CiUG — Comisión Interuniversitaria de Galicia	**Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade** **Código: 23**
	XULLO 2019

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestións 4 puntos (1 cada cuestión, teórica ou práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado).
Non se valorará a simple anotación dunha opción como solución ás cuestións. As respostas deben ser razoadas.
O/A alumno/a elixirá unha das dúas opcións.

OPCIÓN A

C.1. A distancia focal dun sistema formado por unha lente converxente de 2 dioptrías e outra diverxente de 4,5 dioptrías é: A) 2,5 m. B) −0,65 m. C) −0,4 m.

C.2. As liñas de forza do campo eléctrico: A) Son pechadas. B) En cada punto son perpendiculares ás superficies equipotenciais. C) Poden cortarse.

C.3. Unha partícula de masa m e carga q penetra nunha rexión onde existe un campo magnético uniforme de módulo B perpendicular á velocidade v da partícula. O raio da órbita descrita: A) Aumenta se aumenta a enerxía cinética da partícula. B) Aumenta se aumenta a intensidade do campo magnético. C) Non depende da enerxía cinética da partícula.

C.4. Determina graficamente o índice de refracción dun vidro a partir da seguinte táboa de valores dos ángulos de incidencia, φ_i, e de refracción, φ_r, da luz. Estima a súa incerteza.

N.º exp.	1	2	3	4
φ_i/°	10,0	20,0	30,0	40,0
φ_r/°	6,5	13,5	20,3	25,5

P.1. Considera dúas masas de 2 kg e 4 kg fixas sobre o eixe X na orixe e a x = 6 m, respectivamente. Calcula: a) As coordenadas dun punto no que o campo gravitacional resultante valla cero. b) O potencial gravitacional en x = 2 m;. c) O traballo realizado pola forza do campo gravitacional para levar unha masa de 6 kg desde ese punto ata o infinito. Interpreta o signo do resultado. DATO: $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N·m²·kg⁻².

P.2. Ilumínase un metal con luz monocromática dunha certa lonxitude de onda. Se o traballo de extracción é de $4{,}8\cdot10^{-19}$ J e o potencial de freado é de 2,0 V, calcula: a) A velocidade máxima dos electróns emitidos. b) A lonxitude de onda da radiación incidente. c) Representa graficamente a enerxía cinética máxima dos electróns emitidos en función da frecuencia da luz incidente. DATOS: $|q_e| = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s⁻¹; $c=3\cdot10^{8}$ m ·s⁻¹.

OPCIÓN B

C.1. O $^{232}_{90}$Th desintégrase emitindo 6 partículas α e 4 partículas β, o que dá lugar a un isótopo estable do chumbo de número atómico: A) 82. B) 78. C) 74.

C.2. A expresión que relaciona a enerxía mecánica dun satélite que describe unha órbita circular arredor dun planeta e a súa enerxía potencial é: A) $E_m = -E_p$. B) $E_m = -½\, E_p$. C) $E_m = ½\, E_p$.

C.3. Unha superficie plana separa dous medios de índices de refracción distintos n_1 e n_2. Un raio de luz incide desde o medio de índice n_1. Razoa cal das afirmacións seguintes é verdadeira: A) O ángulo de incidencia é maior que o ángulo de reflexión. B) Os ángulos de incidencia e de refracción son sempre iguais. C) Se $n_1 < n_2$ non se produce reflexión total.

C.4. Na práctica de óptica xeométrica traballas con lentes converxentes e obtés imaxes nunha pantalla variando a distancia entre o obxecto e a lente. Xustifica con diagramas de raios os casos nos que non obtés imaxes na pantalla.

P.1. Un electrón acelérase desde o repouso mediante unha diferenza de potencial de $1{,}0\cdot10^{3}$ V, penetrando a continuación, perpendicularmente, nun campo magnético uniforme de 0,20 T. Calcula: a) A velocidade do electrón ao entrar no campo magnético. b) O raio da traxectoria do electrón. c) O módulo, a dirección e o sentido do campo eléctrico uniforme necesario para que o electrón non experimente desviación ao seu paso pola rexión na que existen o campo eléctrico e o magnético. DATOS: $q_e = -1{,}6\cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg.

P.2. Nunha corda propágase unha onda dada pola ecuación $y(x, t) = 0{,}04$ sen $2\pi\,(2x - 4t)$, onde as lonxitudes exprésanse en metros e o tempo en segundos. Calcula: a) A frecuencia, o número de onda, a lonxitude de onda e a velocidade de propagación da onda. b) A diferenza de fase, nun instante determinado, entre dous puntos da corda separados 1 m e comproba se devanditos puntos están en fase ou en oposición. c) Os módulos da velocidade e aceleración máximas de vibración dos puntos da corda.

Solucións

OPCIÓN A

C.1. A distancia focal dun sistema formado por unha lente converxente de 2 dioptrías e outra diverxente de 4,5 dioptrías é:
A) 2,5 m.
B) −0,65 m.
C) −0,4 m.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: C

Como non dan a distancia entre as lentes, supoño que están unidas. Nese caso:

$$P = P_1 + P_2 = 2 + (-4{,}5) = -2{,}5 \text{ dioptrías}$$

$$P=\frac{1}{f} \Rightarrow f=\frac{1}{P}=\frac{1}{-2{,}5\ [\mathrm{m}^{-1}]}=-0{,}4\ \mathrm{m}$$

C.2. As liñas de forza do campo eléctrico:
A) Son pechadas.
B) En cada punto son perpendiculares ás superficies equipotenciais.
C) Poden cortarse.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: B

As superficies equipotenciais son aquelas formadas polos puntos nos que o potencial eléctrico vale o mesmo. Se o campo eléctrico non fose perpendicular á superficie, tería unha compoñente paralela a ela e, ao colocar unha carga eléctrica nun punto da superficie sufriría unha forza e desprazaríase. Pero isto non ocorre porque as cargas só se desprazan se hai unha diferenza de potencial, que non é o caso.

As outras opcións.
A. Falsa. As liñas de forza dun campo electrostático xorden das cargas positivas (fontes) e terminan nas cargas negativas (sumidoiros). Son abertas.
C. Falsa. Por definición, as liñas de forza debúxanse de forma que o campo eléctrico sexa tanxente a elas en cada punto. O campo eléctrico nun punto é único. Se as liñas de forza cortásense, habería dúas tanxentes e dous vectores de campo eléctrico.

C.3. Unha partícula de masa *m* e carga *q* penetra nunha rexión onde existe un campo magnético uniforme de módulo *B* perpendicular á velocidade *v* da partícula. O raio da órbita descrita:
A) Aumenta se aumenta a enerxía cinética da partícula.
B) Aumenta se aumenta a intensidade do campo magnético.
C) Non depende da enerxía cinética da partícula.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: B

A forza magnética, $\overline{\boldsymbol{F}}_B$, sobre unha carga, q, que se despraza no interior dun campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, cunha velocidade, $\overline{\boldsymbol{v}}$, vén dada pola lei de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

Esta forza é perpendicular en todos os puntos á dirección de avance da partícula, polo que describe traxectoria circular con velocidade de valor constante xa que a aceleración só ten compoñente normal a_N.

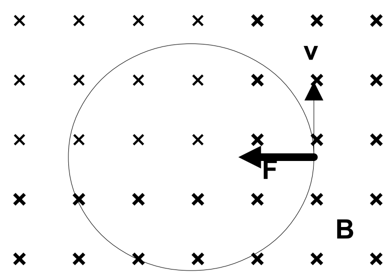
Se só actúa a forza magnética:

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_B$$

Aplicándoa 2.ª lei de Newton:

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_\text{N} = m \frac{v^2}{R}$$



Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética quedaría:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \text{sen}\,\varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Se as partículas entran perpendicularmente ao campo, sen φ = 1.
Despexando o raio, R:

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Se aumenta a enerxía cinética, aumenta a velocidade e, como se ve na ecuación anterior, aumenta tamén o raio da traxectoria.

C.4. Determina graficamente o índice de refracción dun vidro a partir da seguinte táboa de valores dos ángulos de incidencia, φ_i, e de refracción, φ_r, da luz. Estima a súa incerteza.

N.º exp.	1	2	3	4
φ_i/°	10,0	20,0	30,0	40,0
φ_r/°	6,5	13,5	20,3	25,5

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución:

DETERMINACIÓN DO ÍNDICE DE REFRACCIÓN DUN MEDIO en Prácticas: Orientacións xerais do *Grupo de Traballo.*

A lei de Snell pode resumirse na ecuación:

$$n_\text{i} \cdot \text{sen}\ \varphi_\text{i} = n_\text{r} \cdot \text{sen}\ \varphi_\text{r}$$

Se o medio de incidencia é o aire, n_i = 1, o índice de refracción do vidro será

$$n_\text{r} = \frac{\text{sen}\,\varphi_\text{i}}{\text{sen}\,\varphi_\text{r}}$$

Se facemos unha representación gráfica de sen φ_r fronte a sen φ_i, a pendente da gráfica será a inversa do índice de refracción.

$$\text{sen}\ \varphi_\text{r} = (1 / n_\text{r}) \cdot \text{sen}\ \varphi_\text{i}$$

Faise unha táboa calculando os senos dos ángulos de incidencia e refracción.

N.º exp.	φ_i/°	φ_r/°	sen φ_i	sen φ_r
1	10	6,5	0,174	0,113
2	20	13,5	0,342	0,233
3	30	20,3	0,500	0,347
4	40	25,5	0,643	0,431

Nunha folla de cálculo represéntanse nunha gráfica sen φ_r fronte a sen φ_i e trázase a liña de tendencia que pasa pola orixe de coordenadas.
A inversa da pendente será o índice de refracción:

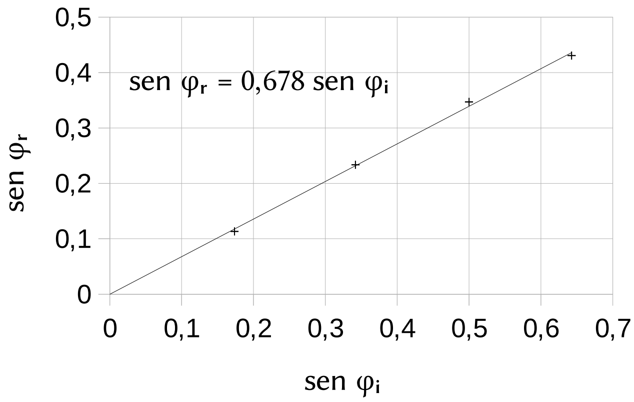
$$n_r = \frac{\text{sen}\,\varphi_i}{\text{sen}\,\varphi_r} = \frac{1}{0{,}678} = 1{,}47$$

A incerteza depende da incerteza das medidas (medio grao?) e do cálculo. O máis sinxelo é poñelo en función das cifras significativas.

$$n_r = 1{,}47 \pm 0{,}01$$

Se non se ten unha folla de cálculo trázase a ollo a recta polos puntos. Nese caso a incerteza vai ser moito maior.

$$n_r = 1{,}5 \pm 0{,}1$$



P.1. Considera dúas masas de 2 kg e 4 kg fixas sobre o eixe X na orixe e a x = 6 m, respectivamente. Calcula:

a) As coordenadas dun punto no que o campo gravitacional resultante valla cero

b) O potencial gravitacional en x = 2 m.

c) O traballo realizado pola forza do campo gravitacional para levar unha masa de 6 kg desde ese punto ata o infinito. Interpreta o signo do resultado.

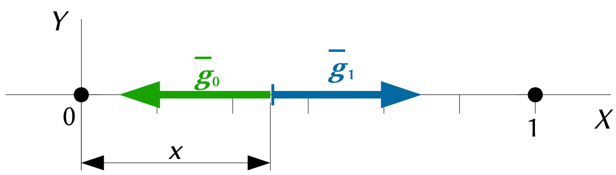
DATO: $G = 6{,}67\cdot10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$. *(A.B.A.U. extr. 19)*

Rta.: a) x = 2,5 m; b) $V = -1{,}3\cdot10^{-10}$ J/kg; c) $W = -8{,}0\cdot10^{-10}$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa na orixe	M_0 = 2,00 kg
Masa no eixo X	M_1 = 4,00 kg
Coordenada x da masa na orixe	x_0 = 0 m
Coordenada x da masa no eixo X	x_1 = 6,00 m
Coordenada x para calcular o potencial	x_2 = 2,00 m
Masa que se leva ao infinito	m = 6,00 kg
Constante da gravitación universal	$G = 6{,}67\cdot10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$
Incógnitas	
Coordenadas dun punto no que o campo gravitacional resultante valla cero	x, y
Potencial gravitacional en x = 2 m	V_2
Traballo da forza do campo para levar 6 kg desde x = 2 m ata o infinito	W
Ecuacións	
Lei de Newton da gravitación universal (forza que exerce cada masa puntual sobre cada unha das outras)	$\vec{F}_G = -G\frac{M\cdot m}{r^2}\vec{u}_r$
Intensidade do campo gravitacional que exerce unha masa M puntual nun punto a unha distancia r	$\vec{g} = \frac{\vec{F}_G}{m} = -G\frac{M}{r^2}\vec{u}_r$
Potencial gravitacional nun punto debido a unha masa M que dista r do punto	$V = -G\frac{M}{r}$
Enerxía potencial gravitacional (referida ao infinito)	$E_p = m\cdot V = -G\frac{M\cdot m}{r}$
Traballo do campo cando se despraza unha masa desde o punto 1 ao punto 2	$W_{1\to2} = E_{p1} - E_{p2} = -\Delta E_p$

Solución:

a) O punto deberá estar no eixe X entre as dúas masas.
A súa coordenada y será y = 0.
O principio de superposición di que a intensidade de campo gravitacional nun punto, debido á presencia de varias masas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada masa, coma se o resto das masas non estivese presente.



Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada masa, e despois súmanse os vectores.

A forza de atracción gravitacional entre dúas masas puntuais ou esféricas, M e m, vén dada pola lei da gravitación de Newton. G é a constante da gravitación universal e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as masas.

$$\vec{\boldsymbol{F}} = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$$

O campo gravitacional nun punto situado a unha distancia, r, dunha masa puntual, M, é a forza sobre a unidade de masa situada nese punto.

$$\vec{\boldsymbol{g}} = \frac{\vec{\boldsymbol{F}}}{m} = \frac{-G \frac{M \cdot \cancel{m}}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r}{\cancel{m}} = -G \frac{M}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$$

Para calcular a súa coordenada x. escríbense as expresións dos campos gravitacionais creados nese punto polas masas, e aplícase a condición de que o campo resultante é nulo.
O campo gravitacional nese punto creado pola masa situada na orixe é:

$$\vec{\boldsymbol{g}}_0 = -G \frac{M_0}{r_0^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}] \frac{2{,}00 \ [\mathrm{kg}]}{x^2} \vec{\mathbf{i}} = \frac{-1{,}33 \cdot 10^{-10}}{x^2} \vec{\mathbf{i}} \ \mathrm{m/s^2}$$

O campo gravitacional nese punto creado pola masa situada en $x_1 = 6$ [m] é:

$$\vec{\boldsymbol{g}}_1 = -G \frac{M_1}{r_1^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}] \frac{4{,}00 \ [\mathrm{kg}]}{(6{,}00 - x)^2} (-\vec{\mathbf{i}}) = \frac{2{,}67 \cdot 10^{-10}}{(6{,}00 - x)^2} \vec{\mathbf{i}} \ \mathrm{m/s^2}$$

Polo principio de superposición, o campo gravitacional é a suma vectorial dos dous campos.

$$\overline{\boldsymbol{g}} = \overline{\boldsymbol{g}}_0 + \overline{\boldsymbol{g}}_1 = \overline{\mathbf{0}}$$

$$\frac{-1{,}33 \cdot 10^{-10}}{x^2} + \frac{2{,}67 \cdot 10^{-10}}{(6{,}00 - x)^2} = 0$$

$$\frac{(6{,}00 - x)^2}{x^2} = \frac{2{,}67 \cdot 10^{-10}}{1{,}33 \cdot 10^{-10}} = 2{,}00$$

$$6{,}00 - x = \pm\sqrt{2{,}00}\ x$$

$$x = \frac{6{,}00}{1 + \sqrt{2{,}00}} = 2{,}48 \ \mathrm{m}$$

Análise: A solución é aceptable, posto que se atopa entre as dúas masas. A outra solución, $x = \frac{6{,}00}{1 - \sqrt{2{,}00}} = -14{,}5 \ \mathrm{m}$ *estaría nun punto no que ambos os campos serían do mesmo sentido e non se anularían.*

O potencial gravitacional nun punto, debido á presencia de varias masas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada masa, coma se o resto das masas non estivese presente.
Para determinar o potencial gravitacional nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada masa, e despois súmanse.
A ecuación do potencial gravitacional, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha masa puntual, Q, é:

$$V = -G \frac{M}{r}$$

G é a constante da gravitación universal.

b) Calcúlase o potencial gravitacional no punto $x = 2$ [m] creado pola masa situada na orixe:

$$V_0 = -G \frac{M_0}{r_0} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}] \frac{2{,}00 \ [\mathrm{kg}]}{2{,}00 \ [\mathrm{m}]} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \ \mathrm{J/kg}$$

Calcúlase o potencial gravitacional no punto $x = 2$ [m] creado pola masa situada no punto $x = 6$ [m]:

$$V_1 = -G \frac{M_1}{r_1} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}] \frac{4{,}00 \ [\mathrm{kg}]}{6{,}00 - 2{,}00 \ [\mathrm{m}]} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \ \mathrm{J/kg}$$

O potencial gravitacional é a suma.

$$V = V_0 + V_1 = (-6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\text{J/kg}]) + (-6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\text{J/kg}]) = -1{,}33 \cdot 10^{-10}\ \text{J/kg}$$

O campo gravitacional é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha masa se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial, E_p, asociada ao campo vectorial de forzas, de tal xeito que o traballo realizado pola forza do campo ao mover unha masa entre dous puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar, chamada potencial gravitacional, que é igual á enerxía potencial da unidade de masa.

$$V = \frac{E_p}{m}$$

O traballo realizado pola forza de campo, cando unha masa se move do punto A ao punto B, é:

$$W_{A\to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = m \cdot V_A - m \cdot V_B = m\,(V_A - V_B)$$

c) Por definición, a enerxía potencial (e o potencial) no infinito é nula, polo que o traballo da resultante das forzas gravitacionais cando se leva a masa en $x = 2$ [m] ata o infinito é:

$$W_{2\to\infty} = -\Delta E_p = -(E_{p\infty} - E_{p2}) = E_{p2} - E_{p\infty} = E_{p2} = m \cdot V_2 = 6{,}00\ [\text{kg}] \cdot (-1{,}33 \cdot 10^{-10}\ [\text{J/kg}]) = -8{,}00 \cdot 10^{-10}\ \text{J}$$

O traballo das forzas gravitacionais é negativo, (a forza do campo oponse ao desprazamento cara ao infinito) e o traballo deberá facelo algunha forza externa.

P.2. Ilumínase un metal con luz monocromática dunha certa lonxitude de onda. Se o traballo de extracción é de $4{,}8 \cdot 10^{-19}$ J e o potencial de freado é de 2,0 V, calcula:
a) A velocidade máxima dos electróns emitidos.
b) A lonxitude de onda da radiación incidente.
c) Representa graficamente a enerxía cinética máxima dos electróns emitidos en función da frecuencia da luz incidente.
DATOS: $|q_e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s⁻¹; c=$3 \cdot 10^8$ m ·s⁻¹. *(A.B.A.U. extr. 19)*
Rta.: a) $v = 8{,}4 \cdot 10^5$ m/s; b) λ =250 nm.

Datos	***Cifras significativas: 2***
Traballo de extracción do metal	$W_e = 4{,}8 \cdot 10^{-19}$ J
Potencial de freado	$V = 2{,}0$ V
Constante de Planck	$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s
Velocidade da luz no baleiro	$c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s
Carga do electrón	$\|e\| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
Masa do electrón	$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg
Incógnitas	
Velocidade máxima dos electróns emitidos	v
Lonxitude de onda da radiación incidente	λ
Ecuacións	
Ecuación de Planck (enerxía do fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre a frecuencia dunha onda luminosa e a lonxitude de onda	$f = c / \lambda$
Enerxía cinética	$E_c = ½\, m \cdot v^2$
Relación entre a enerxía cinética dos electróns e o potencial de freado	$E_c = \|e\| \cdot V$

Solución:

a) A enerxía cinética máxima dos electróns emitidos calcúlase a partir do potencial de freado:

$$E_c = |e| \cdot V = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ [\text{C}] \cdot 2{,}0\ [\text{V}] = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

A velocidade calcúlase a partir da expresión da enerxía cinética:

$$E_c = ½\, m \cdot v^2 \Rightarrow \qquad v = \sqrt{\frac{2\,E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-20}\ [\text{J}]}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ [\text{kg}]}} = 8{,}4 \cdot 10^5\ \text{m/s}$$

b) Calcúlase a enerxía da radiación empregando a ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico

$$E_f = W_e + E_c = 4{,}8 \cdot 10^{-19}\ [\text{J}] + 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ [\text{J}] = 8{,}0 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

A frecuencia dos fotóns incidentes calcúlase usando a ecuación de Planck:

$$E_f = h \cdot f \Rightarrow f = \frac{E_f}{h} = \frac{8{,}0 \cdot 10^{-19}\ [\text{J}]}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ [\text{J·s}]} = 1{,}2 \cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1} = 1{,}2 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}$$

A lonxitude de onda dos fotóns calcúlase usando a relación entre a frecuencia e a lonxitude de onda:

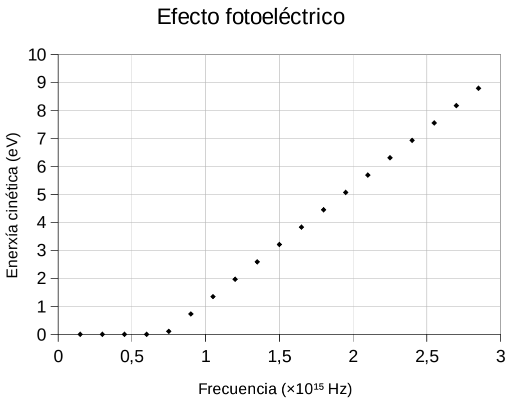
$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3{,}0 \cdot 10^{8}\ [\text{m/s}]}{1{,}2 \cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1}} = 2{,}5 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 250\ \text{nm}$$

c) Calcúlase a frecuencia limiar combinando as ecuacións de Planck e Einstein:

$$W_e = h \cdot f_0$$

$$f_0 = \frac{W_e}{h} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{6{,}63 \cdot 10^{-24}\ \text{J·s}} = 7{,}2 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}$$

Por debaixo da frecuencia limiar non hai electróns.
Faise unha táboa con valores da frecuencia maiores ao valor da frecuencia limiar, e calcúlase a enerxía cinética dos electróns coa ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico.
A gráfica podería ser como a seguinte:



OPCIÓN B

C.1. O $^{232}_{90}$Th desintégrase emitindo 6 partículas α e 4 partículas β, o que dá lugar a un isótopo estable do chumbo de número atómico:
A) 82.
B) 78.
C) 74.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: A

As partículas alfa son núcleos de helio $^4_2$He, as partículas beta electróns $^{0}_{-1}$e e as radiacións gamma fotóns $^0_0\gamma$.
Escribindo a reacción nuclear:

$$^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow 6\,^4_2\text{He} + 4\,^{0}_{-1}\text{e} + ^{A}_{Z}\text{D}$$

Aplicando os principios de conservación do número bariónico (ou número másico) e da carga, queda:

$$232 = 6 \cdot 4 + A \Rightarrow A = 208$$

$$90 = 6 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) + Z \Rightarrow Z = 82$$

C.2. A expresión que relaciona a enerxía mecánica dun satélite que describe unha órbita circular arredor dun planeta e a súa enerxía potencial é:
A) $E_m = -E_p$.
B) $E_m = -½\ E_p$.
C) $E_m = ½\ E_p$.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: C

A enerxía cinética dun obxecto de masa m, que se move con velocidade v, é directamente proporcional ao cadrado da súa velocidade.

$$E_c = ½\ m \cdot v^2$$

A enerxía potencial gravitacional dun satélite de masa m, que xira arredor dun astro de masa M, nunha órbita de radio r, é inversamente proporcional ao raio da órbita.

$$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$$

Onde G é a constante da gravitación universal.
A enerxía mecánica de un corpo de masa m, que se atopa en órbita de raio r arredor dun astro de masa M, é a suma das súas enerxías cinética e potencial.

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \left(-G \frac{M \cdot m}{r}\right)$$

A velocidade dun satélite que xira a unha distancia r arredor dun astro de masa M é:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Substituíndo v^2, a expresión da enerxía cinética queda:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} G \frac{M \cdot m}{r}$$

A expresión da enerxía mecánica queda:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - G \frac{M \cdot m}{r} = \frac{1}{2} G \frac{M \cdot m}{r} - G \frac{M \cdot m}{r} = -\frac{1}{2} G \frac{M \cdot m}{r}$$

A enerxía mecánica dun satélite en órbita é igual á metade da súa enerxía potencial.

$$E = \frac{1}{2} E_p$$

C.3. Unha superficie plana separa dous medios de índices de refracción distintos n_1 e n_2. Un raio de luz incide desde o medio de índice n_1. Razoa cal das afirmacións seguintes é verdadeira:
A) O ángulo de incidencia é maior que o ángulo de reflexión.
B) Os ángulos de incidencia e de refracción son sempre iguais.
C) Se $n_1 < n_2$ non se produce reflexión total.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: C

Para que exista reflexión total a luz debe pasar dun medio máis denso opticamente (con maior índice de refracción) a un menos denso.
Pola lei de Snell

$$n_1 \cdot \text{sen}\ \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen}\ \theta_2$$

O ángulo límite é o ángulo de incidencia para o que o ángulo de refracción vale 90°.

$$n_1 \cdot \text{sen}\ \lambda_1 = n_2 \cdot \text{sen}\ 90° = n_2$$

Se $n_2 > n_1$ entón:

$$\text{sen}\ \lambda_1 = n_2\ /\ n_1 > 1$$

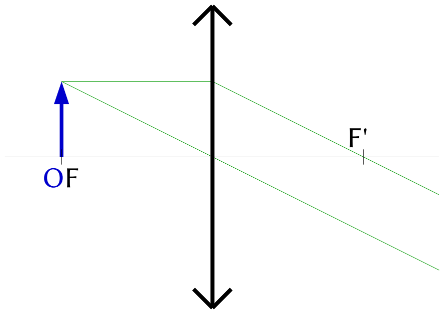
É imposible. O seno dun ángulo non pode ser maior que uno.

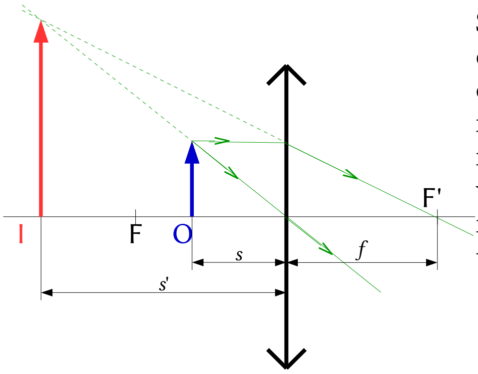
C.4. Na práctica de óptica xeométrica traballas con lentes converxentes e obtés imaxes nunha pantalla variando a distancia entre o obxecto e a lente. Xustifica con diagramas de raios os casos nos que non obtés imaxes na pantalla.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución:

Se colocamos o obxecto a unha distancia igual á distancia focal non se forma imaxe porque os raios saen paralelos despois de atravesar a lente.





Se colocamos o obxecto a unha distancia menor que a distancia focal non se forma imaxe na pantalla porque os raios non se cortan despois de atravesar a lente. Prolongando os raios obtemos un punto de corte que corresponde á imaxe virtual, que non se ve na pantalla,

P.1. Un electrón acelérase desde o repouso mediante unha diferenza de potencial de $1{,}0·10^3$ V, penetrando a continuación, perpendicularmente, nun campo magnético uniforme de 0,20 T. Calcula:
a) A velocidade do electrón ao entrar no campo magnético.
b) O raio da traxectoria do electrón.
c) O módulo, a dirección e o sentido do campo eléctrico uniforme necesario para que o electrón non experimente desviación ao seu paso pola rexión na que existen o campo eléctrico e o magnético.
DATOS: $q_e = -1{,}6·\ 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1·10^{-31}$ kg. *(A.B.A.U. extr. 19)*
Rta.: a) $v = 1{,}9·10^7$ m/s; b) $r = 5{,}4·10^{-4}$ m; c) $|E| = 3{,}8·10^6$ N/C $\perp \overline{\boldsymbol{v}} \perp \overline{\boldsymbol{B}}$.

Datos	***Cifras significativas: 2***
Diferenza de potencial de aceleración	$V = 1{,}0·10^3$ V
Valor da intensidade do campo magnético	$B = 0{,}20$ T
Carga do electrón	$q = -1{,}60·10^{-19}$ C
Ángulo entre a velocidade do protón e o campo magnético	$\varphi = 90°$
Masa do electrón	$m = 9{,}1·10^{-31}$ kg
Incógnitas	
Velocidade do electrón	v
Radio da traxectoria circular	R
Vector campo eléctrico que anule o efecto do campo magnético	$\overline{\boldsymbol{E}}$
Outros símbolos	
Valor da forza magnética sobre o electrón	F_B
Período do movemento circular	T
Enerxía (cinética) do protón	E_c
Ecuacións	
Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga, q,que se despraza no interior dun campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, cunha velocidade, $\overline{\boldsymbol{v}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\ (\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$
Aceleración normal (nun movemento circular de raio R)	$a_N = \dfrac{v^2}{R}$
2.ª lei de Newton da Dinámica	$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$
Velocidade nun movemento circular uniforme de raio R	$v = \dfrac{2\pi \cdot R}{T}$
Traballo do campo eléctrico	$W(\text{eléctrico}) = q \cdot \Delta V$
Traballo da forza resultante	$W = \Delta E_c$
Enerxía cinética	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Forza, $\overline{\boldsymbol{F}}_E$, exercida por un campo electrostático, $\overline{\boldsymbol{E}}$, sobre unha carga, q	$\overline{\boldsymbol{F}}_E = q \cdot \overline{\boldsymbol{E}}$

Solución:

a) Para calcular a velocidade temos que ter en conta que ao acelerar o electrón cunha diferenza de potencial (supomos que desde o repouso), este adquire unha enerxía cinética:

$$W(\text{eléctrico}) = |q| \cdot \Delta V = \Delta E_c = ½\ m_p\ v^2 - ½\ m_p\ v_0^2$$

Se parte do repouso, $v_0 = 0$. A velocidade final é:

$$v=\sqrt{\frac{2|q|\cdot\Delta V}{m_\mathrm{p}}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}]\cdot 1{,}0\cdot 10^{3}\ [\mathrm{V}]}{9{,}1\cdot 10^{-31}\ [\mathrm{kg}]}}=1{,}9\cdot 10^{7}\ \mathrm{m/s}$$

Análise: A velocidade é moi alta, pero non tanto que haxa que facer correccións relativistas.

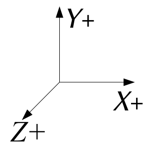
b) Como só actúa a forza magnética, que é perpendicular á velocidade, o electrón describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal a_N.

$$F_B=m\cdot a=m\cdot a_\mathrm{N}=m\frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética:

$$|q|\cdot B\cdot v\cdot \mathrm{sen}\,\varphi=m\frac{v^2}{R}$$

Despexando o raio, R:

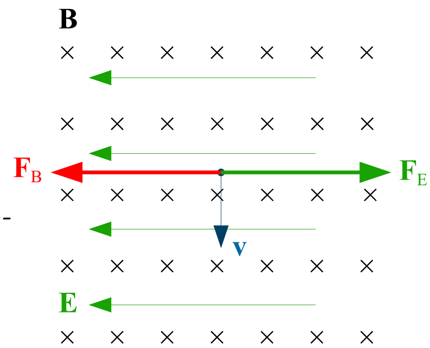


$$R=\frac{m\cdot v}{|q|\cdot B\cdot \mathrm{sen}\,\varphi}=\frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\ [\mathrm{kg}]\cdot 1{,}9\cdot 10^{7}\ [\mathrm{m/s}]}{1{,}6\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}]\cdot 0{,}20\ [\mathrm{T}]\cdot \mathrm{sen}\,90°}=5{,}3\cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}=0{,}53\ \mathrm{mm}$$

Análise: O raio ten un valor demasiado pequeno, menos dun milímetro.

c) Se actúa unha forza eléctrica que anula a magnética,

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B+\overline{\boldsymbol{F}}_E=q\,(\overline{\boldsymbol{v}}\times\overline{\boldsymbol{B}})+q\cdot\overline{\boldsymbol{E}}=\overline{\mathbf{0}}$$



O campo eléctrico debe valer, en módulo:

$$|\overline{\boldsymbol{E}}|=|-(\overline{\boldsymbol{v}}\times\overline{\boldsymbol{B}})|=1{,}9\cdot 10^{7}\ [\mathrm{m/s}]\cdot 0{,}20\ [\mathrm{T}]\cdot \mathrm{sen}\ 90°=3{,}8\cdot 10^{6}\ \mathrm{N/C}$$

A dirección ten que ser a do produto ($\overline{\boldsymbol{v}}\times\overline{\boldsymbol{B}}$), perpendicular ao vector velocidade e perpendicular ao vector campo magnético.
O sentido ten que ser oposto ao da forza magnética. Poñamos o caso de que a velocidade é paralela ao eixe Y en sentido negativo e o campo magnético é paralelo ao eixe Z en sentido negativo, a forza magnética estará na dirección do eixe X en sentido negativo:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B=q\,(\overline{\boldsymbol{v}}\times\overline{\boldsymbol{B}})=-q\,v\,B\,(-\overline{\mathbf{j}}\times-\overline{\mathbf{k}})=-q\,v\,B\,\overline{\mathbf{i}}$$

A forza eléctrica deberá estar na mesma dirección pero en sentido contrario.

$$\overline{\boldsymbol{F}}_E=-\overline{\boldsymbol{F}}_B=q\,v\,B\,\overline{\mathbf{i}}$$

Pero como a carga do electrón é negativa, o campo eléctrico deberá ser de sentido oposto ao da forza

$$\overline{\boldsymbol{E}}=\overline{\boldsymbol{F}}_E\,/\,(-q)=-v\,B\,\overline{\mathbf{i}}$$

P.2. Nunha corda propágase unha onda dada pola ecuación $y(x,t)=0{,}04$ sen $2\pi\,(2\,x-4\,t)$, onde as lonxitudes exprésanse en metros e o tempo en segundos. Calcula:

a) A frecuencia, o número de onda, a lonxitude de onda e a velocidade de propagación da onda.

b) A diferenza de fase, nun instante determinado, entre dous puntos da corda separados 1 m e comproba se devanditos puntos están en fase ou en oposición.

c) Os módulos da velocidade e aceleración máximas de vibración dos puntos da corda.

(A.B.A.U. extr. 19)

Rta.: a) $f=4$ Hz; $k=12{,}5\ \mathrm{m^{-1}}$; $\lambda=0{,}5$ m; $v_\mathrm{p}=2$ m/s; b) $\Delta\varphi=4\pi$ rad; c) $v=1{,}01$ m/s; $a=25{,}3\ \mathrm{m/s^2}$.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Ecuación da onda	$y=0{,}0400$ sen $2\pi\,(2{,}00\,x-4{,}00\,t)$ [m]
Distancia entre os puntos	$\Delta x=1{,}00$ m
Incógnitas	
Velocidade de propagación	v_p
Diferenza de fase entre dous puntos separados 1 m	$\Delta\varphi$
Outros símbolos	
Pulsación (frecuencia angular)	ω

Datos	***Cifras significativas: 3***
Frecuencia	f
Lonxitude de onda	λ
Número de onda	k
Ecuacións	
Ecuación dunha onda harmónica unidimensional	$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Número de onda	$k = 2\pi / \lambda$
Relación entre a frecuencia angular e a frecuencia	$\omega = 2\pi \cdot f$
Relación entre a lonxitude de onda e a velocidade de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Obténense a frecuencia angular e o número de onda comparando a ecuación dunha onda harmónica unidimensional coa ecuación do problema:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 0{,}0400 \text{ sen } 2\pi\ (2{,}00\ x - 4{,}00\ t) = 0{,}0400 \cdot \text{sen}(-8{,}00 \cdot \pi \cdot t + 4{,}00 \cdot \pi \cdot x)\ [\text{m}]$$

Frecuencia angular: $\omega = 8{,}00 \cdot \pi$ [rad/s] = 25,1 rad/s
Número de onda: $k = 4{,}00 \cdot \pi$ [rad/m] = 12,6 rad/m
Calcúlase a frecuencia a partir da frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{8{,}00 \cdot \pi\ [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]}{2\pi\ [\text{rad}]} = 4{,}00\ \text{s}^{-1} = 4{,}00\ \text{Hz}$$

Calcúlase a lonxitude de onda a partir do número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\ [\text{rad}]}{4{,}00 \cdot \pi\ [\text{rad} \cdot \text{m}^{-1}]} = 0{,}500\ \text{m}$$

Calcúlase a velocidade de propagación da onda a partir da lonxitude de onda e da frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0{,}500\ [\text{m}] \cdot 4{,}00\ [\text{s}^{-1}] = 2{,}00\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) Nun instante t, a diferenza de fase entre dous puntos situados en x_1 e x_2 é:

$$\Delta\varphi = [2\pi\ (-4{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x_2)] - [4\pi\ (2\pi\ (-4{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x_1)] = 2\pi \cdot 2{,}00 \cdot (x_1 - x_2) = 2\pi \cdot 2{,}00 \cdot \Delta x$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot 2{,}00 \cdot 1{,}00 = 4{,}00\ \pi\ \text{rad}$$

Análise: A distancia entre os puntos é 1,00 m *que é o dobre da lonxitude de onda. Como os puntos que están en fase ou cuxa diferencia de fase é múltiplo de* 2 π *atópanse a unha distancia que é múltiplo da lonxitude de onda, unha distancia de dúas veces a lonxitude de onda corresponde a unha diferenza de fase dobre de* 2 π*, ou sexa,* 4 π rad.
Os dous puntos atópanse en fase.

c) A velocidade obtense derivando a ecuación de movemento con respecto ao tempo :

$$v = \frac{\text{d}y}{\text{d}t} = \frac{\text{d}\{0{,}0400 \text{ sen } 2\pi(2{,}00 \cdot x - 4{,}00 \cdot t)\}}{\text{d}t} = 0{,}040 \cdot 2\pi \cdot (-4{,}00) \cdot \cos(2\pi(2{,}00 \cdot x - 4{,}00 \cdot t))\ [\text{m/s}]$$

$$v = -1{,}01 \cos 2\pi\ (2{,}00\ x - 4{,}00\ t) [\text{m/s}]$$

A velocidade é máxima cando $\cos(\varphi) = -1$

$$v_m = 1{,}01\ \text{m/s}$$

A aceleración obtense derivando a velocidade con respecto ao tempo:

$$a = \frac{\text{d}v}{\text{d}t} = \frac{\text{d}\{-1{,}01 \cos 2\pi(2{,}00 \cdot x - 4{,}00 \cdot t)\}}{\text{d}t} = -1{,}01 \cdot 2\pi \cdot (-4{,}00) \cdot \text{sen}(2\pi(2{,}00 \cdot x - 4{,}00 \cdot t))\ [\text{m/s}^2]$$

$$a = 25{,}3 \cdot \text{sen}(-3{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x)\ [\text{m/s}^2]$$

A aceleración é máxima cando $\text{sen}(\varphi) = 1$

$$a_m = 25{,}3\ \text{m/s}^2$$

Cuestións e problemas das Probas de avaliación do Bacharelato para o acceso á Universidade (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.

Respostas e composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.

Algúns cálculos fixéronse cunha folla de cálculo de LibreOffice ou OpenOffice do mesmo autor.

Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.

A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de traducindote, de Óscar Hermida López.

Procurouse seguir as recomendacións do *Centro Español de Metrología* (CEM)

Consultouse o chat de Bing e empregáronse algunhas respostas nas cuestións.

Actualizado: 23/07/23