúns casos o comportamento das ondas podería interpretarse como o de partículas cun momento lineal:

$$p = m \cdot v = \frac{h}{\lambda}$$

Para o fotón de λ = 500 nm = $5{,}00 \cdot 10^{-7}$ m, o momento lineal valería:

$$p = m \cdot v = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J·s}}{5{,}00 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = 1{,}33 \cdot 10^{-27}\ \text{kg·m·s}^{-2}$$

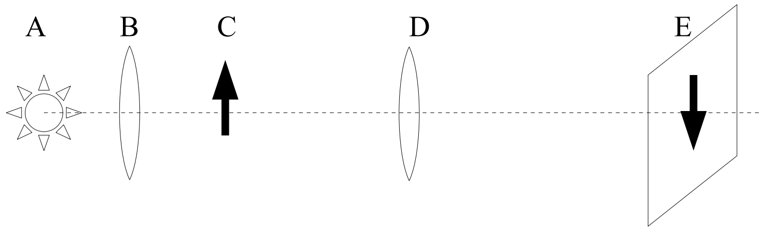
4. Medíronse no laboratorio os seguintes valores para as distancias obxecto/imaxe dunha lente converxente.
   a) Explica a montaxe experimental utilizada.
   b) Representa graficamente 1/s′ fronte a 1/s e determina o valor da potencia da lente.

N.º. exp.	1	2	3	4	5
s (cm)	39,0	41,9	49,3	59,9	68,5
s' (cm)	64,3	58,6	48,8	40,6	37,8

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución:

a) A montaxe é o da figura.



A é a fonte luminosa, B unha lente converxente que se sitúa de forma que a fonte luminosa estea no foco, para que os raios saian paralelos. C é o obxecto, D a lente converxente da que queremos achar a distancia focal e E a imaxe do obxecto.
Vaise variando a posición da lente D e movendo a pantalla E até obter unha imaxe enfocada.

b) Substitúense os valores de s e s' na ecuación das lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Calcúlase o inverso da distancia focal (potencia) e o valor da distancia focal para cada par de datos.

N.º. exp.	s (cm)	s' (cm)		s (m)	s' (m)		$1/s$ (m⁻¹)	$1/s'$ (m⁻¹)		$1/f$ (m⁻¹)	f (m)
1	−39,0	64,3		−0,390	0,643		−2,56	1,56		4,12	0,243
2	−41,9	58,6		−0,419	0,586		−2,39	1,71		4,09	0,244
3	−49,3	48,8		−0,493	0,488		−2,03	2,05		4,08	0,245
4	−59,9	40,6		−0,599	0,406		−1,67	2,46		4,13	0,242
5	−68,5	37,8		−0,685	0,378		−1,46	2,65		4,11	0,244

De ter unha folla de cálculo poderíase representar unha gráfica como a seguinte:
Comparando coa ecuación dunha recta, a ecuación das lentes quedaría:

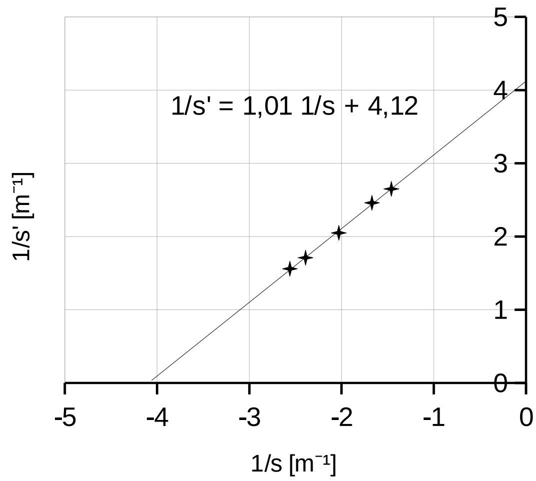
$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{s}+\frac{1}{f}$$

na que $1/f$ sería a ordenada na orixe:

$P = 1 / f = 4{,}12\ \text{m}^{-1} = 4{,}12$ dioptrías.

Pero é máis doado calcular a potencia como valor medio:

$P = 1 / f = 4{,}11\ \text{m}^{-1} = 4{,}11$ dioptrías.



5. A masa do planeta Marte é 0,107 veces a masa da Terra e o seu raio é 0,533 veces o raio da Terra. Calcula:
a) O tempo que tarda un obxecto en chegar á superficie de Marte se se deixa caer desde unha altura de 50 m.
b) A velocidade de escape dese obxecto desde a superficie do planeta.
DATOS: $g = 9{,}81\ \text{m·s}^{-2}$; $R(\text{T}) = 6{,}37\times10^6$ m. *(A.B.A.U. ord. 21)*

Rta.: a) $t = 5{,}21$ s; b) $v_e = 5{,}01·10^3$ m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa de Marte	$M_M = 0{,}107\ M_T$
Raio de Marte	$R_M = 0{,}533\ R_T$
Altura desde a que se deixa caer	$h = 50{,}0$ m
Aceleración da gravidade na Terra	$g_0 = 9{,}81\ \text{m/s}^2$
Raio da Terra	$R_T = 6{,}37·10^6$ m
Incógnitas	
Tempo que tarda en caer á superficie de Marte desde unha altura de 50 m	t
Velocidade de escape en Marte	v_e
Outros símbolos	
Masa da Terra	M_T
Constante da gravitación universal	G
Ecuacións	
Lei de Newton da gravitación universal, en módulos. (forza que exerce un planeta esférico sobre un corpo puntual)	$F_G=G\frac{M\cdot m}{r^2}$
Peso dun obxecto de masa m na superficie dun planeta cuxa aceleración da gravidade é g_0	$P = m \cdot g_0$
Ecuación da caída libre (movemento uniformemente acelerado)	$h = v_0 \cdot t + ½\ g \cdot t^2$
Enerxía cinética dunha masa, m, que se move cunha velocidade, v	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Enerxía potencial gravitacional (referida ao infinito)	$E_p=-G\frac{M\cdot m}{r}$
Enerxía mecánica	$E = E_c + E_p$

Solución:

a) Hai que calcular o valor da gravidade na superficie de Marte.
O peso dun obxecto preto da superficie da Terra é a forza coa que a Terra o atrae:

$$m\cdot g_T=G\frac{M_T\cdot m}{R_T^2}$$

Analogamente, o peso dun obxecto preto da superficie de Marte é a forza coa que a Marte o atrae:

$$m\cdot g_M=G\frac{M_M\cdot m}{R_M^2}$$

Dividindo a segunda ecuación entre a primeira, queda:

$$\frac{\cancel{m} \cdot g_M}{\cancel{m} \cdot g_T} = \frac{\cancel{G} \dfrac{M_M \cdot \cancel{m}}{R_M^2}}{\cancel{G} \dfrac{M_T \cdot \cancel{m}}{R_T^2}}$$

$$\frac{g_M}{g_T} = \frac{M_M / M_T}{(R_M / R_T)^2} = \frac{0{,}107}{0{,}533^2} = 0{,}375$$

Despexando:

$$g_M = 3{,}69 \text{ m/s}^2$$

Análise: O resultado é razoable, xa que sabemos que a gravidade na superficie de Marte é unhas 3 *veces menor que na superficie da Terra.*

Calcúlase o tempo da ecuación da caída libre, sen velocidade inicial:

$$h = ½\, g \cdot t^2 \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g_M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50{,}0}{3{,}69}} = 5{,}21 \text{ s}$$

b)
A velocidade de escape dun astro é a velocidade mínima adicional que habería que comunicar a un corpo sometido ó seu campo gravitacional, para situalo nun punto no que non estea sometido a devandita atracción, a unha distancia infinita do centro del astro.
A velocidade de escape proporcionaríalle a enerxía, ΔE, necesaria para situalo no infinito.

$$\Delta E = (E_c + E_p)_\infty - (E_c + E_p)_1$$

No infinito a enerxía potencial é nula, porque tómase coma orixe de enerxías potenciais.
Tendo en conta que velocidade de escape é a velocidade mínima, a enerxía cinética que tería o obxecto no infinito sería nula.
A enerxía mecánica, suma das enerxías cinética e potencial, no infinito sería nula:

$$E_\infty = (E_c + E_p)_\infty = 0 + 0 = 0$$

A enerxía potencial dun corpo de masa m situado na superficie dun astro de masa M e radio R é:

$$E_p = -G \frac{M \cdot m}{R}$$

Se o corpo atópase na superficie do astro, a súa enerxía cinética considérase desprezable[1].
A enerxía mecánica na superficie do astro sería:

$$E_s = (E_c + E_p)_s = 0 + \left(-G \frac{M \cdot m}{R}\right) = -G \frac{M \cdot m}{R}$$

A velocidade de escape v_e comunicaríalle a enerxía ΔE necesaria para situalo no infinito.

$$\Delta E = ½\, m \cdot v_e^2 = (E_c + E_p)_\infty - (E_c + E_p)_s$$

$$\frac{1}{2} m\, v_e^2 = 0 - \left(-G \frac{M \cdot m}{R}\right) = G \frac{M \cdot m}{R}$$

Despexando a velocidade de escape, queda:

$$v_e = \sqrt{2\, G \frac{M}{R}}$$

Cando non se teñen os datos da constante da gravitación universal, G, ou da masa do astro, M, pero si do valor da aceleración da gravidade na súa superficie, pódese encontrar unha relación entre elas, usando que, na superficie do astro, o peso dun corpo, $m \cdot g_0$, é igual á forza gravitacional:

$$\cancel{m}\, g_0 = G \frac{M \cdot \cancel{m}}{R^2}$$

1 Aínda que se atopa en repouso nun sistema de referencia local, o certo é que posúe unha velocidade debido á rotación do astro. Por exemplo, un obxecto en repouso no ecuador da Terra móvese cunha velocidade de uns 460 m/s.

R representa o raio de astro e g_0 o valor da aceleración da gravidade na súa superficie.
A relación é:

$$G \cdot M = g_0 \cdot R^2$$

Hai que calcular tamén o raio de Marte:

$$R_M = 0{,}533\ R_T = 0{,}533 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6\ [\text{m}] = 3{,}40 \cdot 10^6\ \text{m}$$

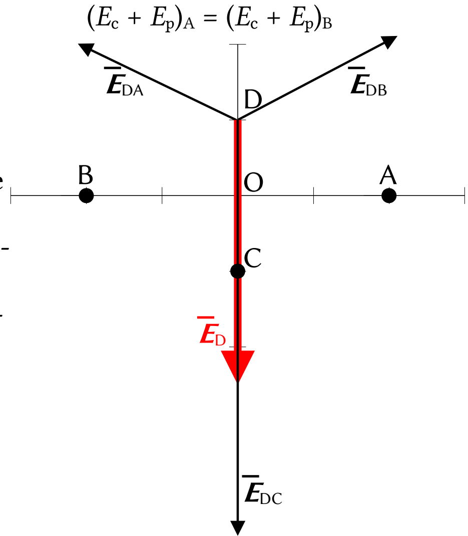
Calcúlase a velocidade de escape substituíndo $G \cdot M$ por $g_0 \cdot R^2$.

$$v_e=\sqrt{\frac{2\, g_0 \cdot R_M^2}{R_M}}=\sqrt{2\, g_0 \cdot R_M}=\sqrt{2 \cdot 3{,}69\ [\text{m/s}^2] \cdot (3{,}40 \cdot 10^6\ [\text{m}])^2}=5{,}01 \cdot 10^3\ \text{m/s}=5{,}01\ \text{km/s}$$

6. Dúas cargas eléctricas positivas de 3 nC cada unha están fixas nas posicións (2, 0) e (−2, 0) e unha carga negativa de −6 nC está fixa na posición (0,-1).
   a) Calcula o vector campo eléctrico no punto (0, 1).
   b) Colócase outra carga positiva de 1 µC no punto (0,1), inicialmente en repouso e de xeito que é libre de moverse. Razoa se chegará ata a orixe de coordenadas e, en caso afirmativo, calcula a enerxía cinética que terá nese punto. As posicións están en metros.
   DATOS: $K = 9 \cdot 10^9\ \text{N·m}^2\text{·C}^{-2}$. *(A.B.A.U. ord. 21)*
   Rta.: a) $E = -8{,}67\ \bar{\mathbf{j}}$ N/C; b) $E_c = 2{,}41 \cdot 10^{-5}$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor das cargas situadas nos puntos A e B	$Q_A = Q_B = 3{,}00\ \text{nC} = 3{,}00 \cdot 10^{-9}\ \text{C}$
Valor da carga situada no punto C	$Q_C = -6{,}00\ \text{nC} = -6{,}00 \cdot 10^{-9}\ \text{C}$
Posición do punto A	$\bar{\boldsymbol{r}}_A = (2{,}00,\ 0)$ m
Posición do punto B	$\bar{\boldsymbol{r}}_B = (-2{,}00,\ 0)$ m
Posición do punto C	$\bar{\boldsymbol{r}}_C = (0,\ -1{,}00)$ m
Posición do punto D no que calcular o vector campo eléctrico	$\bar{\boldsymbol{r}}_D = (0,\ 1{,}00)$ m
Carga da partícula que se despraza	$q = 1{,}00\ \mu\text{C} = 1{,}00 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$
Velocidade inicial no punto D	$\bar{v}_D = 0$
Posición do punto O ao que chega	$\bar{\boldsymbol{r}}_O = (0,\ 0)$ m
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00 \cdot 10^9\ \text{N·m}^2\text{·C}^{-2}$
Incógnitas	
Vector campo eléctrico no punto D	$\bar{\boldsymbol{E}}_D$
Enerxía cinética que terá ao pasar pola orixe	E_{cO}
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$\vec{\boldsymbol{E}}=K\dfrac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$
Principio de superposición	$\vec{\boldsymbol{E}}_A=\sum \vec{\boldsymbol{E}}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$V=K\dfrac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Enerxía potencial eléctrica dunha carga nun punto A	$E_{pA} = q \cdot V_A$
Enerxía cinética dunha masa, m, que se move cunha velocidade, v	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Principio da conservación da enerxía entre dous puntos A e B	$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

Solución:



a)
Faise un debuxo no que se sitúan os puntos A(2, 0), B(-2, 0), C(0, -1) e D(0, 1).
Debúxanse os vectores do campo no punto D, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido.
Os campos creados polas cargas situadas nos puntos A e B son de repulsión, porque as cargas son positivas, e son do mesmo valor, porque as cargas e as distancias son iguais.

Pero o campo producido pola carga situada no punto C é de atracción, porque é negativa, e será maior que o creado pola carga situada no punto A, porque o punto C está máis cerca do punto D que o punto A, e a carga situada no punto C é maior que a carga situada no punto A.
Debúxase o vector suma que é o campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{D}}$.
Como os campos creados polas cargas situadas nos puntos A e B son do mesmo valor, a súas compoñentes horizontais anúlanse e a resultante de ambas será vertical e estará dirixida no sentido positivo do eixe *Y*. A súa medida será o dobre da compoñente vertical dunha delas.
O valor do campo resultante será a suma das compoñentes verticais de cada carga. Como o valor do campo creado pola carga situada no punto C é maior que a suma das compoñentes verticais dos campos creados polas cargas situadas nos puntos A e B, a resultante dos tres campos estará dirixida no sentido negativo do eixe *Y*.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\boldsymbol{u}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{\boldsymbol{F}}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\vec{\boldsymbol{F}}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$$

Calcúlase a distancia entre os puntos A(2, 0) e D(0, 1):

$$\vec{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{AD}} = \vec{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{D}} - \vec{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{A}} = 1{,}00\,\vec{\mathbf{j}}\ [\mathrm{m}] - 2{,}00\,\vec{\mathbf{i}}\ [\mathrm{m}] = (-2{,}00\,\vec{\mathbf{i}} + 1{,}00\,\vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{m}$$

$$r_{\mathrm{AD}} = |\vec{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{AD}}| = \sqrt{(-2{,}00\ [\mathrm{m}])^2 + (1{,}00\ [\mathrm{m}])^2} = 2{,}24\ \mathrm{m}$$

Calcúlase o vector unitario do punto D, tomando como orixe o punto A:

$$\vec{\mathbf{u}}_{\mathrm{AD}} = \frac{\vec{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{AD}}}{|\vec{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{AD}}|} = \frac{(-2{,}00\,\vec{\mathbf{i}} + 1{,}00\,\vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{m}]}{2{,}24\ [\mathrm{m}]} = -0{,}894\,\vec{\mathbf{i}} + 0{,}447\,\vec{\mathbf{j}}$$

Calcúlase o campo no punto D, creado pola carga de +3 nC situada no punto A:

$$\vec{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{DA}} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2 \cdot C^{-2}}] \cdot \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\mathrm{C}]}{(2{,}24\ [\mathrm{m}])^2} (-0{,}894\,\vec{\mathbf{i}} + 0{,}447\,\vec{\mathbf{j}}) = (-4{,}83\,\vec{\mathbf{i}} + 2{,}41\,\vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

O campo no punto D, debido á carga de +3 nC, situada no punto B, é simétrico ao creado pola carga situada no punto A. Os valores das súas compoñentes son os mesmos, pero o signo da compoñente horizontal é oposto, porque está dirixida en sentido contrario:

$$\vec{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{DB}} = (4{,}83\,\vec{\mathbf{i}} + 2{,}41\,\vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

A distancia do punto D ao punto C é: r_{DC} = |(0, 1,00) [m] – (0, −1,00) [m]| = 2,00 m.
O vector unitario do punto D, tomando como orixe o punto C, é $\vec{\mathbf{j}}$, o vector unitario do eixe *Y*.
Calcúlase o campo no punto D, debido á carga de −6 nC situada no punto C:

$$\vec{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{DC}} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2 \cdot C^{-2}}] \cdot \frac{-6{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\mathrm{C}]}{(2{,}00\ [\mathrm{m}])^2} \vec{\mathbf{j}} = -13{,}5\,\vec{\mathbf{j}}\ \mathrm{N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto D é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\vec{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{D}} = \vec{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{DA}} + \vec{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{DB}} + \vec{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{DC}} = (-4{,}83\,\vec{\mathbf{i}} + 2{,}41\,\vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}] + (4{,}83\,\vec{\mathbf{i}} + 2{,}41\,\vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}] + (-13{,}5\,\vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}] = -8{,}67\,\vec{\mathbf{j}}\ \mathrm{N/C}$$

Análise: Coincide co debuxo. O campo resultante do cálculo está dirixido no sentido negativo do eixe Y.

b) Ao colocar unha caga positiva de 1 μC no punto D(0, 1), o campo exercerá unha forza dirixida no mesmo sentido que o vector de intensidade de campo, sentido negativo do eixe Y. A carga será empurrada e pasará pola orixe O(0, 0).
Como a forza eléctrica é unha forza conservativa, a enerxía mecánica consérvase.

$$(E_c + E_p)_O = (E_c + E_p)_D$$
$$E_{cO} + q \cdot V_O = E_{cD} + q \cdot V_D$$

O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V = K\frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Calcúlase o potencial no punto D debido á carga de +3 nC situada no punto A:

$$V_{DA} = 9{,}00 \cdot 10^9 \; [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9} \; [\text{C}]}{(2{,}24 \; [\text{m}])} = 12{,}1 \text{ V}$$

O potencial no punto D, debido á carga de +3 nC situada no punto B, vale o mesmo, xa que a distancia e a carga son as mesmas:

$$V_{DB} = 12{,}1 \text{ V}$$

Calcúlase o potencial no punto D, debido á carga de −6 nC situada no punto C:

$$V_{DC} = 9{,}00 \cdot 10^9 \; [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-6{,}00 \cdot 10^{-9} \; [\text{C}]}{(2{,}00 \; [\text{m}])} = -27{,}0 \text{ V}$$

O potencial eléctrico nun punto debido á presenza de varias cargas, é a suma alxébrica dos potenciais debidos a cada carga.

$$V_D = V_{DA} + V_{DB} + V_{DC} = 12{,}1 \; [\text{V}] + 12{,}1 \; [\text{V}] + -27{,}0 \; [\text{V}] = -2{,}8 \text{ V}$$

Faise o mesmo proceso para calcular o potencial eléctrico na orixe O.
Calcúlase o potencial no punto O debido á carga de +3 nC situada no punto A:

$$V_{OA} = 9{,}00 \cdot 10^9 \; [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9} \; [\text{C}]}{(2{,}00 \; [\text{m}])} = 13{,}5 \text{ V}$$

O potencial no punto O(0, 0) debido á carga de +3 nC situada no punto B(−2, 0) vale o mesmo, xa que a distancia e a carga son as mesmas:

$$V_{OB} = 13{,}5 \text{ V}$$

Calcúlase o potencial no punto O, debido á carga de −6 nC situada no punto C:

$$V_{OC} = 9{,}00 \cdot 10^9 \; [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-6{,}00 \cdot 10^{-9} \; [\text{C}]}{(1{,}00 \; [\text{m}])} = -54{,}0 \text{ V}$$

O potencial eléctrico nun punto debido á presenza de varias cargas, é a suma alxébrica dos potenciais debidos a cada carga.

$$V_O = V_{OA} + V_{OB} + V_{OC} = 13{,}5 \; [\text{V}] + 13{,}5 \; [\text{V}] + (-54{,}0 \; [\text{V}]) = \text{-}27{,}0 \text{ V}$$

Substituíndo os valores dos potenciais, e tendo en conta que no punto D a velocidade é nula, a ecuación de conservación da enerxía quedaría:

$$E_{cO} + 1{,}00 \cdot 10^{-6} \; [\text{C}] \cdot (-27{,}0) \; [\text{V}] = 0 + 1{,}00 \cdot 10^{-6} \; [\text{C}] \cdot (-2{,}8) \; [\text{V}]$$

Despexando, obtense o valor da enerxía cinética ao pasar pola orixe.

$$E_{cO} = 1{,}00 \cdot 10^{-6} \; [\text{C}] \cdot (27{,}0 - 2{,}8) \; [\text{V}] = 2{,}4 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

7. Nun laboratorio recíbense 100 g dun isótopo descoñecido. Transcorridas 2 horas desintegrouse o 20 % da masa inicial do isótopo. Calcula:
   a) A constante radioactiva.
   b) O período de semidesintegración do isótopo e a masa que fica do isótopo orixinal transcorridas 20 horas.

(A.B.A.U. ord. 21)

Rta.: a) λ = 3,10·10⁻⁵ s⁻¹; b) $T_{½}$ = 2,24·10⁴ s; m = 10,7 g.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa inicial	m_0 = 100 g
Tempo transcorrido no que se desintegrou o 20 % da masa inicial	t_d = 2,00 h = 7,20·10³ s
Porcentaxe desintegrado da mostra nese tempo	m_d = 20,0 % m_0 = 0,200 m_0
Tempo para calcular a masa que fica	t = 20,0 h = 7,20·10⁴ s
Incógnitas	
Constante radioactiva	λ
Período de semidesintegración	$T_{½}$
Masa que fica ás 20 h	m
Outros símbolos	
Número de átomos iniciais	N_0
Número de átomos ao cabo dun tempo	N
Ecuacións	
Lei da desintegración radioactiva	$N=N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
Cando $t = T_{½}$, $N = N_0$ / 2	$T_{½}$ = ln 2 / λ

Solución:

a) Calcúlase a constante de desintegración radioactiva λ na ecuación de desintegración radioactiva

$$N=N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

É máis fácil usar a expresión anterior en forma logarítmica.

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

Como a masa é proporcional ao número de átomos:

$$m_0 \ / \ m = N_0 \ / \ N$$

Se a masa desintegrada é o 20 % da inicial, fica aínda:

$$m = m_0 - m_d = m_0 - 0{,}200\ m_0 = 0{,}800\ m_0$$

$$\lambda=\frac{\ln(N_0/N)}{t}=\frac{\ln(m_0/m)}{t}=\frac{\ln(1/0{,}800)}{7{,}20\cdot 10^3\ [\mathrm{s}]}=3{,}10\cdot 10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}=0{,}112\ \mathrm{h}^{-1}$$

b) Calcúlase o período de semidesintegración a partir da constante de desintegración radioactiva:

$$T_{1/2}=\frac{\ln 2}{\lambda}=\frac{0{,}693}{3{,}10\cdot 10^{-5}\ [\mathrm{s}^{-1}]}=2{,}24\cdot 10^3\ \mathrm{s} = 6{,}21\ \mathrm{h}$$

A masa que fica ao cabo de 20 h é

$$m=m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$m=100\ [\mathrm{g}] \cdot e^{-0{,}112\,[\mathrm{h}^{-1}]\cdot 20\,[\mathrm{h}]}=10{,}7\ \mathrm{g}$$

8. Unha lámina de vidro de caras planas e paralelas, de índice de refracción 1,4, está no aire, de índice de refracción 1,0. Un raio de luz monocromática de frecuencia 4,3×10¹⁴ Hz incide na lámina desde o aire cun ángulo de 30° respecto á normal á superficie de separación dos dous medios. Calcula:
   a) A lonxitude de onda do raio refractado.
   b) O ángulo de refracción.
   DATO: c = 3×10⁸ m·s⁻¹.

(A.B.A.U. ord. 21)

Rta.: a) λ_2 = 498 nm; b) θ_r = 20,9°.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Frecuencia do feixe de luz	$f = 4{,}30·10^{14}$ Hz
Índice de refracción do aire	$n_1 = 1{,}00$
Índice de refracción do vidro	$n_2 = 1{,}40$
Ángulo de incidencia	$\theta_i = 30{,}0°$
Velocidade da luz no baleiro	$c = 3{,}00·10^8$ m/s
Incógnitas	
Lonxitude de onda da luz no vidro	λ_1
Ángulo de refracción	θ_r
Ecuacións	
Índice de refracción dun medio «i» no que a luz se despraza á velocidade v_i	$n_i=\frac{c}{v_i}$
Relación entre a velocidade v, a lonxitude de onda λ e a frecuencia f	$v = \lambda \cdot f$
Lei de Snell da refracción	$n_i \cdot \text{sen } \theta_i = n_r \cdot \text{sen } \theta_r$

Solución:

a) A velocidade da luz no vidro é:

$$v_2=\frac{c}{n_2}=\frac{3{,}00\cdot 10^8 \text{ m/s}}{1{,}40}=2{,}14\cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Por tanto, a lonxitude de onda da luz no vidro é:

$$\lambda_2=\frac{v_2}{f}=\frac{2{,}14\cdot 10^8 \text{ m/s}}{4{,}30\cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}}=4{,}98\cdot 10^{-7} \text{ m}=498 \text{ nm}$$

b) O ángulo de refracción θ_r pódese calcular aplicando a lei de Snell

$$1{,}00 \cdot \text{sen } 30° = 1{,}40 \cdot \text{sen } \theta_r$$

$$\text{sen } \theta_r=\frac{1{,}00 \cdot \text{sen } 30°}{1{,}40}=0{,}357$$

$$\theta_r = \text{arcsen } 0{,}357 = 20{,}9°$$

Cuestións e problemas das Probas de avaliación do Bacharelato para o acceso á Universidade (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.
Respostas e composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algúns cálculos fixéronse cunha folla de cálculo de LibreOffice ou OpenOffice do mesmo autor.
Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de traducindote, de Óscar Hermida López.
Procurouse seguir as recomendacións do *Centro Español de Metrología* (CEM)
Consultouse o chat de Bing e empregáronse algunhas respostas nas cuestións.

Actualizado: 23/07/23