# Magnetismo

Método e recomendacións

# ♦ PROBLEMAS

# • Campo magnético

# Partículas

- Un protón cunha enerxía cinética de 20 eV móvese nunha órbita circular perpendicular a un campo magnético de 1 T. Calcula:
  - a) O raio da órbita.
  - b) A frecuencia do movemento.
  - c) Xustifica por que non se consome enerxía neste movemento.

Datos:  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ;  $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

(P.A.U. xuño 14)

**Rta.:** a)  $R = 6.46 \cdot 10^{-4}$  m; b)  $f = 1.52 \cdot 10^{7}$  voltas/s.

Datos	Cifras significativas: 2
Enerxía cinética do protón	$E_{\rm c} = 20 \text{ eV} = 3.2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$
Valor da intensidade do campo magnético	B = 1.0  T
Carga do protón	$q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Ángulo entre a velocidade do protón e o campo	$\varphi = 90^{\circ}$
Masa do protón	$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Incógnitas	
Radio da traxectoria circular	R
Frecuencia do movemento	f
Outros símbolos	
Valor da forza magnética sobre o protón	$F_B$
Período do movemento circular	T

#### **Ecuacións**

Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga, q, que se despraza no interi- $\overline{F}_B = q(\overline{v} \times \overline{B})$  or dun campo magnético,  $\overline{B}$ , cunha velocidade,  $\overline{v}$ 

Aceleración normal (nun movemento circular de raio R)  $a_{\rm N} = \frac{v}{R}$ 2.ª lei de Newton da Dinámica  $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ Velocidade nun movemento circular uniforme de raio R  $v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$ 

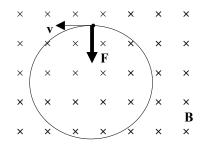
## Solución:

a) A enerxía cinética vale:

$$E_{\rm c} = 20 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} = 3,2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

A velocidade do protón calcúlase a partir da enerxía cinética:

$$E_{c} = \frac{1}{2} m \cdot v^{2} \Rightarrow 3.2 \cdot 10^{-18} [J] = (1.67 \cdot 10^{-27} [kg] / 2) \cdot v^{2}$$
$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 3.2 \cdot 10^{-18} [J]}{1.67 \cdot 10^{-27} [kg]}} = 6.2 \cdot 10^{4} \text{ m/s}$$



Como só actúa a forza magnética, que é perpendicular á velocidade, o protón describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal  $a_N$ .

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despexando o raio, *R*:

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \text{sen } \varphi} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ [kg]} \cdot 6,2 \cdot 10^4 \text{ [m/s]}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ [C]} \cdot 1,0 \text{ [T]} \cdot \text{sen } 90^{\circ}} = 6,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

b) O período do movemento calcúlase a partir da ecuación da velocidade no movemento circular uniforme:

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 6.4 \cdot 10^{-4} [\text{m}]}{6.2 \cdot 10^{4} [\text{m/s}]} = 6.5 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

A frecuencia será:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1 \text{ volta}}{6.5 \cdot 10^{-8} [s]} = 1.5 \cdot 10^7 \text{ voltas/s}$$

- c) Como a forza magnética é perpendicular ao desprazamento en todo momento, o seu traballo é nulo.
- 2. Acelérase unha partícula alfa mediante unha diferenza de potencial de 1 kV, penetrando a continuación, perpendicularmente ás liñas de indución, nun campo magnético de 0,2 T. Acha:
  - a) O raio da traxectoria descrita pola partícula.
  - b) O traballo realizado pola forza magnética.
  - c) O módulo, dirección e sentido dun campo eléctrico necesario para que a partícula alfa non experimente desviación algunha ao seu paso pola rexión na que existen os campos eléctrico e magnético.

Datos:  $m_{\alpha} = 6,68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ;  $q_{\alpha} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . (P.A.U. set. 13) **Rta.:** a) R = 3,2 cm; b)  $W_{\rm B} = 0$ ; c)  $|\overline{E}| = 6,2 \cdot 10^4 \text{ V/m}$ .

Cifras significativas: 3

	3 3 3
Carga da partícula alfa	$q_{\alpha}$ = 3,2·10 <sup>-19</sup> C
Diferencia de potencial de aceleración	$\Delta V = 1,00 \text{ kV} = 1,00 \cdot 10^3 \text{ V}$
Masa da partícula alfa	$m_{\alpha} = 6.68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Intensidade do campo magnético	$ \overline{\boldsymbol{B}}  = 0,200 \mathrm{\ T}$
Datos	Cifras significativas: 3
Carga da partícula alfa	$q_{\alpha}$ = 3,2·10 <sup>-19</sup> C
Diferencia de potencial de aceleración	$\Delta V = 1,00 \text{ kV} = 1,00 \cdot 10^3 \text{ V}$
Masa da partícula alfa	$m_{\alpha} = 6,68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Intensidade do campo magnético	$ \overline{\boldsymbol{B}}  = 0.200 \text{ T}$
Outros símbolos	_
Vector da forza magnética sobre a partícula alfa	$\overline{m{F}}_{\!B}$
Vector forza eléctrica sobre a partícula alfa	$rac{oldsymbol{F}_B}{oldsymbol{F}_E}$
F	

Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga, q, que se despraza no interi- $\overline{F}_B = q(\overline{v} \times \overline{B})$  or dun campo magnético,  $\overline{B}$ , cunha velocidade,  $\overline{v}$ 

Aceleración normal (nun movemento circular de raio R)  $a_{\rm N} = \frac{v^2}{R}$ 2.ª lei de Newton da Dinámica  $\Sigma \overline{F} = m \cdot \overline{a}$ Velocidade nun movemento circular uniforme de raio R  $v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$ Forza,  $\overline{F}_{E}$ , exercida por un campo electrostático,  $\overline{E}$ , sobre unha carga, q  $\overline{F}_{E} = q \cdot \overline{E}$ 

#### Solución:

Datos

a) Para calcular a velocidade da partícula alfa temos que ter en conta que ao acelerar a partícula alfa cunha diferenza de potencial (supomos que desde o repouso), este adquire unha enerxía cinética:

$$W(\text{eléctrico}) = q \cdot \Delta V = \Delta E_{\text{c}} = \frac{1}{2} m_{\text{p}} \cdot v^2 - \frac{1}{2} m_{\text{p}} \cdot v_0^2$$

Se parte do repouso,  $v_0 = 0$ . A velocidade final é:

$$v = \sqrt{\frac{2 q_{\alpha} \cdot \Delta V}{m_{\alpha}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,20 \cdot 10^{-19} [C] \cdot 1,00 \cdot 10^{3} [V]}{6,28 \cdot 10^{-27} [kg]}} = 3,10 \cdot 10^{5} \text{ m/s}$$

Se só actúa a forza magnética, que é perpendicular á velocidade, a partícula alfa describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal  $a_N$ .

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despexando o raio, R:

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \operatorname{sen} \varphi}$$

b) Como a traxectoria é circular, o desprazamento é, en todo momento, perpendicular á forza magnética, polo que o seu traballo é nulo.

$$W_{\rm B} = F_{\rm B} \cdot \Delta s \cdot \cos 90^{\circ} = 0$$

c) Tomando o sistema de referencia como o de figura da dereita, cando só actúa a forza magnética a traxectoria da partícula alfa é unha circunferen-  $\mathbf{F}_{_{\mathrm{B}}}$ cia. Na figura anterior debuxouse a partícula alfa movéndose inicialmente no sentido positivo do eixe Y e o campo magnético dirixido no sentido negativo do eixe *Z*.

Cando actúa unha forza eléctrica que anula a magnética:

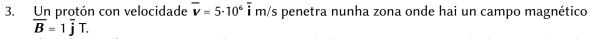
$$\overline{F}_B + \overline{F}_E = q(\overline{v} \times \overline{B}) + q \cdot \overline{E} = \overline{0}$$

O campo eléctrico debe valer:

$$\overline{E} = -(\overline{v} \times \overline{B}) = -(3.10 \cdot 10^5 \,\overline{\mathbf{j}} \,[\text{m/s}] \times 0.200 \,(-\overline{\mathbf{k}}) \,[\text{T}]) = 6.19 \cdot 10^4 \,\overline{\mathbf{i}} \,\text{N/C}$$

O campo eléctrico está dirixido no sentido positivo do eixe *X*.

En calquera sistema de referencia, a dirección do campo eléctrico debe ser perpendicular tanto á dirección do campo magnético como á dirección da velocidade. O sentido do campo eléctrico ten que ser igual que o da forza eléctrica e oposto ao da forza magnética.



- a) Debuxa a forza que actúa sobre o protón e deduce a ecuación para calcular o raio da órbita.
- b) Calcula o número de voltas nun segundo.

Datos:  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ;  $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

c) Varía a enerxía cinética do protón ao entrar nesa zona?

**Rta.:** a) 
$$R = \frac{m \cdot v}{1 + R}$$
; b)  $N = \text{Media volta en } 3,28 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ 

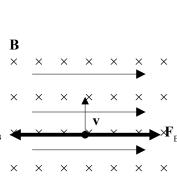
**Rta.:** a)  $R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \text{sen } \varphi}$ ; b)  $N = \text{Media volta en } 3,28 \cdot 10^{-8} \text{ s.}$ 

Datos

Velocidade do protón Intensidade do campo magnético Carga do protón Masa do protón

Incógnitas

Forza magnética sobre o protón Radio da traxectoria circular



В

Χ̈+



Cifras significativas: 3  

$$\overline{v} = 5,00 \cdot 10^6 \text{ i m} \cdot \text{s}^{-1}$$
  
 $\overline{B} = 1,00 \text{ j T}$   
 $q = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ 

(P.A.U. xuño 13)

 $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ 

 $\overline{\boldsymbol{F}}_{\!\scriptscriptstyle B}$ R

#### Datos

Número de voltas nun segundo

# **Ecuacións**

Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga, q, que se despraza no interi- $\overline{F}_B = q (\overline{v} \times \overline{B})$ or dun campo magnético, B, cunha velocidade, v

Aceleración normal (nun movemento circular de raio R)

$$a_{\rm N} = \frac{v^2}{R}$$

2.ª lei de Newton da Dinámica

$$\Sigma \overline{F} = m \cdot \overline{a}$$

Cifras significativas: 3

Velocidade nun movemento circular uniforme de raio R

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

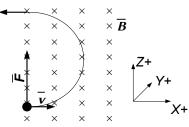
#### Solución:

a) A forza magnética,  $\overline{F}_B$ , exercida polo campo magnético,  $\overline{B}$ , sobre a carga, q, do protón que se despraza á velocidade,  $\overline{\mathbf{v}}$ , é, pola lei de Lorentz:

$$\overline{F}_B = q(\overline{v} \times \overline{B}) = 1,60 \cdot 10^{-19} [C] (5,00 \cdot 10^6 \overline{i} [m/s] \times 1,00 \overline{j} [T]) = 8,00 \cdot 10^{-13} \overline{k} N$$

É perpendicular á dirección do campo magnético e tamén á velocidade, e o sentido vén dado pola regra da man esquerda, tendo en conta que a carga é⁴ negativa. Na figura, as cruces × indican un campo magnético que entra na páxina.

Como só actúa a forza magnética, que é perpendicular á velocidade, o protón describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal  $a_N$ .



$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despexando o raio, R:

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \text{sen } \varphi} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ [kg]} \cdot 5,00 \cdot 10^{6} \text{ [m/s]}}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ [C]} \cdot 1,00 \text{ [T]} \cdot \text{sen } 90^{\circ}} = 5,22 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 5,22 \text{ cm}$$

Análise: o raio ten un valor aceptable, uns centímetros.

b) Despexando o período na ecuación da velocidade nun movemento circular uniforme:

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 5,22 \cdot 10^{-2} [\text{m}]}{5,00 \cdot 10^6 [\text{m/s}]} = 6,56 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

O número de voltas en 1 s sería:

$$N = 1,00 \text{ [s]} \cdot \frac{1 \text{ volta}}{6.56 \cdot 10^{-8} \text{ [s]}} = 1,52 \cdot 10^7 \text{ voltas}$$

Análise: Se o protón entra nun campo magnético, sairá del despois de describir media circunferencia, polo que en realidade só daría media volta nun tempo de  $T/2 = 3,28\cdot10^{-8}$  s e sairía a unha distancia de 2 R = 10,4 cm do punto de entrada no campo.

- c) Non. A forza magnética é perpendicular á traxectoria en todos os puntos e, por tanto, non realiza traballo. Se o traballo da forza resultante é nulo, non hai variación da enerxía cinética.
- Un electrón é acelerado por unha diferenza de potencial de 1000 V, entra nun campo magnético  $\overline{B}$ perpendicular á súa traxectoria, e describe unha órbita circular en  $T = 2.10^{-11}$  s. Calcula:
  - a) A velocidade do electrón.
  - b) O campo magnético.

c) Que dirección debe ter un campo eléctrico  $\overline{E}$  que aplicado xunto con  $\overline{B}$  permita que a traxectoria sexa rectilínea?

Datos:  $q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ . (P.A.U. xuño 08) **Rta.:** a)  $v = 1.88 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ ; b) B = 1.79 T.

Datos	Cifras significativas: 3
Carga do electrón	$q_{\rm e} = -1.60 \cdot 10^{-19} {\rm C}$
Diferencia de potencial de aceleración	$\Delta V = 1,00 \cdot 10^3 \text{ V}$
Masa do electrón	$m_{\rm e} = 9.10 \cdot 10^{-31}  {\rm kg}$
Período da traxectoria circular	$T = 2,00 \cdot 10^{-11} \text{ s}$
Incógnitas	_
Velocidade do electrón	$\overline{v}$
Intensidade do campo magnético	$\frac{v}{B}$
Vector campo eléctrico que anule o efecto do campo magnético	$\overline{m{E}}$
Outros símbolos	_
Vector forza magnética sobre o electrón	$egin{array}{c} ar{oldsymbol{F}}_B \ ar{oldsymbol{F}}_E \end{array}$
Vector forza eléctrica sobre o electrón	$\overline{m{F}}_{\!E}$
Ecuacións	
Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga, $q$ , que se despraza no interi	$-\overline{F}_{p} = a(\overline{v} \times \overline{R})$
or dun campo magnético, $\emph{\textbf{B}}$ , cunha velocidade, $\emph{\textbf{v}}$	$\mathbf{I}_B = \mathbf{q} \ (\mathbf{v} \wedge \mathbf{B})$
Aceleración normal (nun movemento circular de raio <i>R</i> )	$a_{\mathrm{N}} = \frac{v^2}{R}$
Tibeletation normal (nair movemento encatar de rato ty	$\stackrel{u_{\rm N}}{=} R$
2.ª lei de Newton da Dinámica	$\Sigma \overline{F} = m \cdot \overline{a}$
Velocidade nun movemento circular uniforme de raio ${\cal R}$	$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$
Forza, $\overline{\emph{\textbf{\emph{F}}}}_{\!\scriptscriptstyle E}$ , exercida por un campo electrostático, $\overline{\emph{\textbf{\emph{E}}}}$ , sobre unha carga, $q$	$\overline{F}_E = q \cdot \overline{E}$

#### Solución:

a) Para calcular a velocidade do electrón temos que ter en conta que ao acelerar o electrón cunha diferenza de potencial (supomos que desde o repouso), este adquire unha enerxía cinética:

$$W(\text{eléctrico}) = q \cdot \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m_p v^2 - \frac{1}{2} m_p v_0^2$$

Se parte do repouso,  $v_0 = 0$ . A velocidade final é:

$$v = \sqrt{\frac{2|q| \cdot \Delta V}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot |-1,60 \cdot 10^{-19} [C]| \cdot 1,00 \cdot 10^{3} [V]}{9,10 \cdot 10^{-31} [kg]}} = 1,88 \cdot 10^{7} \text{ m/s}$$

Análise: A velocidade parece moi elevada, pero non supera a décima da parte da velocidade da luz, e non hai que aplicar correccións relativistas.

b) Se só actúa a forza magnética, que é perpendicular á velocidade, o electrón describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal  $a_N$ .

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despexando o campo magnético:

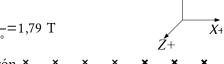
$$B = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot R \cdot \operatorname{sen} \varphi}$$

É necesario obter o raio da traxectoria circular. Como se coñece o período, calcularase o raio a partir da relación entre o período e o raio dun movemento circular uniforme.

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} \Rightarrow R = \frac{v \cdot T}{2\pi} = \frac{1,88 \cdot 10^7 [\text{m/s}] \cdot 2,00 \cdot 10^{-11} [\text{s}]}{2\pi} = 5,97 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

O campo magnético valerá:

$$B = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot R \cdot \sin \varphi} = \frac{9,10 \cdot 10^{-31} [\text{kg}] \cdot 1,88 \cdot 10^{7} [\text{m/s}]}{|-1,60 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 5,97 \cdot 10^{-5} [\text{m}] \cdot \sin 90^{\circ}} = 1,79 \text{ T}$$



**↑**Y+

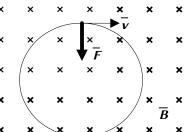
c) Se só actúa a forza magnética pódese debuxar a traxectoria do electrón  $\times$  como na figura, na que o electrón se move no sentido positivo do eixe X e o campo magnético está dirixido no sentido negativo do eixe Z. Se actúa unha forza eléctrica que anula a magnética,

$$\overline{F}_B + \overline{F}_E = q(\overline{v} \times \overline{B}) + q \cdot \overline{E} = \overline{0}$$

O campo eléctrico debe valer:

$$\overline{E} = -(\overline{v} \times \overline{B}) = -(1.88 \cdot 10^7 \overline{i} [\text{m/s}] \times 1.79 (-\overline{k}) [\text{T}]) = -3.35 \cdot 10^7 \overline{j} \text{ N/C}$$

O campo eléctrico está dirixido no sentido negativo do eixe Y.



Análise: A forza eléctrica estará dirixida na mesma dirección pero en sentido oposto que a forza magnética, ou sexa, en sentido positivo do eixe Y. Pero como o electrón ten carga negativa, o sentido do campo eléctrico é oposto, ou sexa no sentido negativo do eixe Y.

- 5. Unha partícula con carga  $0.5 \cdot 10^{-9}$  C móvese con  $\overline{v} = 4 \cdot 10^6 \overline{j}$  m/s e entra nunha zona onde existe un campo magnético  $\overline{B} = 0.5 \overline{i}$  T:
  - a) Que campo eléctrico  $\overline{E}$  hai que aplicar para que a carga non sufra ningunha desviación?
  - b) En ausencia de campo eléctrico calcula a masa se o raio da órbita é 10<sup>-7</sup> m.
  - c) Razoa se a forza magnética realiza algún traballo sobre a carga cando esta describe unha órbita circular.

(P.A.U. set. 07)

Cifras significations 2

**Rta.:** a)  $\overline{E} = 2,00.10^6 \overline{k} \text{ N/C; b)} m = 6,25.10^{-24} \text{ kg.}$ 

Datos	Cifras significativas: 3
Carga da partícula	$q = 0.5 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 5.00 \cdot 10^{-10} \text{ C}$
Intensidade do campo magnético	$\overline{\boldsymbol{B}} = 0,500 \ \overline{\mathbf{i}} \ \mathrm{T}$
Velocidade da partícula	$\overline{\mathbf{v}} = 4,00 \cdot 10^6  \overline{\mathbf{j}}   \text{m/s}$
Radio da traxectoria circular	$R = 1,00 \cdot 10^{-7} \text{ m}$
Incógnitas	
Vector campo eléctrico que anule o efecto do campo magnético	$\overline{m{E}}$
Masa da partícula	m
Outros símbolos	
Valor da forza magnética sobre o protón	$F_B$
Vector forza eléctrica sobre o protón	$rac{F_B}{m{F}_E}$
Ecuacións	
Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga, $q$ , que se despraza no interi	$\overline{E} = \alpha (\overline{a} \times \overline{B})$

or dun campo magnético,  $\overline{B}$ , cunha velocidade,  $\overline{v}$ Aceleración normal (nun movemento circular de raio R)  $a_{N} = \frac{v^{2}}{R}$ 2. a lei de Newton da Dinámica  $\overline{F} = m \cdot \overline{a}$ 

Forza,  $\overline{F}_{E}$ , exercida por un campo electrostático,  $\overline{E}$ , sobre unha carga, q

#### Solución:

a) Se a forza eléctrica anula a magnética,

$$\overline{F}_B + \overline{F}_E = q(\overline{v} \times \overline{B}) + q \cdot \overline{E} = \overline{0}$$

$$\overline{E} = -(\overline{v} \times \overline{B}) = -(4,00 \cdot 10^6 \,\overline{j} \,[\text{m/s}] \times 0,500 \,\overline{i} \,[\text{T}]) = 2,00 \cdot 10^6 \,\overline{k} \,\text{N/C}$$

b) Como só actúa a forza magnética, que é perpendicular á velocidade, a partícula describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal  $a_{\rm N}$ .

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética:

В

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Se a partícula entra perpendicularmente ao campo magnético, sen  $\varphi$  = 1. Despexando a masa, m:

$$m = \frac{R \cdot q \cdot B}{v} = \frac{1,00 \cdot 10^{-7} \text{ [m]} \cdot 5,00 \cdot 10^{-10} \text{ [C]} \cdot 0,500 \text{ [T]}}{4,00 \cdot 10^{6} \text{ [m/s]}} = 6,25 \cdot 10^{-24} \text{ kg}$$

Análise: A masa é unhas  $7\cdot10^6$  veces a masa do electrón. Aínda supoñendo o improbable caso dunha «partícula» constituída por todos eses electróns, a súa carga non podería ser superior a  $7\cdot10^6\cdot1,6\cdot10^{-19}$  C =  $1\cdot10^{-12}$  C e xamais podería alcanzar o valor de  $0,5\cdot10^{-9}$  C. Algo falla. Como os cálculos parecen estar ben, é de supoñer que os datos do problema non foron moi meditados.

c) Como a traxectoria é circular, o desprazamento é, en todo momento, perpendicular á forza magnética, polo que o traballo é nulo.

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos 90^{\circ} = 0$$

- 6. Un protón acelerado por unha diferenza de potencial de 5000 V penetra perpendicularmente nun campo magnético uniforme de 0,32 T. Calcula:
  - a) A velocidade do protón.
  - b) O raio da órbita que describe e o número de voltas que dá en 1 segundo.

Datos:  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg,  $q_p = 1,60 \cdot 10^{-19}$  C (Fai un debuxo do problema).

(P.A.U. xuño 05)

**Rta.:** a)  $v = 9.79 \cdot 10^5$  m/s; b) R = 3.2 cm;  $N = 4.9 \cdot 10^6$  voltas/s.

Aceleración normal (nun movemento circular de raio R)

2.ª lei de Newton da Dinámica

Datos	Cifras significativas: 3
Potencial de aceleración	$V = 5000 \text{ V} = 5,00 \cdot 10^3 \text{ V}$
Valor da intensidade do campo magnético	B = 0.320  T
Carga do protón	$q = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Ángulo entre a velocidade do protón e o campo magnético	$\varphi = 90^{\circ}$
Masa do protón	$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Tempo para calcular o número de voltas	t = 1,00  s
Incógnitas	
Velocidade do protón	ν
Radio da traxectoria circular	R
Número de voltas que dá en 1 s	N
Outros símbolos	
Valor da forza magnética sobre o protón	$F_B$
Período do movemento circular	T
Enerxía (cinética) do protón	$E_{ m c}$
Ecuacións	
Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga, $q$ , que se despraza no interior dun campo magnético, $\overline{B}$ , cunha velocidade, $\overline{v}$	$\overline{F}_B = q(\overline{v} \times \overline{B})$
	$\mathbf{v}^2$

#### **Ecuacións**

Velocidade nun movemento circular uniforme de raio R

Traballo do campo eléctrico Traballo da forza resultante Enerxía cinética

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

$$W(\text{eléctrico}) = q \cdot \Delta V$$

$$W = \Delta E_{c}$$

$$E_{c} = \frac{1}{2} m \cdot v^{2}$$

#### Solución:

a) Para calcular a velocidade temos que ter en conta que ao acelerar o protón cunha diferenza de potencial (supomos que desde o repouso), este adquire unha enerxía cinética:

$$W(\text{eléctrico}) = q \cdot \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m_p v^2 - \frac{1}{2} m_p v_0^2$$

Se parte do repouso,  $v_0 = 0$ . A velocidade final é:

$$v = \sqrt{\frac{2q \cdot \Delta V}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} [C] \cdot 5,00 \cdot 10^3 [V]}{1,67 \cdot 10^{-27} [kg]}} = 9,79 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

b) Como só actúa a forza magnética, que é perpendicular á velocidade, o protón describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal  $a_N$ .

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despexando o raio, R:

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \text{sen } \varphi} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ [kg]} \cdot 9,79 \cdot 10^{5} \text{ [m/s]}}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ [C]} \cdot 0,320 \text{ [T]} \cdot \text{sen } 90^{\circ}} = 3,19 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 3,19 \text{ cm}$$

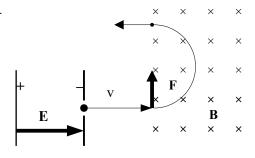
Análise: o raio ten un valor aceptable, uns centímetros.

O período do movemento calcúlase a partir da ecuación da velocidade no movemento circular uniforme:

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 3,19 \cdot 10^{-2} [m]}{9,79 \cdot 10^{5} [m/s]} = 2,05 \cdot 10^{-7} s$$

O número, *N*, de voltas en 1 s será:

$$N = 1,00 \text{ [s]} \cdot \frac{1 \text{ volta}}{2,05 \cdot 10^{-7} \text{ [s]}} = 4,88 \cdot 10^6 \text{ voltas}$$



Análise: Se o protón entra nun campo magnético, ao describir media circunferencia sairá del, polo que en realidade só daría media volta nun tempo de  $T/2 = 1,03 \cdot 10^{-7}$  s e sairía a unha distancia de 2 R = 6,4 cm do punto de entrada.

#### Correntes

- a) Indica cal é o módulo, dirección e sentido do campo magnético creado por un fío condutor recto
  percorrido por unha corrente e realiza un esquema que ilustre as características de devandito campo.
  Considérese agora que dous fíos condutores rectos e paralelos de gran lonxitude transportan a súa
  respectiva corrente eléctrica.
  - b) Sabendo que a intensidade dunha das correntes é o dobre que a da outra corrente e que, estando separados 10 cm, atráense cunha forza por unidade de lonxitude de 4,8·10<sup>-5</sup> N·m<sup>-1</sup>, calcula as intensi-

dades que circulan polos fíos.

c) Canto vale o campo magnético nun punto situado entre os dous fíos, a 3 cm do que transporta menos corrente?

Dato:  $\mu_0 = 4 \pi \ 10^{-7} \ \text{N} \cdot \text{A}^{-2}$ . (P.A.U. xuño 15)

**Rta.:** b)  $I_1 = 3,46$  A;  $I_2 = 6,93$  A; c) B = 3,3  $\mu$ T.

#### **Datos**

Intensidade de corrente polo segundo condutor Distancia entre os dous condutores Forza de atracción por unidade de lonxitude Permeabilidade magnética do baleiro

### Incógnitas

Intensidades que circulan polos fíos

Campo magnético a 3 cm do fío con menos corrente

#### **Ecuacións**

Lei de Biot-Savart: campo magnético,  $\overline{B}$ , creado a unha distanciar r, por un condutor recto polo que circula unha intensidade de corrente, I

Principio e superposición:

Lei de Laplace: forza magnética que exerce un campo magnético,  $\overline{B}$ , sobre un tramo, l, de condutor recto polo que circula unha intensidade de corrente, l

# Cifras significativas: 3

 $I_2 = 2 I_1$  d = 10.0 cm = 0.100 m  $F / l = 4.8 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$ 

 $\frac{I_1}{\mathbf{B}}$ ,  $I_2$ 

# $B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$ $\overline{B} = \Sigma \overline{B}_i$

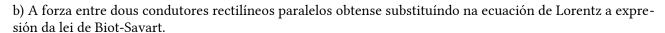
$$\overline{\boldsymbol{F}}_{B} = I(\overline{\boldsymbol{l}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

#### Solución:

a) O campo magnético creado por un condutor rectilíneo é circular e o seu sentido vén dado pola regra da man dereita: o sentido do campo magnético é o de peche da man dereita cando o polgar apunta no sentido da corrente.

O valor do campo magnético,  $\overline{B}$ , creado a unha distancia, r, por un condutor recto polo que circula unha intensidade de corrente, I, vén dado pola lei de Biot-Savart:





$$F_{21} = I_1 \cdot l \cdot B_2 = I_1 \cdot l \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot r} \cdot l$$

Substituíndo os datos, tendo en conta que a forza é por unidade de lonxitude (l = 1 m):

$$4.8 \cdot 10^{-5} \left[ \text{N·m}^{-1} \right] = \frac{4 \,\pi \cdot 10^{-7} \left[ \text{N·A}^{-2} \right] \cdot I_1 \cdot 2 \,I_1}{2 \,\pi \cdot 0.100 \left[ \text{m} \right]}$$

$$I_{1} = \sqrt{\frac{4,8 \cdot 10^{-5} [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}] \cdot 2\pi \cdot 0,100 [\text{m}]}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} [\text{N} \cdot \text{A}^{-2}]}} = 3,46 \text{ A}$$

$$I_{2} = 2 I_{1} = 6,93 \text{ A}$$

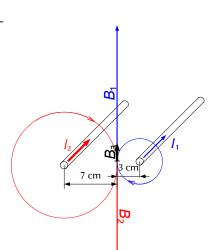
c) No diagrama debúxanse os campos magnéticos  $\overline{B}_1$  e  $\overline{B}_2$  creados por ámbolos dous condutores no punto 3 a 3 cm de I<sub>1</sub>.

O campo magnético creado polo condutor 1 a 3 cm de distancia é:

$$B_{1} = \frac{\mu_{0} \cdot I_{1}}{2\pi \cdot r_{1}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \left[ \text{N} \cdot \text{A}^{-2} \right] \cdot 3,46 \left[ \text{A} \right]}{2\pi \cdot 0,030 \text{ O[m]}} = 2,31 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

O campo magnético creado polo condutor 2 a 7 cm de distancia é:

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2 \pi \cdot r_2} = \frac{4 \pi \cdot 10^{-7} [\text{N} \cdot \text{A}^{-2}] \cdot 6,93 [\text{A}]}{2 \pi \cdot 0,070 \text{ o[m]}} = 1,98 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$



Como os campos son de sentidos opostos, o campo magnético resultante no punto que dista 3 cm é:

$$B_3 = B_1 - B_2 = 2.31 \cdot 10^{-5} [T] - 1.98 \cdot 10^{-5} [T] = 3.3 \cdot 10^{-6} T$$

A dirección do campo magnético resultante é perpendicular ao plano formado polos dous condutores e o sentido é o do campo magnético do fío máis próximo, (no debuxo, cara ao bordo superior da páxina).

- 2. Dous condutores rectos, paralelos e longos están situados no plano XY e paralelos ao eixe Y. Un pasa polo punto (10, 0) cm e o outro polo (20, 0) cm. Ambos conducen correntes eléctricas de 5 A no sentido positivo do eixe Y.
  - a) Explica a expresión utilizada para o cálculo do vector campo magnético creado por un longo condutor rectilíneo con corrente *I*.
  - b) Calcula o campo magnético no punto (30, 0) cm
  - c) Calcula o campo magnético no punto (15, 0) cm.

Dato:  $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{ (S.l.)}.$ **Rta.:** b)  $\overline{B}_b = -15 \cdot 10^{-6} \overline{k} \text{ T; c) } \overline{B}_c = \overline{0}.$  (P.A.U. xuño 09)

#### Datos

Intensidade de corrente por cada condutor

Posición do punto polo que pasa o primeiro condutor

Posición do punto polo que pasa o segundo condutor

Posición do punto no que hai que calcular o campo magnético no apdo. a Posición do punto no que hai que calcular o campo magnético no apdo. b Permeabilidade magnética do baleiro

#### Incógnitas

Campo magnético no punto (30, 0) cm

Campo magnético no punto (15, 0) cm

#### **Ecuacións**

Lei de Biot-Savart: campo magnético,  $\overline{B}$ , creado a unha distanciar r, por un condutor recto polo que circula unha intensidade de corrente, I Principio e superposición:

# Cifras significativas: 3

I = 5,00 A  $r_1 (10,0,0) \text{ cm} = (0,0100,0) \text{ m}$   $r_2 (20,0,0) \text{ cm} = (0,0200,0) \text{ m}$   $r_3 (30,0,0) \text{ cm} = (0,0300,0) \text{ m}$   $r_4 (15,0,0) \text{ cm} = (0,0150,0) \text{ m}$  $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{ T·m·A}^{-1}$ 

 $\frac{\overline{B}_3}{\overline{B}_4}$ 

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$
$$\overline{B} = \Sigma \overline{B}_i$$

 $\overline{\boldsymbol{B}}_{1}$ 

#### Solución:

a) O campo magnético creado por un condutor rectilíneo é circular e o seu sentido vén dado pola regra da man dereita: o sentido do campo magnético é o de peche da man dereita cando o polgar apunta no sentido da corrente.

O valor do campo magnético,  $\overline{B}$ , creado a unha distancia, r, por un condutor recto polo que circula unha intensidade de corrente, I, vén dado pola lei de Biot-Savart:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \, \pi \cdot r}$$

b) No diagrama debúxanse os campos magnéticos  $B_1$  e  $B_2$  creados por ámbolos dous condutores no punto C(30, 0) cm.

O campo magnético creado polo condutor 1 que pasa por (10,0) cm no punto 3(30,0) cm é:

$$\vec{B}_{31} = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r} (-\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot 5,00 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,200 [\text{m}]} (-\vec{k}) = -5,00 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ T}$$

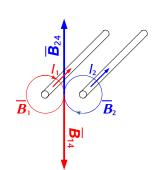
O campo magnético creado polo condutor 2 que pasa por (20, 0) cm no punto 3(30, 0) cm é:

$$\vec{B}_{32} = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r} (-\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot 5,00 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,100 [\text{m}]} (-\vec{k}) = -10,0 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ T}$$

O campo magnético resultante é a suma vectorial de ambos:

$$\overline{B}_{3} = \overline{B}_{31} + \overline{B}_{32} = (-5,00 \cdot 10^{-6} \ \overline{\mathbf{k}}) [T] + (-10,0 \cdot 10^{-6} \ \overline{\mathbf{k}}) [T] = -15,0 \cdot 10^{-6} \ \overline{\mathbf{k}} T$$

c) O campo magnético creado polo condutor 1 no punto 4 equidistante de ámbolos dous condutores é:



$$\vec{B}_{41} = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r} (-\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [T \cdot m \cdot A^{-1}] \cdot 5,00 [A]}{2\pi \cdot 0,050 [m]} (-\vec{k}) = -2,00 \cdot 10^{-5} \vec{k} T$$

O campo magnético creado polo condutor 2 no punto 4, equidistante de ámbolos dous condutores, é oposto, de igual magnitude e dirección pero de sentido oposto, polo que a resultante é nula.

$$\overline{B}_4 = \overline{0}$$

- Dous fíos condutores rectos moi longos e paralelos (A e B) con correntes  $I_A = 5$  A e  $I_B = 3$  A no mesmo sentido están separados 0,2 m. Calcula:
  - a) O campo magnético no punto medio entre os dous condutores (D)
  - b) A forza exercida sobre un terceiro condutor C paralelo os anteriores, de 0,5 m e con  $I_{\rm C}$  = 2 A e que pasa por D.

Dato:  $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{ S.l.}$ (P.A.U. set. 06)

**Rta.:** a)  $\overline{B} = 4.0 \cdot 10^{-6}$  T perpendicular aos fíos; b)  $\overline{F} = 4.0 \cdot 10^{-6}$  N cara a A.

#### Cifras significativas: 3 **Datos**

Intensidade de corrente polo condutor A  $I_{\rm A} = 5,00 {\rm A}$  $I_{\rm B} = 3,00 \text{ A}$ Intensidade de corrente polo condutor B Distancia entre os condutores d = 0,200 mPermeabilidade magnética do baleiro  $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$  $I_{\rm C} = 2,00 \text{ A}$ Intensidade de corrente polo condutor C l = 0.500 mLonxitude do condutor C

## Incógnitas

Campo magnético no punto D medio entre os dous condutores Forza exercida sobre un terceiro condutor C que pasa por D

Lei de Biot-Savart: campo magnético,  $\overline{B}$ , creado a unha distanciar r, por un condutor recto polo que circula unha intensidade de corrente, I

Principio de superposición:

Lei de Laplace: forza magnética que exerce un campo magnético, **B**, sobre un tramo, l, de condutor recto polo que circula unha intensidade de corrente, I

$$rac{m{B}_{ ext{D}}}{m{F}_{ ext{C}}}$$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$
$$\overline{B} = \Sigma \overline{B}_i$$

$$\overline{\boldsymbol{F}}_{B} = I(\overline{\boldsymbol{l}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

#### Solución:

a) O valor do campo magnético,  $\overline{B}$ , creado a unha distancia, r, por un condutor recto polo que circula unha intensidade de corrente, I, vén dado pola lei de Biot-Savart:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

O campo magnético creado por un condutor rectilíneo é circular e o seu sentido vén dado pola regra da man dereita: o sentido do campo magnético é o de peche da man dereita cando o polgar apunta no sentido da corrente.

No diagrama debúxanse os campos magnéticos BA e BB creados por ámbolos dous condutores no punto medio D.

O campo magnético creado polo condutor A no punto D equidistante de ámbolos dous condutores é:

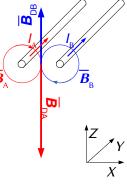
$$\vec{B}_{DA} = \frac{\mu_0 \cdot I_A}{2\pi \cdot r} (-\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [T \cdot m \cdot A^{-1}] \cdot 5,00 [A]}{2\pi \cdot 0,100 [m]} (-\vec{k}) = -1,00 \cdot 10^{-5} \vec{k} T$$

O campo magnético creado polo condutor B no punto D equidistante de ámbolos dous condutores é:

$$\vec{B}_{DB} = \frac{\mu_0 \cdot I_B}{2\pi \cdot r} \vec{k} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [T \cdot m \cdot A^{-1}] \cdot 3,00 [A]}{2\pi \cdot 0,100 [m]} \vec{k} = 6,00 \cdot 10^{-6} \vec{k} T$$

O campo magnético resultante é a suma vectorial de ambos:

$$\overline{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{D}} = \overline{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{DA}} + \overline{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{DB}} = -1,00 \cdot 10^{-5} \ \overline{\mathbf{k}} \ [\mathrm{T}] + 6,00 \cdot 10^{-6} \ \overline{\mathbf{k}} \ [\mathrm{T}] = -4,0 \cdot 10^{-6} \ \overline{\mathbf{k}} \ \mathrm{T}$$



b) A forza que se exerce sobre un condutor C situado en D é:

$$\overline{F}_B = I(\overline{l} \times \overline{B}) = 2,00 \text{ [A] } (0,500 \text{ } \overline{\mathbf{j}} \text{ [m]} \times (-4,0.10^{-6} \text{ } \overline{\mathbf{k}} \text{ [T]})) = -4,0.10^{-6} \text{ } \overline{\mathbf{i}} \text{ N}$$

Está dirixida cara ao condutor A se o sentido da corrente é o mesmo que o dos outros condutores. Análise: Os condutores que transportan a corrente no mesmo sentido atráense e se o fan en sentido oposto, repélense. Aínda que se ve atraído por ambos os condutores, o será con maior forza polo que circula maior intensidade, ou sexa o A.

# • Indución electromagnética

- 1. Unha bobina cadrada e plana ( $S = 25 \text{ cm}^2$ ) construída con 5 espiras está no plano XY:
  - a) Enuncia a lei de Faraday-Lenz.
  - b) Calcula a f.e.m. media inducida se aplícase un campo magnético en dirección do eixe *Z*, que varía de 0,5 T a 0,2 T en 0,1 s.
  - c) Calcula a f.e.m. media inducida se o campo permanece constante (0,5 T) e a bobina xira ata colocarse no plano XZ en 0,1 s.

(P.A.U. xuño 07)

**Rta.:** b)  $\varepsilon_b = 0.038 \text{ V; c}$   $\varepsilon_c = 0.063 \text{ V.}$ 

Datos Superficie de cada espira Número de espiras Campo magnético inicial Campo magnético final Intervalo de tempo Incógnitas Forza electromotriz ao diminuír o campo magnético Forza electromotriz ao xirar a bobina 90° Ecuacións	Cifras significativas: 2 $S = 25 \text{ cm}^2 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ $\underline{N} = 5 \text{ espiras}$ $\underline{\overline{B}}_0 = 0,50 \overline{\mathbf{k}} \text{ T}$ $\overline{\overline{B}} = 0,20 \overline{\mathbf{k}} \text{ T}$ $\Delta t = 0,10 \text{ s}$ $\varepsilon_b$
Lei de Faraday-Lenz	$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$
Fluxo magnético elemental  Fluxo magnético dun campo constante a través dun solenoide de N espiras	$d \Phi = \vec{B} \cdot d \vec{S}$ $\Phi = B \cdot N \cdot S$

#### Solución:

a) A lei de Faraday-Lenz di que se producirá unha corrente inducida nun circuíto pola variación de fluxo magnético a través del. A forza electromotriz inducida,  $\varepsilon$ , é igual á variación instantánea do fluxo magnético,  $\Phi$ , que o atravesa.

$$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$

A lei de Lenz di que a corrente inducida circulará de maneira que o fluxo magnético producido por ela oporase á variación de fluxo.

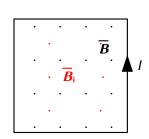
O fluxo magnético elemental, d $\Phi$ , a través dun elemento de superficie é o produto escalar do vector campo magnético,  $\overline{\bf B}$ , polo vector elemento de superficie, d $\overline{\bf S}$ , perpendicular á superficie.

$$\mathrm{d}\Phi = \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

O fluxo total é a suma de todos os fluxos elementais a través de todas as superficies. Se o campo magnético é constante e perpendicular á superficie:

$$\Phi = B \cdot N \cdot S$$

Sendo *N* o número de espiras atravesadas polo campo magnético.



b) O fluxo inicial era:

$$\Phi_0 = B_0 \cdot N \cdot S \cdot \cos 0 = 0.50 \text{ [T]} \cdot 5 \cdot 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^2 = 6.3 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

O fluxo final:

$$\Phi = B \cdot N \cdot S \cdot \cos 0 = 0.20 \text{ [T]} \cdot 5 \cdot 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^2\text{]} = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

A forza electromotriz media será:

$$\varepsilon_{b} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{2.5 \cdot 10^{-3} [\text{Wb}] - 6.3 \cdot 10^{-3} [\text{Wb}]}{0.10 [\text{s}]} = 0.038 \text{ V}$$

O sentido da corrente oporase á diminución de fluxo saínte (cara a fóra da páxina), polo que producirá un campo magnético saínte (cara a fóra da páxina) e a corrente terá un sentido antihorario (visto desde encima da páxina)

c) Se a bobina xira ata colocarse no plano XZ describiría un ángulo de  $90^{\circ}$  e o vector superficie quedará perpendicular ao campo magnético, polo que o fluxo final será:

$$\Phi = B \cdot N \cdot S \cdot \cos 90 = 0$$

A forza electromotriz media inducida:

$$\varepsilon_{c} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{0 \text{ [Wb]} - 6.3 \cdot 10^{-3} \text{ [Wb]}}{0.10 \text{ [s]}} = 0.063 \text{ V}$$

Como tamén se produce por unha diminución de fluxo magnético, o sentido da corrente é antihorario.

# ♦ CUESTIÓNS

### Campo magnético

#### Partículas

- Nunha rexión do espazo hai un campo eléctrico e un campo magnético ambos os uniformes da mesma dirección pero de sentidos contrarios. Na devandita rexión abandónase un protón con velocidade inicial nula. O movemento de protón é:
  - A) Rectilíneo uniforme.
  - B) Rectilíneo uniformemente acelerado.
  - C) Circular uniforme.

(P.A.U. set. 16)

#### Solución: B

A forza magnética,  $\overline{F}_B$ , sobre unha carga, q, que se despraza no interior dun campo magnético,  $\overline{B}$ , cunha velocidade,  $\overline{v}$ , vén dada pola lei de Lorentz:

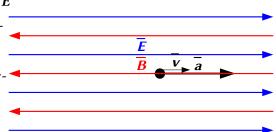
$$\overline{\boldsymbol{F}}_{\!B} = q \, (\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

Se tamén existe un campo eléctrico,  $\overline{E}$ , a foza total será:

$$\overline{F} = q(\overline{v} \times \overline{B}) + q \cdot \overline{E}$$

A dirección da forza eléctrica é paralela ao campo electrostático.

Inicialmente, co protón en repouso, só actúa a forza eléctrica, que lle produce unha aceleración na dirección e sentido da for-



za. En canto ten velocidade, debería actuar a forza magnética, pero non o fai porque o campo magnético ten a mesma dirección que o campo eléctrico e que a velocidade.

Por tanto o protón segue movéndose con movemento rectilíneo uniformemente acelerado.

- 2. Cando unha partícula cargada móvese dentro dun campo magnético, a forza magnética que actúa sobre ela realiza un traballo que sempre é:
  - A) Positivo, se a carga é positiva.
  - B) Positivo, sexa como sexa a carga.
  - C) Cero.

(P.A.U. xuño 16)

#### Solución: C

O traballo dunha forza entre dous puntos A y B, ao longo dunha liña, é:

$$W = \int_{r_{A}}^{r_{B}} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

A forza magnética é perpendicular á traxectoria en todos os puntos. Por tanto, non realiza traballo.

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = |\vec{F}| \cdot |d\vec{r}| \cdot \cos 90^\circ = 0$$

- 3. Unha partícula de masa *m* e carga *q* penetra nunha rexión onde existe un campo magnético uniforme de módulo *B* perpendicular á velocidade, *v*, da partícula. O raio da órbita descrita:
  - A) Aumenta se aumenta a intensidade do campo magnético.
  - B) Aumenta se aumenta a enerxía cinética da partícula.
  - C) Non depende da enerxía cinética da partícula.

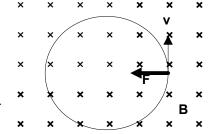
(P.A.U. xuño 15)

#### Solución: B

A forza magnética,  $\overline{\pmb{F}}_B$ , sobre unha carga, q, que se despraza no interior dun campo magnético,  $\overline{\pmb{B}}$ , cunha velocidade,  $\overline{\pmb{v}}$ , vén dada pola lei de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_{B} = q\left(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}\right)$$

Esta forza é perpendicular en todos os puntos á dirección de avance da partícula, polo que describe traxectoria circular con velocidade de valor constante xa que a aceleración só ten compoñente normal  $a_{\rm N}$ .



$$a_{\rm N} = \frac{v^2}{r}$$

Se só actúa a forza magnética:

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_B$$

Aplicándoa 2ª lei de Newton:

$$\Sigma \overline{F} = m \cdot \overline{a}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética quedaría:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Se as partículas entran perpendicularmente ao campo, sen  $\varphi$  = 1. Despexando o raio, R:

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Se aumenta a enerxía cinética, aumenta a velocidade e, como se ve na ecuación anterior, aumenta tamén o raio da traxectoria.

- 4. Un protón e unha partícula  $\alpha$  ( $q_{\alpha}$  = 2  $q_p$ ;  $m_{\alpha}$  = 4  $m_p$ ) penetran, coa mesma velocidade, nun campo magnético uniforme perpendicularmente ás liñas de indución. Estas partículas:
  - A) Atravesan o campo sen desviarse.
  - B) O protón describe unha órbita circular de maior raio.
  - C) A partícula alfa describe unha órbita circular de maior raio.

(P.A.U. set. 14)

#### Solución: C

A forza magnética,  $\overline{F}_B$ , sobre unha carga, q, que se despraza no interior dun campo magnético,  $\overline{B}$ , cunha velocidade,  $\overline{v}$ , vén dada pola lei de Lorentz:

$$\overline{F}_B = q (\overline{v} \times \overline{B})$$

Esta forza é perpendicular en todos os puntos á dirección de avance da partícula, polo que describe traxectoria circular con velocidade de valor constante xa que a aceleración só ten compoñente normal  $a_N$ .

$$a_{\rm N} = \frac{v^2}{r}$$

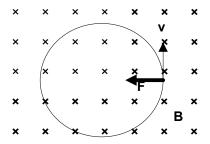
Se só actúa a forza magnética:

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_{B}$$

Aplicando a 2ª lei de Newton:

$$\Sigma \overline{F} = m \cdot \overline{a}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$



Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Se as partículas entran perpendicularmente ao campo, sen  $\varphi=1$ . Despexando o raio, R:

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Como a velocidade é a mesma e o campo magnético é o mesmo, aplicando esta expresión tanto ao protón como á partícula  $\alpha$  e dividindo unha entre a outra queda:

$$\frac{R_{\alpha}}{R_{p}} = \frac{\frac{m_{\alpha} \cdot \mathbf{v}}{q_{\alpha} \cdot \mathbf{B}}}{\frac{m_{p} \cdot \mathbf{v}}{q_{p} \cdot \mathbf{B}}} = \frac{m_{\alpha} \cdot q_{p}}{m_{p} \cdot q_{\alpha}} = \frac{4 m_{p} \cdot q_{p}}{m_{p} \cdot 2 q_{p}} = 2$$

$$R_{\alpha} = 2 R_{p}$$

O raio da circunferencia descrita pola partícula alfa é o dobre que o da circunferencia descrita polo protón.

- 5. Un campo magnético constante  $\overline{\boldsymbol{B}}$  exerce unha forza sobre unha carga eléctrica:
  - A) Se a carga está en repouso.
  - B) Se a carga móvese perpendicularmente a  $\overline{B}$ .
  - C) Se a carga móvese paralelamente a  $\overline{B}$ .

(P.A.U. set. 12)

#### Solución: B

A forza magnética,  $\overline{F}_B$ , sobre unha carga, q, que se despraza no interior dun campo magnético,  $\overline{B}$ , cunha velocidade,  $\overline{v}$ , vén dada pola lei de Lorentz:

$$\overline{F}_B = q (\overline{v} \times \overline{B})$$

O seu módulo é:

$$|\overline{F}_B| = |\overline{v} \times \overline{B}| = |\overline{v}| \cdot |\overline{B}| \cdot \operatorname{sen} \varphi$$

Onde  $\varphi$  é o ángulo que forman os vectores  $\overline{\boldsymbol{v}} \in \overline{\boldsymbol{B}}$ . Se son perpendiculares, sen  $\varphi = 1$ .

As outras opcións.

A. Falsa. Se está en repouso, a velocidade é nula e o produto vectorial tamén.

C. Falsa. Se son paralelos, sen  $\varphi = 0$  e o produto vectorial é nulo. Non hai forza.

- Analiza cal das seguintes afirmacións referentes a unha partícula cargada é verdadeira e xustifica por que:
  - A) Se se move nun campo magnético uniforme, aumenta a súa velocidade cando se despraza na dirección das liñas do campo.
  - B) Pode moverse nunha rexión na que existe un campo magnético e un campo eléctrico sen experimentar ningunha forza.
  - C) O traballo que realiza o campo eléctrico para desprazar esa partícula depende do camiño seguido.

(P.A.U. set. 11)

#### Solución: B

A forza magnética,  $\overline{F}_B$ , sobre unha carga, q, que se despraza no interior dun campo magnético,  $\overline{B}$ , cunha velocidade,  $\overline{v}$ , vén dada pola lei de Lorentz:

$$\overline{F}_B = q (\overline{v} \times \overline{B})$$

Se tamén existe un campo eléctrico,  $\overline{\textbf{\textit{E}}}$ , a foza total será:

$$\overline{F} = q (\overline{v} \times \overline{B}) + q \cdot \overline{E}$$

Mentres que a dirección da forza eléctrica é paralela ao campo electrostático, a dirección da forza magnética é perpendicular ao campo magnético.

A partícula pode non experimentar ningunha forza se hai un campo magnético e un campo electrostático perpendiculares á dirección de movemento da partícula e perpendiculares entre si, e cúmprese que:

$$q(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) + q \cdot \overline{\boldsymbol{E}} = \overline{\boldsymbol{0}}$$

Isto é equivalente a:

$$|\overline{\boldsymbol{v}}| \cdot |\overline{\boldsymbol{B}}| = |\overline{\boldsymbol{E}}|$$

- 7. Unha partícula cargada atravesa un campo magnético  $\overline{B}$  con velocidade  $\overline{v}$ . A continuación, fai o mesmo outra partícula coa mesma  $\overline{v}$ , dobre masa e tripla carga, e en ambos os casos a traxectoria é idéntica. Xustifica cal é a resposta correcta:
  - A) Non é posible.
  - B) Só é posible se a partícula inicial é un electrón.
  - C) É posible nunha orientación determinada.

(P.A.U. xuño 11)

#### Solución: C

A forza magnética,  $\overline{F}_B$ , sobre unha carga, q, que se despraza no interior dun campo magnético,  $\overline{B}$ , cunha velocidade,  $\overline{v}$ , vén dada pola lei de Lorentz:

$$\overline{F}_B = q (\overline{v} \times \overline{B})$$

O seu módulo é:

$$|\overline{\boldsymbol{F}}_{B}| = |\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}| = |\overline{\boldsymbol{v}}| \cdot |\overline{\boldsymbol{B}}| \cdot \operatorname{sen} \varphi$$

Onde  $\varphi$  é o ángulo que forman os vectores  $\overline{\boldsymbol{v}} \in \overline{\boldsymbol{B}}$ .

Se o campo magnético é constante e a partícula entra en dirección perpendicular ás liñas de campo, a traxectoria é unha circunferencia, porque a forza F é sempre perpendicular á velocidade, e a partícula ten unha aceleración centrípeta que só cambia a dirección da velocidade:

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Por tanto a traxectoria é unha circunferencia de raio:

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \operatorname{sen} \varphi}$$

Coa mesma velocidade, v, e o mesmo campo magnético, B, o dobre de masa e o triplo de carga, o raio non podería dar o mesmo resultado que a primeira vez, a non ser que o ángulo,  $\alpha$ , entre o vector velocidade e o vector campo magnético fose distinto, pero neste caso a traxectoria non sería a mesma.

Pero existe unha posibilidade. Se o vector velocidade e o vector campo magnético fosen paralelos ( $\varphi$  = 0), non habería forza sobre a partícula e seguiría unha traxectoria recta en ambos os casos.

- 8. Unha partícula cargada e con velocidade u, introdúcese nunha rexión do espazo onde hai un campo eléctrico e un campo magnético constantes. Se a partícula móvese con movemento rectilíneo uniforme débese a que os dous campos:
  - A) Son da mesma dirección e sentido.
  - B) Son da mesma dirección e sentido contrario.
  - C) Son perpendiculares entre si.

(P.A.U. set. 09)

#### Solución: C

A forza magnética,  $\overline{F}_B$ , sobre unha carga, q, que se despraza no interior dun campo magnético,  $\overline{B}$ , cunha velocidade,  $\overline{u}$ , vén dada pola lei de Lorentz:

$$\overline{F}_B = q (\overline{u} \times \overline{B})$$

Se tamén existe un campo eléctrico,  $\overline{E}$ , a foza total será:

$$\overline{F} = q (\overline{u} \times \overline{B}) + q \cdot \overline{E}$$

Mentres que a dirección da forza eléctrica é paralela ao campo electrostático, a dirección da forza magnética é perpendicular ao campo magnético.

Se a partícula cargada non se desvía pode ser porque:

- Tanto a dirección do campo magnético como a do campo electrostático son paralelas á dirección de movemento da partícula. Non haberá forza magnética pero a forza eléctrica provocará unha aceleración e o movemento será rectilíneo pero non uniforme.
- Tanto a dirección do campo magnético como a do campo electrostático son perpendiculares á dirección de movemento da partícula e perpendiculares entre si, e ademais cúmprese que:

$$q(\overline{\boldsymbol{u}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) + q \cdot \overline{\boldsymbol{E}} = \overline{\boldsymbol{0}} \Longrightarrow |\overline{\boldsymbol{u}}| \cdot |\overline{\boldsymbol{B}}| = |\overline{\boldsymbol{E}}|$$

Nisto baséase o selector de velocidades do espectrógrafo de masas.

#### Correntes

- Por dous condutores paralelos e indefinidos, separados unha distancia r, circulan correntes en sentido contrario de diferente valor, unha o dobre da outra. A indución magnética anúlase nun punto do plano dos condutores situado:
  - A) Entre ambos os condutores.
  - B) Fóra dos condutores e do lado do condutor que transporta máis corrente.
  - C) Fóra dos condutores e do lado do condutor que transporta menos corrente.

(P.A.U. set. 14)

#### Solución: C

A dirección do campo magnético,  $\overline{B}$ , creado por unha intensidade, I, de corrente que circula por un condutor rectilíneo indefinido é circular arredor do fío e o seu valor nun punto a unha distancia, r, do fío, vén dada pola lei de Biot-Savart:

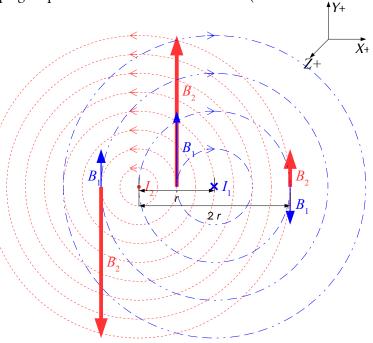
$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

O seu sentido é o do peche da man dereita co polgar apuntando no sentido da corrente. (Regra da man dereita).

Na figura represéntanse os campos magnéticos creados polos dous condutores, o que leva a corrente  $I_1$  cara a dentro e o que leva a corrente  $I_2$  cara a fóra e do dobre de intensidade.

Na zona situada entre ambos os condutores, os campos magnéticos creados polas correntes paralelas dos fíos son do mesmo sentido, polo que o campo resultante nunca será nulo.

Na zona exterior do lado de  $I_2$  (esquerda) que transporta o dobre de corrente, o campo magnético  $\overline{B}_2$  creado pola corrente dese condutor sempre será maior que o creado polo de  $I_1$ , que se atopa máis afastado. Na zona exterior do lado de  $I_1$  (dereita), os puntos atópanse máis preto do condutor 1 que do condutor 2, e os campos magnéticos de ambos poden ser do mesmo valor, e como son de sentido oposto, poden anularse nalgún punto.



A distancia x deste punto ao condutor que leva  $I_2$  debe cumprir a condición

$$B_2 = B_1$$

$$\frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot x} = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi (x - r)}$$

$$(x - r) I_2 = x \cdot I_1$$

Como  $I_2 = 2 I_1$ , queda

$$(x-r) \cdot 2 I_1 = x \cdot I_1$$
$$x = 2 r$$

Cal das seguintes afirmacións é correcta?:
 A) A lei de Faraday - Lenz di que a f.e.m. inducida nunha espira é igual ao fluxo magnético Φ<sub>B</sub> que a atravesa.

- B) As liñas do campo magnético  $\overline{B}$  para un condutor longo e recto son circulares arredor do mesmo.
- C) O campo magnético  $\overline{\bf B}$  é conservativo.

(P.A.U. xuño 14)

#### Solución: B

As liñas de campo magnético producido por unha corrente recta indefinida, son circunferencias concéntricas arredor do fío. Pode comprobarse espallando limaduras de ferro sobre unha superficie perpendicular a un cable que leva unha corrente eléctrica.

#### As outras opcións:

A. Falsa. A lei de Faraday - Lenz di que a f.e.m. inducida nunha espira é igual á variación co tempo do fluxo magnético  $\Phi_B$  que a atravesa.

C. Falsa. O campo magnético,  $\overline{B}$ , non é conservativo. A circulación do vector  $\overline{B}$  ao longo dunha liña l pechada non é nula, pola lei de Ampère.

$$\oint \vec{B} \, d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

- 3. Un fío recto e condutor de lonxitude  $\ell$  e corrente I, situado nun campo magnético  $\overline{B}$ , sofre unha forza de módulo  $I \cdot \ell \cdot B$ :
  - A) Se  $I \in \overline{B}$  son paralelos e do mesmo sentido.
  - B) Se  $I \in \overline{B}$  son paralelos e de sentido contrario.
  - C) Se  $I \in \overline{B}$  son perpendiculares.

(P.A.U. set. 08)

#### Solución: C

A 2.ª lei de Laplace di que a forza,  $\overline{F}$ , exercida por un campo magnético.  $\overline{B}$ , uniforme sobre un cable recto de lonxitude l polo que pasa unha corrente de intensidade i vén dado polo produto vectorial do vector  $\overline{l}$  polo vector campo magnético,  $\overline{B}$ , multiplicado pola intensidade de corrente, i, que atravesa o condutor.

$$\overline{F}_B = i (\overline{l} \times \overline{B})$$

O produto vectorial de dous vectores  $\bar{l}$  e  $\bar{B}$  é outro vector cuxo módulo vale o produto dos módulos l e B polo seo do ángulo que forman cando coinciden as súas orixes.

$$|\overline{\boldsymbol{F}}_{B}| = i \cdot |\overline{\boldsymbol{l}}| \cdot |\overline{\boldsymbol{B}}| \operatorname{sen} \varphi$$

Isto pódese escribir tamén como:

$$F = i \cdot l \cdot B \operatorname{sen} \varphi$$

Cando o cable é perpendicular ao campo magnético, sen  $\varphi = 1$ .

$$F = i \cdot l \cdot B$$

- 4. Dous fíos paralelos moi longos con correntes eléctricas I e I' estacionarias e do mesmo sentido:
  - A) Atráense entre si.
  - B) Repélense entre si.
  - C) Non interactúan.

(P.A.U. xuño 06)

#### Solución: C

A dirección do campo magnético,  $\overline{B}$ , creado por unha intensidade, I, de corrente que circula por un condutor rectilíneo indefinido é circular arredor do fío e o seu valor nun punto a unha distancia, r, do fío, vén dada pola lei de Biot-Savart:

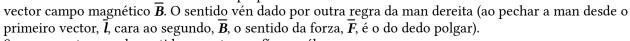
$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

O seu sentido é o do peche da man dereita co polgar apuntando no sentido da corrente. (Regra da man dereita).

 $\underline{A}$  2ª lei de Laplace dá o valor, dirección e sentido da forza,  $\overline{F}$ , debida a un campo magnético,  $\overline{B}$ , sobre un tramo,  $\overline{I}$ , recto de corrente polo que circula unha intensidade, I, de corrente eléctrica.



Ao ser un produto vectorial, a dirección da forza é perpendicular ao tramo  $\bar{\boldsymbol{l}}$  de corrente e tamén perpendicular ao



B.

Se as correntes son de sentidos opostos, os fíos repélense. Se as correntes son do mesmo sentido, os fíos atráense.

- 5. Un cable recto de lonxitude  $\ell$  e corrente i está colocado nun campo magnético uniforme  $\overline{B}$  formando con el un ángulo  $\theta$ . O módulo da forza exercida sobre devandito cable é:
  - A)  $i \ell B \operatorname{tg} \theta$
  - B)  $i \ell B \operatorname{sen} \theta$
  - C)  $i \ell B \cos \theta$

(P.A.U. set. 05)

#### Solución: B

A 2.ª lei de Laplace di que a forza,  $\overline{I}$ , exercida por un campo magnético.  $\overline{I}$ , uniforme sobre un cable recto de lonxitude l polo que pasa unha corrente de intensidade i vén dado polo produto vectorial do vector  $\overline{I}$  polo vector campo magnético,  $\overline{I}$ , multiplicado pola intensidade de corrente, i, que atravesa o condutor.

$$\overline{\boldsymbol{F}}_{B} = i (\overline{\boldsymbol{l}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

O produto vectorial de dous vectores  $\bar{l}$  e  $\bar{B}$  é outro vector cuxo módulo vale o produto dos módulos l e B polo seo do ángulo que forman cando coinciden as súas orixes.

$$|\overline{\boldsymbol{F}}_{B}| = i \cdot |\overline{\boldsymbol{l}}| \cdot |\overline{\boldsymbol{B}}| \operatorname{sen} \varphi$$

Isto pódese escribir tamén como:

$$F = i \cdot l \cdot B \operatorname{sen} \varphi$$

- 6. Disponse dun fío infinito recto e con corrente eléctrica *I*. Unha carga eléctrica + *q* próxima ao fío movéndose paralelamente a el e no mesmo sentido que a corrente:
  - A) Será atraída.
  - B) Será repelida.
  - C) Non experimentará ningunha forza.

(P.A.U. xuño 04)

#### Solución: A

A dirección do campo magnético,  $\overline{B}$ , creado por unha intensidade, I, de corrente que circula por un condutor rectilíneo indefinido é circular arredor do fío e o seu valor nun punto a unha distancia, r, do fío, vén dada pola lei de Biot-Savart:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

O seu sentido é o do peche da man dereita co polgar apuntando no sentido da corrente. (Regra da man dereita).

Nun sistema de coordenadas como o da figura, o vector campo magnético sería:

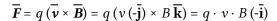
$$\overline{B} = B \overline{k}$$

A forza magnética,  $\overline{F}_B$ , sobre unha carga, q, que se despraza no interior dun campo magnético,  $\overline{B}$ , cunha velocidade,  $\overline{v}$ , vén dada pola lei de Lorentz:

$$\overline{F}_B = q (\overline{v} \times \overline{B})$$

A forza magnética é perpendicular á dirección de movemento da partícula e ao campo magnético.

O sentido da forza,  $\overline{F}$ , do campo magnético,  $\overline{B}$ , creado pola corrente, I, sobre a carga +q, que se move paralelamente e no mesmo sentido que a corrente, dedúcese do produto vectorial.



A forza está dirixida cara ao fío.



- 1. Indica, xustificando a resposta, cal das seguintes afirmacións é correcta:
  - A) A unidade de indución magnética é o weber (Wb).
  - B) O campo magnético non é conservativo.
  - C) Dous condutores rectos paralelos e indefinidos, polos que circulan correntes  $I_1$  e  $I_2$  en sentido contrario, atráense.

(P.A.U. set. 15)

#### Solución: B

Para que un campo vectorial sexa conservativo, a circulación do campo ao longo dunha liña pechada debe ser nula, o que é equivalente a dicir que a circulación entre dous puntos A e B é independente do camiño seguido, só dependería dos puntos A e B.

O campo magnético,  $\overline{B}$ , non é conservativo. A circulación do vector  $\overline{B}$  a o longo dunha liña l pechada non é nula. Pola lei de Ampère:

$$\oint \vec{B} \, \mathrm{d} \, \vec{l} = \mu_0 \sum I$$

As outras opcións:

A. Falsa. A unidade de indución magnética é o tesla (T). O weber (Wb) é a unidade de fluxo magnético.

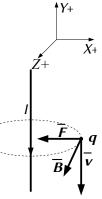
$$Wb = T \cdot m^2$$

- C. Falsa. Repélense. Ver resposta de <u>xuño de 2006</u>
- 2. As liñas de forza do campo magnético son:
  - A) Sempre pechadas.
  - B) Abertas ou pechadas dependendo do imán ou bobina.
  - C) Abertas como as do campo eléctrico.

(P.A.U. set. 13)

#### Solución: A

Se o campo magnético é producido por un imán, un solenoide ou unha espira, as fontes do campo magnético son os polos norte do elemento mentres que os sumidoiros son os polos sur. Pero como ambos os polos son inseparables, as liñas de campo son pechadas.



(Se partimos un imán en dous, cada parte segue tendo dous polos. Non se poden conseguir por división monopolos magnéticos)

Se o campo é producido por unha corrente rectilínea indefinida, as liñas de campo son circunferencias concéntricas arredor do fío.

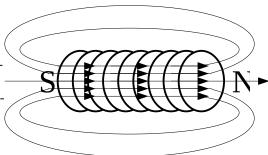
- 3. As liñas do campo magnético  $\overline{\boldsymbol{B}}$  creado por unha bobina ideal:
  - A) Nacen na cara norte e morren na cara sur da bobina.
  - B) Son liñas pechadas sobre se mesmas que atravesan a sección da bobina.
  - C) Son liñas pechadas arredor da bobina e que nunca a atravesan.

(P.A.U. xuño 06)

#### Solución: B

As liñas de campo magnético son liñas pechadas. Nunha bobina recta, as liñas son pechadas, que no exterior saen da cara (ou polo) norte e entran pola cara sur, de forma análoga ás dun imán rectangular, percorrendo o interior da bobina (desde o polo sur, cara ao polo norte).

Nunha bobina toroidal as liñas son pechadas, encerradas no interior da bobina e, no exterior dela, non hai liñas de campo magnético. Neste caso non existen polos norte nin sur.



# • Indución electromagnética

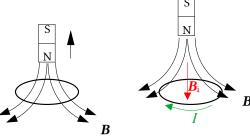
- 1. Indúcese corrente en sentido horario nunha espira en repouso se:
  - A) Achegamos o polo norte ou afastamos o polo sur dun imán rectangular.
  - B) Afastamos o polo norte ou achegamos o polo sur.
  - C) Mantemos en repouso o imán e a espira.

(P.A.U. set. 15)

#### Solución: B

A lei de Faraday-Lenz di que se inducirá unha corrente que se opoña á variación de fluxo a través da espira. A f.e.m. desa corrente será igual á variación de fluxo magnético respecto ao tempo.

$$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$



Ao afastar o polo norte do imán diminúe o número de liñas de campo magnético que atravesan a espira, polo que a corrente inducida circulará no sentido de «corrixir» a diminución de liñas, é dicir, farao de modo que o campo magnético,  $\overline{B}_i$ , debido á corrente, I, inducida teña o mesmo sentido que o que tiña o do imán. Pola regra da man dereita, a corrente debe ser en sentido horario.

2. Se se achega o polo norte dun imán recto ao plano dunha espira plana e circular: A) Prodúcese en a espira unha corrente inducida que circula en sentido antihorario.

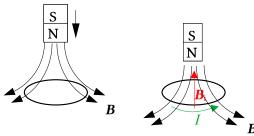
- B) Xérase un par de forzas que fai rotar a espira.
- C) a espira é atraída polo imán.

(P.A.U. set. 06)

#### Solución: A

A lei de Faraday-Lenz di que se inducirá unha corrente que se opoña á variación de fluxo a través da espira. A f.e.m. desa corrente será igual á variación de fluxo magnético respecto ao tempo.

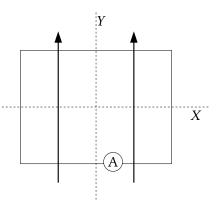
$$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$



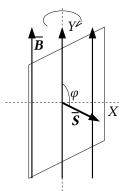
Ao achegar o polo norte do imán, aumenta o número de liñas de campo magnético que atravesan a espira, polo que a corrente inducida circulará no sentido de «corrixir» o aumento de liñas, é dicir, farao de modo que o campo magnético,  $\overline{\textbf{\textit{B}}}_{i}$ , debido á corrente,  $\emph{\textit{I}}_{i}$ , inducida teña sentido oposto ao que tiña o do imán. Pola regra da man dereita, a corrente debe ser en sentido antihorario.

- 3. Unha espira rectangular está situada nun campo magnético uniforme, representado polas frechas da figura. Razoa se o amperímetro indicará paso de corrente:
  - A) Se a espira xira arredor do eixe *Y*.
  - B) Se xira arredor do eixe X.
  - C) Se desprázase ao longo de calquera dos eixos X ou Y.

(P.A.U. set. 04)



#### Solución: B



A lei de Faraday-Lenz di que se inducirá unha corrente que se opoña á variación de fluxo a tra-

vés da espira. A f.e.m. desa corrente será igual á variación de fluxo magnético respecto ao tempo.

$$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

O fluxo magnético é o produto escalar do vector  $\overline{\textbf{\textit{B}}}$ , campo magnético, polo vector  $\overline{\textbf{\textit{S}}}$ , perpendicular á superficie delimitada pola espira.

$$\Phi = \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{S}} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

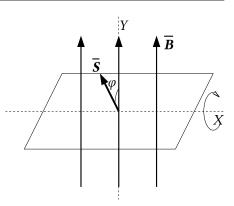
Cando a espira xira arredor do eixe Y, o fluxo magnético non varía, posto que é nulo todo o tempo: as liñas do campo magnético non atravesan a superficie da espira nin cando a espira está en repouso nin cando xira arredor do eixe Y, pois son sempre paralelas ao plano da espira. O ángulo  $\varphi$  vale sempre  $\pi/2$  rad e o cos  $\pi/2=0$ .

Pero cando a espira xira arredor do eixe X, as liñas de campo atravesan a superficie plana delimitada pola espira, variando o fluxo magnético desde 0 ata un máximo cando a espira está no plano XZ perpendicular ao eixe Y que é o do campo magnético. Logo volve diminuír ata facerse nulo cando xire  $\pi$  rad.

Ao desprazarse a espira, sempre paralelamente ás liñas de campo, o fluxo seguirá sendo nulo en todos os casos.

- 4. Unha espira está situada no <u>pl</u>ano *XY* e é atravesada por un campo magnético constante *B* en dirección do eixe *Z*. Indúcese unha forza electromotriz:
  - A) Se a espira móvese no plano XY.
  - B) Se a espira xira arredor dun eixe perpendicular á espira.
  - C) Se se anula gradualmente o campo  $\overline{B}$ .

(P.A.U. set. 12)



# Solución: C

A lei de Faraday-Lenz di que se inducirá unha corrente que se opoña á variación de fluxo a través da espira. A f.e.m. desa corrente será igual á variación de fluxo magnético respecto ao tempo.

$$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$

O fluxo magnético é o produto escalar do vector  $\overline{\textbf{\textit{B}}}$ , campo magnético polo vector  $\overline{\textbf{\textit{S}}}$ , perpendicular á superficie delimitada pola espira.

$$\Phi = \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{S}} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

Se vaise anulando gradualmente o campo magnético,  $\overline{\textbf{\textit{B}}}$ , prodúcese unha variación de fluxo magnético,  $\Phi$ , e unha forza electromotriz inducida, que, pola lei de Lenz, oporase á diminución do fluxo magnético que atravesa a espira.

As outras opcións:

A: Falsa. Se a espira móvese no plano *XY* que a contén, non se produce variación de campo magnético nin da superficie atravesada por el (a non ser que a espira salga da zona do campo). Se o fluxo magnético a través da espira non varía, non se producirá ningunha f.e.m. inducida.

C: Falsa. Se a espira xira arredor do eixe Z, o fluxo magnético non varía, posto que a superficie atravesada é sempre a mesma.

- 5. Segundo a lei de Faraday-Lenz, un campo magnético  $\overline{\boldsymbol{B}}$  induce forza electromotriz nunha espira plana:
  - A) Se un  $\overline{\mathbf{B}}$  constante atravesa ao plano da espira en repouso.
  - B) Se un  $\overline{\mathbf{B}}$  variable é paralelo ao plano da espira.
  - C) Se un  $\overline{\bf B}$  variable atravesa o plano da espira en repouso.

(P.A.U. xuño 10)

#### Solución: C

A lei de Faraday-Lenz di que se inducirá unha corrente que se opoña á variación de fluxo a través da espira. A f.e.m. desa corrente será igual á variación de fluxo magnético respecto ao tempo.

$$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$

O fluxo magnético é o produto escalar do vector  $\overline{\textbf{\textit{B}}}$ , campo magnético, polo vector  $\overline{\textbf{\textit{S}}}$ , perpendicular á superficie delimitada pola espira.

$$\Phi = \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{S}} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

Se un campo magnético,  $\overline{B}$ , variable atravesa o plano da espira en repouso, o ángulo  $\varphi \neq 90^{\circ}$ , polo que cos  $\varphi \neq 0$ . Se B é variable, a súa derivada non é nula, e existirá unha f.e.m.

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t} = -\frac{d\left(B \cdot S \cdot \cos\varphi\right)}{\mathrm{d}\,t} = -S \cdot \sin\varphi \cdot \frac{\mathrm{d}\,B}{\mathrm{d}\,t} \neq 0$$

As outras opcións:

A. Se o campo é constante e a espira está en repouso, todo é constante e a derivada é nula: non hai f.e.m. B. Se o campo é variable pero é paralelo ao plano da espira, o ángulo entre o campo  $\overline{B}$  e o vector superficie (perpendicular á espira) é de 90° e cos 90° = 0.

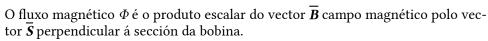
- 6. Para construír un xerador elemental de corrente alterna cunha bobina e un imán (fai un esbozo):
  - A) A bobina xira con respecto ao campo magnético  $\overline{B}$ .
  - B) A sección da bobina desprázase paralelamente a  $\overline{B}$ .
  - C) A bobina está fixa e é atravesada por un campo  $\overline{\boldsymbol{B}}$  constante.

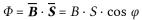
(P.A.U. set. 10)

#### Solución: A

Prodúcese unha corrente inducida, segundo a Lei de Faraday-Lenz, cando hai unha variación de fluxo magnético co tempo.

$$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$





Se a bobina xira cunha velocidade angular constante:

$$\omega = -\frac{\mathrm{d}\,\varphi}{\mathrm{d}\,t}$$

respecto dun campo magnético  $\overline{\pmb{B}}$ , de forma que o ángulo  $\varphi$  varíe co tempo, a derivada do fluxo respecto ao tempo é:

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t} = -\frac{\mathrm{d}\,(B\cdot S\cos\varphi)}{\mathrm{d}\,t} = -B\cdot S\cdot\frac{\mathrm{d}\cos\varphi}{\mathrm{d}\,t} = B\cdot S\cdot\omega\cdot \operatorname{sen}\varphi = B\cdot S\cdot\omega\cdot \operatorname{sen}(\varphi_0 + \omega\cdot t)$$

Prodúcese unha f.e.m. variable co tempo (sinusoidal).

- 7. Unha espira móvese no plano XY, onde tamén hai unha zona cun campo magnético  $\overline{B}$  constante en dirección +Z. Aparece en a espira unha corrente en sentido antihorario:
  - A) Se a espira entra na zona de  $\overline{B}$ .
  - B) Cando sae desa zona.
  - C) Cando se despraza por esa zona.

(P.A.U. set. 16, xuño 11)

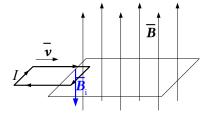
#### Solución: B

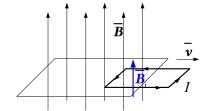
Pola lei de Faraday-Lenz, a forza electromotriz  $\varepsilon$  inducida nunha espira é igual ao ritmo de variación de fluxo magnético,  $\Phi$ , que a atravesa:

$$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$

O sentido oponse á variación de fluxo.

Cando a espira que se move no plano XY entra no campo magnético,  $\overline{B}$ , en dirección +Z, prodúcese unha corrente inducida que se opoñen ao aumento do fluxo saínte (visto desde o extremo do eixe Z), polo que se producirá unha corrente inducida en sentido horario, que cre un campo entrante (-Z). Ao saír do campo, a corrente inducida en sentido antihorario creará un campo magnético saínte que se opón á diminución do fluxo entrante.





Actualizado: 03/08/23

#### **ACLARACIÓNS**

Os datos dos enunciados dos problemas non adoitan ter un número adecuado de cifras significativas, ben porque o redactor pensa que a Física é unha rama das Matemáticas e os números enteiros son números «exactos» (p. ex. a velocidade da luz:  $3\cdot10^8$  m/s cre que é  $300\,000\,000,000000\,000\,000\,000\,000$  ... m/s) ou porque aínda non se decatou de que se pode usar calculadora no exame e parécelle máis sinxelo usar  $3\cdot10^8$  que  $299\,792\,458$  m/s).

Por iso supuxen que os datos teñen un número de cifras significativas razoables, case sempre tres cifras significativas. Menos cifras darían resultados, en certos casos, cunha incerteza desmedida. Así que cando tomo un dato como  $c = 3.10^8$  m/s e reescríboo como:

# Cifras significativas: 3

 $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ 

O que quero indicar é que supoño que o dato orixinal ten tres cifras significativas (non que as teña en realidade) para poder realizar os cálculos cunha incerteza máis pequena que a que tería nese caso. (3·10<sup>8</sup> m/s ten unha soa cifra significativa, e unha incerteza relativa do 30 %. Como as incertezas adóitanse acumular ao longo do cálculo, a incerteza final sería inadmisible. Entón, para que realizar os cálculos? Cunha estimación sería suficiente).

Cuestións e problemas das <u>Probas de avaliación do Bacharelato para o acceso á Universidade</u> (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.

Respostas e composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.

Algúns cálculos fixéronse cunha folla de cálculo de LibreOffice ou OpenOffice do mesmo autor.

Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.

A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de traducindote, de Óscar Hermida López.

Procurouse seguir as recomendacións do Centro Español de Metrología (CEM)

Consultouse o chat de Bing e empregáronse algunhas respostas nas cuestións.

# Sumario

MAGNETISMO	
PROBLEMAS	
Campo magnético	
Partículas	
Correntes	
Indución electromagnética	
CUESTIÓNS	
Campo magnético	
Partículas	
Correntes	
Campo e potencial	22
Indución electromagnética	
Índice de probas P.A.U.	
2004	
1. (xuño)	2
2. (set.)	24
2005	
1. (xuño)	
2. (set.)	2
2006	
1. (xuño)	
2. (set.)	12, 24
2007	
1. (xuño)	
2. (set.)	
2008	
1. (xuño)	
2. (set.)	
2009	
1. (xuño)	
2. (set.)	
2010	
1. (xuño)	
2. (set.)	
2011	
1. (xuño)	•
2. (set.)	
2012	
2. (set.)	
2013	
1. (xuño)	
2. (set.)	·
2014	
1. (xuño)	
2. (set.)	·
2015	
1. (xuño)	-
2. (set.)	
2016	
1. (xuño)	