

Física del siglo XX

[Método y recomendaciones](#)

◇ PROBLEMAS

● Física cuántica

1. Al iluminar un metal con luz de frecuencia $2,5 \cdot 10^{15}$ Hz se observa que emite electrones que pueden detenerse al aplicar un potencial de frenado de 7,2 V. Si la luz que se emplea con el mismo fin es de longitud de onda en el vacío $1,78 \cdot 10^{-7}$ m, dicho potencial pasa a ser de 3,8 V. Determina:

a) El valor de la constante de Planck.

b) El trabajo de extracción del metal.

Datos: $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

(A.B.A.U. extr. 22)

Rta.: a) $h = 6,7 \cdot 10^{-34}$ J·s ; b) $W_e = 5 \cdot 10^{-19}$ J.

Datos

Frecuencia de la 1.^a radiación

Potencial de frenado de la 1.^a radiación

Longitud de onda de la 2.^a radiación

Potencial de frenado de la 2.^a radiación

Velocidad de la luz en el vacío

Carga del electrón

Incógnitas

Constante de Planck

Trabajo de extracción

Ecuaciones

Ecuación de Planck (energía del fotón)

Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y la longitud de onda

Energía cinética

Relación entre la energía cinética de los electrones y el potencial de frenado

Cifras significativas: 3

$$f_1 = 2,50 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$V_1 = 7,20 \text{ V}$$

$$\lambda_2 = 1,78 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$V_2 = 3,80 \text{ V}$$

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$q_e = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$h$$

$$W_e$$

$$E_f = h \cdot f$$

$$E_f = W_e + E_c$$

$$f = c / \lambda$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E_c = |e| \cdot V$$

Solución:

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_f$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_f la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.

La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck.

El potencial de frenado es la diferencia de potencial que detiene el paso de electrones, siendo una medida de su energía cinética máxima:

$$E_c = q \cdot V$$

La ecuación de Einstein quedaría:

$$h \cdot f = W_e + q \cdot V$$

El trabajo de extracción y la constante de Planck pueden calcularse resolviendo un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$h \cdot f_1 = W_e + q \cdot V_1$$

$$h \cdot f_2 = W_e + q \cdot V_2$$

Si expresamos la frecuencia f en función de la longitud de onda λ : $f = c / \lambda$ y sustituimos los datos, quedaría:

$$\begin{cases} h \cdot 2,50 \cdot 10^{15} = W_e + 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 7,20 \\ \frac{h \cdot 3,00 \cdot 10^8}{1,78 \cdot 10^{-7}} = W_e + 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 3,80 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2,50 \cdot 10^{15} \cdot h = W_e + 1,15 \cdot 10^{-18} \\ 1,69 \cdot 10^{15} \cdot h = W_e + 6,08 \cdot 10^{-19} \end{cases}$$

Restándolas, se obtendría el valor de h :

$$\begin{aligned} 0,81 \cdot 10^{15} \cdot h &= 5,4 \cdot 10^{-19} \\ h &= \frac{5,4 \cdot 10^{-19}}{0,81 \cdot 10^{15}} = 6,7 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \end{aligned}$$

Sustituyendo en la primera ecuación, se calcularía el valor de W_e :

$$\begin{aligned} 2,50 \cdot 10^{15} \cdot 6,7 \cdot 10^{-34} &= W_e + 1,15 \cdot 10^{-18} \\ W_e &= 2,50 \cdot 10^{15} \cdot 6,7 \cdot 10^{-34} - 1,15 \cdot 10^{-18} = 5 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3 \text{ eV} \end{aligned}$$

Análisis: El valor obtenido de la constante de Planck es bastante parecido a $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$. El valor del trabajo de extracción es razonable.

2. En una célula fotoeléctrica, el cátodo se ilumina con una radiación de longitud de onda $\lambda = 3 \times 10^{-7} \text{ m}$.
- Estudia si la radiación produce efecto fotoeléctrico, considerando que el trabajo de extracción corresponde a una frecuencia de $7,0 \times 10^{14} \text{ Hz}$.
 - Calcula la velocidad máxima de los electrones arrancados y la diferencia de potencial que hay que aplicar entre ánodo y cátodo para que se anule la corriente fotoeléctrica.
- DATOS: $|q_e| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $c = 3 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$. (A.B.A.U. ord. 22)
- Rta.:** b) $v = 6,6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$; $V = 1,24 \text{ V}$.

Datos

Longitud de onda de la radiación
Frecuencia a la que corresponde el trabajo de extracción del metal
Constante de Planck
Velocidad de la luz en el vacío
Carga del electrón
Masa del electrón

Incógnitas

Trabajo de extracción
Energía de la radiación
Velocidad máxima con la que son emitidos los electrones
Potencial de frenado

Ecuaciones

Ecuación de Planck (energía del fotón)
Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico
Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y la longitud de onda
Energía cinética
Relación entre la energía cinética de los electrones y el potencial de frenado

Cifras significativas: 3

$\lambda = 3,00 \cdot 10^{-7} \text{ m}$
 $f = 7,00 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$
 $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
 $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
 $q_e = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 $m_e = 9,10 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

W_e
 Y_f
 Y_c
 V

$E_f = h \cdot f$
 $E_f = W_e + E_c$
 $f = c / \lambda$
 $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
 $E_c = |e| \cdot V$

Solución:

a) Combinando las ecuaciones de Planck, $E_f = h \cdot f$, y Einstein, $E_f = W_e + E_c$, se obtiene la relación entre el trabajo de extracción, W_e , y la frecuencia umbral, f_0 :

$$W_e = E_f - E_c = h \cdot f_0 - 0 = 6,62 \cdot 10^{-34} [\text{J}\cdot\text{s}] \cdot 7,00 \cdot 10^{14} [\text{s}^{-1}] = 4,63 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

De la relación entre la longitud de onda y la frecuencia, $f = c / \lambda$, se obtiene la frecuencia de la radiación:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,00 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{3,00 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 1,00 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

Con la ecuación de Planck, $E_f = h \cdot f$, se obtiene la energía de la radiación incidente:

$$E_f = h \cdot f = 6,62 \cdot 10^{-34} [\text{J} \cdot \text{s}] \cdot 1,00 \cdot 10^{15} [\text{s}^{-1}] = 6,62 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Se ve que es mayor que el trabajo de extracción, y, por lo tanto, produce efecto fotoeléctrico.

b) Para calcular la velocidad máxima de los electrones arrancados hay que calcular antes la energía cinética máxima de los electrones emitidos, a partir de la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_c = h \cdot f = 6,62 \cdot 10^{-34} [\text{J} \cdot \text{s}] \cdot 1,00 \cdot 10^{15} [\text{s}^{-1}] = 6,62 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

La velocidad será:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,99 \cdot 10^{-19} [\text{J}]}{9,1 \cdot 10^{-31} [\text{kg}]}} = 6,60 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

Se calcula el potencial de frenado en la ecuación que lo relaciona con la energía cinética:

$$E_c = |e| \cdot V \Rightarrow V = \frac{E_c}{|e|} = \frac{1,99 \cdot 10^{-19} [\text{J}]}{1,60 \cdot 10^{-19} [\text{C}]} = 1,24 \text{ V}$$

3. Se ilumina un metal con luz monocromática de una cierta longitud de onda. Si el trabajo de extracción es de $4,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ y el potencial de frenado es de $2,0 \text{ V}$, calcula:

- La velocidad máxima de los electrones emitidos.
- La longitud de onda de la radiación incidente.
- Representa gráficamente la energía cinética máxima de los electrones emitidos en función de la frecuencia de la luz incidente.

DATOS: $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. (A.B.A.U. extr. 19)

Rta.: a) $v = 8,4 \cdot 10^5 \text{ m/s}$; b) $\lambda = 250 \text{ nm}$

Datos

Trabajo de extracción del metal

Potencial de frenado

Constante de Planck

Velocidad de la luz en el vacío

Carga del electrón

Masa del electrón

Incógnitas

Velocidad máxima de los electrones emitidos

Longitud de onda de la radiación incidente

Ecuaciones

Ecuación de Planck (energía del fotón)

Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y la longitud de onda

Energía cinética

Relación entre la energía cinética de los electrones y el potencial de frenado

Cifras significativas: 2

$$W_e = 4,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$V = 2,0 \text{ V}$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

$$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$|y| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$v$$

$$\lambda$$

$$E_f = h \cdot f$$

$$E_f = W_e + E_c$$

$$f = c / \lambda$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E_c = |y| \cdot V$$

Solución:

a) La energía cinética máxima de los electrones emitidos se calcula a partir del potencial de frenado:

$$E_c = |e| \cdot V = 1,6 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 2,0 [\text{V}] = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

La velocidad se calcula a partir de la expresión de la energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,2 \cdot 10^{-19} [\text{J}]}{9,1 \cdot 10^{-31} [\text{kg}]}} = 8,4 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

b) Se calcula la energía de la radiación empleando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

$$E_f = W_e + E_c = 4,8 \cdot 10^{-19} [\text{J}] + 3,2 \cdot 10^{-19} [\text{J}] = 8,0 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

La frecuencia de los fotones incidentes se calcula usando la ecuación de Planck:

$$E_f = h \cdot f \Rightarrow f = \frac{E_f}{h} = \frac{8,0 \cdot 10^{-19} [\text{J}]}{6,63 \cdot 10^{-34} [\text{J} \cdot \text{s}]} = 1,2 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1} = 1,2 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

La longitud de onda de los fotones se calcula usando la relación entre la frecuencia y la longitud de onda:

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3,0 \cdot 10^8 [\text{m/s}]}{1,2 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}} = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 250 \text{ nm}$$

c) Se calcula la frecuencia umbral combinando las ecuaciones de Planck y Einstein:

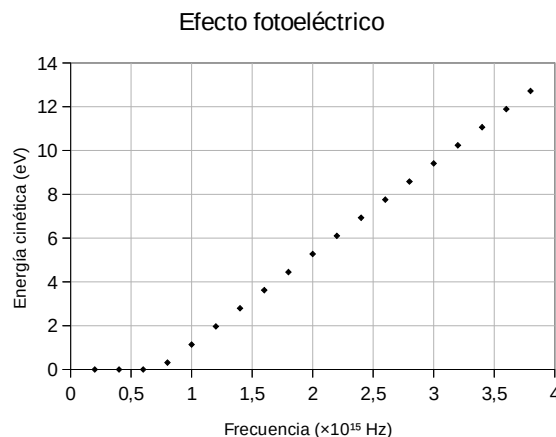
$$W_e = h \cdot f_0$$

$$f_0 = \frac{W_e}{h} = \frac{4,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6,63 \cdot 10^{-24} \text{ J} \cdot \text{s}} = 7,2 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

Por debajo de la frecuencia umbral no hay electrones.

Se hace una tabla con valores de la frecuencia mayores al valor de la frecuencia umbral, y se calcula la energía cinética de los electrones con la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico.

La gráfica podría ser como la siguiente:



4. El trabajo de extracción para el sodio es de 2,50 eV.

Calcula:

- La longitud de onda de la radiación que debemos usar para que la velocidad máxima de los electrones emitidos sea de $1,00 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
- El potencial de frenado.
- La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos por el metal con velocidad máxima.

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $|q(e)| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$; $m(e) = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

(A.B.A.U. extr. 18)

Rta.: a) $\lambda = 4,33 \text{ nm}$; b) $V = 284 \text{ V}$; c) $\lambda_B = 72,9 \text{ pm}$.

Datos

Trabajo de extracción del sodio
Velocidad de los electrones emitidos
Constante de Planck
Velocidad de la luz en el vacío
Masa del electrón
Carga del electrón

Incógnitas

Longitud de onda incidente para que la velocidad de los electrones emitidos λ sea $1,00 \cdot 10^7 \text{ m/s}$

Potencial de frenado

Longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones

Otros símbolos

Energía del fotón

Ecuaciones

Ecuación de Planck (energía del fotón)

Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

Relación entre la frecuencia umbral y el trabajo de extracción

Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y la longitud de onda

Energía cinética

Longitud de onda de De Broglie

Cifras significativas: 3

$W_e = 2,50 \text{ eV}$

$v = 1,00 \cdot 10^7 \text{ m/s}$

$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$m_e = 9,10 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

$|q_e| = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

V

λ_B

E_f

$E_f = h \cdot f$

$E_f = W_e + E_c$

$W_e = h \cdot f_0$

$f = c / \lambda$

$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

Solución:

a) Se calcula el trabajo de extracción en unidades del S.I.:

$$W_e = 2,50 \text{ [eV]} \cdot \frac{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ [C]}}{1 \text{ [e]}} = 4,00 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot \text{V} = 4,00 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Se calcula la energía cinética máxima de los electrones emitidos:

$$E_c = m \cdot v^2 / 2 = 9,10 \cdot 10^{-31} \text{ [kg]} \cdot (1,00 \cdot 10^7 \text{ [m/s]})^2 / 2 = 4,55 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

Se calcula la energía de la radiación empleando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

$$E_f = W_e + E_c = 4,00 \cdot 10^{-19} \text{ [J]} + 4,55 \cdot 10^{-17} \text{ [J]} = 4,59 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

Se calcula la frecuencia de los fotones incidentes usando la ecuación de Planck:

$$E_f = h \cdot f \Rightarrow f = \frac{E_f}{h} = \frac{4,59 \cdot 10^{-17} \text{ [J]}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ [J} \cdot \text{s]}} = 6,93 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

Se calcula la longitud de onda de los fotones usando la relación entre la frecuencia y la longitud de onda:

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3,00 \cdot 10^8 \text{ [m/s]}}{6,93 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}} = 4,32 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 4,32 \text{ nm}$$

b) Se calcula el potencial de frenado en la ecuación que lo relaciona con la energía cinética:

$$E_c = |e| \cdot V \Rightarrow V = \frac{E_c}{|e|} = \frac{4,55 \cdot 10^{-17} \text{ [J]}}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ [C]}} = 284 \text{ V}$$

c) Se calcula la longitud de onda asociada a los electrones usando la [ecuación de De Broglie](#)

$$\lambda_B = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ [J} \cdot \text{s]}}{9,10 \cdot 10^{-31} \text{ [kg]} \cdot 1,00 \cdot 10^7 \text{ [m/s]}} = 7,29 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 72,9 \text{ pm}$$

5. Una radiación monocromática que tiene una longitud de onda de 600 nm penetra en una célula fotoeléctrica de cátodo de cesio cuyo trabajo de extracción es $3,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Calcula:

- La longitud de onda umbral para el cesio.
- La energía cinética máxima de los electrones emitidos.
- El potencial de frenado.

DATOS: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$

(A.B.A.U. ord. 18)

Rta.: a) $\lambda_0 = 621 \text{ nm}$; b) $E_c = 1,1 \cdot 10^{-20} \text{ J}$; c) $V = 0,069 \text{ V}$

Datos

Longitud de onda de la radiación

Trabajo de extracción del metal

Constante de Planck

Velocidad de la luz en el vacío

Carga del electrón

Incógnitas

Longitud de onda umbral

Energía cinética máxima con la que son emitidos los electrones

Potencial de frenado

Ecuaciones

Ecuación de Planck (energía del fotón)

Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y la longitud de onda

Energía cinética

Relación entre la energía cinética de los electrones y el potencial de frenado

Cifras significativas: 3

$\lambda = 600 \text{ nm} = 6,00 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

$W_e = 3,20 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$q_e = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

λ_0

E_c

V

$E_f = h \cdot f$

$E_f = W_e + E_c$

$f = c / \lambda$

$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

$E_c = |e| \cdot V$

Solución:

a) La longitud de onda umbral corresponde a una radiación con la energía mínima para provocar el efecto fotoeléctrico. Combinando las ecuaciones de Planck y Einstein, se obtiene la frecuencia umbral:

$$W_e = h \cdot f_0$$
$$f_0 = \frac{W_e}{h} = \frac{3,20 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6,62 \cdot 10^{-24} \text{ J}\cdot\text{s}} = 4,83 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

La longitud de onda umbral:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3,00 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{4,83 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 6,21 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 621 \text{ nm}$$

c) La energía cinética máxima de los electrones emitidos se calcula a partir de la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_c = E_f - W_e$$

La energía de los fotones, después de sustituir la frecuencia por su expresión en función de la longitud de onda, es:

$$E_f = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} [\text{J}\cdot\text{s}] \cdot 3,00 \cdot 10^8 [\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]}{6,00 \cdot 10^{-7} [\text{m}]} = 3,31 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

La energía cinética máxima de los electrones emitidos vale:

$$E_c = 3,31 \cdot 10^{-19} \text{ [J]} - 3,20 \cdot 10^{-19} \text{ [J]} = 1,1 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

b) Se calcula el potencial de frenado en la ecuación que lo relaciona con la energía cinética:

$$E_c = |e| \cdot V \Rightarrow V = \frac{E_c}{|e|} = \frac{1,1 \cdot 10^{-20} \text{ [J]}}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ [C]}} = 0,069 \text{ V}$$

● Física nuclear y de partículas

- El $^{210}_{82}\text{Pb}$ se transforma en polonio al emitir dos partículas beta y posteriormente, por emisión de una partícula alfa, se obtiene plomo.
 - Escribe las reacciones nucleares descritas.
 - El periodo de semidesintegración del $^{210}_{82}\text{Pb}$ es de 22,3 años. Si teníamos inicialmente 3 moles de átomos de ese elemento y han transcurrido 100 años, calcula el número de núcleos radiactivos que quedan sin desintegrar y la actividad inicial de la muestra.

DATO: $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

(A.B.A.U. ord. 23)

Rta.: a) $^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{210}_{83}\text{Bi} + ^0_{-1}\text{e} \rightarrow ^{210}_{84}\text{Po} + ^0_{-1}\text{e} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb} + ^4_2\text{He}$; b) $N = 8,07 \cdot 10^{22}$ núcleos; $A_0 = 1,78 \cdot 10^{15} \text{ Bq}$

Datos

Período de semidesintegración

Cantidad de la muestra

Número de Avogadro

Tiempo transcurrido

Incógnitas

Número de núcleos que queda sin desintegrar después de 100 años

Actividad inicial

Otros símbolos

Constante de desintegración radiactiva

Ecuaciones

Ley de la desintegración radiactiva

Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$

Actividad radiactiva

Cifras significativas: 3

$T_{1/2} = 22,3$ años

$n_0 = 3,00$ mol

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

$t = 100$ años

n

A

λ

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\lambda = \ln(N_0 / N) / t$$

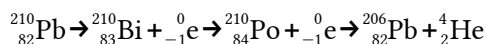
$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$$

$$A = -dN / dt = \lambda \cdot N$$

Solución:

a) Las partículas alfa son núcleos de helio ^4_2He y las partículas beta electrones $^0_{-1}\text{e}$.

Las reacciones nucleares, aplicando los principios de conservación del número bariónico (o número másico) y de la carga, son:



b) Se calcula la constante radiactiva a partir del período de semidesintegración

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{22,3 \text{ [años]}} = 0,031 \text{ año}^{-1} = 9,85 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$$

Se calcula el número de núcleos que hay en 3 moles de ^{210}Pb .

$$N = \frac{3,00 \text{ mol Pb} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ átomos Pb}}{1 \text{ mol Pb}} \cdot \frac{1 \text{ núcleo Pb}}{1 \text{ átomo Pb}} = 1,81 \cdot 10^{24} \text{ núcleos Pb}$$

Se aplica la ley de desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 1,81 \cdot 10^{24} \text{ [núcleos]} \cdot e^{0,031 \text{ [año]} \cdot 100 \text{ [año]}} = 8,07 \cdot 10^{22} \text{ núcleos quedan sin desintegrar.}$$

La actividad inicial será:

$$A = \lambda \cdot N = 9,85 \cdot 10^{-10} [\text{s}^{-1}] \cdot 1,81 \cdot 10^{24} [\text{núcleos}] = 1,78 \cdot 10^{15} \text{ Bq}$$

2. En un laboratorio se reciben 100 g de un isótopo desconocido. Transcurridas 2 horas se ha desintegrado el 20 % de la masa inicial del isótopo. Calcula:
- La constante radiactiva.
 - El período de semidesintegración del isótopo y la masa que queda del isótopo original transcurridas 20 horas.

(A.B.A.U. ord. 21)

Rta.: a) $\lambda = 3,10 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} = 0,112 \text{ h}^{-1}$; b) $T_{1/2} = 2,24 \cdot 10^4 \text{ s} = 6,21 \text{ h}$; $m = 10,7 \text{ g}$

Datos

Masa inicial

Tiempo transcurrido en el que se desintegró el 20 % de la masa inicial

Porcentaje desintegrado de la muestra en ese tiempo

Tiempo para calcular la masa que queda

Incógnitas

Constante radiactiva

Período de semidesintegración

Masa que queda a las 20 h

Otros símbolos

Número de átomos iniciales

Número de átomos al cabo de un tiempo

Ecuaciones

Ley de la desintegración radiactiva

Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$

Cifras significativas: 3

$m_0 = 100 \text{ g}$

$t_d = 2,00 \text{ h} = 7,20 \cdot 10^3 \text{ s}$

$m_d = 20,0 \% m_0 = 0,200 m_0$

$t = 20,0 \text{ h} = 7,20 \cdot 10^4 \text{ s}$

λ

$T_{1/2}$

m

N_0

N

$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$

Solución:

- a) Se calcula la constante de desintegración radiactiva λ en la ecuación de desintegración radiactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Es más fácil usar la expresión anterior en forma logarítmica.

$$-\ln(N / N_0) = \ln(N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

Como la masa es proporcional al número de átomos:

$$m_0 / m = N_0 / N$$

Si la masa desintegrada es el 20 % de la inicial, queda aún:

$$m = m_0 - m_d = m_0 - 0,200 m_0 = 0,800 m_0$$

$$\lambda = \frac{\ln(N_0 / N)}{t} = \frac{\ln(m_0 / m)}{t} = \frac{\ln(1/0,800)}{7,20 \cdot 10^3 [\text{s}]} = 3,10 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} = 0,112 \text{ h}^{-1}$$

- b) Se calcula el período de semidesintegración a partir de la constante de desintegración radiactiva:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{3,10 \cdot 10^{-5} [\text{s}^{-1}]} = 2,24 \cdot 10^4 \text{ s} = 6,21 \text{ h}$$

La masa que queda al cabo de 20 h es

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$m = 100 [\text{g}] \cdot e^{-0,112 [\text{h}^{-1}] \cdot 20 [\text{h}]} = 10,7 \text{ g}$$

3. En una cueva se encuentran restos orgánicos y al realizar la prueba del carbono-14 se observa que la actividad de la muestra es de 10^6 desintegraciones/s. Sabiendo que el período de semidesintegración del carbono-14 es de 5730 años, calcula:

- a) La masa inicial de la muestra.
 b) La masa de la muestra cuando transcurran 4000 años.

DATOS: $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; $A(^{14}\text{C}) = 14$.

(A.B.A.U. ord. 20)

Rta.: a) $m_0 = 6,06 \text{ } \mu\text{g}$; b) $m = 3,74 \text{ } \mu\text{g}$

Datos

Período de semidesintegración

Actividad de la muestra

Tiempo para calcular la actividad

Masa atómica del ^{14}C

Número de Avogadro

Incógnitas

Masa inicial de la muestra

Masa a los 4000 años

Otros símbolos

Constante de desintegración radiactiva

Ecuaciones

Ley de la desintegración radiactiva

Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$

Actividad radiactiva

Cifras significativas: 3

$T_{1/2} = 5730 \text{ años} = 1,81 \cdot 10^{11} \text{ s}$

$A_0 = 1,00 \cdot 10^6 \text{ Bq}$

$t = 4000 \text{ años} = 1,26 \cdot 10^{11} \text{ s}$

$M = 14,0 \text{ g/mol}$

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

m_0

A

λ

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\lambda = \ln(N_0 / N) / t$$

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$$

$$A = -dN / dt = \lambda \cdot N$$

Solución:

a) Se puede calcular el número de átomos N a partir de la expresión de la actividad radiactiva: $A = \lambda \cdot N$. Antes hay que calcular la constante λ de desintegración radiactiva, a partir del período de semidesintegración

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{1,81 \cdot 10^{11} [\text{s}]} = 3,83 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1} = 0,000175 \text{ año}^{-1}$$

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{1,00 \cdot 10^6 [\text{Bq}]}{3,83 \cdot 10^{-12} [\text{s}^{-1}]} = 2,61 \cdot 10^{17} \text{ átomos}$$

La masa es proporcional a la cantidad de átomos:

$$m_0 = \frac{N_0}{N_A} \cdot M = \frac{2,61 \cdot 10^{17} [\text{átomos}]}{6,02 \cdot 10^{23} [\text{átomos/mol}]} \cdot 14,0 [\text{g/mol}] = 6,06 \cdot 10^{-6} \text{ g} = 6,06 \text{ } \mu\text{g}$$

Análisis: Con la nula precisión del dato de la actividad, 10^6 Bq , el resultado podría ser cualquiera ente $0,1 \text{ } \mu\text{g}$ y $10 \text{ } \mu\text{g}$.

b) Como la masa es proporcional a la cantidad de núcleos se puede obtener una expresión similar a la ley de la desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, en la que aparece la masa en vez de la cantidad de átomos. La constante de proporcionalidad es: N_A / M , el número de átomos que hay en la unidad de masa de ese elemento, donde N_A es el número de Avogadro y M es la masa atómica del elemento.

$$N = m \cdot N_A / M$$

$$m \cdot \frac{N_A}{M} = m_0 \cdot \frac{N_A}{M} \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 6,06 \cdot 10^{-6} [\text{g}] \cdot e^{-0,000175 [\text{año}^{-1}] \cdot 4000 [\text{año}]} = 3,74 \cdot 10^{-6} \text{ g} = 3,74 \text{ } \mu\text{g}$$

4. Para el núcleo de uranio, $^{238}_{92}\text{U}$, calcula:

- a) El defecto de masa.
 b) La energía de enlace nuclear.
 c) La energía de enlace por nucleón.

Datos: $m(^{238}_{92}\text{U}) = 238,051 \text{ u}$; $1 \text{ g} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ u}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $m(\text{p}) = 1,007277 \text{ u}$; $m(\text{n}) = 1,008665 \text{ u}$
(A.B.A.U. extr. 18)

Rta.: a) $\Delta m = 1,883 \text{ u} = 3,128 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; b) $E_e = 2,81 \cdot 10^{-10} \text{ J/átomo}$; c) $E_{\text{en}} = 1,18 \cdot 10^{-12} \text{ J/nucleón}$

Datos

Masa: uranio-238

protón

neutrón

Unidad de masa atómica

Velocidad de la luz en el vacío

Incógnitas

Defecto de masa

Energía de enlace

Energía de enlace por nucleón

Ecuaciones

Equivalencia masa energía de Einstein

Cifras significativas: 3

$m(^{238}_{92}\text{U}) = 238,051 \text{ u}$

$m(^1_1\text{H}) = 1,007277 \text{ u}$

$m(^1_0\text{n}) = 1,008665 \text{ u}$

$1 \text{ g} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ u}$

$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Δm

E_e

E_{en}

$E = m \cdot c^2$

Solución:

a) El defecto de masa es la diferencia entre la masa del núcleo de uranio-238 y la suma de las masas de los protones y neutrones que lo forman. El número de protones es el número atómico, 92, y el de neutrones es 146, la diferencia entre el número másico 238 y el número de protones 92.

$$\Delta m = m(^{238}_{92}\text{U}) - 92 \cdot m(^1_1\text{H}) - 146 \cdot m(^1_0\text{n}) = 238,051 [\text{u}] - 92 \cdot 1,0073 [\text{u}] - 146 \cdot 1,008665 [\text{u}] = -1,883 \text{ u}$$

$$\Delta m = -1,883 [\text{u}] \cdot \frac{1 [\text{g}]}{6,02 \times 10^{23} [\text{u}]} \cdot \frac{1 [\text{kg}]}{10^3 [\text{g}]} = -3,13 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

b) La energía equivalente se calcula con la ecuación de Einstein

$$E_e = m \cdot c^2 = 3,13 \cdot 10^{-27} [\text{kg}] \cdot (3,00 \cdot 10^8 [\text{m/s}])^2 = 2,81 \cdot 10^{-10} \text{ J/átomo U}$$

c) La energía de enlace por nucleón se calcula dividiendo entre el número de nucleones

$$E_{\text{en}} = \frac{2,81 \cdot 10^{-10} [\text{J/átomo U}]}{238 [\text{nucleones/átomo U}]} = 1,18 \cdot 10^{-12} \text{ J/nucleón}$$

5. El ^{131}I es un isótopo radiactivo que se utiliza en medicina para el tratamiento del hipertiroidismo. Su periodo de semidesintegración es de 8 días. Si inicialmente se dispone de una muestra de 20 mg de ^{131}I :

a) Calcula la masa que queda sin desintegrar después de estar almacenada en un hospital 50 días.

b) Representa en una gráfica, de forma cualitativa, la variación de la masa en función del tiempo.

c) ¿Cuál es la actividad inicial de 2 mg de ^{131}I ?

DATO: $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

(A.B.A.U. ord. 18)

Rta.: a) $m = 0,263 \text{ mg}$; c) $A = 9,22 \cdot 10^{12} \text{ Bq}$

Datos

Período de semidesintegración

Masa de la muestra

Número de Avogadro

Masa atómica del yodo

Tiempo transcurrido

Incógnitas

Masa que queda sin desintegrar después de 50 días

Actividad inicial de 2 mg de ^{131}I

Otros símbolos

Constante de desintegración radiactiva

Cifras significativas: 3

$T_{1/2} = 8,00 \text{ días} = 6,91 \cdot 10^5 \text{ s}$

$m_0 = 20,0 \text{ mg} = 2,00 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

$M = 131 \text{ g/mol}$

$t = 50 \text{ días} = 4,32 \cdot 10^6 \text{ s}$

m

A

λ

Ecuaciones

Ley de la desintegración radiactiva

Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$

Actividad radiactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\lambda = \ln(N_0 / N) / t$$

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$$

$$A = -dN / dt = \lambda \cdot N$$

Solución:

a) Se calcula la constante radiactiva a partir del período de semidesintegración

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{6,91 \cdot 10^5 [\text{s}]} = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

La ley de desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, puede escribirse en función de la masa porque el número de átomos de un elemento es proporcional a su masa.

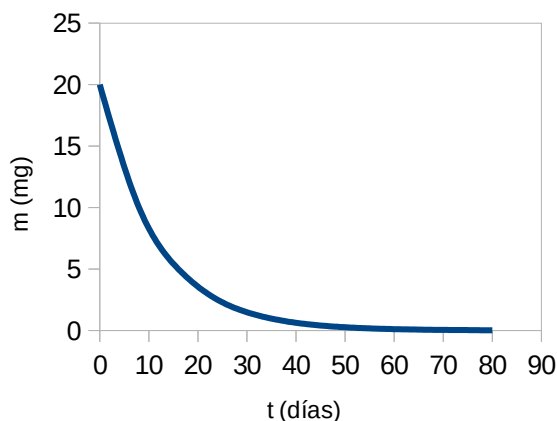
La constante de proporcionalidad es: N_A / M , el número de átomos que hay en la unidad de masa de ese elemento, donde N_A es el número de Avogadro y M es la masa atómica del elemento.

$$N = m \cdot N_A / M$$

$$m \frac{N_A}{M} = m_0 \frac{N_A}{M} e^{-\lambda t}$$

$$m = m_0 e^{-\lambda t} = 20,0 [\text{mg}] \cdot e^{-1,00 \cdot 10^{-6} [\text{s}^{-1}] \cdot 4,32 \cdot 10^6 [\text{s}]} = 0,263 \text{ mg}$$

b) La gráfica es una función exponencial decreciente.

c) Para calcular la actividad se calcula primero el número de átomos que hay en 2 mg de ^{131}I .

$$N = 2,00 \cdot 10^{-3} \text{ g } ^{131}\text{I} \frac{1 \text{ mol } ^{131}\text{I}}{131 \text{ g } ^{131}\text{I}} \frac{6,02 \cdot 10^{23} \text{ átomos } ^{131}\text{I}}{1 \text{ mol } ^{131}\text{I}} \frac{1 \text{ núcleo } ^{131}\text{I}}{1 \text{ átomo } ^{131}\text{I}} = 9,19 \cdot 10^{18} \text{ núcleos } ^{131}\text{I}$$

La actividad será:

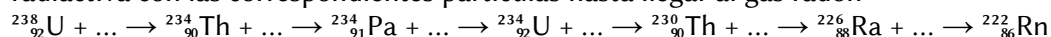
$$A = \lambda \cdot N = 1,00 \cdot 10^{-6} [\text{s}^{-1}] \cdot 9,19 \cdot 10^{18} [\text{núcleos}] = 9,22 \cdot 10^{12} \text{ Bq}$$

6. En 2012 se encontró en el Sáhara un meteorito que contenía restos de U-238. Sabemos que en el momento de su formación había una concentración de $5,00 \cdot 10^{12}$ átomos de U-238 por cm^3 , mientras que en la actualidad la concentración medida es de $2,50 \cdot 10^{12}$ átomos de U-238 por cm^3 . Si el tiempo de semidesintegración de este isótopo es de $4,51 \cdot 10^9$ años, determina:

a) La constante de desintegración del U-238.

b) La edad del meteorito.

c) Sabiendo que el gas radón resulta de la desintegración del U-238, completa la siguiente serie radiactiva con las correspondientes partículas hasta llegar al gas radón:



(A.B.A.U. extr. 17)

Rta.: a) $\lambda = 4,87 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$; b) $t = 4,51 \cdot 10^9 \text{ años}$; c) ${}_{92}^{238}\text{U} \xrightarrow{\alpha} {}_{90}^{234}\text{Th} \xrightarrow{\beta} {}_{91}^{234}\text{Pa} \xrightarrow{\beta} {}_{92}^{234}\text{U} \xrightarrow{\alpha} {}_{90}^{230}\text{Th} \xrightarrow{\alpha} {}_{88}^{226}\text{Ra} \xrightarrow{\alpha} {}_{86}^{222}\text{Rn}$

Datos

Período de semidesintegración

Átomos iniciales

Átomos actuales

Número de Avogadro

Incógnitas

Constante de desintegración radiactiva

Edad del meteorito

Ecuaciones

Ley de la desintegración radiactiva

Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$

Actividad radiactiva

Cifras significativas: 3 $T_{1/2} = 4,51 \cdot 10^9 \text{ años} = 1,42 \cdot 10^{17} \text{ s}$ $N_0 = 5,00 \cdot 10^{12} \text{ átomos/cm}^3$ $N = 2,50 \cdot 10^{12} \text{ átomos/cm}^3$ $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ λ t

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\lambda = \ln(N_0 / N) / t$$

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$$

$$A = -dN / dt = \lambda \cdot N$$

Solución:

a) Se calcula la constante radiactiva a partir del período de semidesintegración

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{1,42 \cdot 10^{17} [\text{s}]} = 4,87 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$$

b) Se calcula el tiempo en la ecuación de la ley de desintegración radiactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

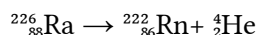
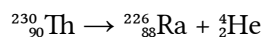
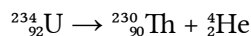
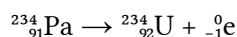
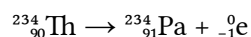
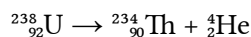
Es más fácil usar la expresión anterior en forma logarítmica.

$$-\ln(N / N_0) = \ln(N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

$$t = \frac{\ln(N_0 / N)}{\lambda} = \frac{\ln(5,00 \cdot 10^{12} / 2,50 \cdot 10^{12})}{4,87 \cdot 10^{-18} [\text{s}^{-1}]} = 1,42 \cdot 10^{17} \text{ s} = 4,51 \cdot 10^9 \text{ años}$$

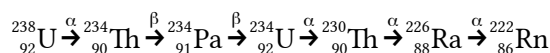
Análisis: Puesto que en ese tiempo la muestra se redujo a la mitad, transcurrió 1 período de semidesintegración que son $4,51 \cdot 10^9 \text{ años}$.

c) Los procesos de emisión de partículas son



Estas ecuaciones cumplen las leyes de conservación del número másico y de la carga eléctrica en los procesos nucleares.

Sabiendo que una partícula alfa es un núcleo de helio-4 ($\alpha = {}_2^4\text{He}$) y una partícula beta(-) es un electrón ($\beta^- = {}_{-1}^0\text{e}$), el proceso puede resumirse:

7. El periodo de semidesintegración del ${}_{38}^{90}\text{Sr}$ es 28 años. Calcula:a) La constante de desintegración radiactiva expresada en s^{-1} .

b) La actividad inicial de una muestra de 1 mg.

c) El tiempo necesario para que esa muestra se reduzca a 0,25 mg.

Datos: $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; masa atómica del ${}_{38}^{90}\text{Sr} = 90 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

(A.B.A.U. ord. 17)

Rta.: a) $\lambda = 7,84 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$; b) $A_0 = 5,25 \cdot 10^9 \text{ Bq}$; c) $t = 56 \text{ años}$

Datos

Período de semidesintegración

Masa de la muestra

Masa atómica del $^{90}_{38}\text{Sr}$

Número de Avogadro

Incógnitas

Constante de desintegración radiactiva

Actividad inicial de una muestra de 1 mg.

Tiempo necesario para que la masa se reduzca de 1 mg a 0,25 mg

Ecuaciones

Ley de la desintegración radiactiva

Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$

Actividad radiactiva

Cifras significativas: 3

$T_{1/2} = 28,0 \text{ años} = 8,84 \cdot 10^8 \text{ s}$

$m = 1,00 \text{ mg} = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ g}$

$M = 90,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

λ

A_0

t

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\lambda = \ln(N_0 / N) / t$$

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$$

$$A = -dN / dt = \lambda \cdot N$$

Solución:

a) Se calcula la constante radiactiva a partir del período de semidesintegración

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{8,84 \cdot 10^8 [\text{s}]} = 7,84 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$$

b) Se calculan cuántos átomos hay en 1 mg de Sr:

$$N = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ g } ^{90}_{38}\text{Sr} \cdot \frac{1 \text{ mol } ^{90}_{38}\text{Sr}}{90,0 \text{ g } ^{90}_{38}\text{Sr}} \cdot \frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ átomos } ^{90}_{38}\text{Sr}}{1 \text{ mol } ^{90}_{38}\text{Sr}} \cdot \frac{1 \text{ núcleo } ^{90}_{38}\text{Sr}}{1 \text{ átomo } ^{90}_{38}\text{Sr}} = 6,69 \cdot 10^{18} \text{ núcleos } ^{90}_{38}\text{Sr}$$

Después se calcula la actividad radiactiva

$$A = \lambda \cdot N = 7,84 \cdot 10^{-10} [\text{s}^{-1}] \cdot 6,69 \cdot 10^{18} [\text{núcleos}] = 5,25 \cdot 10^9 \text{ Bq}$$

c) Se calcula el tiempo en la ecuación de la ley de desintegración radiactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Como la masa es proporcional a la cantidad de núcleos, $m = M \cdot N / N_A$, se puede obtener una expresión similar a la ley de la desintegración radiactiva, en la que aparece la masa en vez de la cantidad de átomos:

$$\lambda \cdot N = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Es más fácil usar la expresión anterior en forma logarítmica.

$$-\ln(m / m_0) = \ln(m_0 / m) = \lambda \cdot t$$

$$t = \frac{\ln(m_0 / m)}{\lambda} = \frac{\ln(1,00 \text{ mg } ^{90}_{38}\text{Sr} / 0,25 \text{ mg } ^{90}_{38}\text{Sr})}{7,84 \cdot 10^{-10} [\text{s}^{-1}]} = 1,77 \cdot 10^9 \text{ s} = 56 \text{ años}$$

Análisis: Puesto que en ese tiempo la muestra se ha reducido a la cuarta parte $= \left(\frac{1}{2}\right)^2$, han transcurrido 2 períodos de semidesintegración que son 56 años.

Rta.: a) $\Delta m = 1,883 \text{ u} = 3,128 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; b) $E_e = 2,81 \cdot 10^{-10} \text{ J/átomo}$; c) $E_{en} = 1,18 \cdot 10^{-12} \text{ J/nucleón}$

Datos

Masa: uranio-238

protón

neutrón

Unidad de masa atómica

Velocidad de la luz en el vacío

Cifras significativas: 3

$m(^{238}_{92}\text{U}) = 238,051 \text{ u}$

$m(^1_1\text{H}) = 1,007277 \text{ u}$

$m(^1_0\text{n}) = 1,008665 \text{ u}$

$1 \text{ g} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ u}$

$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Incógnitas

Defecto de masa

Δm

Energía de enlace

E_e

Energía de enlace por nucleón

E_{en}

Ecuaciones

Equivalencia masa energía de Einstein

$E = m \cdot c^2$

Solución:

a) El defecto de masa es la diferencia entre la masa del núcleo de uranio-238 y la suma de las masas de los protones y neutrones que lo forman. El número de protones es el número atómico, 92, y el de neutrones es 146, la diferencia entre el número másico 238 y el número de protones 92.

$$\Delta m = m(^{238}_{92}\text{U}) - 92 \cdot m(^1_1\text{H}) - 146 \cdot m(^1_0\text{n}) = 238,051 \text{ [u]} - 92 \cdot 1,0073 \text{ [u]} - 146 \cdot 1,008665 \text{ [u]} = -1,883 \text{ u}$$

$$\Delta m = -1,883 \text{ [u]} \cdot \frac{1 \text{ [g]}}{6,02 \times 10^{23} \text{ [u]}} \cdot \frac{1 \text{ [kg]}}{10^3 \text{ [g]}} = -3,13 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

b) La energía equivalente se calcula con la ecuación de Einstein

$$E_e = m \cdot c^2 = 3,13 \cdot 10^{-27} \text{ [kg]} \cdot (3,00 \cdot 10^8 \text{ [m/s]})^2 = 2,81 \cdot 10^{-10} \text{ J/átomo U}$$

c) La energía de enlace por nucleón se calcula dividiendo entre el número de nucleones

$$E_{en} = \frac{2,81 \cdot 10^{-10} \text{ [J/átomo U]}}{238 \text{ [nucleones/átomo U]}} = 1,18 \cdot 10^{-12} \text{ J/nucleón}$$

◆ CUESTIONES**● Física relativista**

- Una mujer situada en la Tierra observa que dos naves espaciales, A y B, se dirigen hacia ella en la misma dirección y con sentidos opuestos con velocidades $0,7 c$ y $0,6 c$ respectivamente. La velocidad relativa de la nave A medida por una observadora perteneciente a la nave B es:
 A) $1,3 c$
 B) $0,9 c$
 C) $0,1 c$

(A.B.A.U. ord. 23)

Solución: B

Según la relatividad especial, la velocidad relativa entre dos objetos en movimiento no se puede calcular simplemente sumando o restando sus velocidades, como se haría en la mecánica clásica. En su lugar, se debe usar la fórmula de composición de velocidades de Einstein:

$$v = \frac{v_1 - v_2}{1 - \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2}}$$

En esta ecuación v es la velocidad relativa entre los dos objetos, v_1 y v_2 son sus velocidades medidas por un observador externo y c es la velocidad de la luz.

La mujer en la Tierra observa que las naves A y B se dirigen hacia ella con velocidades de $0,7 c$ y $-0,6 c$ respectivamente (el signo negativo indica que la nave B se desplaza en dirección opuesta a la de la nave A). La velocidad relativa la nave A medida por un observador perteneciente a la nave B se puede calcular utilizando la fórmula de Einstein:

$$v = \frac{0,7c - (-0,6c)}{1 - \frac{0,7c \cdot (-0,6c)}{c^2}} = \frac{1,3c}{1,4} = 0,9c$$

2. Un astronauta viaja en una nave espacial con velocidad constante \bar{v} respecto a un observador que está en reposo en la Tierra. El astronauta mide la longitud l (que coincide con la dirección de \bar{v}) y la altura h de la nave. Las medidas de la longitud l' y altura h' que hace el terrícola serán:
- A) $l' < l$ y $h' < h$.
 B) $l' < l$ y $h' = h$.
 C) $l' > l$ y $h' > h$.

(A.B.A.U. ord. 22)

Solución: B

La teoría de la relatividad especial dice que la longitud de un objeto que se mueve a velocidades próximas a la de la luz, medida desde otro sistema en reposo, es menor que la que mediría un observador situado en ese objeto que se mueve. La longitud l' , medida desde el sistema en reposo, viene dada por la expresión:

$$l' = l \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Como el factor que contiene la raíz cuadrada es menor que 1, la longitud $l' < l$.

La contracción de la longitud afecta solo a la medida de la longitud que se mueve en la misma dirección, pero no a la de la altura, que es perpendicular a la dirección del movimiento.

3. Un astronauta (A) se acerca a una estrella con una velocidad de 200 000 km/s y otro astronauta (B) se aleja de ella con la misma velocidad con la que se acerca (A). La velocidad con que estos astronautas perciben la velocidad de la luz de la estrella es:
- A) Mayor para el astronauta (A) y menor para el (B).
 B) Menor para el astronauta (A) y mayor para el (B).
 C) Igual para los dos astronautas.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: C

El segundo postulado de la teoría especial de la relatividad de Einstein establece que la velocidad de la luz en el vacío es constante e independiente del sistema de referencia inercial desde lo que se mida.

4. Un vehículo espacial se aleja de la Tierra con una velocidad de $0,5c$ (c = velocidad de la luz). Desde la Tierra se envía una señal luminosa y la tripulación mide la velocidad de la señal obteniendo el valor:
- A) $0,5c$
 B) c
 C) $1,5c$

(A.B.A.U. extr. 22)

Solución: B

El segundo postulado de la teoría especial de la relatividad de Einstein establece que la velocidad de la luz en el vacío es constante e independiente del sistema de referencia inercial desde el que se mida.

5. Medimos nuestro pulso en la Tierra (en reposo) observando que el tiempo entre cada latido es de 0,80 s. Después hacemos la medida viajando en una nave espacial a la velocidad de $0,70c$, siendo c la velocidad de la luz en el vacío. De acuerdo con la teoría especial de la relatividad, el tiempo que medimos será:

- A) 1,12 s
- B) 0,57 s
- C) 0,80 s

(A.B.A.U. ord. 20)

Solución: C

La teoría de la relatividad especial predice que el tiempo de un sistema que se mueve a la velocidad muy alta relativa a un sistema en reposo, transcurre más lentamente. La dilatación del tiempo viene dada por la expresión:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Pero el tiempo propio, medido por un observador situado dentro del sistema que se mueve, es el mismo que si estuviera en reposo. El principio de relatividad dice que no se puede determinar mediante la experiencia si un sistema está en reposo o está moviéndose sea cual sea la velocidad.

6. La ecuación de Einstein $E = m \cdot c^2$ implica que:
- A) Una masa m necesita una energía E para ponerse en movimiento.
 - B) La energía E es la que tiene una masa m cuando va a la velocidad de la luz.
 - C) E es la energía equivalente a una masa m .

(A.B.A.U. extr. 21)

Solución: C

La ecuación de Einstein establece la relación entre masa y energía.

$$E = m \cdot c^2$$

E representa la energía de una partícula y m es su masa. Masa y energía son aspectos equivalentes. Se puede decir que E es la energía que se puede obtener de una masa m si se desintegra.

● Física cuántica

1. La teoría ondulatoria de Huygens sobre la naturaleza de la luz está confirmada por los fenómenos:
- A) Reflexión y formación de sombras.
 - B) Refracción e interferencias.
 - C) Efecto fotoeléctrico y efecto Compton.

(A.B.A.U. extr. 23)

Solución: B

La teoría ondulatoria de Huygens propone que la luz es una onda que se propaga en todos los sentidos desde una fuente luminosa. Esta teoría explica el fenómeno de la refracción, que es el cambio de dirección y velocidad que sufre una onda cuando pasa de un medio a otro con diferente densidad. También explica el fenómeno de las interferencias, que es la superposición de dos o más ondas que se cruzan, produciendo zonas de refuerzo y cancelación de la luz. Estos fenómenos no pueden ser explicados por la teoría corpuscular de Newton, que considera que la luz está formada por partículas. La teoría ondulatoria de Huygens fue confirmada experimentalmente por Young y Fresnel en el siglo XIX.

Las otras opciones:

A) Incorrecta. Estos fenómenos pueden ser explicados tanto por la teoría ondulatoria como por la teoría corpuscular. La reflexión es el cambio de dirección que sufre una onda o una partícula cuando choca contra una superficie. La formación de sombras es la ausencia de luz en una zona donde un objeto opaco impide el paso de la luz.

C) Estos fenómenos contradicen la teoría ondulatoria y apoyan la teoría cuántica, que considera que la luz está formada por cuantos de energía llamados fotones. El efecto fotoeléctrico es la emisión de electrones por un metal cuando es iluminado por una luz con suficiente energía. El efecto Compton es el cambio de longitud de onda que sufre un fotón cuando choca con un electrón. Estos fenómenos demuestran que la luz tiene comportamiento dual, ondulatorio y corpuscular, dependiendo de las circunstancias.

2. Al irradiar un metal con luz roja (682 nm) se produce efecto fotoeléctrico. Si irradiamos el mismo metal con luz amarilla (570 nm):
- A) No se produce efecto fotoeléctrico.
 - B) Los electrones emitidos son más rápidos.
 - C) Se emiten más electrones, pero a la misma velocidad.

(A.B.A.U. ord. 23)

Solución: B

Interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico.

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).

Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.

Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.

La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s

La frecuencia, f , y la longitud de onda, λ , de la luz son inversamente proporcionales:

$$f \cdot \lambda = c$$

c es la velocidad de la luz.

Cuando un fotón golpea un electrón en un metal, le transfiere su energía. Si esta energía es suficiente para vencer la fuerza de atracción del metal, se emitirá el electrón. La energía mínima requerida para emitir un electrón de un metal se llama función de trabajo del metal.

En el enunciado de la cuestión se indica que irradiando el metal con luz roja ($\lambda = 682$ nm) se produce efecto fotoeléctrico. Esto significa que la energía de los fotones de luz roja es suficiente para superar la función de trabajo del metal y emitir electrones.

Si irradiamos el mismo metal con luz amarilla ($\lambda = 570$ nm), los fotones de esta luz tendrán mayor frecuencia (ya que la frecuencia es inversamente proporcional a la longitud de onda y λ es menor) y por tanto mayor energía ($E = h \cdot f$). Esto significa que los fotones de la luz amarilla transferirán más energía a los electrones del metal, que serán emitidos a mayor velocidad. Por lo tanto, los electrones emitidos son más rápidos.

Las otras opciones:

A) Falso. Si se produce efecto fotoeléctrico al irradiar el metal con luz roja, también se producirá al irradiarlo con luz amarilla, ya que la energía de los fotones de luz amarilla es mayor que la energía de los fotones de luz roja.

C) Falso. El número de electrones emitidos depende de la intensidad de la luz incidente, no de su frecuencia o longitud de onda. Por lo tanto, si irradiamos el metal con luz amarilla y roja de igual intensidad, se emitirán el mismo número de electrones.

3. Un fotón de luz visible con longitud de onda de 500 nm tiene un momento lineal de:

A) 0

B) $3,31 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

C) $1,33 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

DATO: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: C

De Broglie propuso que en algunos casos el comportamiento de ciertas partículas podría interpretarse como el de ondas cuya longitud de onda asociada λ vendría dada por la expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

En la ecuación, h es la constante de Planck y m la masa de la partícula y v su velocidad.

h es una constante y $m \cdot v$ es la expresión del momento lineal o cantidad de movimiento y λ la longitud de la onda asociada.

También que en algunos casos el comportamiento de las ondas podría interpretarse como el de partículas con un momento lineal:

$$p = m \cdot v = \frac{h}{\lambda}$$

Para el fotón de $\lambda = 500 \text{ nm} = 5,00 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, el momento lineal valdría:

$$p = m \cdot v = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{5,00 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 1,33 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

4. Un determinado haz de luz provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Si aumentamos la intensidad del haz incidencia:

A) Aumenta el número de fotoelectrones arrancados, así como su energía cinética.

B) Aumenta el número de fotoelectrones arrancados sin modificarse su energía cinética.

C) El número de fotoelectrones arrancados no varía, pero su energía cinética aumenta.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: B

Interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico.

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).

Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.

Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.

La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Al aumentar la intensidad de la luz, aumenta el número de fotones que llega al cátodo, y, como cada fotón arranca un electrón, aumentará el número de electrones emitidos. Pero la energía cinética de los electrones no depende de la intensidad de la luz sino de su frecuencia.

5. El efecto fotoeléctrico se produce si:
- A) La intensidad de la radiación incidente es muy grande.
 - B) La longitud de onda de la radiación es grande.
 - C) La frecuencia de la radiación es superior a la frecuencia umbral.

(A.B.A.U. extr. 17)

Solución: C

Interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico.

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).

Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.

Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.

La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s

Las otras opciones:

A. Falsa. Si la intensidad de la luz es muy grande habrá un gran número de fotones. Pero si cada uno de ellos no tiene energía suficiente, no se producirá efecto fotoeléctrico.

B. Falsa. La longitud de onda es inversamente proporcional a la frecuencia. A mayor longitud de onda, menor frecuencia y, por tanto, menor energía de los fotones. Con menos energía es menos probable que se supere el trabajo de extracción.

6. En una célula fotoeléctrica, el cátodo metálico se ilumina con una radiación de $\lambda = 175$ nm y el potencial de frenado es de 1 V. Cuando usamos una luz de 250 nm, el potencial de frenado será:
- A) Menor.
 - B) Mayor.
 - C) Igual.

(A.B.A.U. ord. 20)

Solución: A

Interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico.

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).

Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.

Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.

La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
 La frecuencia de una onda es inversamente proporcional su longitud de onda λ ,

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Cuanto mayor sea su longitud de onda, menor será la frecuencia y menor será la energía del fotón.
 La energía cinética máxima de los electrones emitidos será:

$$E_c = E_f - W_e$$

La energía del fotón, que depende de la frecuencia f , se escribe en función de la longitud de onda λ .

$$E_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

La energía cinética E_c máxima de los electrones se escribe en función del potencial de frenado

$$E_c = |e| \cdot V$$

La ecuación de Einstein queda

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} = W_e + |e| \cdot V$$

Por lo tanto, cuanto mayor sea su longitud de onda menor será la energía de los fotones y la energía cinética y el potencial de frenado de los electrones emitidos.

Si tuviésemos todos los datos para hacer los cálculos (la constante de Planck, la velocidad de la luz en el vacío y la carga del electrón) descubriríamos que la radiación de 250 nm no produciría efecto fotoeléctrico.
 El trabajo de extracción es:

$$W_e = \frac{h \cdot c}{\lambda} - |e| \cdot V = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} [\text{J}\cdot\text{s}] \cdot 3,00 \cdot 10^8 [\text{m/s}]}{175 \cdot 10^{-9} [\text{m}]} - 1,60 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 1 [\text{V}] = 9,74 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Y la energía del fotón de 250 nm vale:

$$E_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} [\text{J}\cdot\text{s}] \cdot 3,00 \cdot 10^8 [\text{m/s}]}{250 \cdot 10^{-9} [\text{m}]} = 7,95 \cdot 10^{-19} [\text{J}]$$

Energía menor que el trabajo de extracción. No sería suficiente para producir efecto fotoeléctrico.

7. La hipótesis de De Broglie se refiere a que:

- A) Al medir con precisión la posición de una partícula atómica se altera su energía.
- B) Todas las partículas en movimiento llevan asociada una onda.
- C) La velocidad de la luz es independiente del movimiento de la fuente emisora de luz.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: B

De Broglie propuso que en algunos casos el comportamiento de ciertas partículas podría interpretarse como el de ondas cuya longitud de onda asociada λ vendría dada por la expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

En la ecuación, h es la constante de Planck y m la masa de la partícula y v su velocidad.

Como h es una constante y $m \cdot v$ es la expresión del momento lineal o cantidad de movimiento, la longitud de la onda asociada a un protón es inversamente proporcional a su momento lineal.

Las otras opciones.

A. Falsa. Es una consecuencia del principio de indeterminación de Heisenberg.

C. Falsa. Es uno de los postulados de la teoría de la relatividad especial de Einstein.

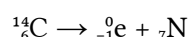
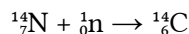
● Física nuclear e de partículas

1. Algunos átomos de nitrógeno ($^{14}_7\text{N}$) atmosférico chocan con un neutrón y se transforman en carbono ($^{14}_6\text{C}$) que, por emisión β , se convierte de nuevo en nitrógeno. En este proceso:
- A) Se emite radiación gamma.
 - B) Se emite un protón.
 - C) No puede existir este proceso, ya que se obtendría $^{14}_5\text{B}$.

(A.B.A.U. extr. 23)

Solución: B

Las reacciones nucleares descritas en el enunciado son:



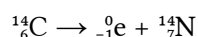
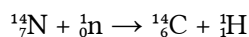
La primera reacción, tal como está escrita, no respeta los principios de conservación de la carga ni el del número másico. Suponiendo que en la primera reacción se emite una partícula ^A_ZX , y aplicando los principios de conservación del número bariónico (o número másico) y de la carga, queda:

$$14 + 1 = 14 + A \Rightarrow A = 1$$

$$7 + 0 = 6 + Z \Rightarrow Z = 1$$

La partícula ^A_ZX es ^1_1H , un protón.

La ecuaciones completas son:



2. Se observa que el número de núcleos N_0 inicialmente presentes en una muestra de isótopo radiactivo queda reducida a $N_0/16$ al cabo de 24 horas. El período de semidesintegración es:
- A) 4 h
 - B) 6 h
 - C) 8,6 h

(A.B.A.U. extr. 21)

Solución: B

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Es un valor constante.

La ley de desintegración radiactiva puede resumirse en la ecuación:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Siendo λ la constante de desintegración.

Para encontrar la relación con el período $T_{1/2}$ de semidesintegración sacamos logaritmos:

$$-\ln(N/N_0) = \lambda \cdot t$$

$$-\ln \frac{(N_0/16)}{N_0} = -\ln \frac{1}{16} = \ln 16 = 2,77 = \lambda \cdot 24 [\text{h}]$$

$$\lambda = \frac{2,77}{24 [\text{h}]} = 0,116 \text{ h}^{-1}$$

Para $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$,

$$-\ln \frac{(N_0/2)}{N_0} = \lambda T_{1/2}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{0,116 [\text{h}^{-1}]} = 6 \text{ h}$$

Análisis: Si el período de semidesintegración es de 6 horas, al cabo de $24 / 6 = 4$ períodos de semidesintegración quedarán $N_0 \cdot (1/2)^4 = 1/16 N_0$.

3. El estroncio-90 es un isótopo radiactivo con un período de semidesintegración de 28 años. Si disponemos de una muestra de dos moles del dicho isótopo, el número de átomos de estroncio-90 que quedarán en la muestra después de 112 años será:

- A) $1/8 N_A$
 B) $1/16 N_A$
 C) $1/4 N_A$

DATO: $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ partículas/mol.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: A

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Es un valor constante.

La ley de desintegración radiactiva puede resumirse en la ecuación:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Siendo λ la constante de desintegración.

Para encontrar la relación con el período $T_{1/2}$ de semidesintegración sacamos logaritmos:

$$-\ln(N/N_0) = \lambda \cdot t$$

Para $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$,

$$-\ln \frac{(N_0/2)}{N_0} = \lambda T_{1/2}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 0 \frac{,693}{28 [\text{año}]} = 0,0248 \text{ año}^{-1}$$

Dos moles son $2 \cdot N_A$. Pasados 112 años quedarán

$$N = 2 \cdot N_A \cdot e^{-0,0248 \text{ año}^{-1} \cdot 112 \text{ año}} = \frac{N_A}{8}$$

Análisis: Como el período de semidesintegración es de 28 años, al cabo de $112 / 28 = 4$ períodos de semidesintegración quedarán $2 \cdot N_A \cdot (1/2)^4 = 2/16 N_A = 1/8 N_A$.

4. Una muestra de una sustancia radiactiva contenía hace 10 años el doble de núcleos que en el instante actual; por lo tanto, el número de núcleos que había hace 30 años respecto al momento actual era:

- A) Seis veces mayor.
 B) Tres veces mayor.
 C) Ocho veces mayor.

(A.B.A.U. extr. 20)

Solución: C

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Es un valor constante. Del enunciado de la cuestión se deduce que el período de semidesintegración de la sustancia radiactiva es de 10 años, ya que entonces había el doble de núcleos que ahora.

De hace treinta años hasta ahora transcurrieron 3 períodos, por lo que la cantidad que había entonces era $2^3 = 8$ veces mayor que ahora.

5. La vida media de un núclido radiactivo y el período de semidesintegración son:
 A) Conceptualmente iguales.
 B) Conceptualmente diferentes, pero valen lo mismo.
 C) Diferentes, la vida media es mayor.

(A.B.A.U. extr. 18)

Solución: C

La vida media τ es la esperanza de vida de una sustancia radiactiva. Es el valor medio de los tiempos que tardarían en desintegrarse todos los núclidos de una muestra.

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} t \cdot dN}{N_0} = \frac{\int_0^{\infty} t \cdot (-\lambda N) dt}{N_0}$$

Como $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} t \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t} dt}{N_0} = \int_0^{\infty} t \cdot e^{-\lambda t} dt$$

Debemos realizar una integración por partes.

$$\int u dv = u \cdot v - \int v du$$

Llamando:

$$\begin{aligned} u &= t & \Rightarrow du &= 1 \\ dv &= e^{-\lambda t} dt & \Rightarrow v &= -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

queda

$$\tau = \int_0^{\infty} t \cdot e^{-\lambda t} dt = \left[-\frac{t}{\lambda} e^{-\lambda t} \right]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} dt = \left[\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

El período de semidesintegración es el tiempo que tarda en reducirse a la mitad a cantidad de muestra. Poniendo en la ecuación de desintegración $N_0 / 2$ en el lugar de N_0 , y $T_{1/2}$ en vez de t , queda:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}}$$

Aplicando logaritmos

$$-\ln 2 = -\lambda T_{1/2} \Rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Como $\ln 2 = 0,693$, $\tau > T_{1/2}$.

6. La masa de un núcleo atómico es:
 A) Mayor que la suma de las masas de las partículas que lo constituyen.
 B) Menor que la suma de las masas de las partículas que lo constituyen.
 C) Igual que la suma de las masas de las partículas que lo constituyen.

(A.B.A.U. extr. 22)

Solución: B

La masa de un núcleo atómico es menor que la suma de las masas de las partículas que lo constituyen. En su formación se libera una gran cantidad de energía que es equivalente al defecto de masa, según la ecuación de Einstein:

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

7. En la reacción ${}^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{141}_{56}\text{Ba} + {}^A_Z\text{X} + 3 {}^1_0\text{n}$, se cumple que:

- A) Es una fusión nuclear.
- B) Se pone en juego una gran cantidad de energía correspondiente al defecto de masa.
- C) Al elemento X le corresponde el número atómico 36 y el número másico 94.

(A.B.A.U. ord. 22)

Solución: B

En las reacciones nucleares se libera mucha energía que es equivalente al defecto de masa, según la ecuación de Einstein:

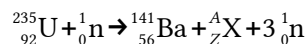
$$E = \Delta m \cdot c^2$$

Las reacciones de fisión se producen al bombardear un núcleo pesado, uranio o plutonio, con neutrones térmicos, que se mueven a la velocidad adecuada para producir la fragmentación del núcleo en dos núcleos más pequeños y la emisión de dos o tres neutrones que producen una reacción en cadena (si no se controla).

Las otras opciones.

La) Falsa. Es una reacción de fisión. El núcleo de uranio se rompe en otros más pequeños al ser bombardeado con neutrones. Los neutrones que se desprenden provoca una reacción en cadena.

C) Falsa.



Aplicando los principios de conservación del número bariónico (o número másico) y de la carga, queda:

$$235 + 1 = 141 + A + 3 \Rightarrow A = 92$$

$$92 = 56 + Z \Rightarrow Z = 36$$

El número atómico coincide, pero no el número másico.

8. El ${}^{232}_{90}\text{Th}$ se desintegra emitiendo 6 partículas α y 4 partículas β , lo que da lugar a un isótopo estable del plomo de número atómico:

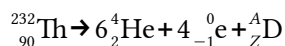
- A) 82.
- B) 78.
- C) 74.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: A

Las partículas alfa son núcleos de helio ${}^4_2\text{He}$, las partículas beta electrones ${}^0_{-1}\text{e}$ y las radiaciones gamma fotones ${}^0_0\gamma$.

Escribiendo la reacción nuclear



Aplicando los principios de conservación del número bariónico (o número másico) y de la carga, queda:

$$232 = 6 \cdot 4 + A \Rightarrow A = 208$$

$$90 = 6 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) + Z \Rightarrow Z = 82$$

♦ LABORATORIO

● Física cuántica

- Al iluminar la superficie de un metal con luz de longitud de onda 280 nm, la emisión de fotoelectrones cesa para un potencial de frenado de 1,3 V.
 - Determina la función trabajo del metal y la frecuencia umbral de emisión fotoeléctrica.
 - Representa la gráfica energía cinética-frecuencia y determina el valor de la constante de Planck a partir de dicha gráfica.
- Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. (A.B.A.U. extr. 23)
- Rta.: a) $W_e = 5,0 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; $f_0 = 7,6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

Solución:

Esta cuestión no tiene sentido. Para poder calcular la función trabajo necesitamos el valor de la constante de Planck (¡que es un dato!). Pero en el apartado b) ¡nos piden que calculemos la constante de Planck! Piden que hagamos una gráfica, ¡pero solo nos dan valores para un punto!

Se puede resolver el apartado a) con el dato de la constante de Planck.

De la relación entre la longitud de onda y la frecuencia, $f = c / \lambda$, se obtiene la frecuencia de la radiación:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,00 \cdot 10^8 [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]}{280 [\text{nm}]} \cdot \frac{1 [\text{nm}]}{10^{-9} [\text{m}]} = 1,07 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

A partir del potencial de se obtiene la energía cinética:

$$E_c = |q_e| \cdot V = 1,6 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 1,3 [\text{V}] = 2,1 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

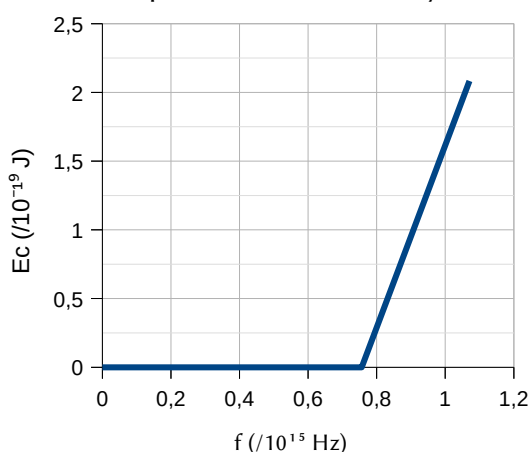
Combinando las ecuaciones de Planck, $E_f = h \cdot f$, y Einstein, $E_f = W_e + E_c$, se obtiene el trabajo de extracción:

$$W_e = E_f - E_c = 6,63 \cdot 10^{-34} [\text{J} \cdot \text{s}] \cdot 1,07 \cdot 10^{15} [\text{s}^{-1}] - 2,1 \cdot 10^{-19} [\text{J}] = 5,0 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

De la relación entre el trabajo de extracción, W_e , y la frecuencia umbral, f_0 , se obtiene la frecuencia umbral:

$$W_e = h \cdot f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{W_e}{h} = \frac{5,0 \cdot 10^{-19} [\text{J}]}{6,63 \cdot 10^{-34} [\text{J} \cdot \text{s}]} = 7,6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

También se puede hacer una gráfica con dos puntos, lo de los datos y el de la frecuencia umbral.



Pero no se puede determinar el valor de la constante de Planck, porque hemos empleado el valor del dato en los cálculos anteriores.

De tener los datos adecuados, con una hoja de cálculo se podría dibujar la gráfica y obtener la ecuación de la línea de tendencia.

Ordenando la ecuación de Einstein para que se ajuste a la gráfica da energía cinética frente a frecuencia.

$$E_c = E_f - W_e = h \cdot f - W_e$$

Esta es la ecuación de una recta:

$$y = m \cdot x + b$$

En ella E_c es la variable dependiente (y), f es la variable independiente (x), h sería la pendiente (m) y $(-W_e)$ la ordenada b en el origen.

Calculando el valor de la pendiente se determinaría el valor de la constante de Planck.

2. En un experimento para medir h , al iluminar una superficie metálica con una radiación de longitud de onda $\lambda = 200 \cdot 10^{-9}$ m, el potencial de frenado para los electrones es de 1,00 V. Si $\lambda = 175 \cdot 10^{-9}$ m, el potencial de frenado es de 1,86 V.

- Determina el trabajo de extracción del metal.
- Representa el valor absoluto del potencial de frenado frente a la frecuencia y obtén de dicha representación el valor de la constante de Planck.

DATOS: $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

(A.B.A.U. extr. 21)

Rta.: a) $W_e = 8,3 \cdot 10^{-19}$ J; b) $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ J·s

Solución:

- a) La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.

La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck.

El potencial de frenado V es la diferencia de potencial que detiene el paso de electrones, siendo una medida de su energía cinética máxima E , siendo q la carga del electrón en valor absoluto:

$$E_c = q \cdot V$$

La ecuación de Einstein quedaría:

$$h \cdot f = W_e + q \cdot V$$

El trabajo de extracción y la constante de Planck pueden calcularse resolviendo un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{aligned} h \cdot f_1 &= W_e + q \cdot V_1 \\ h \cdot f_2 &= W_e + q \cdot V_2 \end{aligned}$$

Si expresamos la frecuencia f en función de la longitud de onda λ : $f = c / \lambda$ y sustituimos los datos, suponiendo tres cifras significativas, quedaría:

$$\begin{cases} \frac{h \cdot 3 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^{-9}} = W_e + 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,00 \\ \frac{h \cdot 3 \cdot 10^8}{175 \cdot 10^{-9}} = W_e + 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,86 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1,50 \cdot 10^{15} \cdot h = W_e + 1,60 \cdot 10^{-19} \\ 1,71 \cdot 10^{15} \cdot h = W_e + 2,98 \cdot 10^{-19} \end{cases}$$

Restando obtendríamos el valor de h :

$$0,21 \cdot 10^{15} \cdot h = 1,38 \cdot 10^{-19}$$

$$h = \frac{1,38 \cdot 10^{-19}}{0,21 \cdot 10^{15}} = 6,6 \cdot 10^{-34}$$

Sustituyendo h en la primera ecuación calcularíamos el valor de W_e :

$$1,5 \cdot 10^{15} \cdot 6,6 \cdot 10^{-34} = W_e + 1,6 \cdot 10^{-19}$$

$$W_e = 1,5 \cdot 10^{15} \cdot 6,6 \cdot 10^{-34} - 1,6 \cdot 10^{-19} = 8,3 \cdot 10^{-19}$$

b) Con una hoja de cálculo se puede dibujar la gráfica y obtener la ecuación de la línea de tendencia. Ordenamos la ecuación de Einstein para que se ajuste a la gráfica del potencial de frenado frente a frecuencia.

$$V = (h/q) \cdot f - W_e/q$$

Esta es la ecuación de una recta

$$y = m \cdot x + b$$

En ella, V es la variable dependiente (y), f es la variable independiente (x), (h/q) sería la pendiente m y $(-W_e/q)$ la ordenada b en el origen.

$$V = 4,01 \cdot 10^{-15} f - 5,02$$

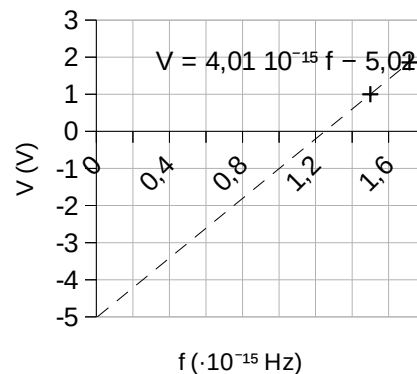
El trabajo de extracción W_e puede calcularse de la ordenada en el origen b :

$$b = -5,02 = -W_e/q$$

$$W_e = 5,02 \cdot q = 5,02 \text{ [V]} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ [C]} = 8,0 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

La constante de Planck h se obtiene de la pendiente m :

$$h = q \cdot m = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ [C]} \cdot 4,01 \cdot 10^{-15} \text{ [V/s}^{-1}\text{]} = 6,4 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$



3. En una experiencia para calcular el trabajo de extracción de un metal observamos que los fotoelectrones expulsados de su superficie por una luz de $4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ de longitud de onda en el vacío son frenados por una diferencia de potencial de 0,80 V. Y si la longitud de onda es de $3 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ el potencial de frenado es 1,84 V.

a) Represente gráficamente la frecuencia frente al potencial de frenado.

b) Determine el trabajo de extracción a partir de la gráfica.

DATOS: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

(A.B.A.U. extr. 20)

Rta.: $W_e = 2,3 \text{ eV}$

Solución:

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.

La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck.

El potencial de frenado es la diferencia de potencial que detiene el paso de electrones, siendo una medida de su energía cinética máxima:

$$E_c = q \cdot V$$

Ordenamos la ecuación de Einstein para que se ajuste a la gráfica de la frecuencia frente al potencial de frenado.

$$h \cdot f = W_e + q \cdot V$$

$$f = (q/h) \cdot V + W_e/h$$

Esta es la ecuación de una recta:

$$y = m \cdot x + b$$

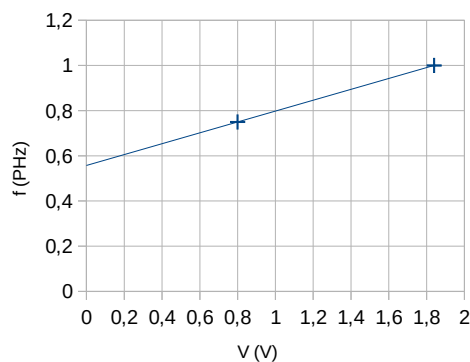
En ella, f es la variable dependiente (y), V es la variable independiente (x), (q/h) sería la pendiente m y (W_e/h) la ordenada b en el origen.

El trabajo de extracción puede calcularse de la ordenada en el origen:

$$b = 0,55 \cdot 10^{15} = W_e/h$$

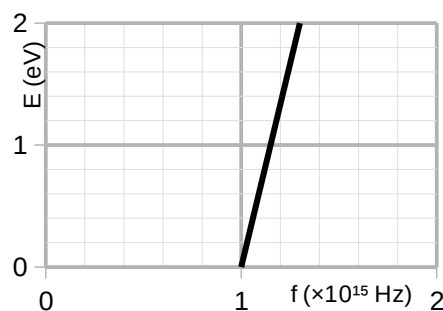
$$W_e = 0,55 \cdot 10^{15} \cdot h = 0,55 \cdot 10^{15} [\text{s}^{-1}] \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} [\text{J} \cdot \text{s}] = 3,7 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_e = 3,7 \cdot 10^{-19} [\text{J}] / 1,6 \cdot 10^{-19} [\text{J/eV}] = 2,3 \text{ eV}$$



4. Se puede medir experimentalmente la energía cinética máxima de los electrones emitidos al hacer incidir luz de distintas frecuencias sobre una superficie metálica. Determina el valor de la constante de Planck a partir de los resultados que se muestran en la gráfica adjunta. DATO: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

(A.B.A.U. extr. 18)



Solución:

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.

La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck.

Ordenamos la ecuación de Einstein para que se ajuste a la gráfica.

$$E_c = E_f - W_e = h \cdot f - W_e$$

Esta es la ecuación de una recta en la que E_c es la variable dependiente (y), f es la variable independiente (x), y h sería la pendiente m .

La pendiente puede calcularse:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{\Delta E_c}{\Delta f}$$

Leyendo en la gráfica los valores:

$$\begin{aligned} f_1 &= 1,0 \cdot 10^{15} \text{ Hz} & E_{c1} &= 0 \text{ eV} = 0 \text{ J} \\ f_2 &= 1,3 \cdot 10^{15} \text{ Hz} & E_{c2} &= 2 \text{ eV} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

$$h = \frac{\Delta E_c}{\Delta f} = \frac{(3,2 \cdot 10^{-19} - 0) \text{ J}}{(1,3 \cdot 10^{15} - 1,0 \cdot 10^{15}) \text{ s}^{-1}} = \frac{(3,2 \cdot 10^{-19} - 0) \text{ J}}{3 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 1 \cdot 10^{-33} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Análisis: El resultado de nuestro cálculo tiene una sola cifra significativa porque el denominador sólo tiene una cifra significativa. El valor de la constante de Planck es $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ como puede verse en los datos del problema 1 de la opción B. Es del mismo orden de magnitud.

ACLARACIONES

Los datos de los enunciados de los problemas no suelen tener un número adecuado de cifras significativas, bien porque el redactor piensa que la Física es una rama de las Matemáticas y los números enteros son números «exactos» (p. ej. la velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m/s cree que es 300 000 000,000000 000 000 000... m/s) o porque aún no se ha enterado de que se puede usar calculadora en el examen y le parece más sencillo usar $3 \cdot 10^8$ que 299 792 458 m/s).

Por eso he supuesto que los datos tienen un número de cifras significativas razonables, casi siempre tres cifras significativas. Menos cifras darían resultados, en ciertos casos, con una incertidumbre desmedida. Así que cuando tomo un dato como $c = 3 \cdot 10^8$ m/s y lo reescribo como:

Cifras significativas: 3

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Lo que quiero indicar es que supongo que el dato original tiene tres cifras significativas (no que las tenga en realidad) para poder realizar los cálculos con una incertidumbre más pequeña que la que tendría en ese caso. ($3 \cdot 10^8$ m/s tiene una sola cifra significativa, y una incertidumbre relativa del 30 %. Como las incertidumbres se suelen acumular a lo largo del cálculo, la incertidumbre final sería inadmisibile. Entonces, ¿para qué realizar los cálculos? Con una estimación sería suficiente).

Cuestiones y problemas de las [Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad](#) (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.

[Respuestas](#) y composición de [Alfonso J. Barbadillo Marán](#).

Algunos cálculos se hicieron con una [hoja de cálculo](#) de [LibreOffice](#) u [OpenOffice](#) del mismo autor.

Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou.

La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de [traducindote](#), de Óscar Hermida López.

Se procuró seguir las [recomendaciones](#) del Centro Español de Metrología (CEM).

Se consultó el chat de Bing y se usaron algunas respuestas en las cuestiones.



Sumario

FÍSICA DEL SIGLO XX

PROBLEMAS.....	1
<i>Física cuántica</i>	1
<i>Física nuclear y de partículas</i>	6
CUESTIONES.....	13
<i>Física relativista</i>	13
<i>Física cuántica</i>	15
<i>Física nuclear e de partículas</i>	20
LABORATORIO.....	24
<i>Física cuántica</i>	24

Índice de pruebas A.B.A.U.

2017.....	
1. (ord.).....	12, 19
2. (extr.).....	11, 18
2018.....	
1. (ord.).....	5, 10
2. (extr.).....	4, 9, 22, 27
2019.....	
1. (ord.).....	14, 17, 21
2. (extr.).....	3, 23
2020.....	
1. (ord.).....	8, 15, 18
2. (extr.).....	22, 26
2021.....	
1. (ord.).....	7, 17
2. (extr.).....	15, 20, 25
2022.....	
1. (ord.).....	2, 14, 23
2. (extr.).....	1, 15, 23
2023.....	
1. (ord.).....	6, 13, 16
2. (extr.).....	15, 20, 24