Campo electrostático

[Método e recomendacións]

● Cargas puntuais

1. Dúas cargas eléctricas positivas de 3 nC cada unha están fixas nas posicións (2, 0) e (−2, 0) e unha carga negativa de −6 nC está fixa na posición (0,-1). Calcula:
   a) A enerxía electrostática do conxunto das tres cargas.
   b) O vector campo eléctrico no punto (0, 1).
   c) A aceleración que experimentaría un protón situado no punto (0, 1).
   d) Colócase un protón no punto (0, 1) inicialmente en repouso e de xeito que é libre de moverse. Razoa se chegará ata a orixe de coordenadas e, en caso afirmativo, calcula a enerxía cinética que terá nese punto e a súa velocidade.
   e) Calcula o traballo necesario para levar o protón desde el punto (0, 1) ata a orixe.
   f) Indica o signo e o valor da carga que habería que situar no punto (0, 1), en vez do protón, para que o potencial eléctrico na orixe sexa nulo.
   g) Calcula a carga q_2 que habería que situar no punto (0, 1), en vez do protón, para que a intensidade do campo electrostático na orixe sexa nula.

   Datos: $K = 9·10^9$ N·m²·C⁻²; q(p) = $1,6·10^{-19}$ C; m(p) = $1,67·10^{-27}$ kg. . As posicións están en metros.

   Problema *baseado en A.B.A.U. ord. 21, ord. 20, ord. 19*

   Rta.: a) $E = -1,25·10^{-7}$ J; b) $\overline{\boldsymbol{E}} = -8,67\ \overline{\mathbf{j}}$ N/C; c) $\overline{\boldsymbol{a}} = -8,31·10^8\ \overline{\mathbf{j}}$ N/C; d) $E_c = 3,86·10^{-18}$ J; $v = 6,80·10^4$ m/s; e) W = - $3,86·10^{-18}$ J; f) q = 3,00 nC; g) q_2 = −6,00 nC.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor da carga situada no punto A	Q_A = 3,00 nC = $3,00·10^{-9}$ C
Valor da carga situada no punto B	Q_B = 3,00 nC = $3,00·10^{-9}$ C
Valor da carga situada no punto C	Q_C = −6,00 nC = $-6,00·10^{-9}$ C
Posición do punto A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A$ = (2,00, 0) m
Posición do punto B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B$ = (−2,00, 0) m
Posición do punto C	$\overline{\boldsymbol{r}}_C$ = (0, −1,00) m
Posición do punto D no que calcular o vector campo eléctrico	$\overline{\boldsymbol{r}}_D$ = (0, 1,00) m
Velocidade inicial no punto D	$v_D = 0$
Posición do punto O ao que chega	$\overline{\boldsymbol{r}}_O$ = (0, 0) m
Valor da carga del protón	$q = 1,60·10^{-19}$ C
Masa do protón	$m = 1,67·10^{-27}$ kg.
Constante de Coulomb	$K = 9,00·10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Enerxía electrostática do conxunto das tres cargas	E
Intensidade do campo electrostático no punto D	$\overline{\boldsymbol{E}}_D$
Aceleración dun protón situado no punto D	a
Enerxía cinética que terá ao pasar pola orixe	E_{cO}
Velocidade do protón soltado no punto D ao pasar pola orixe	v
Traballo necesario para levar ao protón desde o punto D ata a orixe	W
Carga no punto D para que o potencial electrostático na orixe sexa nulo	q
Carga no punto D para que o campo electrostático na orixe sexa nulo	q_2
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Intensidade do campo electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r	$\vec{E} = K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{A\,i}$
Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual, Q, situada a unha distancia r	$V = K\frac{Q}{r}$
Potencial electrostático nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Enerxía potencial electrostática dunha carga nun punto A	$E_{pA} = q \cdot V_A$
Enerxía cinética dun corpo de masa m que se despraza con velocidade v	$E_c = ½\ m \cdot v^2$

Principio da conservación da enerxía entre dous puntos A e B	$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$
Enerxía potencial de cada interacción entre dúas cargas	$E_{p\,i}=K\frac{Q\cdot q}{r}$
Forza sobre unha carga puntual, q, nun campo electrostático uniforme, $\overline{\boldsymbol{E}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_E = q\cdot\overline{\boldsymbol{E}}$
2.ª lei de Newton da Dinámica	$\overline{\boldsymbol{F}} = m\cdot\boldsymbol{a}$
Traballo que fai a forza do campo cando se move unha carga q desde un punto A ata outro punto B	$W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B)$

Solución:

a) A enerxía potencial de cada interacción entre dúas cargas vén dada pola expresión:

$$E_{p\,i}=K\frac{Q\cdot q}{r}$$

A enerxía total electrostática é a suma das enerxías das tres interaccións: A↔B; A↔C y B↔C.

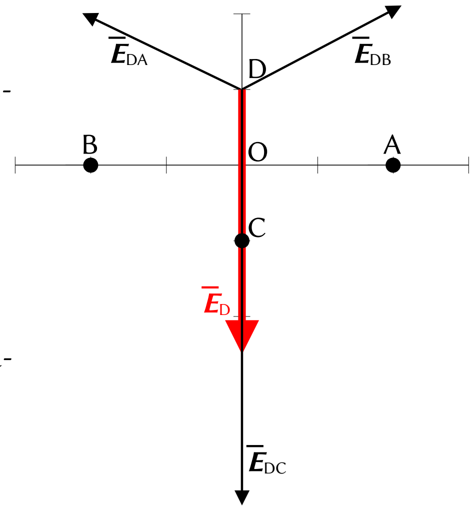
$$E_{A\leftrightarrow B}=9{,}00\cdot10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{3{,}00\cdot10^{-9}\ [\text{C}]\cdot3{,}00\cdot10^{-9}\ [\text{C}]}{4{,}00\ [\text{m}]}=2{,}03\cdot10^{-8}\ \text{J}$$

$$E_{A\leftrightarrow C}=9{,}00\cdot10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{3{,}00\cdot10^{-9}\ [\text{C}]\cdot(-6{,}00\cdot10^{-9})\ [\text{C}]}{2{,}24\ [\text{m}]}=-7{,}24\cdot10^{-8}\ \text{J}$$

$$E_{B\leftrightarrow C}=9{,}00\cdot10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{3{,}00\cdot10^{-9}\ [\text{C}]\cdot(-6{,}00\cdot10^{-9})\ [\text{C}]}{2{,}24\ [\text{m}]}=-7{,}24\cdot10^{-8}\ \text{J}$$

$$E = E_{A\leftrightarrow B} + E_{A\leftrightarrow C} + E_{B\leftrightarrow C} = 2{,}03\cdot10^{-8}\ [\text{J}] + (-7{,}24\cdot10^{-8}\ [\text{J}]) + (-7{,}24\cdot10^{-8}\ [\text{J}]) = -1{,}25\cdot10^{-7}\ \text{J}$$

Análise: Se a enerxía total se calculase como a suma das enerxías potenciais das tres cargas, o resultado duplicaríase, porque as interaccións contaríanse dúas veces. Por exemplo, a interacción A ↔ B aparece no cálculo da enerxía potencial da carga en A e tamén no cálculo da da carga en B.



b) Asígnanse letras aos puntos:
A(2, 0); B(−2, 0); C(0, −1) e D(0, 1) m.
Debúxase un esquema no que se sitúan os puntos. Debúxanse os vectores intensidade de campo electrostático no punto D.
Debúxase un vector por cada carga, prestando atención ao sentido.
As intensidades de campo electrostático creadas polas cargas situadas nos puntos A e B son de repulsión, porque as cargas son positivas. Os seus valores son iguais.
A intensidade de campo electrostático creada pola carga situada no punto C é de atracción, porque a carga é negativa.
O punto C está máis cerca do punto D que o punto A, e a carga situada en C e maior que a carga en A. O vector de intensidade de campo electrostático creado por ela será maior que o creado pola carga en A. Está dirixido no sentido negativo do eixe Y.
Debúxase o vector suma vectorial, que é o vector de intensidade de campo electrostático, $\overline{\boldsymbol{E}}_D$, resultante.
Como os vectores de intensidade de campo electrostático creados polas cargas en A e B son do mesmo valor, as súas compoñentes horizontais anúlanse e a resultante de ambas será vertical e estará dirixida no sentido positivo do eixe Y. Valerá o dobre da compoñente vertical dunha delas.
O valor da resultante será a suma das compoñentes verticais de cada carga. Como o valor do campo creado pola carga situada no punto C é maior que a suma das compoñentes verticais das intensidades de campo electrostático creadas polas cargas situadas nos puntos A e B, a resultante estará dirixido no sentido negativo do eixe Y.
Para determinar a intensidade de campo electrostático nun punto, calcúlase o vector de intensidade de campo electrostático creado por cada carga nese punto, e despois súmanse os vectores.
A ecuación del vector de intensidade de campo electrostático creado por una carga puntual, Q, situada a unha distancia, r, é:

$$\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

Calcúlase a distancia entre os puntos A(2, 0) e D(0, 1):

$$r_{AD}=|\vec{r}_{AD}|=\sqrt{(0-2,00\ [\mathrm{m}])^2+(1,00\ [\mathrm{m}]-0)^2}=2,24\ \mathrm{m}$$

Calcúlase o vector unitario na dirección que vai de A a D:

$$\vec{\mathbf{u}}_{AD}=\frac{\vec{r}_{AD}}{|\vec{r}_{AD}|}=\frac{-2,00\ \vec{\mathbf{i}}+1,00\ \vec{\mathbf{j}}}{2,24}=-0,894\ \vec{\mathbf{i}}+0,447\ \vec{\mathbf{j}}$$

Calcúlase o vector de intensidade de campo electrostático no punto D credo pola carga de +3 nC situada no punto A:

$$\vec{E}_{DA}=9,00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\cdot\frac{3,00\cdot 10^{-9}\ [\mathrm{C}]}{(2,24\ [\mathrm{m}])^2}(-0,894\ \vec{\mathbf{i}}+0,447\ \vec{\mathbf{j}})\ =(-4,83\ \vec{\mathbf{i}}+2,41\ \vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

O vector de intensidade de campo electrostático no punto D, debido á carga de +3 nC, situada no punto B, é simétrico ao creado pola carga no punto A. Os valores das súas compoñentes son os mesmos, pero o signo da compoñente horizontal é oposto, porque está dirixida en sentido contrario:

$$\vec{E}_{DB}=(4,83\ \vec{\mathbf{i}}+2,41\ \vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

A distancia entre o punto D(0, 1) e o punto C(0, −1) vale 2,00 m.
O vector unitario en la dirección CD, tomando como orixe o punto C no que se atopa a carga, é $\bar{\mathbf{j}}$, o vector unitario do eixe *Y.*
Calcúlase o vector de intensidade de campo electrostático no punto D debido á carga de −6 nC situada en C:

$$\vec{E}_{DC}=9,00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\cdot\frac{-6,00\cdot 10^{-9}\ [\mathrm{C}]}{(2,00\ [\mathrm{m}])^2}\vec{\mathbf{j}}=-13,5\ \vec{\mathbf{j}}\ \mathrm{N/C}$$

Calcúlase o vector de intensidade de campo electrostático no punto D, aplicando o principio de superposición:

$$\vec{E}_D=\vec{E}_{DA}+\vec{E}_{DB}+\vec{E}_{DC}=(-4,83\ \vec{\mathbf{i}}+2,41\ \vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}]+(4,83\ \vec{\mathbf{i}}+2,41\ \vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}]+(-13,5\ \vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}]=-8,67\ \vec{\mathbf{j}}\ \mathrm{N/C}$$

Análise: O vector de intensidade de campo resultante do cálculo está dirixido no sentido negativo do eixe Y, como se debuxou.

c) Dado que a intensidade do campo electrostático é a forza sobre a unidade de carga positiva, a forza será:

$$\bar{F} = q\cdot\bar{E}_D = 1,60\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}]\cdot(-8,67\ \bar{\mathbf{j}}\ [\mathrm{N/C}]) = -1,39\cdot 10^{-18}\ \bar{\mathbf{j}}\ \mathrm{N}$$

A aceleración calcúlase aplicando a segunda lei de Newton:

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}=\frac{-1,39\cdot 10^{-18}\vec{\mathbf{j}}\ [\mathrm{N}]}{1,67\cdot 10^{-27}\ [\mathrm{kg}]}=-8,31\cdot 10^8\ \vec{\mathbf{j}}\ \mathrm{m/s^2}$$

d) Ao colocar un protón no punto D(0, 1), o campo exercerá unha forza dirixida no mesmo sentido que o campo, sentido negativo do eixe *Y*. A carga será empuxada e pasará pola orixe O(0, 0).
Como a forza electrostática é unha forza conservativa, a enerxía mecánica consérvase.

$$(E_c + E_p)_O = (E_c + E_p)_D$$

$$E_{cO} + q\cdot V_O = E_{cD} + q\cdot V_D$$

Para calcular o potencial electrostático nun punto, calcúlase cada un dos potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial, *V,* electrostático nun punto creado por unha carga puntual, *Q*, situada a unha distancia, *r*, é:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

Calcúlase o potencial no punto D debido á carga de +3 nC situada en A:

$$V_{DA}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{3{,}00\cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(2{,}24\ [\text{m}])}=12{,}1\ \text{V}$$

O potencial no punto D debido á carga de +3 nC situada no punto B é o mesmo, xa que a distancia e a carga son as mesmas:

$$V_{DB} = 12{,}1\ \text{V}$$

Calcúlase o potencial no punto D debido á carga de −6 nC situada no punto C:

$$V_{DC}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(2{,}00\ [\text{m}])}=-27{,}0\ \text{V}$$

O potencial electrostático nun punto debido á presenza de varias cargas, é a suma alxébrica dos potenciais debidos a cada carga.

$$V_D = V_{DA} + V_{DB} + V_{DC} = 12{,}1\ [\text{V}] + 12{,}1\ [\text{V}] + -27{,}0\ [\text{V}] = -2{,}8\ \text{V}$$

Faise o mesmo para calcular o potencial electrostático na orixe O.
Calcúlase o potencial no punto O debido á carga de +3 nC situada no punto A:

$$V_{OA}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{3{,}00\cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(2{,}00\ [\text{m}])}=13{,}5\ \text{V}$$

O potencial no punto O(0, 0) debido á carga de +3 nC situada en B(−2, 0) é o mesmo, xa que a distancia e a carga son as mesmas:

$$V_{OB} = 13{,}5\ \text{V}$$

Calcúlase o potencial no punto O debido á carga de −6 nC situada no punto C:

$$V_{OC}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(1{,}00\ [\text{m}])}=-54{,}0\ \text{V}$$

Calcúlase o potencial electrostático no punto O sumando os potenciais debidos a cada carga.

$$V_O = V_{OA} + V_{OB} + V_{OC} = 13{,}5\ [\text{V}] + 13{,}5\ [\text{V}] + (-54{,}0\ [\text{V}]) = -27{,}0\ \text{V}$$

Substituíndo os valores dos potenciais e tendo en conta que no punto D a velocidade é nula, a ecuación de conservación da enerxía quedaría:

$$E_{cO} + 1{,}60\cdot10^{-19}\ [\text{C}]\cdot(-27{,}0\ [\text{V}]) = 0 + 1{,}60\cdot10^{-19}\ [\text{C}]\cdot(-2{,}8\ [\text{V}])$$

Despexando, obtense o valor da enerxía cinética ao pasar pola orixe.

$$E_{cO} = 3{,}9\cdot10^{-18}\ \text{J}$$

A velocidade do protón na orixe obtense da expresión da enerxía cinética:

$$E_{cO} = ½\ m\cdot v^2 = 3{,}9\cdot10^{-18}\ \text{J}$$

$$v=\sqrt{\frac{2\,E_{cO}}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 3{,}9\cdot 10^{-18}\ [\text{J}]}{1{,}67\cdot 10^{-27}\ [\text{kg}]}}=6{,}8\cdot 10^4\ [\text{m/s}]$$

e) Dado que é un campo conservativo, o traballo realizado pola forza do campo para levar un protón desde o punto D á orixe é:

$$W_{D\to O} = q\,(V_D - V_O) = 1{,}60\cdot10^{-19}\ [\text{C}]\cdot(-2{,}8 - (-27{,}0))\ [\text{V}] = 3{,}9\cdot10^{-18}\ \text{J}$$

Asumindo que sae de C e chega a D coa mesma velocidade, o traballo da forza resultante, igual ao cambio de enerxía cinética, será cero, e o traballo a realizar é o contrario ao da forza de campo:

$$W(\text{exterior}) = W(\text{resultante}) - W(\text{campo}) = 0 - W(\text{campo}) = -W(\text{campo}) = -3{,}9\cdot10^{-18}\ \text{J}$$

Análise: O traballo faise pola forza do campo. Se a cuestión é o traballo que hai que facer, podemos supoñer que é o traballo necesario para que chegue á orixe con velocidade cero. Xa que vén cunha enerxía cinética, o traballo será o valor da enerxía cinética cambiada de signo.

f) Para que o potencial na orixe sexa cero, debe ser certo que:

$$V_O = V_{OA} + V_{OB} + V_{OC} + V_{OD} = 0$$

$$V_{OD} = 0 - (-27{,}0\ [\text{V}]) = 27{,}0\ \text{V}$$

A distancia do punto D(0,1) á orixe é de 1,00 m. A carga que se debe colocar no punto D obtense a partir da ecuación do potencial electrostático nun punto:

$$V = K\frac{q}{r} \Rightarrow q = \frac{V \cdot r}{K} = \frac{27{,}0\ [\text{V}] \cdot 1{,}00\ [\text{m}]}{9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]} = 3{,}00 \cdot 10^{-9}\ \text{C} = 3{,}00\ \text{nC}$$

g) Para que a intensidade do campo electrostático na orixe sexa cero, debe ser certo que:

$$\vec{\boldsymbol{E}}_O = \vec{\boldsymbol{E}}_{OA} + \vec{\boldsymbol{E}}_{OB} + \vec{\boldsymbol{E}}_{OC} + \vec{\boldsymbol{E}}_{OD} = \vec{\mathbf{0}}$$

As distancias dos puntos desde a orixe son: $r_{AO} = r_{BO} = 2{,}00$ m; $r_{CO} = r_{DO} = 1{,}00$ m.
Os vectores unitarios nas direccións dos puntos son os vectores unitarios, $\bar{\mathbf{i}}$ e $\bar{\mathbf{j}}$, dos eixes *X* e *Y*.
Calcúlase vector de intensidade de campo electrostático na orixe, creado pola carga de +3 nC situada no punto A:

$$\vec{\boldsymbol{E}}_{OA} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}] \cdot \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(2{,}00\ [\text{m}])^2}(-\vec{\mathbf{i}}) = -6{,}75\,\vec{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

O vector de intensidade de campo electrostático na orixe, debido á carga +3 nC, situado no punto B, é oposto ao creado pola carga no punto A. Está dirixido en sentido contrario:

$$\vec{\boldsymbol{E}}_{OB} = 6{,}75\,\vec{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

Calcúlase o vector de intensidade do campo electrostático na orixe, creado pola carga de −6 nC situada no punto C:

$$\vec{\boldsymbol{E}}_{OC} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}] \cdot \frac{-6{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(1{,}00\ [\text{m}])^2}\vec{\mathbf{j}} = -54{,}0\,\vec{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

A expresión do vector de intensidade de campo electrostático na orixe, creado pola carga q_2 situada no punto D é:

$$\vec{\boldsymbol{E}}_{OD} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}] \cdot \frac{q_2}{(1{,}00\ [\text{m}])^2}(-\vec{\mathbf{j}}) = -9{,}00 \cdot 10^9 \cdot q_2\,\vec{\mathbf{j}}\ [\text{N}\cdot\text{C}^{-2}]$$

Súmanse as expresións e faise igual ao vector $\bar{\mathbf{0}}$.

$$-6{,}75\,\vec{\mathbf{i}}\ [\text{N/C}] + 6{,}75\,\vec{\mathbf{i}}\ [\text{N/C}] - 54{,}0\,\vec{\mathbf{j}}\ [\text{N/C}] - 9{,}00 \cdot 10^9 \cdot q_2\,\vec{\mathbf{j}}\ [\text{N}\cdot\text{C}^{-2}] = 0\,\vec{\mathbf{i}} + 0\,\vec{\mathbf{j}}$$

O valor da carga obtense despexando q_2:

$$q_2 = \frac{-54{,}0\ [\text{N/C}]}{9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{C}^{-2}]} = -6{,}00 \cdot 10^{-9}\ \text{C} = -6{,}00\ \text{nC}$$

Análise: O valor podería deducirse inmediatamente, porque o punto D e o punto C están situados no eixe Y de forma simétrica respecto á orixe. As cargas en ambas deberán ser iguais para que se anule a súa contribución ao campo, do mesmo xeito que se anula a contribución das cargas situadas en A e B, no eixo X, que tamén son iguais. Teña en conta que o cargo que cancela o campo non coincide co que cancela o potencial.

Algunhas das respostas e o seu cálculo poden verse coa folla de cálculo Electrostática (gal).
Na folla de cálculo, faga clic na pestana «Enunciado» sa parte inferior e introduza os datos nas celas brancas con bordos azuis, e prema e escolla as magnitudes e unidades nas celas de cor salmón:

Enunciado **Datos: K** =	$9{,}00 \cdot 10^9$	$\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$ ε' =	1			
Dada a seguinte distribución de cargas, (en	nC	)		Coord X (m)	Coord Y (m)	Carga (nC)
(coordenadas en	m	)	Q_1	2	0	3
e os puntos D e G, calcula:			Q_2	−2	0	3

a) O vector campo eléctrico no punto		D	
b) O vector forza sobre			
unha partícula de carga q =	$1,60·10^{-19}$	C	
e masa m =	$1,67·10^{-27}$	kg	
situada nese punto.			
c) A aceleración da partícula nese punto.			
d) O traballo necesario para desprazar a partícula			
anterior desde	o punto D ata o punto G		
e) A velocidade coa que pasa polo punto		G	
se a velocidade en D é v(D)=	0	m/s	
f) A enerxía potencial do conxunto de cargas fixas			

Q_3	0	−1	−6
Q_4			

	Coord X (m)	Coord Y (m)
D	0	1
G	0	0

Os resultados dos apartados a) b) c) d) e e) aparecen nas respostas:

Respostas Cifras significativas: 3

	Compoñente x	Compoñente y	Módulo	Unidades	S.I.
$\vec{E}$(C) =	0	−8,67	8,67	N/C	
$\vec{F}$ =	0	$-1,39·10^{-18}$	$1,39·10^{-18}$	N	
$\vec{a}$ =	0	$-8,31·10^{8}$	$8,31·10^{8}$	m/s²	
V(D) =	−2,85	V(G) =	−27,0	V	
W(ext.) = - W(campo D⟶G) =			$-3,86·10^{-18}$	J	
E_c(C) =	0	E_c(G) =	$3,86·10^{-18}$	J	
		v(G) =	$6,80·10^{4}$	m/s	
		Conxunto E_p =	$-1,25·10^{-7}$	J	

Se desexa maior detalle nos resultados ou ver como se fixeron os cálculos, faga clic na parte inferior nunha das pestanas «Campo», «Potencial» e/ou «Enerxía_Potencial».

Os restantes apartados non os resolve esta folla de cálculo. Pode comprobar se os resultados obtidos son os correctos escribindo o valor da cuarta carga f) q = 3,00 nC, ou g) q_2 = −6,00 nC e comprobando que o potencial, no primeiro caso, ou o vector de intensidade de campo, no segundo, son nulos.

Datos:

O vector campo eléctrico no punto		G
unha partícula de carga q =		
e masa m =		
situada nese punto.		

Q_3	0	−1	−6
Q_4	0	1	**3**

	Coord X (m)	Coord Y (m)
G	0	0

Resultados:

	Compoñente x	Compoñente y	Módulo	Unidades	S.I.
$\vec{E}$(G) =	0	−81,0	81,0	N/C	
V(G) =	0			V	

Datos:

Q_4	0	1	**−6**

Resultados:

	Compoñente x	Compoñente y	Módulo	Unidades	S.I.
$\vec{E}$(G) =	0	0	0	N/C	
V(G) =	−81,0			V	

2. Nos vértices dun triángulo equilátero de 2 cm de lado sitúanse dúas cargas puntuais de +3 μC cada unha. Calcula:
   a) O campo electrostático nun dos vértices.
   b) A forza que actúa sobre a carga situada nese vértice.
   c) A carga que habería que colocar no centro do triángulo para que o conxunto quede en equilibrio.
   d) O potencial electrostático en calquera vértice, tendo en conta a carga no centro.
   e) A enerxía potencial electrostática do conxunto das catro cargas.
   f) A enerxía posta en xogo para que o triángulo rote 45° arredor dun eixo que pasa polo centro e é perpendicular ao plano do papel.
   g) O traballo necesario para levar a carga situada no centro ata o punto medio dun lado.
   h) Se a masa da carga é de 0,250 g, e sóltase sen velocidade no centro do lado, calcula a súa velocidade cando pasa polo centro do triángulo.

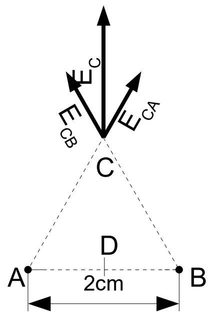
   Datos: $K = 9·10^9$ N·m²·C⁻². *Problema baseado en P.A.U. xuño 08, xuño 11 e set. 14*

   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}}$ = 1,17·10⁸ N/C, na bisectriz cara ao exterior; b) $\overline{\boldsymbol{F}}$ = 351 N; c) q = −1,73 μC
   d) V = 1,35·10⁶ V; e) E_p = 0; f) ΔE = 0; g) W(ext.) = −0,097 J; h) v = 28 m/s cara ao vértice oposto.

Datos	**_Cifras significativas: 3_**
Valor de cada carga fixa	Q = 3,00 μC = 3,00·10⁻⁶ C
Lonxitude do lado do triángulo equilátero	L = 2,00 cm = 0,0200 m
Masa da carga que se despraza	m = 0,250 g = 2,50·10⁻⁴ kg
Constante de Coulomb	K = 9,00·10⁹ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
vector de intensidade do campo electrostático nun vértice	$\overline{\boldsymbol{E}}$
Vector forza que actúa sobre a carga situada nese vértice	$\overline{\boldsymbol{F}}$
Carga que equilibre ás outras tres	q
Potencial electrostático nun vértice	V
Enerxía potencial do conxunto das catro cargas	E_p
Enerxía para que o triángulo rote 45°	ΔE
Traballo para levar a carga do centro ata o punto medio dun lado	$W_{O\to D}$
A velocidade cando pasa polo centro do triángulo	v
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Intensidade do campo electrostático nun punto creado por unha carga puntual, Q, situada a unha distancia, r	$\vec{\boldsymbol{E}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r = \frac{\vec{\boldsymbol{F}}}{q}$
Principio de superposición	$\vec{\boldsymbol{E}}_A=\sum \vec{\boldsymbol{E}}_{A\,i}$
Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual, Q, situada a unha distancia, r	$V=K\frac{Q}{r}$
Potencial electrostático nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Traballo que fai a forza do campo cando se move unha carga, q, desde un punto A hasta outro punto B	$W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B)$
Enerxía potencial electrostática dunha carga, q, nun punto A	$E_{pA} = q \cdot V_A$
Enerxía potencial electrostática dunha interacción entre dúas cargas puntuais, Q e q, a unha distancia, r, unha da outra	$E_p=K\frac{Q\cdot q}{r}$
Enerxía potencial electrostática dun conxunto de cargas	$E_p = \sum E_{p\,i} = ½\sum E_{p\,q}$
Enerxía cinética dun corpo de masa m que se despraza con velocidade v	$E_c = ½\, m \cdot v^2$
Principio da conservación da enerxía entre dous puntos A y B	$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

Solución:

a) Faise un debuxo situando as cargas nos vértices A e B do lado horizontal, que se elixe como base, e o punto C será o outro vértice.



Debúxase un vector por cada carga, prestando atención ao sentido. As intensidades de campo electrostático creadas polas cargas nos puntos A e B son de repulsión (porque as cargas son positivas) e os seus valores son iguais.
Debúxase o vector suma vectorial, que é o vector de intensidade de campo electrostático, $\overline{\boldsymbol{E}}_C$, resultante.
Como os vectores de intensidade de campo electrostático creados polas cargas de A e B son do mesmo valor, as súas compoñentes horizontais anúlanse e a resultante será vertical e estará dirixida cara ao o sentido positivo do eixe Y. O valor da resultante será a suma das compoñentes verticais de cada carga, e, como son dous, o dobre da compoñente vertical dunha delas.
Para determinar a intensidade de campo electrostático nun punto, calcúlase o vector de intensidade de campo electrostático creado por cada carga nese punto, e despois súmanse os vectores.
A ecuación do vector de intensidade de campo electrostático creado por unha carga puntual, *Q*, situada a unha distancia, *r*, é:

$$\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

A distancia entre os puntos A e C é o lado del triángulo: $r = L = 2{,}00$ cm = 0,0200 m.
O vector unitario do punto C, $\overline{\boldsymbol{u}}_{AC}$ respecto ao punto A é:

$$\vec{u}_{AC}=\cos 60°\,\vec{i}+\operatorname{sen}60°\,\vec{j}=0{,}500\,\vec{i}+0{,}866\,\vec{j}$$

A intensidade de campo electrostático $\overline{\boldsymbol{E}}_{CA}$ no punto C, debida á carga de 3 μC situada en A, é:

$$\vec{E}_{CA}=9{,}00\cdot 10^9\,[\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{3{,}00\cdot 10^{-6}\,[\mathrm{C}]}{(0{,}0200\,[\mathrm{m}])^2}(0{,}500\,\vec{i}+0{,}866\,\vec{j})= \;=(3{,}38\cdot 10^7\,\vec{i}+5{,}85\cdot 10^7\,\vec{j})\ \mathrm{N/C}$$

A intensidade de campo electrostático no punto C, debida á carga de 3 μC situada no punto B é simétrica á do punto A. Os valores das súas compoñentes son os mesmos, pero o signo da compoñente horizontal é oposto, porque está dirixido en sentido contrario:

$$\vec{E}_{CB}=(-3{,}38\cdot 10^7\,\vec{i}+5{,}85\cdot 10^7\,\vec{j})\ \mathrm{N/C}$$

Polo principio de superposición, a intensidade de campo electrostático resultante no punto C é a suma vectorial das intensidades de campo debidas a cada carga.

$$\vec{E}_C=\vec{E}_{CA}+\vec{E}_{CB}=(3{,}38\cdot 10^7\,\vec{i}+5{,}85\cdot 10^7\,\vec{j})\,[\mathrm{N/C}]+(-3{,}38\cdot 10^7\,\vec{i}+5{,}85\cdot 10^7\,\vec{j})\,[\mathrm{N/C}]=1{,}17\cdot 10^8\,\vec{j}\ \mathrm{N/C}$$

Análise: A dirección do campo resultante é vertical cara arriba, como se ve no debuxo.

Unha resposta xeral independente de como se elixiron os vértices sería: O campo electrostático no terceiro vértice vale $1{,}17\cdot10^8$ N/C e está dirixido segundo a bisectriz do ángulo cara ao exterior do triángulo.

b) Como a intensidade do campo electrostático nun punto é a forza sobre a unidade de carga positiva colocada nese punto, podemos calcular a forza electrostática sobre a carga de 3 μC a partir do vector de intensidade de campo electrostático:

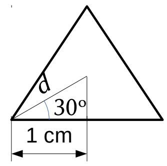
$$\vec{F}=q\cdot\vec{E}=3{,}00\cdot 10^{-6}[\mathrm{C}]\cdot 1{,}17\cdot 10^8\,\vec{j}\,[\mathrm{N/C}]=351\,\vec{j}\ \mathrm{N}$$

Unha resposta xeral independente de como se elixiron os vértices sería:
A forza electrostática sobre a carga situada nun vértice vale 351 N e está dirixido segundo a bisectriz do ángulo, cara ao exterior do triángulo.

c) Para calcular a carga que habería que colocar no centro O do triángulo para que o conxunto quede en equilibrio, búscase a carga que, situada no centro do triángulo, exerza un campo electrostático no vértice que anule o que producen as cargas situadas nos outros vértices.

$$\vec{E}_{CO}=-(\vec{E}_{CA}+\vec{E}_{CB})$$

Calcúlase primeiro a distancia do centro do triángulo ao vértice:



$$\cos 30° = \frac{1\ [\text{cm}]}{d}$$

$$d = \frac{1\ [\text{cm}]}{0{,}866} = 1{,}15\ \text{cm} = 0{,}0115\ \text{m}$$

Chamando q á carga situada no centro O, debe cumprirse que o vector de intensidade do campo electrostático creado por ela sea oposto ao que producen as cargas situadas nos outros vértices:

$$\vec{\boldsymbol{E}}_{\text{CO}} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N}{\cdot}\text{m}^2{\cdot}\text{C}^{-2}] \frac{q}{(0{,}0115\ [\text{m}])^2} \vec{\mathbf{j}} = -1{,}17 \cdot 10^8\ \vec{\mathbf{j}}\ [\text{N/C}]$$

$$q = \frac{-1{,}17 \cdot 10^8\ [\text{N/C}] \cdot (0{,}0115\ [\text{m}])^2}{9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N}{\cdot}\text{m}^2{\cdot}\text{C}^{-2}]} = -1{,}73 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$$

d) Para calcular o potencial electrostático nun punto, calcúlase cada un dos potenciais creados nese punto por cada carga situada nos vértices e deseguido súmanse.
A ecuación do potencial, V, electrostático nun punto creado por unha carga puntual, Q, situada a unha distancia, r, é:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

Calcúlanse os potenciais electrostáticos no vértice C, debidos a cada unha das cargas:

$$V_{\text{CA}} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N}{\cdot}\text{m}^2{\cdot}\text{C}^{-2}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}0200\ [\text{m}])} = 1{,}35 \cdot 10^6\ \text{V}$$

$$V_{\text{CB}} = V_{\text{CA}} = 1{,}35 \cdot 10^6\ \text{V}$$

$$V_{\text{CO}} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N}{\cdot}\text{m}^2{\cdot}\text{C}^{-2}] \frac{-1{,}73 \cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}0115\ [\text{m}])} = -1{,}35 \cdot 10^6\ \text{V}$$

O potencial electrostático nun punto debido á presenza de varias cargas, é a suma alxébrica dos potenciais debidos a cada carga.

$$V_{\text{C}} = V_{\text{CA}} + V_{\text{CB}} + V_{\text{CO}} = 1{,}35 \cdot 10^6\ [\text{V}] + 1{,}35 \cdot 10^6\ [\text{V}] - 1{,}35 \cdot 10^6\ [\text{V}] = 1{,}35 \cdot 10^6\ \text{V}$$

e, f) A enerxía potencial de cada interacción entre dúas cargas vén dada pola expresión:

$$E_{\text{p i}} = K \frac{Q \cdot q}{r}$$

A enerxía total electrostática é a suma das enerxías das seis interaccións: A ↔B, A ↔C, B↔C, e A↔O, B↔O e C↔O.
A tres primeiras valen o mesmo, porque as cargas e as distancias son iguais:

$$E_{\text{A}\leftrightarrow\text{B}} = E_{\text{A}\leftrightarrow\text{C}} = E_{\text{B}\leftrightarrow\text{C}} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N}{\cdot}\text{m}^2{\cdot}\text{C}^{-2}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{C}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{0{,}0200\ [\text{m}]} = 4{,}05\ \text{J}$$

E as tres últimas tamén valen o mesmo, porque as cargas e as distancias volven ser iguais:

$$E_{\text{A}\leftrightarrow\text{O}} = E_{\text{B}\leftrightarrow\text{O}} = E_{\text{C}\leftrightarrow\text{O}} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N}{\cdot}\text{m}^2{\cdot}\text{C}^{-2}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{C}] \cdot (-1{,}73 \cdot 10^{-6})\ [\text{C}]}{0{,}0115\ [\text{m}]} = -4{,}05\ \text{J}$$

$$E = E_{\text{A}\leftrightarrow\text{B}} + E_{\text{A}\leftrightarrow\text{C}} + E_{\text{B}\leftrightarrow\text{C}} + E_{\text{A}\leftrightarrow\text{O}} + E_{\text{B}\leftrightarrow\text{O}} + E_{\text{C}\leftrightarrow\text{O}} = 3 \cdot 4{,}05\ [\text{J}] + 3 \cdot (-4{,}05\ [\text{J}]) = 0$$

Análise: Se se calculase a enerxía total como a suma das enerxías potenciais das seis cargas, o resultado daría o dobre, porque estaríanse a contar as interaccións dúas veces. Por exemplo a interacción A ↔ B aparece no cálculo da enerxía potencial da carga en A e tamén no cálculo da enerxía potencial da carga en B.

Como ao xirar 45°, as distancias relativas non cambian, a enerxía da nova disposición é a mesma, e a enerxía total requirida é cero.

$$\Delta E = E_p'_T - E_{pT} = 0$$

g) Chámase punto D ao centro do lado AB.
O traballo realizado polas forzas do campo electrostático cando se move unha carga q desde o punto O centro do triángulo ao punto D centro dun lado, é a diminución da enerxía potencial entre os puntos O e D.
Como o potencial electrostático é a enerxía potencial da unidade de carga, o traballo realizado polas forzas do campo é igual ao valor da carga, q, que se despraza, multiplicado pola diferencia de potencial entre os puntos de partida, O, e de chegada, D:

$$W_{\text{campo}} = W_{O\to D} = -(E_{pD} - E_{pO}) = E_{pO} - E_{pD} = q\,(V_O - V_D)$$

Calcúlanse os potenciais no punto O debidos a cada carga, excepto a que se move. Son todos iguais, porque as cargas e as distancias son iguais:

$$V_{OA} = V_{OB} = V_{OC} = 9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{3{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}0115\ [\text{m}])} = 2{,}34\cdot 10^6\ \text{V}$$

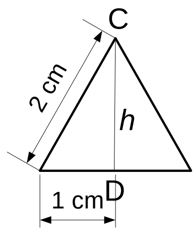
O potencial electrostático no punto O é a suma:

$$V_O = V_{OA} + V_{OB} + V_{OC} = 3\cdot 2{,}34\cdot 10^6\ [\text{V}] = 7{,}01\cdot 10^6\ \text{V}$$

Calcúlanse os potenciais no punto D, debidos a cada carga, excepto a que se move.
O potencial no punto D, debido a cada unha das cargas do lado AB é:

$$V_{DA} = V_{DB} = 9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{3{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}0100\ [\text{m}])} = 2{,}70\cdot 10^6\ \text{V}$$

A distancia do vértice C ao centro D do lado oposto vale:



$$h = \sqrt{(2{,}00\ [\text{cm}])^2 - (1{,}00\ [\text{cm}])^2} = \sqrt{3{,}00\ [\text{cm}]^2} = 1{,}73\ \text{cm} = 0{,}0173\ \text{m}$$

Calcúlase o potencial no punto D, debido á carga situada no vértice C:

$$V_{DC} = 9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{3{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}0173\ [\text{m}])} = 1{,}56\cdot 10^6\ \text{V}$$

O potencial electrostático no punto D é a suma:

$$V_D = V_{DA} + V_{DB} + V_{DC} = 2\cdot 2{,}70\cdot 10^6\ [\text{V}] + 1{,}56\cdot 10^6\ [\text{V}] = 6{,}96\cdot 10^6\ \text{V}$$

O traballo realizado polas forzas do campo electrostático cando se move unha carga $q = -1{,}73\ \mu\text{C}$ desde o punto O ao D é:

$$W_{O\to D} = q\,(V_O - V_D) = -1{,}73\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]\cdot(7{,}01\cdot 10^6 - 6{,}96\cdot 10^6)\ [\text{V}] = -0{,}08\ \text{J}$$

Análise: [Pérdense dúas cifras significativas ao restar](). Se se empregasen 6 cifras significativas, o resultado sería: $W_{O\to D} = q\,(V_O - V_D) = -1{,}73205\cdot 10^{-6}\cdot(7{,}01481\cdot 10^6 - 6{,}95885\cdot 10^6) = -0{,}09693\ \text{J}$

Supoñendo que salga de O e chegue a D coa mesma velocidade, o traballo da forza resultante, igual á variación de enerxía cinética, será nulo, e o traballo que hai que facer é o oposto ao da forza do campo:

$$W(\text{exterior}) = W(\text{resultante}) - W(\text{campo}) = 0 - W(\text{campo}) = -W(\text{campo})$$

O traballo necesario para mover unha carga $q = -1{,}73\ \mu\text{C}$ desde o punto O ao D, supoñendo que chegue a D coa mesma velocidade que tiña en O, é:

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = 0{,}08\ \text{J}$$

h) Como a forza electrostática é unha forza conservativa, a enerxía mecánica consérvase.

$$(E_c + E_p)_O = (E_c + E_p)_D$$

$$\frac{1}{2} m\, v_O^2 + q\cdot V_O = \frac{1}{2} m\, v_D^2 + q\cdot V_D$$

$$-1{,}73\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]\cdot(7{,}01\cdot 10^6\ [\text{V}]) = (2{,}50\cdot 10^{-4}\ [\text{kg}]\cdot v_D^2)\,/\,2 + (-1{,}73\cdot 10^{-6}\ [\text{C}])\cdot(6{,}96\cdot 10^6\ [\text{V}])$$

$$v_D=\sqrt{\frac{2\cdot\left(-1{,}73\cdot10^{-6}\ [\mathrm{C}]\right)\cdot\left(7{,}01\cdot10^{6}-6{,}96\cdot10^{6}\right)[\mathrm{V}]}{2{,}50\cdot10^{-4}\ [\mathrm{kg}]}}=\sqrt{\frac{2\cdot0{,}09\ [\mathrm{J}]}{2{,}50\cdot10^{-4}\ [\mathrm{kg}]}}=3\cdot10^{1}\ \mathrm{m/s}$$

Análise: Pérdense dúas cifras significativas ao restar. Se empregásemos 6 cifras significativas, o resultado sería: v_D = 27,8 *m/s.*

Como a velocidade é un vector, hai que deducir a dirección e sentido.
Do feito de que pase pola orixe, pódese deducir que a aceleración ten a dirección do eixo Y en sentido positivo. Se un móbil parte do repouso, e a aceleración ten dirección constante, o movemento será rectilíneo na liña da aceleración. Por tanto, a dirección da velocidade é a do eixo Y en sentido positivo

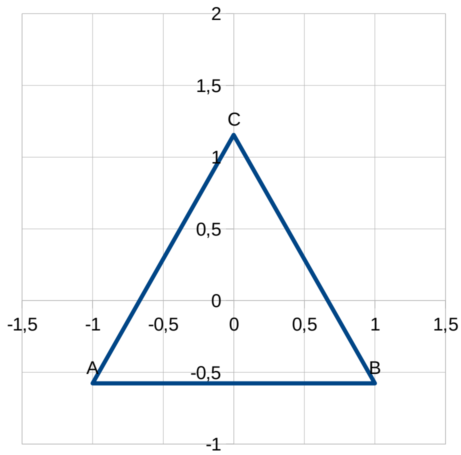
$$\overline{\boldsymbol{v}}_D = 3\cdot10^{1}\ \overline{\mathbf{j}}\ \mathrm{m/s}$$

En xeral, o vector de velocidade valerá $3\cdot10^1$ m/s na dirección entre o centro do lado e o centro do triángulo, no sentido do vértice oposto ao lado do que sae.

Algunhas das respostas, e o seu cálculo, poden verse coa folla de cálculo Electrostática (gal), aínda que hai que ir por partes.
Primeiro habería que calcular as coordenadas na pestana «Coords». Escriba os datos nas celas de cor branca e bordo azul, e faga clic e elixa as magnitudes e unidades nas celas de cor salmón:

Figura:	Triángulo equilátero			
Lonxitude do	lado		2	cm
		x (cm)	y (cm)	
Situar o punto	A	−1	0	cm
	Xirar	210	°	

RESULTADOS			
Redondear a	8 decimais	Coordenadas	
	Punto	x (cm)	y (cm)
	A	−1	−0,57735027
	B	1	−0,57735027
	C	0	1,15470054



Seleccione as celas coas coordenadas e cópieas (pulsando ao tempo as teclas Ctrl e C). Faga clic na pestana «Enunciado» da parte inferior, e preme á dereita de Q_1. Elixa no menú: Editar → Pegado especial → Pegar só números.
Escriba os datos restantes nas celas de cor branca e bordo azul, e preme e elixa as magnitudes e unidades nas celas de cor salmón:

Enunciado	**Datos: K =** 9,00·10⁹	ε' = 1				
Dada a seguinte distribución de cargas, (en	µC	)		Coord X (cm)	Coord Y (cm)	Carga (µC)
(coordenadas en	cm	)	Q_1	−1	−0,57735027	3
e os puntos C e B, calcula:			Q_2	1	−0,57735027	3
a) O vector campo eléctrico no punto	C		Q_3			
b) O vector forza sobre			Q_4			
unha partícula de carga q =	3	µC				
e masa m =				Coord X (cm)	Coord Y (cm)	
situada nese punto.			C	0	1,15470054	

Os resultados son:

Respostas		Cifras significativas:	6	
Compoñente x	Compoñente y	Módulo	Unidades	S.I.

$\vec{E}$(C) =	0	$1{,}16913·10^8$	$1{,}16913·10^8$	N/C
$\vec{F}$ =	0	350,740	350,740	N
V(C) =	$2{,}70000·10^6$			V
	Puntos do traballo non definidos			
		Conxunto E_p =	12,1500	J
Carga que equilibra		Q =	$-1{,}73205·10^{-6}$	C
en	Coordenada x	Coordenada y		
M	0	0		m

Para o apartado d), haberá que escribir o valor da carga que equilibra e poñer as súas coordenadas na pestana «Enunciado»

Enunciado **Datos: K =** $9{,}00·10^9$ ε' = 1

Dada a seguinte distribución de cargas, (en μC)

(coordenadas en cm)

e os puntos D e G, calcula:

a) O vector campo eléctrico no punto C

b) O vector forza sobre

unha partícula de carga q =

e masa m =

situada nese punto.

	Coord X (cm)	Coord Y (cm)	Carga (μC)
Q_1	−1	−0,57735 026 919	3
Q_2	1	−0,57735 026 919	3
Q_3	0	1,15470 053 838	3
Q_4	0	0,00000 000 000	−1,7320507

	Coord X (cm)	Coord Y (cm)
C	0	1,15470 053 838

O novo resultado sería:

Respostas Cifras significativas: 6

	Compoñente x	Compoñente y	Módulo	Unidades
$\vec{E}$(C) =	0	0	0	N/C
V(C) =	$1{,}35000·10^6$			V

Para os restantes apartados, haberá que escribir a masa e a carga da partícula que se despraza, poñer as coordenadas dos puntos medio G e D(centro da base del triángulo) e elixir os puntos inicial e final nos apartados d) traballo, e e) velocidade. Pestana «Enunciado»

Enunciado **Datos: K =** $9{,}00·10^9$ ε' = 1

Dada a seguinte distribución de cargas, (en μC)

(coordenadas en cm)

e los puntos D e G, calcula:

a) El vector campo eléctrico en el punto D

b) O vector forza sobre

unha partícula de carga q = −1,7320507 μC

e masa m = 0,25 g

situada nese punto.

	Coord X (cm)	Coord Y (cm)	Carga (μC)
Q_1	−1	−0,57735 026 919	3
Q_2	1	−0,57735 026 919	3
Q_3	0	1,15470 053 838	3
Q_4	0	0,00000 000 000	−1,7320507

	Coord X (cm)	Coord Y (cm)
D	0	−0,57735 026 919
G	0	0

d) O traballo necesario para desprazar aa partícula

anterior desde o punto D ata o punto G

e) A velocidade coa que pasa polo punto G

se a velocidade en D é v(D) = 0 m/s

f) A enerxía potencial do conxunto de cargas fixas

Os novos resultados son:

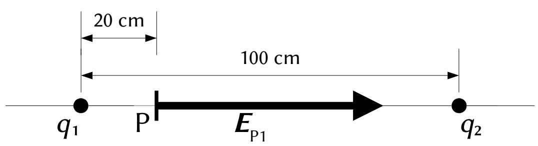
V(D) =	$6{,}95885\cdot10^{6}$	V(G) =	$7{,}01481\cdot10^{6}$ V
	W(ext.) = - W(campo D⟶G) =		−0,0969256 J
E_c(D) =	0	E_c(G) =	0,0969256 J
		v(G) =	27,8461 m/s
		Conxunto E_p =	0 J

3. Dúas cargas eléctricas positivas (q_1 e q_2) están separadas unha distancia de 1 m. Entre as dúas hai un punto, situado a 20 cm de q_1, onde o campo eléctrico é nulo. Sabendo que q_1 é igual a 2 μC, calcula:
   a) O valor de q_2.
   b) O potencial no punto no que se anula o campo.
   c) O traballo realizado pola forza do campo para levar unha carga de −3 μC desde o punto no que se anula o campo ata o infinito.
   Dato: $K = 9\cdot10^{9}$ N·m²·C⁻². *(A.B.A.U. extr. 18)*
   Rta.: a) q_2 = 32 μC; b) $V = 4{,}5\cdot10^{5}$ V; c) W = −1,4 J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Distancia entre as cargas q_1 e q_2	r_{12} = 1,00 m
Distancia do punto P, no que se anula o campo, á carga q_1	r_{P1} = 20,0 cm = 0,200 m
Valor da carga situada no punto 1	q_1 = 2,00 μC = $2{,}00\cdot10^{-6}$ C
Valor da carga situada no punto P	q = −3,00 μC = $-3{,}00\cdot10^{-6}$ C
Campo electrostático no punto P	$\lvert\vec{E}_P\rvert = 0$
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00\cdot10^{9}$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Valor da carga q_2	q_2
Potencial electrostático no punto P	V_P
Traballo para trasladar unha carga de −3 μC desde P ata o infinito	$W_{P\to\infty}$
Ecuacións	
Intensidade do campo electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r	$\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A=\sum\vec{E}_{A\,i}$
Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r	$V=K\frac{Q}{r}$
Potencial electrostático nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Traballo realizado pola forza de campo ao mover unha carga, q, do punto A ao punto B	$W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B)$

Solución:

a) Faise un debuxo situando as cargas no eixe horizontal, unha na orixe, e a outra a 1 m de distancia. Sitúase un punto, P, a 20 cm da orixe.
Debúxase no punto P o vector intensidade de campo electrostático creado pola carga q_1, prestando atención ao sentido.



A ecuación do vector de intensidade de campo electrostático creado por unha carga puntual, Q, situada a unha distancia, r, é:

$$\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

A distancia entre a carga q_1 e o punto P é: r_{P1} = 20,0 cm = 0,200 m.
O vector unitario do punto P, $\mathbf{u}_{P1}$, respecto á orixe é o vector unitario do eixe X: $\bar{\mathbf{i}}$.
Calcúlase a intensidade de campo electrostático no punto P, debido á carga de 2 μC situada no punto 1:

$$\vec{E}_{P1}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}200\ [\mathrm{m}])^2}\vec{\mathbf{i}}=4{,}50\cdot 10^5\ \vec{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

A intensidade de campo electrostático no punto P, debida á carga q_2 situada a 1 m de distancia da carga q_1, ten que ser oposta, para que a intensidade de campo electrostático no punto P sexa nula.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{P2} = -4{,}50\cdot 10^5\ \bar{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

A distancia de q_2 ao punto P é:

$$r_{P2} = 1{,}00 - 0{,}200 = 0{,}80\ \mathrm{m}$$

Escríbese a expresión do módulo da intensidade de campo electrostático creado pola carga q_2 no punto P, e substitúense os datos:

$$|\vec{E}_{P2}|=K\frac{q_2}{r^2_{P2}} \Rightarrow 4{,}50\cdot 10^5=9{,}00\cdot 10^9\frac{q_2}{0{,}80^2}$$

O valor da carga obtense despexando q_2:

$$q_2=\frac{4{,}50\cdot 10^5\ [\mathrm{N\cdot C^{-1}}]\cdot(0{,}80\ [\mathrm{m}])^2}{9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]} = 3{,}2\cdot 10^{-5}\ \mathrm{C} = 32\ \mu\mathrm{C}$$

Análise: Como a distancia de q_2 ao punto P é 4 veces maior que a da carga q_1, o valor da carga terá que ser 4^2 = 16 veces maior.

b) Para calcular o potencial electrostático nun punto, calcúlase cada un dos potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial, V, electrostático nun punto creado por unha carga puntual, Q, situada a unha distancia, r, é:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

Os potenciais no punto P, debidos a cada carga son:

$$V_{P1}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}20\ [\mathrm{m}])}=9{,}00\cdot 10^4\ \mathrm{V}$$

$$V_{P2}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{32\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}80\ [\mathrm{m}])}=3{,}6\cdot 10^5\ \mathrm{V}$$

O potencial electrostático no punto P é a suma:

$$V_P = V_{P1} + V_{P2} = 9{,}00\cdot 10^4\ [\mathrm{V}] + 3{,}6\cdot 10^5\ [\mathrm{V}] = 4{,}5\cdot 10^5\ \mathrm{V}$$

c) O campo electrostático é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha carga se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial, E_p, asociada ao campo de forzas vectoriais, de tal xeito que o traballo da forza do campo entre estes puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar chamada potencial electrostático, que é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$V=\frac{E_p}{q}$$

O traballo da forza de campo, cando unha carga se move do punto C ao punto D, é:

$$W_{C\to D} = -\Delta E_p = -(E_{pD} - E_{pC}) = (E_{pC} - E_{pD}) = q \cdot V_C - q \cdot V_D = q\,(V_C - V_D)$$

Calcúlase o traballo realizado pola forza de campo para levar a carga de −3 µC desde o punto P ata o infinito:

$$W_{P\to\infty} = q\,(V_P - V_\infty) = -3{,}00\cdot10^{-6}\ [C] \cdot (4{,}5\cdot10^5 - 0)\ [V] = -1{,}4\ J$$

Xa que o potencial no infinito é cero, por definición.

4. Unha carga puntual Q ocupa a posición (0, 0) do plano XY no baleiro. Nun punto A de o eixe X o potencial é $V = -100$ V e o campo eléctrico é $\overline{\boldsymbol{E}} = -10\ \bar{\mathbf{i}}$ N/C (coordenadas en metros):
   a) Calcula a posición do punto A e o valor de Q.
   b) Determina o traballo necesario para levar un protón desde o punto B(2, 2) ata o punto A.
   c) Fai unha representación gráfica aproximada da enerxía potencial do sistema en función da distancia entre ambas as cargas. Xustifica a resposta.
   Dato: Carga do protón: $1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $K = 9\cdot10^9$ N·m²·C⁻². *(P.A.U. set. 11)*
   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{r}}_A = (10{,}0,\ 0)$ m; $Q = -1{,}11\cdot10^{-7}$ C; b) $W = -4{,}05\cdot10^{-17}$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición da carga Q	$\overline{\boldsymbol{r}}_O = (0,\ 0)$ m
Potencial no punto A	$V = -100$ V
Campo electrostático no punto A	$\overline{\boldsymbol{E}} = -10{,}0\ \bar{\mathbf{i}}$ N/C
Posición do punto B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B = (2{,}000,\ 2{,}000)$ m
Carga do protón	$q_p = 1{,}60\cdot10^{-19}$ C
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00\cdot10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Posición do punto A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A$
Valor da carga Q	Q
Traballo necesario para levar un protón de B a A	$W_{B\to A}$
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo electrostático creado por unha carga puntual Q a unha distancia r	$\vec{\boldsymbol{E}}=K\dfrac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$
Potencial electrostático nun punto que dista r dunha carga Q	$V=K\dfrac{Q}{r}$
Traballo que fai a forza do campo electrostático cando se move unha carga q desde un punto A ata outro punto B	$W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B)$
Enerxía potencial electrostática dunha carga q nun punto A	$E_{p\,A} = q\cdot V_A$

Solución:

a) Substitúense os datos nas ecuacións do campo:

$$\vec{\boldsymbol{E}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r \Rightarrow -10{,}0\,\vec{\mathbf{i}}\ [\mathrm{N/C}]=9{,}00\cdot10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

Tomando só o módulo, queda:

$$10{,}0\ [\mathrm{N/C}]=9{,}00\cdot10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{|Q|}{r^2}$$

Substitúese tamén na ecuación de potencial electrostático:

$$V=K\frac{Q}{r} \Rightarrow -100\ [\mathrm{V}]=9{,}00\cdot10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{Q}{r}$$

Como na ecuación do campo aparece o valor absoluto da carga $|Q|$, aplicamos valores absolutos á ecuación do potencial, que queda:

$$100\ [\mathrm{V}]=9{,}00\cdot10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{|Q|}{r}$$

Resólvese o sistema:

$$\begin{cases} 10{,}0=9{,}00\cdot 10^9 \dfrac{|Q|}{r^2} \\ 100=9{,}00\cdot 10^9 \dfrac{|Q|}{r} \end{cases}$$

Dividindo a segunda ecuación entre a primeira, obtense:

$$r = 10{,}0 \text{ m}$$

Despexando o valor absoluto da carga $|Q|$ da segunda ecuación:

$$|Q|=\frac{100\ [\mathrm{V}]\cdot r}{9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]}=\frac{100\ [\mathrm{V}]\cdot 10{,}0\ [\mathrm{m}]}{9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]} = 1{,}11\cdot 10^{-7}\ \mathrm{C}$$

O potencial é negativo, por tanto a carga debe ser negativa:

$$Q = -1{,}11\cdot 10^{-7}\ \mathrm{C}$$

Como a intensidade do campo electrostático no punto é negativa, $\overline{\boldsymbol{E}}_r = -10{,}0\ \overline{\mathbf{i}}$ (N/C), o punto ten que estar no semieixe positivo:

$$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (10{,}0,\ 0)\ \mathrm{m}$$

b) O campo electrostático é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha carga se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial, E_p, asociada ao campo de forzas vectoriais, de tal xeito que o traballo da forza do campo entre estes puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar chamada potencial electrostático, que é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$V=\frac{E_p}{q}$$

O traballo da forza de campo, cando unha carga se move do punto C ao punto D, é:

$$W_{C\to D} = -\Delta E_p = -(E_{pD} - E_{pC}) = (E_{pC} - E_{pD}) = q\cdot V_C - q\cdot V_D = q\,(V_C - V_D)$$

Para calcular o potencial do punto B, primeiro debemos calcular a distancia do punto B á carga Q.

$$r_{OB}=\sqrt{(2{,}00\ [\mathrm{m}])^2+(2{,}00\ [\mathrm{m}])^2}=2{,}83\ \mathrm{m}$$

Calcúlase o potencial no punto B:

$$V_B=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{|-1{,}11\cdot 10^{-7}\ [\mathrm{C}]|}{2{,}83\ [\mathrm{m}]}=-353\ \mathrm{V}$$

Calcúlase o traballo realizado pola forza de campo:

$$W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B) = 1{,}60\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}]\cdot(-353 - (-100))\ [\mathrm{V}] = -4{,}05\cdot 10^{-17}\ \mathrm{J}$$

Supoñendo que chega coa mesma velocidade coa que sae, o traballo da forza resultante, igual á variación de enerxía cinética, será nulo:

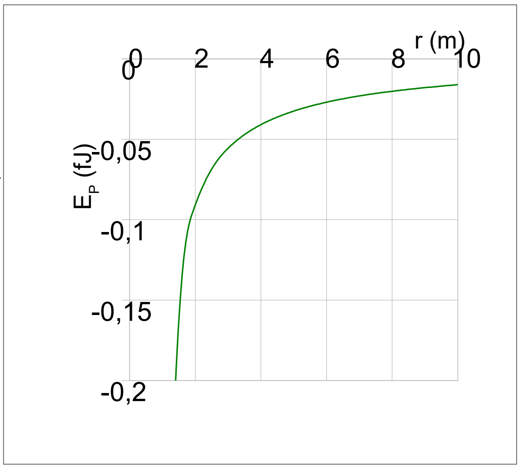
$$W(\text{resultante}) = W(\text{campo}) + W(\text{exterior}) = \Delta E_c = 0$$

O traballo que hai que facer é o oposto ao da forza do campo:

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = 4{,}05\cdot 10^{-17}\ \mathrm{J}$$

c) A enerxía potencial de dúas cargas vén dada pola expresión:

$$E_p = q \cdot V = K \frac{Q \cdot q}{r}$$



É inversamente proporcional á distancia entre ambas as cargas.
Como as cargas son de signo oposto, a enerxía potencial é negativa e aumenta coa distancia ata ser nula a unha distancia infinita.

● Campo uniforme

1. Dúas láminas condutoras con igual carga e signo contrario están colocadas horizontalmente e separadas 5 cm. A intensidade do campo eléctrico no seu interior é $2,5 \cdot 10^5$ N·C⁻¹. Unha micropinga de aceite cuxa masa é $4,90 \cdot 10^{-14}$ kg, e con carga negativa, está en equilibrio suspendida nun punto equidistante de ambas as placas.
   a) Razoa cal das dúas láminas está cargada positivamente.
   b) Determina a carga da micropinga.
   c) Calcula a diferenza de potencial entre as láminas condutoras.
   Dato: g = 9,8 m·s⁻². *(P.A.U. set. 15)*
   Rta.: b) $q = 1,92 \cdot 10^{-18}$ C; c) $\Delta V = 1,25 \cdot 10^4$ V.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Intensidade do campo electrostático	$\lvert\overline{\boldsymbol{E}}\rvert = 2,50 \cdot 10^5$ N/C
Distancia entre as láminas condutoras	d = 5,00 cm = 0,0500 m
Masa da micropinga	$m = 4,90 \cdot 10^{-14}$ kg
Valor do campo gravitacional terrestre	g = 9,80 m/s²
Incógnitas	
Carga da micropinga	q
Diferenza de potencial entre as láminas condutoras	ΔV
Ecuacións	
Forza sobre unha carga puntual q nun campo electrostático uniforme $\overline{\boldsymbol{E}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_E = q \cdot \overline{\boldsymbol{E}}$
Valor da forza peso	$P = m \cdot g$
Diferencia de potencial nun campo electrostático constante	$\Delta V = \lvert\overline{\boldsymbol{E}}\rvert \cdot d$

Solución:

a, b) Calcúlase a forza peso:

$$P = m \cdot g = 4,90 \cdot 10^{-14} \text{ [kg]} \cdot 9,80 \text{ [m·s}^{-2}\text{]} = 4,80 \cdot 10^{-13} \text{ N}$$

Cando a micropinga alcanza o equilibrio, a forza eléctrica equilibra á forza peso.

$$F_E = q \cdot E = 4,80 \cdot 10^{-13} \text{ N}$$

A carga eléctrica calcúlase despexando q:

$$q = \frac{F_E}{E} = \frac{4,80 \cdot 10^{-13} \text{ [N/C]}}{2,5 \cdot 10^5 \text{ [N]}} = 1,92 \cdot 10^{-18} \text{ C}$$

Análise: A carga eléctrica da micropinga é só lixeiramente maior que a do electrón. Corresponde á de $1,92 \cdot 10^{-18}$ C / $1,6 \cdot 10^{-19}$ C = 12 *electróns. Este resultado parece razoable.*

A forza eléctrica está dirixida cara arriba, en sentido contrario ao peso. Como a carga da micropinga é negativa, o campo electrostático debe estar dirixido cara abaixo: a lámina superior é a positiva e a inferior a negativa.

c) Calcúlase a diferenza de potencial dea expresión do campo electrostático uniforme:

$$\Delta V = \lvert\overline{\boldsymbol{E}}\rvert \cdot d = 2,50 \cdot 10^5 \text{ [N/C]} \cdot 0,0500 \text{ [m]} = 1,25 \cdot 10^4 \text{ V}$$

A maior parte das respostas pode calcularse coa folla de cálculo FisicaBachGl.ods
Cando estea no índice, manteña pulsada a tecla «⇑» (maiúsculas) mentres fai clic na cela
Partícula cargada movéndose nun campo eléctrico uniforme
del capítulo

Electromagnetismo	Parabolico	Partícula cargada movéndose nun campo eléctrico uniforme

Faga clic nas celas de cor salmón e elixa as opcións como se mostra. Escriba os datos nas celas de cor branca e bordo azul.

Intensidade de campo eléctrico	E =	$2{,}5 \cdot 10^5$	N/C	Sentido	↓
Distancia entre as placas	d =	5	cm		
Lonxitude del campo eléctrico	L =		cm		
Partícula	Carga q =				
	Masa m =	$4{,}90 \cdot 10^{-14}$	kg		
Velocidade	Módulo $\|v_0\|$ =		m/s		
	Dirección φ =				
Altura do punto de entrada	h_0 =		cm		
Desprazamento vertical	Δy =	0	cm		
Aceleración da gravidade	g =	9,8	m/s²		

Os resultados son:

b)	Carga (12 e)	q =	$-1{,}92 \cdot 10^{-18}$ C
c)	ΔV placas	ΔV =	$1{,}25 \cdot 10^4$ V

2. Unha esfera pequena, de masa 2 g e carga +3 µC, colga dun fío de 6 cm de lonxitude entre dúas placas metálicas verticais e paralelas separadas entre si unha distancia de 12 cm. As placas posúen cargas iguais pero de signo contrario. Calcula:
   a) O campo eléctrico entre as placas para que o fío forme un ángulo de 45° coa vertical.
   b) A tensión do fío nese momento.
   c) Se as placas se descargan, cal será a velocidade da esfera ao pasar pola vertical?
   Dato: $g = 9{,}81$ m·s⁻². *(A.B.A.U. ord. 17)*
   Rta.: a) $E = 6{,}54 \cdot 10^3$ N/C; b) $T = R = 0{,}0277$ N; c) $v = 0{,}587$ m/s.

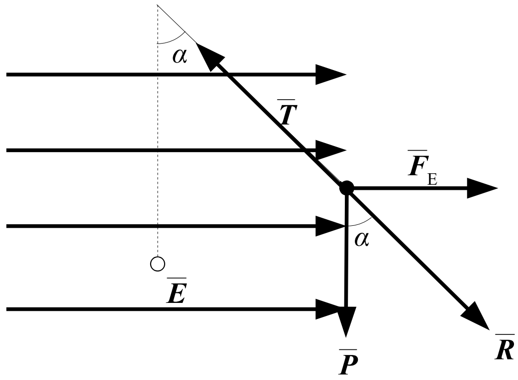
Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa da esfera	$m = 2{,}00$ g $= 2{,}00 \cdot 10^{-3}$ kg
Carga da esfera	$q = 3{,}00$ µC $= 3{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Lonxitude do fío	$L = 6{,}00$ cm $= 0{,}0600$ m
Ángulo que forma o fío coa vertical	$\alpha = 45°$
Valor do campo gravitacional terrestre	$g = 9{,}81$ m/s²
Incógnitas	
Valor do campo electrostático	E
Tensión do fío	T
Velocidade da esfera ao pasar pola vertical	v
Ecuacións	
Forza sobre unha carga puntual q nun campo electrostático uniforme $\overline{\boldsymbol{E}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_E = q \cdot \overline{\boldsymbol{E}}$
Valor da forza peso	$P = m \cdot g$
Enerxía potencial da forza peso	$E_p = m \cdot g \cdot h$
Enerxía cinética	$E_c = ½\, m \cdot v^2$

Solución:

a) Debúxase un esquema situando as forzas.
Cando a esfera alcanza o equilibrio, a tensión, , $\overline{\boldsymbol{T}}$, equilibra á resultante, $\overline{\boldsymbol{R}}$, das forzas peso, $\overline{\boldsymbol{P}}$, e eléctrica, $\overline{\boldsymbol{F}}_E$
Calcúlase o valor da forza peso:

$$P = m \cdot g = 2{,}00 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]} \cdot 9{,}81 \text{ [m·s}^{-2}\text{]} = 0{,}0196 \text{ N}$$

Como o ángulo entre a resultante e a vertical é de 45° e tan 45° = 1,00.



$$F_E = P = 0{,}0196 \text{ N}$$

O campo electrostático vale:

$$E = \frac{F_E}{q} = \frac{0{,}0196 \text{ N}}{3{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ C}} = 6{,}54 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

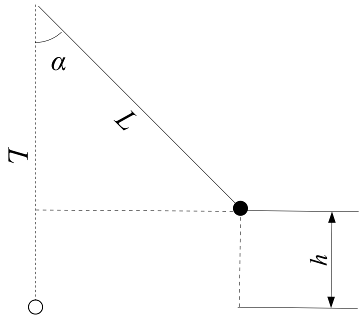
Como son perpendiculares, a forza resultante vale:

$$|\vec{R}| = \sqrt{(0{,}0196 [\text{N}])^2 + (0{,}0196 [\text{N}])^2} = 0{,}0277 \text{ N}$$

b) O valor da tensión é o mesmo que o da forza resultante:

$$T = R = 0{,}0277 \text{ N}$$

c) Ao descargarse as láminas só actúa a forza peso, que é unha forza conservativa. A enerxía mecánica consérvase entra a posición inicial e o punto máis baixo da traxectoria.
A altura do punto de equilibrio respecto do punto máis baixo pode calcularse do triángulo:



$$h = L - L \cos \alpha = L (1 - \cos \alpha) = 0{,}0600 \text{ [m]} (1 - \cos 45°) = 0{,}0176 \text{ m}$$

Calcúlase a enerxía potencial do peso no punto de partida, tomando como orixe de enerxías o punto máis baixo:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 2{,}00 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]} \cdot 9{,}81 \text{ [m·s}^{-2}\text{]} \cdot 0{,}00240 \text{ [m]} = 3{,}45 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Como a enerxía cinética no punto máis baixo é nula, a enerxía mecánica valerá o mesmo.

$$E = E_p = 3{,}45 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

No punto máis baixo a enerxía mecánica é a mesma, e como non hai enerxía potencial, ese será o valor da enerxía cinética. Polo tanto, a velocidade valerá:

$$E = E_c = ½\, m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}45 \cdot 10^{-4} [\text{J}]}{2{,}00 \cdot 10^{-3} [\text{kg}]}} = 0{,}587 \text{ m/s}$$

A maior parte das respostas pode calcularse coa folla de cálculo FisicaBachGl.ods
Cando estea no índice, manteña pulsada a tecla «⇑» (maiúsculas) mentres fai clic na cela

Péndulo en campo eléctrico

do capítulo

Electromagnetismo	Pendulo_Elec	Péndulo en campo eléctrico

Faga clic nas celas de cor salmón e elixa as opcións como se mostra. Escriba os datos nas celas de cor branca e bordo azul.

Sentido do campo eléctrico	→		
Intensidade de campo eléctrico	E =		N/C
Distancia entre placas	d =	12	cm
Masa oscilante	m =	2	g
Carga	q =	3	μC
Lonxitude do fío	L =	6	cm
Ángulo	φ =	45	°
Aceleración da gravidade	g =	9,81	m/s²

Os resultados son:

a)	Campo eléctrico	E =	$6{,}54 \cdot 10^3$ N/C

	Diferencia de potencial	ΔV =	785 V
b)	Tensión do fío	T =	0,0277 N
c)	Velocidade máxima	v =	0,587 m/s

● Esferas

1. Unha esfera condutora de raio 4 cm ten unha carga de +8 µC en equilibrio electrostático. Calcula canto valen en puntos que distan 0, 2 e 6 cm do centro da esfera:
   a) O módulo da intensidade do campo electrostático.
   b) O potencial electrostático.
   c) Representa as magnitudes anteriores en función da distancia ao centro da esfera.
   DATO: $K = 9·10^9$ N·m²·C⁻². *(A.B.A.U. ord. 18)*
   Rta.: a) $|\overline{\boldsymbol{E}}_1| = |\overline{\boldsymbol{E}}_2| = 0$; $|\overline{\boldsymbol{E}}_3| = 2{,}00·10^7$ N/C; b) $V_1 = V_2 = 1{,}80·10^6$ V; $V_3 = 1{,}20·10^6$ V.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Carga da esfera	$Q = 8{,}00$ µC $= 8{,}00·10^{-6}$ C
Radio da esfera	$R = 4{,}00$ cm $= 0{,}0400$ m
Distancias ao centro da esfera: punto interior 1	$r_1 = 0$ cm $= 0$ m
punto interior 2	$r_2 = 2{,}00$ cm $= 0{,}0200$ m
punto exterior	$r_3 = 6{,}00$ cm $= 0{,}0600$ m
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00·10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Intensidade do campo electrostático nos puntos 1, 2 e 3	$\overline{\boldsymbol{E}}_1, \overline{\boldsymbol{E}}_2, \overline{\boldsymbol{E}}_3$
Potencial electrostático nos puntos 1, 2 e 3	V_1, V_2, V_3
Ecuacións	
Intensidade do campo electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r	$\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$
Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r	$V=K\frac{Q}{r}$

Solución:

a) A intensidade de campo electrostático nos puntos 1 e 2, que se atopan no interior a 0 e 2 cm do centro da esfera, é nulo porque o condutor atópase en equilibrio e todas as cargas atópanse na superficie da esfera.
O potencial electrostático nos puntos 1 e 2 é o mesmo que o potencial na superficie da esfera, que vale o mesmo que o creado por unha carga puntual Q situada no centro da esfera:

$$V=K\frac{Q}{r} \Rightarrow V_1=V_2=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}0400\ [\text{m}])}=1{,}80\cdot 10^6\ \text{V}$$

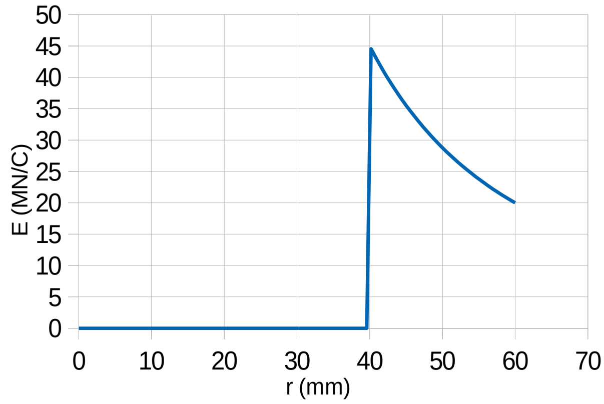
b) O módulo da intensidade de campo electrostático no punto 3 a 6 cm do centro da esfera é o mesmo que se a carga fose puntual. Calcúlase o seu módulo:

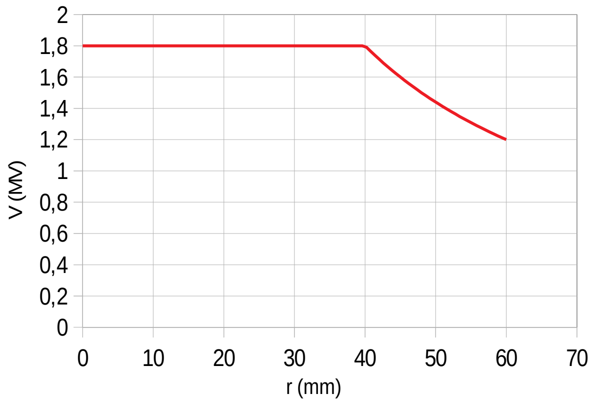
$$|\vec{E}_3|=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}0600\ [\text{m}])^2}=2{,}00\cdot 10^7\ \text{N/C}$$

O potencial electrostático no punto 3 é o mesmo que se a carga fose puntual.

$$V_3=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}0600\ [\text{m}])}=1{,}20\cdot 10^6\ \text{V}$$

c) A gráfica da variación da intensidade do campo electrostático dá un valor 0 para distancias inferiores ao raio da esfera, faise máxima para o raio e diminúe de forma inversamente proporcional ao cadrado da distancia ao centro da esfera para distancias maiores.
A gráfica da variación do potencial electrostático da un valor constante para distancias inferiores ao raio da esfera, e diminúe de forma inversamente proporcional á distancia ao centro da esfera para distancias maiores.





A maior parte das respostas pode calcularse coa folla de cálculo FisicaBachGl.ods
Cando estea no índice, manteña pulsada a tecla «⇑» (maiúsculas) mentres fai clic na cela
Esferas concéntricas
do capítulo

Electromagnetismo	Esferas	Esferas concéntricas

Faga clic nas celas de cor salmón e elixa as opcións como se mostra. Escriba os datos nas celas de cor branca e bordo azul.

Constante	K =	9,00·10⁹	N·m²/C²	ε' =	1
Esfera		Interior	Exterior		
Carga da esfera	Q =		8		μC
Radio da esfera	R =		4		cm
Distancia	r =	0	2	6	cm
ao centro do punto		A	B	C	

Os resultados son:

	Punto	A	B	C
a)	Campo	0	0	$2{,}00·10^7$ N/C
b)	Potencial	$1{,}80·10^6$	$1{,}80·10^6$	$1{,}20·10^6$ V

Cuestións e problemas das Probas de avaliación do Bacharelato para o acceso á Universidade (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.
Respostas e composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algúns cálculos fixéronse cunha folla de cálculo de LibreOffice ou OpenOffice do mesmo autor.
Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de traducindote, de Óscar Hermida López.
Procurouse seguir as recomendacións do *Centro Español de Metrología* (CEM)

Actualizado: 18/10/22

Sumario

CAMPO ELECTROSTÁTICO