CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade

Código: 23

ord. 2019

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestións 4 puntos (1 cada cuestión, teórica ou práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado).
Non se valorará a simple anotación dunha opción como solución ás cuestións. As respostas deben ser razoadas.
O/A alumno/a elixirá unha das dúas opcións.

OPCIÓN A

C.1. A luz incidente, a reflectida e a refractada na superficie de separación de dous medios de distinto índice de refracción ten: A) Igual frecuencia, lonxitude de onda e velocidade. B) Distinta frecuencia, lonxitude de onda e velocidade. C) Igual frecuencia e distintas lonxitudes de onda e velocidade.

C.2. Para aumentar a potencia dunha lente biconvexa simétrica situada no aire deberiamos: A) Aumentar os raios de curvatura e diminuír o índice de refracción do material da lente. B) Diminuír os raios de curvatura e aumentar o índice de refracción do material da lente. C) Aumentar os raios de curvatura sen variar o índice de refracción do material da lente.

C.3. Un determinado feixe de luz provoca efecto fotoeléctrico nun determinado metal. Se aumentamos a intensidade do feixe incidente: A) Aumenta o número de fotoelectróns arrancados, así como a súa enerxía cinética. B) Aumenta o número de fotoelectróns arrancados sen se modificar a súa enerxía cinética. C) O número de fotoelectróns arrancados non varía, pero a súa enerxía cinética aumenta.

C.4. Describe o procedemento que seguirías no laboratorio para determinar se a luz é unha onda transversal ou lonxitudinal, así como o material que debes utilizar.

P.1. Nun punto de coordenadas (0, 3) está situada unha carga q_1 = 7,11 nC, e no punto de coordenadas (4, 0) está situada outra carga q_2 = 3,0 nC. As coordenadas están expresada en metros. Calcula: a) A expresión vectorial da intensidade do campo eléctrico no punto (4, 3). b) O valor do potencial eléctrico no punto (4, 3). c) Indica o signo e o valor da carga q_3 que hai que situar na orixe para que o potencial eléctrico no punto (4, 3) se anule.
Dato: $K = 9·10^9$ N·m²·C⁻².

P.2. Un satélite artificial describe órbitas circulares arredor da Terra a unha altura de 350 km respecto da superficie terrestre. Calcula: a) A velocidade orbital do satélite. b) O seu período de revolución. c) Compara o valor da súa aceleración centrípeta co valor da intensidade do campo gravitacional g a esa distancia da Terra. Que consecuencias pódense extraer deste resultado? Datos: $R(T) = 6,37·10^6$ m; g_0 = 9,81 m/s².

OPCIÓN B

C.1. O estroncio-90 é un isótopo radioactivo cun período de semidesintegración de 28 anos. Se dispoñemos dunha mostra de dous moles do dito isótopo, o número de átomos de estroncio-90 que quedarán na mostra despois de 112 anos será: A) 1/8 N_A. B) 1/16 N_A. C) 1/4 N_A. ($N_A = 6,022·10^{23}$ partículas/mol).

C.2. Cal debería ser a distancia entre dous puntos dun medio polo que se propaga unha onda harmónica, con velocidade de fase de 100 m/s e 200 Hz de frecuencia, para que estean no mesmo estado de vibración?:
A) 2 n. B) 0,5 n. C) n, sendo n = 0, 1, 2, 3… e medido no S.I.

C.3. Un astronauta (A) achégase a unha estrela cunha velocidade de 200 000 km/s e outro astronauta (B) distánciase da mesma estrela coa mesma velocidade coa que se achega o (A). A velocidade con que estes astronautas perciben a velocidade da luz da estrela é: A) Maior para o astronauta (A) e menor para o (B).
B) Menor para o astronauta (A) e maior para o (B). C) Igual para os dous astronautas.

C.4. A partir de medidas do raio, r, e do período, T, de catro satélites que orbitan a Terra obtense a táboa anexa. Representa eses datos nunha gráfica e determina a partir dela a masa da Terra. DATO: $G = 6,67·10^{-11}$ N·m²·kg⁻².

Satélite	T^2/s²	r^3/km³
1	$3,18×10^7$	$3,29×10^{11}$
2	$3,89×10^7$	$4,05×10^{11}$
3	$4,75×10^7$	$4,93×10^{11}$
4	$1,44×10^8$	$1,48×10^{12}$

P.1. Un feixe de luz de frecuencia $4,30×10^{14}$ Hz incide desde un medio 1 de índice de refracción n_1 = 1,50 sobre outro medio 2 de índice de refracción n_2 = 1,30. O ángulo de incidencia é de 50°. Determina: a) A lonxitude de onda do feixe no medio 1. b) O ángulo de refracción. c) A partir de que ángulo de incidencia se produce a reflexión total do feixe incidente? DATO: $c = 3×10^8$ m/s.

P.2. Un protón móvese nun círculo de raio r = 20 cm, perpendicularmente a un campo magnético B = 0,4 T. Determinar: a) A velocidade do protón. b) O período do movemento. c) O campo eléctrico necesario para anular o efecto do campo magnético. DATOS: $q_p = 1,6×10^{-19}$ C; $m_p = 1,67×10^{-27}$ kg.

Solucións

OPCIÓN A

C.1. A luz incidente, a reflectida e a refractada na superficie de separación de dous medios de distinto índice de refracción ten:
A) Igual frecuencia, lonxitude de onda e velocidade.
B) Distinta frecuencia, lonxitude de onda e velocidade.
C) Igual frecuencia e distintas lonxitudes de onda e velocidade.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: C

O índice de refracción dun medio respecto ao baleiro n_m é o cociente entre a velocidade da luz no baleiro c e a velocidade da luz no medio v_m.

$$n_m = c / v_m$$

A luz refractada cambia a súa velocidade mentres que a reflectida non.
Como a frecuencia da luz é característica (non varía ao cambiar de medio) e está relacionada coa velocidade de propagación da luz nese medio por:

$$v_m = \lambda_m \cdot f$$

Ao variar a velocidade, ten que variar a lonxitude de onda.

C.2. Para aumentar a potencia dunha lente biconvexa simétrica situada no aire deberiamos:
A) Aumentar os raios de curvatura e diminuír o índice de refracción do material da lente.
B) Diminuír os raios de curvatura e aumentar o índice de refracción do material da lente.
C) Aumentar os raios de curvatura sen variar o índice de refracción do material da lente.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: B

A fórmula do construtor de lentes é:

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

f é a distancia focal da lente, n é o índice de refracción do material da lente e R_1 e R_2 son os raios de curvatura das caras anterior e posterior da lente.
A potencia dunha lenta é a inversa da distancia focal.

$$P=\frac{1}{f}$$

Para aumentar a potencia, ou sexa, diminuír a distancia focal, haberá que empregar un material con maior o índice de refracción e diminuír os raios para aumentar a curvatura das caras da lente.

C.3. Un determinado feixe de luz provoca efecto fotoeléctrico nun determinado metal. Se aumentamos a intensidade do feixe incidente:
A) Aumenta o número de fotoelectróns arrancados, así como a súa enerxía cinética.
B) Aumenta o número de fotoelectróns arrancados sen se modificar a súa enerxía cinética.
C) O número de fotoelectróns arrancados non varía, pero a súa enerxía cinética aumenta.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: B

Interpretación de Einstein do efecto fotoeléctrico.

Cando a luz interactúa co metal da célula fotoeléctrica faino coma se fose un chorro de partículas chamadas fotóns (paquetes de enerxía).
Cada fotón choca cun electrón e transmítelle toda a súa enerxía.
Para que se produza efecto fotoeléctrico, os electróns emitidos deben ter enerxía suficiente para chegar ao anticátodo, o que ocorre cando a enerxía do fotón é maior que o traballo de extracción, que é unha característica do metal.
A ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico pode escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

Na ecuación, E_f representa a enerxía do fotón incidente, W_e o traballo de extracción do metal e E_c a enerxía cinética máxima dos electróns (fotoelectróns) emitidos.
A enerxía que leva un fotón de frecuencia f é:

$$E_f = h \cdot f$$

Nesta ecuación, h é a constante de Planck e ten un valor moi pequeno: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s

Ao aumentar a intensidade da luz, aumenta o número de fotóns que chega ao cátodo, e, como cada fotón arranca un electrón, aumentará o número de electróns emitidos. Pero a enerxía cinética dos electróns non depende da intensidade da luz senón da súa frecuencia.

C.4. Describe o procedemento que seguirías no laboratorio para determinar se a luz é unha onda transversal ou lonxitudinal, así como o material que debes utilizar.
(A.B.A.U. ord. 19)

Solución:

As ondas transversais polarízanse.
POLARIZACIÓN en Prácticas: Orientacións xerais do *Grupo de Traballo.*

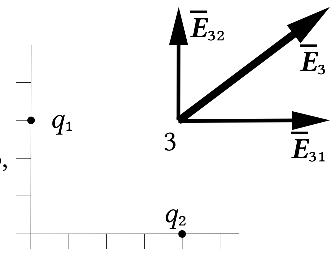
P.1. Nun punto de coordenadas (0, 3) está situada unha carga q_1 = 7,11 nC, e no punto de coordenadas (4, 0) está situada outra carga q_2 = 3,0 nC. As coordenadas están expresada en metros. Calcula:
a) A expresión vectorial da intensidade do campo eléctrico no punto (4, 3).
b) O valor do potencial eléctrico no punto (4, 3).
c) Indica o signo e o valor da carga q_3 que hai que situar na orixe para que o potencial eléctrico no punto (4, 3) se anule.
DATO: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻². *(A.B.A.U. ord. 19)*
Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}} = (4\,\overline{\mathbf{i}} + 3\,\overline{\mathbf{j}})$ N/C; b) V = 25 V; c) q_3 = −13,9 nC.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición da carga q_1	$\overline{\boldsymbol{r}}_1$ = (0, 3,00) m
Posición da carga q_2	$\overline{\boldsymbol{r}}_2$ = (4,00, 0) m
Posición do punto 3	$\overline{\boldsymbol{r}}_3$ = (4,00, 3,00) m
Valor da carga situada no punto 1	q_1 = 7,11 nC = $7{,}11 \cdot 10^{-9}$ C
Valor da carga situada no punto 2	q_2 = 3,00 nC = $3{,}00 \cdot 10^{-9}$ C
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Vector de intensidade do campo eléctrico no punto 3	$\overline{\boldsymbol{E}}_3$
Potencial eléctrico no punto 3	V_3
Valor da carga situada na orixe para que o potencial no punto 3 sexa nulo	q_3
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$\vec{\boldsymbol{E}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$
Principio de superposición	$\vec{\boldsymbol{E}}_A = \sum \vec{\boldsymbol{E}}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$V = K \frac{Q}{r}$

Ecuacións

Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas $V = \sum V_i$

Solución:



a) Faise un debuxo no que se sitúan os puntos 1(0, 3), 2(4, 0) y 3(4, 3).
Debúxanse os vectores do campo no punto 3, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido, que é de repulsión, porque as cargas son positivas.
Debúxase o vector suma que é o campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_3$.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\boldsymbol{u}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

A distancia do punto 1 ao punto 3 é: r_{13} = |(4,00, 3,00) [m] – (0, 3,00) [m]| = 4,00 m.
O vector unitario do punto 3, tomando como orixe o punto 1, é $\overline{\mathbf{i}}$, o vector unitario do eixe X.
Calcúlase o campo no punto 3, debida á carga de 7,11 nC situada no punto 1:

$$\vec{E}_{31} = 9{,}00 \cdot 10^9 \, [\mathrm{N{\cdot}m^2 \cdot C^{-2}}] \frac{7{,}11 \cdot 10^{-9} \, [\mathrm{C}]}{(4{,}00 \, [\mathrm{m}])^2} \vec{\mathbf{i}} = 4{,}00 \, \vec{\mathbf{i}} \ \mathrm{N/C}$$

A distancia do punto 2 ao punto 3 é: r_{23} = |(4,00, 3,00) [m] – (4,00, 0) [m]| = 3,00 m.
O vector unitario do punto 3, tomando como orixe o punto 1, é $\overline{\mathbf{j}}$, o vector unitario do eixe Y.
Calcúlase o campo no punto 3, debida á carga de 3,00 nC situada no punto 2:

$$\vec{E}_{32} = 9{,}00 \cdot 10^9 \, [\mathrm{N{\cdot}m^2 \cdot C^{-2}}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9} \, [\mathrm{C}]}{(3{,}00 \, [\mathrm{m}])^2} \vec{\mathbf{j}} = 3{,}00 \, \vec{\mathbf{j}} \ \mathrm{N/C}$$

Polo principio de superposición, o vector de intensidade de campo eléctrico resultante no punto 3 é a suma vectorial dos vectores de intensidade de campo de cada carga:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_3 = \overline{\boldsymbol{E}}_{31} + \overline{\boldsymbol{E}}_{32} = 4{,}00 \, \overline{\mathbf{i}} \, [\mathrm{N/C}] + 3{,}00 \, \overline{\mathbf{j}} \, [\mathrm{N/C}] = (4{,}00 \, \overline{\mathbf{i}} + 3{,}00 \, \overline{\mathbf{j}}) \ \mathrm{N/C}$$

Análise: A dirección do campo resultante está de acordo co debuxo.

b)

O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Calcúlase o potencial no punto 3, debido á carga de 7,11 nC situada no punto 1:

$$V_{31} = 9{,}00 \cdot 10^9 \, [\mathrm{N{\cdot}m^2 \cdot C^{-2}}] \frac{7{,}11 \cdot 10^{-9} \, [\mathrm{C}]}{(4{,}00 \, [\mathrm{m}])} = 16{,}0 \ \mathrm{V}$$

Calcúlase o potencial no punto 3, debido á carga de 4,00 nC situada no punto 2:

$$V_{32}=9,00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{3,00\cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(3,00\ [\text{m}])}=9,00\ \text{V}$$

O potencial eléctrico no punto 3 é a suma.

$$V_{31} + V_{32} = 16,0\ [\text{V}] + 9,00\ [\text{V}] = 25,0\ \text{V}$$

c) Calcúlase a distancia do punto 3 á orixe:

$$r_{3\text{O}}=\sqrt{(3,00\ [\text{m}])^2+(4,00\ [\text{m}])^2}=5,00\ \text{m}$$

Escríbese a expresión do potencial no punto 3, debido á carga q_3 situada na orixe:

$$V_{3\text{O}}=9,00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{q_3\ [\text{C}]}{(5,00\ [\text{m}])}$$

Para que o novo potencial no punto 3 sexa nulo, debe cumprirse que:

$$V_{31} + V_{32} + V_{3\text{O}} = 0$$

$$16,0[\text{V}]+9,00[\text{V}]+9,00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{q_3}{(5,00\ [\text{m}])}=0$$

O valor da carga 3 se obtense despexando q_3:

$$q_3=\frac{-25,0\ [\text{V}]\cdot 5,00\ [\text{m}]}{9,00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]}=-1,39\cdot 10^{-8}\ \text{C}=-13,9\ \text{nC}$$

Análise: O signo da carga é correcto, xa que produce un potencial negativo que contrarresta os potenciais positivos das cargas nos datos. O valor da carga parece aceptable, porque é semellante ao dos datos.

P.2. Un satélite artificial describe órbitas circulares arredor da Terra a unha altura de 350 km respecto da superficie terrestre. Calcula:
a) A velocidade orbital do satélite.
b) O seu período de revolución.
c) Compara o valor da súa aceleración centrípeta co valor da intensidade do campo gravitacional g a esa distancia da Terra. Que consecuencias pódense extraer deste resultado?
Datos: $R(\text{T}) = 6,37\cdot 10^6$ m; $g_0 = 9,81$ m/s². *(A.B.A.U. ord. 19)*
Rta.: a) $v = 7,70$ km/s m; b) $T = 1$ h 31 min.; c) $g = 8,81$ m/s².

Datos	***Cifras significativas: 3***
Raio da Terra	$R = 6,37\cdot 10^6$ m
Altura da órbita	$h = 350$ km $= 3,50\cdot 10^5$ m
Aceleración da gravidade na superficie da Terra	$g_0 = 9,81$ m/s²
Incógnitas	
Velocidade orbital do satélite	v
Período de revolución	T
Aceleración centrípeta	a
Intensidade do campo gravitacional a esa distancia da Terra	g_h
Outros símbolos	
Masa da Terra	M
Valor da velocidade do satélite na órbita arredor da Terra	v
Constante da gravitación universal	G
Raio da órbita	r
Ecuacións	
Lei de Newton da gravitación universal (forza que exerce un planeta esférico sobre un corpo puntual)	$\vec{F}_G=-G\frac{M\cdot m}{r^2}\vec{u}_r$
2.ª lei de Newton da Dinámica	$\Sigma\vec{F} = m\cdot\vec{a}$
Velocidade lineal nun movemento circular uniforme de raio r e período T	$v=\frac{2\pi\cdot r}{T}$
Aceleración normal dun obxecto que se move cunha velocidade lineal, v, nunha traxectoria circular de radio r	$a_N=\frac{v^2}{r}$

Intensidade do campo gravitacional terrestre a unha distancia r do centro $g=\frac{F_G}{m}=G\frac{M}{r^2}$

Solución:

A forza gravitacional, $\overline{\boldsymbol{F}}_G$, que exerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que xira arredor del nunha órbita de radio r, é unha forza central, está dirixida cara ao astro, e réxese pola lei de Newton da gravitación universal:

$$\vec{\boldsymbol{F}}_G=-G\frac{M\cdot m}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

Nesta expresión, G é a constante da gravitación universal, e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$, o vector unitario na dirección da liña que une o astro co satélite. En módulos:

$$F_G=G\frac{M\cdot m}{r^2}$$

En moitos casos a traxectoria do satélite é practicamente circular arredor do centro do astro. Como a forza gravitacional é unha forza central, a aceleración só ten compoñente normal, a_N. Ao non ter aceleración tanxencial, o módulo, v, da velocidade lineal é constante e o movemento é circular uniforme.
A aceleración normal, nun movemento circular uniforme de raio r, obtense da expresión:

$$a_N=\frac{v^2}{r}$$

Como a forza gravitacional que exerce o astro sobre o satélite é moito maior que calquera outra, pódese considerar que é a única forza que actúa.

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_G$$

A 2.ª lei de Newton di que a forza resultante sobre un obxecto produce unha aceleración directamente proporcional á forza, sendo a súa masa, m, a constante de proporcionalidade.

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m\cdot\overline{\boldsymbol{a}}$$

Expresada para os módulos, queda:

$$\left|\sum\vec{\boldsymbol{F}}\right|=m\cdot|\vec{\boldsymbol{a}}|$$
$$F_G=m\cdot a_N$$

Substituíndo a expresión do módulo, F_G, da forza gravitacional, e a da aceleración normal, queda:

$$G\frac{M\cdot\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}}=\cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despexando a velocidade orbital do satélite, queda:

$$v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$$

Cando non se teñen os datos da constante da gravitación universal, G, ou da masa do astro, M, pero si do valor da aceleración da gravidade na súa superficie, pódese encontrar unha relación entre elas, usando que, na superficie do astro, o peso dun corpo, $m\cdot g_0$, é igual á forza gravitacional:

$$\cancel{m}\,g_0=G\frac{M\cdot\cancel{m}}{R^2}$$

R representa o raio de astro e g_0 o valor da aceleración da gravidade na súa superficie.
A relación é:

$$G\cdot M = g_0\cdot R^2$$

a) Calcúlase o raio da órbita vale:

$$r = R + h = 6{,}37\cdot10^6\ [\text{m}] + 3{,}50\cdot10^5\ [\text{m}] = 6{,}72\cdot10^6\ \text{m}$$

Calcúlase a velocidade orbital substituíndo $G\cdot M$ por $g_0\cdot R^2$.

$$=\sqrt{\frac{g_0\cdot R^2}{r}}=\sqrt{\frac{9{,}81\ [\text{m/s}^2]\cdot(6{,}37\cdot 10^6\ [\text{m}])^2}{6{,}72\cdot 10^6\ [\text{m}]}}=7{,}70\cdot 10^3\ \text{m/s}\quad v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$$

b) O período calcúlase a partir da expresión da velocidade lineal no movemento circular uniforme:

$$v=\frac{2\pi\cdot R}{T}\ \Rightarrow T=\frac{2\pi\cdot r}{v}\ =\frac{2\cdot 3{,}14\cdot 6{,}72\cdot 10^7\ [\text{m}]}{7{,}70\cdot 10^3\ [\text{m/s}]}=5{,}49\cdot 10^3\ \text{s}=1\ \text{h}\ 31\ \text{min}$$

c) A intensidade do campo gravitacional calcúlase substituíndo $G \cdot M$ por $g_0 \cdot R^2$:

$$g_\text{h}=\frac{F_\text{G}}{m}=G\frac{M}{r^2}\ =\frac{g_0\cdot R^2}{r^2}=\frac{9{,}81\ [\text{m/s}^2]\cdot(6{,}37\cdot 10^6\ [\text{m}])^2}{(6{,}72\cdot 10^6\ [\text{m}])^2}=8{,}81\ \text{m/s}^2$$

Calcúlase a aceleración centrípeta:

$$a_\text{N}=\frac{v^2}{r}\ =\frac{(7{,}70\cdot 10^3\ [\text{m/s}])^2}{6{,}72\cdot 10^6\ [\text{m}]}=8{,}81\ \text{m/s}^2$$

Análise: O resultado ten que ser o mesmo porque a velocidade calcúlase supoñendo que a única forza sobre o satélite é a forza gravitacional e, pola 2.ª lei de Newton, igualando a forza gravitacional ao produto masa por aceleración centrípeta.

OPCIÓN B

C.1. O estroncio-90 é un isótopo radioactivo cun período de semidesintegración de 28 anos. Se dispoñemos dunha mostra de dous moles do dito isótopo, o número de átomos de estroncio-90 que quedarán na mostra despois de 112 anos será:
A) 1/8 N_A.
B) 1/16 N_A.
C) 1/4 N_A.
DATO: $N_\text{A} = 6{,}022\cdot 10^{23}$ partículas/mol. *(A.B.A.U. ord. 19)*

Solución: A

O período de semidesintegración dunha sustancia radioactiva é o tempo que transcorre ata que só queda a metade da mostra orixinal. É un valor constante.
A lei de desintegración radioactiva pode resumirse na ecuación:

$$N=N_0\cdot \text{e}^{-\lambda\cdot t}$$

Sendo λ a constante de desintegración.
Para atopar a relación co período $T_{½}$ de semidesintegración sacamos logaritmos:

$$-\ln (N / N_0) = \lambda \cdot t$$

Para $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$,

$$-\ln\frac{(N_0/2)}{N_0}=\lambda\, T_{1/2}$$

$$\lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}=\frac{0{,}693}{28\ [\text{ano}]}=0{,}024\ \ \&\text{ano}^{-1}$$

Dous moles son $2 \cdot N_\text{A}$. Pasados 112 anos quedarán

$$N=2\cdot N_\text{A}\cdot \text{e}^{-0{,}024\ \&\text{ano}^{-1}\cdot 112\ \text{ano}}=\frac{N_\text{A}}{8}$$

Análise: Como o período de semidesintegración é de 28 *anos, ao cabo de* 112 / 28 = 4 *períodos de semidesintegración quedarán* $2 \cdot N_\text{A} \cdot (1 / 2)^4 = 2 / 16\ \ N_\text{A} = 1 / 8\ \ N_\text{A}$.

C.2. Cal debería ser a distancia entre dous puntos dun medio polo que se propaga unha onda harmónica, con velocidade de fase de 100 m/s e 200 Hz de frecuencia, para que estean no mesmo estado de vibra-

ción?:
A) 2 n.
B) 0,5 n.
C) n, sendo n = 0, 1, 2, 3… e medido no S.I.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: B

A lonxitude de onde λ é a distancia mínima entre dous puntos dunha onda que se atopan en fase, ou sexa, no mesmo estado de vibración.
A lonxitude de onde λ está relacionada coa frecuencia f e coa velocidade de propagación v_p da onda pola relación

$$v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{100 \text{ m·s}^{-1}}{200 \text{ s}^{-1}} = 0{,}500 \text{ m}$$

Todos os puntos que se atopen a unha distancia que sexa un múltiplo da lonxitude de onda, estarán en fase con el.

$$d = n \cdot 0{,}500 \text{ [m]}$$

C.3. Un astronauta (A) achégase a unha estrela cunha velocidade de 200 000 km/s e outro astronauta (B) distánciase da mesma estrela coa mesma velocidade coa que se achega o (A). A velocidade con que estes astronautas perciben a velocidade da luz da estrela é:
A) Maior para o astronauta (A) e menor para o (B).
B) Menor para o astronauta (A) e maior para o (B).
C) Igual para os dous astronautas.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: C

O segundo postulado da teoría especial da relatividade de Einstein establece que a velocidade da luz no baleiro é constante e independente do sistema de referencia inercial desde o que se mida.

C.4. A partir de medidas do raio, r, e do período, T, de catro satélites que orbitan a Terra obtense a táboa anexa. Representa eses datos nunha gráfica e determina a partir dela a masa da Terra.

Satélite	T^2/s²	r^3/km³
1	$3{,}18 \times 10^7$	$3{,}29 \times 10^{11}$
2	$3{,}89 \times 10^7$	$4{,}05 \times 10^{11}$
3	$4{,}75 \times 10^7$	$4{,}93 \times 10^{11}$
4	$1{,}44 \times 10^8$	$1{,}48 \times 10^{12}$

DATO: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻². *(A.B.A.U. ord. 19)*

Solución:

A forza gravitacional, $\overline{\boldsymbol{F}}_G$, que exerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que xira arredor del nunha órbita de radio r, é unha forza central, está dirixida cara ao astro, e réxese pola lei de Newton da gravitación universal:

$$\vec{\boldsymbol{F}}_G = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$$

Nesta expresión, G é a constante da gravitación universal, e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$, o vector unitario na dirección da liña que une o astro co satélite.
En módulos:

$$F_G = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

En moitos casos a traxectoria do satélite é practicamente circular arredor do centro do astro. Como a forza gravitacional é unha forza central, a aceleración só ten compoñente normal, a_N. Ao non ter aceleración tanxencial, o módulo, v, da velocidade lineal é constante e o movemento é circular uniforme.
A aceleración normal, nun movemento circular uniforme de raio r, obtense da expresión:

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

Como a forza gravitacional que exerce o astro sobre o satélite é moito maior que calquera outra, pódese considerar que é a única forza que actúa.

$$\sum \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_G$$

A 2.ª lei de Newton di que a forza resultante sobre un obxecto produce unha aceleración directamente proporcional á forza, sendo a súa masa, m, a constante de proporcionalidade.

$$\sum \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

Expresada para os módulos, queda:

$$\left|\sum \vec{\boldsymbol{F}}\right| = m \cdot |\vec{\boldsymbol{a}}|$$

$$F_G = m \cdot a_N$$

Substituíndo a expresión do módulo, F_G, da forza gravitacional, e a da aceleración normal, queda:

$$G \frac{M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despexando a velocidade orbital do satélite, queda:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

A velocidade nun movemento circular uniforme de raio r e período T é:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

Igualando esta expresión coa anterior e elevando ao cadrado queda:

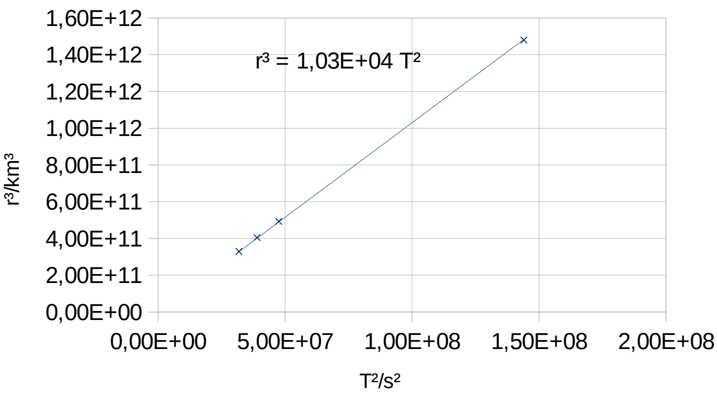
$$\left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2 = \frac{G \cdot M}{r}$$

Agrupando termos:

$$4\pi^2 \cdot r^3 = G \cdot M \cdot T^2$$

Reescribindo esta ecuación para expresar a relación entre os cubos dos raios das órbitas e os cadrados dos períodos queda

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$$



A pendente da recta da gráfica obtida nunha folla de cálculo é:

pendente = $1{,}03 \cdot 10^4$ km³/s² = $1{,}03 \cdot 10^{13}$ m³/s²

Despexando a masa M da Terra queda:

$$M = \frac{4\pi^2 \cdot pendente}{G} = \frac{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 1{,}03 \cdot 10^{13}\ [\mathrm{m^2/s^2}]}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}]} = 6{,}06 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$$

Análise: O resultado é semellante ao valor correcto $5{,}96 \cdot 10^{24}$ kg.

Pero na proba non dispoñemos dunha folla de cálculo. A pendente da recta debuxada nun papel pode aproximarse ao cociente dos datos máis altos:

$$\frac{r_4^3}{T_4^2}=\frac{1,48\cdot 10^{12}\,[\text{km}]^3}{1,44\cdot 10^{8}\,[\text{s}]^2}=1,03\cdot 10^4\ \frac{\text{km}^3}{\text{s}^2}\ \frac{(10^3\,\text{m})^3}{(1\,\text{km})^3}=1,03\cdot 10^{13}\ \text{m}^3/\text{s}^2$$

Que é o mesmo resultado que a pendente obtida na folla da cálculo.
Un valor mellor sería a media dos cocientes.

Satélite	T^2/s²	r^3/km³	r^3/T^2 (km³/s²)
1	3,18·10⁷	3,29·10¹¹	1,03·10⁴
2	3,89·10⁷	4,05·10¹¹	1,04·10⁴
3	4,75·10⁷	4,93·10¹¹	1,04·10⁴
4	1,44·10⁸	1,48·10¹²	1,03·10⁴

O valor medio é $1{,}04\cdot10^4$ km³/s² = $1{,}04\cdot10^{13}$ m³/s² que daría unha masa da Terra $6{,}13\cdot10^{24}$ kg.

P.1. Un feixe de luz de frecuencia $4{,}30\times10^{14}$ Hz incide desde un medio 1 de índice de refracción n_1 = 1,50 sobre outro medio 2 de índice de refracción n_2 = 1,30. O ángulo de incidencia é de 50°. Determina:
a) A lonxitude de onda do feixe no medio 1.
b) O ángulo de refracción.
c) A partir de que ángulo de incidencia se produce a reflexión total do feixe incidente?
DATO: $c = 3\times10^8$ m·s⁻¹. *(A.B.A.U. ord. 19)*
Rta.: a) λ = 465 nm; b) θ_2 = 62,1°; c) θ_{il} = 60,0°.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Frecuencia do feixe de luz	$f = 4{,}30\cdot10^{14}$ Hz
Índice de refracción do medio 1	n_1 = 1,50
Índice de refracción do medio 2	n_2 = 1,30
Ángulo de incidencia	θ_i = 50,0°
Velocidade da luz no baleiro	$c = 3{,}00\cdot10^8$ m/s
Incógnitas	
Lonxitude de onda da luz no medio 1	λ_1
Ángulo de refracción	θ_r
Ángulo límite	θ_l
Ecuacións	
Índice de refracción dun medio «i» no que a luz se despraza á velocidade v_i	$n_i=\dfrac{c}{v_i}$
Relación entre a velocidade v, a lonxitude de onda λ e a frecuencia f	$v = \lambda \cdot f$
Lei de Snell da refracción	$n_i \cdot \text{sen}\ \theta_i = n_r \cdot \text{sen}\ \theta_r$

Solución:

a) A velocidade da luz no medio 1 é:

$$v_1=\frac{c}{n_1}=\frac{3{,}00\cdot10^8\ \text{m/s}}{1{,}50}=2{,}00\cdot10^8\ \text{m/s}$$

Por tanto, a lonxitude de onda da luz no medio 1 é:

$$\lambda_1=\frac{v_1}{f}=\frac{2{,}00\cdot10^8\ \text{m/s}}{4{,}30\cdot10^{14}\ \text{s}^{-1}}=4{,}65\cdot10^{-7}\ \text{m}=465\ \text{nm}$$

b) O ángulo de refracción θ_r pódese calcular aplicando a lei de Snell

$$1{,}50 \cdot \text{sen}\ 50° = 1{,}30 \cdot \text{sen}\ \theta_r$$

$$\text{sen}\,\theta_r=\frac{1{,}50\cdot \text{sen}\,50°}{1{,}30}=0{,}884$$

$$\theta_r = \text{arcsen}\ 0{,}884 = 62{,}1°$$

c) O ángulo límite é o ángulo de incidencia que corresponde a un ángulo de refracción de 90°. Aplicando de novo a lei de Snell

$$1{,}50 \cdot \text{sen}\ \theta_1 = 1{,}30 \cdot \text{sen}\ 90°$$

$$\text{sen}\,\theta_1 = \frac{1{,}30 \cdot \text{sen}\,90°}{1{,}50} = 0{,}867$$

$$\theta_1 = \text{arcsen}\ 0{,}867 = 60{,}0°$$

P.2. Un protón móvese nun círculo de raio r = 20 cm, perpendicularmente a un campo magnético B = 0,4 T. Determina:
a) A velocidade do protón.
b) O período do movemento.
c) O campo eléctrico necesario para anular o efecto do campo magnético.
DATOS: $q_p = 1{,}6\times10^{-19}$ C; $m_p = 1{,}67\times10^{-27}$ kg. *(A.B.A.U. ord. 19)*
Rta.: a) $v = 7{,}66\cdot10^6$ m/s; b) $T = 1{,}64\cdot10^{-7}$ s; c) $E = 3{,}07\cdot10^6$ N/C.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Raio da traxectoria circular	R = 20,0 cm = 0,200 m
Intensidade do campo magnético	B = 0,400 T
Carga do protón	$q_p = 1{,}60\cdot10^{-19}$ C
Masa do protón	$m_p = 1{,}67\cdot10^{-27}$ kg
Incógnitas	
Velocidade do protón	$\bar{\boldsymbol{v}}$
Período do movemento	T
Vector campo eléctrico que anule o efecto do campo magnético	$\bar{\boldsymbol{E}}$
Outros símbolos	
Vector forza magnética sobre o electrón	$\bar{\boldsymbol{F}}_B$
Vector forza eléctrica sobre o electrón	$\bar{\boldsymbol{F}}_E$
Ecuacións	
Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga, q,que se despraza no interior dun campo magnético, $\bar{\boldsymbol{B}}$, cunha velocidade, $\bar{\boldsymbol{v}}$	$\bar{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\bar{\boldsymbol{v}} \times \bar{\boldsymbol{B}})$
Aceleración normal (nun movemento circular de raio R)	$a_N = \dfrac{v^2}{R}$
2.ª lei de Newton da Dinámica	$\Sigma\bar{\boldsymbol{F}} = m \cdot \bar{\boldsymbol{a}}$
Velocidade nun movemento circular uniforme de raio R	$v = \dfrac{2\pi \cdot R}{T}$
Forza, $\bar{\boldsymbol{F}}_E$, exercida por un campo electrostático, $\bar{\boldsymbol{E}}$, sobre unha carga, q	$\bar{\boldsymbol{F}}_E = q \cdot \bar{\boldsymbol{E}}$

Solución:

a) Como só actúa a forza magnética, que é perpendicular á velocidade, o protón describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal a_N.

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m\frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \text{sen}\,\varphi = m\frac{v^2}{R}$$

Despexando a velocidade, v:

$$v = \frac{|q| \cdot B \cdot R \cdot \text{sen}\,\varphi}{m} = \frac{|1{,}60 \cdot 10^{-19}\ [\text{C}]| \cdot 0{,}400\ [\text{T}] \cdot 0{,}200\ [\text{m}] \cdot \text{sen}\,90°}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ [\text{kg}]} = 7{,}66 \cdot 10^6\ \text{m/s}$$

b) O período do movemento calcúlase a partir da ecuación da velocidade no movemento circular uniforme:

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}200\ [\text{m}]}{7{,}66 \cdot 10^6\ [\text{m/s}]} = 1{,}64 \cdot 10^{-7}\ \text{s}$$

c) Se actúa unha forza eléctrica que anula a magnética,

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B + \overline{\boldsymbol{F}}_E = q\ (\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) + q \cdot \overline{\boldsymbol{E}} = \overline{\boldsymbol{0}}$$

O campo eléctrico debe valer, en módulo:

$$|\overline{\boldsymbol{E}}\ | = |-(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})| = 7{,}66 \cdot 10^6\ [\text{m/s}] \cdot 0{,}400\ [\text{T}] \cdot \text{sen } 90° = 3{,}07 \cdot 10^6\ \text{N/C}$$

Cuestións e problemas das Probas de avaliación do Bacharelato para o acceso á Universidade (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.
Respostas e composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algúns cálculos fixéronse cunha folla de cálculo de LibreOffice ou OpenOffice do mesmo autor.
Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de traducindote, de Óscar Hermida López.
Procurouse seguir as recomendacións do *Centro Español de Metrología* (CEM)
Consultouse o chat de Bing e empregáronse algunhas respostas nas cuestións.

Actualizado: 23/07/23