

ONDAS

[Método y recomendaciones](#)● Ecuación y características de las ondas

- Una onda se transmite a lo largo de una cuerda. El punto situado en $x = 0$ oscila según la ecuación $y = 0,1 \cos(10 \pi t)$ y otro punto situado en $x = 0,03$ m oscila según la ecuación $y = 0,1 \cos(10 \pi t - \pi / 4)$. Calcula:
 - La amplitud, la longitud de onda, el número de onda k , el período, la frecuencia y pulsación ω de la onda.
 - La velocidad de propagación de la onda e indica en qué sentido se propaga.
 - El tiempo que ha de transcurrir para que la onda recorra una distancia igual a 2λ .
 - Escribe la ecuación de onda.
 - La velocidad de oscilación de un punto de la cuerda y su aceleración en función del tiempo.
 - La elongación, velocidad y aceleración de un punto situado en $x = 0,03$ m en el instante $t = 0,05$ s.
 - Los valores máximos de la velocidad y aceleración de las partículas de la cuerda.
 - Los valores del tiempo para los que $y(x, t)$ es máxima en la posición $x = 0,03$ m.
 - Los valores del tiempo para los que un punto situado en $x = 0,03$ m tiene velocidad máxima.
 - La distancia entre dos puntos cuya diferencia de fase en un instante dado es $2 \pi / 3$.
 - La diferencia de fase entre dos puntos separados 15 cm.
 - La diferencia de fase entre dos estados de vibración de la misma partícula cuando el intervalo de tiempo transcurrido es de 0,05 s.
 - Para un tiempo fijo t , ¿qué puntos de la onda están en fase con el punto que se encuentra en $x = 0,03$ m?
 - Para una posición fija x , ¿para qué tiempos el estado de vibración de ese punto está en fase con la vibración para $t = 0,05$ s?

Problema modelo basado en P.A.U. Jun. 06

Rta.: a) $A = 0,100$ m; $\lambda = 0,240$ m; $k = 26,2$ rad/m; $f = 5,00$ Hz; $\omega = 31,4$ rad/s. b) $v_p = 1,20$ m/s; c) $t_2 = 0,400$ s; d) $y = 0,100 \cdot \cos(31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x)$ [m]; e) $v = -3,14 \cdot \sin(31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x)$ [m/s]; $a = -98,7 \cdot \cos(31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x)$ [m/s²]; f) $y_3 = 0,0707$ m; $v_3 = 2,22$ m/s; $a_3 = -69,8$ m/s²; g) $v_m = 3,14$ m/s; $a_m = 98,7$ m/s²; h) $t_{my} = 0,0750 + 0,100 n$ (s); i) $t_{mv} = 0,0250 + 0,100 n$ (s); j) $\Delta x = 0,0800 + 0,240 \cdot n$ [m]; k) $\Delta \varphi_x = 3,93$ rad; l) $\Delta \varphi_t = 1,57$ rad; m) $x_3 = 0,0300 + 0,240 n$ [m]; n) $t_3 = 0,0500 + 0,200 n$ [s], $n = 0, 1, 2, \dots$

DatosEcuación de oscilación en el origen $x = 0$ Ecuación de oscilación en $x = 0,03$ m**Incógnitas**

Amplitud

Longitud de onda

Número de onda

Período

Frecuencia

Pulsación

Velocidad de propagación

Tiempo para que la onda recorra una distancia igual a 2λ

Ecuación de onda

Velocidad de la partícula en un punto en función del tiempo

Aceleración de la partícula en un punto en función del tiempo

Elongación en $x = 0,03$ m en $t = 0,05$ s.Velocidad en $x = 0,03$ m en $t = 0,05$ s.Aceleración en $x = 0,03$ m en $t = 0,05$ s.

Velocidad máxima de las partículas

Aceleración máxima de las partículas

Los valores del tiempo para los que y es máxima en $x = 0,03$ mLos valores del tiempo para los que v es máxima en $x = 0,03$ m**Cifras significativas: 3** $y = 0,100 \cdot \cos(10,0 \cdot \pi \cdot t)$ [m] $y = 0,100 \cdot \cos(10,0 \cdot \pi \cdot t - \pi / 4,00)$ [m] A λ k T f ω v_p t_2 $y(x, t)$ v a y_3 v_3 a_3 v_m a_m t_{my} t_{mv}

Incógnitas

La distancia entre dos puntos cuya diferencia de fase en un instante dado es $2\pi/3$.

$$\Delta x$$

La diferencia de fase entre dos puntos separados 15 cm.

$$\Delta \varphi_x$$

La diferencia de fase entre dos estados de vibración de la misma partícula cuando el intervalo de tiempo transcurrido es de 0,05 s

$$\Delta \varphi_t$$

Puntos de la onda que están en fase con el punto en $x = 0,03$ m

$$x_3$$

En qué tiempos el estado de vibración de ese punto está en fase con la vibración para $t = 0,05$ s

$$t_3$$

Otros símbolos

Posición del punto (distancia al foco)

$$x$$

Amplitud

$$A$$

Frecuencia

$$f$$

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

Número de onda

$$k = 2\pi / \lambda$$

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

Relación entre el período y la frecuencia

$$f = 1 / T$$

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) Se calcula la amplitud y la frecuencia angular comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación de vibración en el origen:

Ecuación general de una onda armónica:

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

Ecuación de la onda armónica en el origen ($x = 0$):

$$y = 0,100 \cdot \cos(10,0 \cdot \pi \cdot t) \text{ [m]}$$

Amplitud:

$$A = 0,100 \text{ m}$$

Frecuencia angular:

$$\omega = 10,0 \cdot \pi \text{ [rad/s]} = 31,4 \text{ rad/s}$$

Se calcula el número de onda comparando la ecuación de la onda armónica unidimensional, en la que se han sustituido la amplitud y la frecuencia angular, con la ecuación de vibración en el punto $x = 0,0300$ m:

Ecuación de la onda armónica:

$$y = 0,100 \cdot \cos(10,0 \cdot \pi \cdot t \pm k \cdot x) \text{ [m]}$$

Ecuación de la onda armónica en el punto $x = 0,0300$ m:

$$y = 0,100 \cdot \cos(10,0 \cdot \pi \cdot t - \pi / 4,00) \text{ [m]}$$

$$k \cdot x = \pi / 4,00 \Rightarrow k = \frac{\pi}{4,00 \cdot x} = \frac{3,14 \text{ [rad]}}{4,00 \cdot 0,030 \text{ [m]}} = 26,2 \text{ rad/m}$$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k = 2\pi / \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}}{26,2 \text{ [rad/m]}} = 0,240 \text{ m}$$

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10,0 \cdot \pi}{2\pi} = 5,00 \text{ s}^{-1}$$

Se calcula el período a partir de la frecuencia:

$$f = 1 / T \Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5,00 \text{ s}^{-1}} = 0,200 \text{ s}$$

b) Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0,240 \text{ [m]} \cdot 5,00 \text{ [s}^{-1}] = 1,20 \text{ m/s}$$

Como la onda en el punto $x = 0,0300$ m está retrasada en $\pi / 4,00$ rad porque en la ecuación aparece el signo «-», la onda se desplaza en el sentido positivo del eje X.

c) Se calcula el tiempo que tarda en recorrer una distancia igual a $\Delta x = 2 \cdot \lambda = 2 \cdot 0,240 \text{ [m]} = 0,480$ m a partir de la velocidad de propagación constante de la onda

$$v_p = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow t_3 = \frac{\Delta x}{v_p} = \frac{0,480 \text{ [m]}}{1,20 \text{ [m/s]}} = 0,400 \text{ s}$$

Análisis: Se puede definir el período como el tiempo que tarda una onda en recorrer una distancia igual a la longitud de onda. Por tanto el tiempo necesario para que la onda recorra una distancia igual a $2 \cdot \lambda$, será el doble del período: $t_2 = 2 \cdot T = 2 \cdot 0,200 \text{ [s]} = 0,400 \text{ s}$.

d) La ecuación de movimiento se obtiene sustituyendo los valores de k y ω :

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x) = 0,100 \cdot \cos(10,0 \cdot \pi \cdot t - \pi / 0,120 \cdot x) = 0,100 \cdot \cos(31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x) \text{ [m]}$$

Análisis: Se puede comprobar que esta ecuación da las ecuaciones para $x = 0$, $y = 0,100 \cdot \cos(31,4 \cdot t)$ y para $x = 0,03 \text{ m}$, $y = 0,100 \cdot \cos(31,4 \cdot t - 0,786) = 0,100 \cdot \cos(31,4 \cdot t - \pi / 4)$

e) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d[0,100 \cdot \cos(31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x)]}{dt} = -0,100 \cdot 31,4 \cdot \sin(31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x) \text{ [m/s]}$$

$$v = -3,14 \cdot \sin(31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x) \text{ [m/s]}$$

La aceleración se obtiene derivando la ecuación de la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d[-3,14 \cdot \sin(31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x)]}{dt} = -3,14 \cdot 31,4 \cdot \cos(31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$a = -98,7 \cdot \cos(31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

f) Se sustituyen en las ecuaciones los valores de la posición $x = 0,03 \text{ m}$ y el tiempo $t = 0,05 \text{ s}$.

$$y_3 = 0,100 \cdot \cos(31,4 \cdot 0,0500 - 26,2 \cdot 0,0300) = 0,0707 \text{ m}$$

$$v_3 = -3,14 \cdot \sin(31,4 \cdot 0,0500 - 26,2 \cdot 0,0300) = 2,22 \text{ m/s}$$

$$a_3 = -98,7 \cdot \cos(31,4 \cdot 0,0500 - 26,2 \cdot 0,0300) = -69,8 \text{ m/s}^2$$

g) La velocidad es máxima cuando el seno de la fase vale -1 :

$$v_m = -3,14 \cdot (-1) = 3,14 \text{ m/s}$$

La aceleración es máxima cuando el coseno de la fase vale -1 :

$$a_m = -98,7 \cdot (-1) = 98,7 \text{ m/s}^2$$

h) Para obtener los valores del tiempo para los que y es máxima en $x = 0,03 \text{ m}$, se impone la condición de que el coseno de la fase en ese punto valga 1, lo que corresponde a una fase de 0 rad :

$$\cos(31,4 \cdot t_{my} - 26,2 \cdot 0,03) = 1$$

$$31,4 \cdot t_{my} - 26,2 \cdot 0,03 = 0$$

$$t_{my} = \frac{26,2 \cdot 0,0300}{31,4} = 0,0250 \text{ (s)}$$

Esta situación vuelve a repetirse transcurridos un número n de semiperíodos, si sólo nos atenemos a que el valor de la elongación sea máxima.

$$t_{my} = 0,0250 + 0,100 n \text{ (s); } n = 0, 1, 2, \dots$$

Si entendemos que máximo se refiere también al signo, entonces se repite cada n períodos:

$$t_{my} = 0,0250 + 0,200 n \text{ (s); } n = 0, 1, 2, \dots$$

i) De forma análoga, la velocidad será máxima cuando el seno de la fase en ese punto valga 1, lo que corresponde a una fase de $\pi / 2 \text{ rad}$:

$$\sin(31,4 \cdot t_m - 26,2 \cdot 0,0300) = 1$$

$$31,4 \cdot t_m - 26,2 \cdot 0,0300 = \pi / 2$$

$$t_m = \frac{26,2 \cdot 0,0300 + 3,14 / 2}{31,4} = 0,0750 \text{ (s)}$$

Esta situación vuelve a repetirse transcurridos un número n de semiperíodos, si sólo nos atenemos a que el valor de la velocidad sea máxima.

$$t_{mv} = 0,0750 + 0,100 n \text{ (s); } n = 0, 1, 2, \dots$$

Si entendemos que máximo se refiere también al signo, entonces se repite cada n períodos:

$$t_{mv} = 0,0750 + 0,200 n \text{ (s); } n = 0, 1, 2, \dots$$

j) La distancia entre dos puntos cuya diferencia de fase en un instante dado es $2\pi/3$ se obtiene restando las expresiones de las fases de ambos puntos e igualando el resultado a $2\pi/3$.

$$(31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x_2) - (31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x_1) = 2\pi/3$$

$$26,2 \cdot (x_1 - x_2) = 2\pi/3$$

$$\Delta x = x_1 - x_2 = \frac{2 \cdot 3,14 / 3}{26,2} = 0,0800 \text{ (m)}$$

Si la diferencia de fase hubiese sido de 2π rad, la distancia entre los puntos habría sido una longitud de onda λ . A una diferencia de fase de $2\pi/3$ rad le corresponde una distancia de $\lambda / 3 = 0,240 \text{ [m]} / 3 = 0,0800 \text{ m}$

Todos los puntos que disten un múltiplo n de longitudes de onda del más próximo, también tendrán una diferencia de fase de $2\pi/3$ con el punto de referencia.

$$\Delta x = 0,0800 + 0,240 \cdot n \text{ [m]}$$

k) La diferencia de fase entre dos puntos que disten 25 cm se obtiene restando las expresiones de las fases de ambos puntos

$$\Delta \varphi_x = (31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x_2) - (31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x_1)$$

$$\Delta \varphi_x = 26,2 \cdot (x_1 - x_2) = 26,2 \cdot 0,150 = 3,93 \text{ rad}$$

l) La diferencia de fase entre dos estados de vibración de la misma partícula cuando el intervalo de tiempo transcurrido es de 0,05 s se obtiene restando las expresiones de las fases de ambos puntos

$$\Delta \varphi_t = (31,4 \cdot t_2 - 26,2 \cdot x) - (31,4 \cdot t_1 - 26,2 \cdot x)$$

$$\Delta \varphi_t = 31,4 \cdot (t_2 - t_1) = 31,4 \cdot 0,0500 = 1,57 \text{ rad}$$

m) Todos los puntos que disten un múltiplo n de longitudes de onda λ del punto en $x = 0,03 \text{ m}$ estarán en fase con él:

$$x_3 = 0,0300 + 0,240 n \text{ [m], } n = 0, 1, 2, \dots$$

m) En todos los tiempos que disten un múltiplo n de períodos T del tiempo en $t = 0,05 \text{ s}$, el estado de vibración estará en fase con ese instante:

$$t_3 = 0,0500 + 0,200 n \text{ [s], } n = 0, 1, 2, \dots$$

La mayor parte de las respuestas puede calcularse con la hoja de cálculo [FisicaBachEs.ods](https://www.fisicabach.es/ods)

Cuando esté en el índice, mantenga pulsada la tecla «↑» (mayúsculas) mientras hace clic en la celda

[Ondas](#)

del capítulo

Vibraciones y ondas Ondas

[Ondas](#)

Haga clic en las celdas de color salmón y elija las opciones como se muestra. Escriba los datos en las celdas de color blanco y borde azul.

Para escribir el símbolo π , teclee :pi:

Puede escribir «=10*PI()» en vez de «10 π », o «=PI()/4» en vez de « $\pi / 4$ »

Ecuación	$y = A$	cos	$(\omega t \pm kx + \phi_0)$
Amplitud	$A =$	0,1	m
Frecuencia angular	$\omega =$	10 π	rad/s
Distancia entre puntos en el instante	$\Delta x =$	0,03	m
	$t =$		s
Diferencia de fase	$\Delta \phi =$	$\pi / 4$	rad

Para ver los resultados, haga clic en las celdas de color salmón y elija las opciones como se muestra:

		Cifras significativas:	3
	Ecuación	general	
d)	Elongación	$y = 0,100$ con los $(31,4 t - 26,2 x)$ (m)	
	Valor		
a)	Período	$T =$	0,200 s
a)	Longitud de onda	$\lambda =$	0,240 m
b)	Velocidad de propagación	$v =$	1,20 m/s

Haciendo clic en las celdas de color salmón de «Período» y «Longitud de onda», podemos obtener otros resultados eligiendo

a)	Frecuencia	$f =$	5,00 Hz
a)	Número de onda k	$k =$	26,2 rad/m

Y también

a)	Frecuencia angular	$\omega =$	31,4 rad/s
----	--------------------	------------	------------

Para el apartado c, (el tiempo para recorrer una distancia igual a $2 \cdot \lambda$) la hoja no le va a dar la solución.

Puede escribir una fórmula sencilla en una de las celdas debajo de «OTROS CÁLCULOS»

OTROS CÁLCULOS					
Etiqueta:		Tiempo 2λ			
Fórmula:		0,400			

La fórmula puede ser $=2*0,24/1,2$

poniendo os valores obtenidos.

También puede escribir $=2*AVALOR($

Hacer clic en la celda que contiene «0,240» a la derecha de « $\lambda =$ ».

Verá ahora: $=2*AVALOR(H19$

Siga escribiendo $=2*AVALOR(H19)/AVALOR($

Haga clic en la celda que contiene «1,20» a la derecha de « $v =$ » y escriba el paréntesis final

$=2*AVALOR(H18)/AVALOR(H20)$

Las ecuaciones de la velocidad y aceleración se obtienen haciendo clic en «Elongación» bajo «Ecuación» y eligiendo

e)	Velocidad	$v = -3,14 \sin(31,4 t - 26,2 x)$ (m/s)
----	-----------	---

Y haciendo clic en la misma celda, elija

e)	Aceleración	$a = -98,7 \cos(31,4 t - 26,2 x)$ (m/s ²)
----	-------------	---

Para obtener los valores de la elongación, velocidad y aceleración en un tiempo y posición concretos, tenemos que cambiar algunos de los datos, poniendo por ejemplo el valor de la longitud de onda. Tenemos que cambiar Δx por x , y escribir el valor del tiempo junto a t , y borrar el valor de la «Diferencia de fase»

Ecuación	$y = A \cos(\omega t \pm kx)$		
Amplitud	$A =$	0,1	m
Frecuencia angular	$\omega =$	10π	rad/s
Longitud de onda	$\lambda =$	0,24	m
Posición del punto	$x =$	0,03	m
en el instante	$t =$	0,05	s
Diferencia de fase	$\Delta\phi =$		rad

Haciendo clic en la celda de color salmón bajo «Valor» elegimos

	Valor	Máximo	En $x = 0,03$ m a los 0,05 s
f)	Elongación	$y_m = 0,100$ m	$y = 0,0707$ m

En la misma celda,

f), g)	Velocidad	$v_m = 3,14$ m/s	$v = -2,22$ m/s
--------	-----------	------------------	-----------------

También se ven los valores máximos. Haciendo clic otra vez en la misma celda:

f), g)	Aceleración	$a_m = 98,7$ m/s ²	$a = -69,8$ m/s ²
--------	-------------	-------------------------------	------------------------------

Obtenemos los valores del tiempo para los que $y(x, t)$ es máxima en la posición $x = 0,03$ m, borrando el valor del tiempo en los datos

en el instante	$t =$		s
----------------	-------	--	---

y haciendo clic en la celda de color salmón bajo «Velocidad de propagación» eligiendo

h)	Tiempo de elongación máxima, $t = 0,0250 + 0,100 n$ (s)
----	---

Haciendo clic en la misma celda, podemos ver

i)	Tiempo de velocidad máxima, $t = 0,0750 + 0,100 n$ (s)
----	--

Para ver la distancia entre dos puntos cuya diferencia de fase en un instante dado es $2\pi/3$, solo habrá que escribir en los datos:

Diferencia de fase	$\Delta\phi = 2\pi/3$	rad
--------------------	-----------------------	-----

Aparecerá en la última línea de los resultados:

j)	Distancia entre puntos	$\Delta x = 0,0800$ m/s	$\Delta\phi = 2,09$ rad	
----	------------------------	-------------------------	-------------------------	--

Para el apartado siguiente, cambiamos en los datos x por Δx , escribimos la distancia, elegimos la unidad y borramos el valor de la «Diferencia de fase»

Distancia entre puntos	$\Delta x =$	15	cm
en el instante	$t =$		s
Diferencia de fase	$\Delta\phi =$		rad

La última línea de RESULTADOS mostrará:

k)	Diferencia de fase	$\Delta\phi = 3,93$ rad/s	$\Delta x = 15$ cm	
----	--------------------	---------------------------	--------------------	--

Podemos hacer clic en la celda de color salmón, para que la diferencia de fase aparezca en función de π .

k)	Diferencia de fase	$\Delta\phi = 5\pi/4$ rad/s	$\Delta x = 15$ cm	π
----	--------------------	-----------------------------	--------------------	-------

Para ver la diferencia de fase cuando el intervalo de tiempo transcurrido es de 0,05 s, esta hoja no le da el resultado.

Para ver qué puntos de la onda están en fase con el punto que se encuentra en $x = 0,03$ m, volvemos a cambiar en los datos Δx por x , escribimos la posición y elegimos la unidad.

Posición del punto	$x =$	0,03	m
--------------------	-------	------	---

Haciendo clic en la celda de color salmón bajo «Velocidad de propagación» y eligiendo

m) Posiciones de puntos en fase, $x = 0,0300 + 0,240 n$ (m)

Para ver en qué tiempos el estado de vibración del punto está en fase con la vibración para $t = 0,05$ s, borramos los datos de x , y escribimos el tiempo.

en el instante $t = 0,05$ s

Faceme los clic en la celda de color salmón bajo «Velocidad de propagación» eligiendo

n) Tiempos de puntos en fase, $t = 0,0500 + 0,200 n$ (s)

2. Una onda armónica transversal de frecuencia 2 Hz, longitud de onda 20 cm y amplitud 4 cm, se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje X . En el instante $t = 0$, la elongación en el punto $x = 0$ es $y = 2,83$ cm.

- Expresa matemáticamente la onda y represéntala gráficamente en ($t = 0$; $0 < x < 40$ cm)
- Calcula la velocidad de propagación de la onda y determina, en función del tiempo, la velocidad de oscilación transversal de la partícula situada en $x = 5$ cm.

(A.B.A.U. Jul. 21)

Rta.: a) $y = 0,0400 \sin(4 \pi t - 10 \pi x + \pi / 4)$ [m]; b) $v_p = 0,400$ m/s; $v = 0,503 \cos(4 \pi t - \pi / 4)$ [m/s]

Datos

Frecuencia

Longitud de onda

Amplitud

Elongación en $x = 0$ para $t = 0$

Incógnitas

Ecuación de la onda (frecuencia angular y número de onda)

Velocidad de propagación

Velocidad de la partícula en $x = 5$ cm en función del tiempo

Otros símbolos

Posición del punto (distancia al foco)

Período

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Frecuencia angular

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Cifras significativas: 3

$$f = 2,00 \text{ Hz} = 2,00 \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda = 20,0 \text{ cm} = 0,200 \text{ m}$$

$$A = 0,0400 \text{ m} = 0,0400 \text{ m}$$

$$y = 2,83 \text{ cm} = 0,0283 \text{ m}$$

$$\omega, k$$

$$v_p$$

$$v$$

$$x$$

$$T$$

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)$$

$$k = 2 \pi / \lambda$$

$$\omega = 2 \pi \cdot f$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) Se toma la ecuación de una onda armónica en sentido positivo del eje X :

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$$

Se calcula la frecuencia angular a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2 \pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 2,00 \text{ [s}^{-1}] = 4,00 \cdot \pi \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}] = 12,6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Se calcula el número de onda a partir de la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}}{0,200 \text{ [m]}} = 10 \pi \text{ rad/m} = 31,4 \text{ rad/m}$$

Se calcula la fase inicial a partir de la elongación en $x = 0$ para $t = 0$.

$$y(x, t) = 0,0400 \cdot \sin(12,6 \cdot t - 31,4 \cdot x + \varphi_0) \text{ [m]}$$

$$0,0283 \text{ [m]} = 0,0400 \cdot \sin(12,6 \cdot 0 - 31,4 \cdot 0 + \varphi_0) \text{ [m]} = 0,0400 \cdot \sin(\varphi_0)$$

$$\sin(\varphi_0) = 0,0283 / 0,0400 = 0,721$$

$$\varphi_0 = \arcsen 0,721 = 0,786 \text{ rad} = \pi / 4 \text{ rad}$$

La ecuación de onda queda:

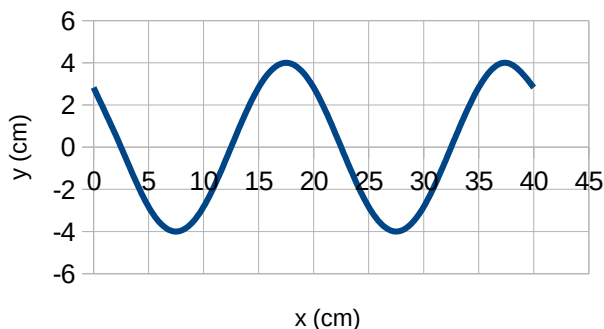
$$y(x, t) = 0,0400 \cdot \text{sen}(12,6 \cdot t - 31,4 \cdot x + 0,786) \text{ [m]} = 0,0400 \cdot \text{sen}(4 \pi \cdot t - 10 \pi \cdot x + \pi / 4) \text{ [m]}$$

La representación gráfica es la de la figura:

b) Se calcula la velocidad de propagación a partir de la longitud de onda y la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0,200 \text{ [m]} \cdot 2,00 \text{ [s}^{-1}\text{]} = 0,400 \text{ m/s}$$

La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo :



$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d[0,0400 \cdot \text{sen}(12,6 \cdot t - 31,4 \cdot x + 0,786)]}{dt} = 0,0400 \cdot 12,6 \cos(12,6 \cdot t - 31,4 \cdot x + 0,786) \text{ [m/s]}$$

$$v = 0,503 \cdot \cos(12,6 \cdot t - 31,4 \cdot x + 0,786) \text{ [m/s]}$$

Para $x = 5 \text{ cm}$ ($=0,05 \text{ m}$), la expresión queda:

$$v = 0,503 \cdot \cos(12,6 \cdot t - 31,4 \cdot 0,0500 + 0,786) = 0,503 \cdot \cos(12,6 \cdot t - 0,786) = 0,503 \cdot \cos(4 \pi \cdot t - \pi / 4) \text{ [m/s]}$$

La mayor parte de las respuestas puede calcularse con la hoja de cálculo [FisicaBachEs.ods](#)

Cuando esté en el índice, mantenga pulsada la tecla «↑» (mayúsculas) mientras hace clic en la celda

[Ondas](#)

del capítulo

Vibraciones y ondas Ondas [Ondas](#)

Haga clic en las celdas de color salmón y elija las opciones como se muestra. Escriba los datos en las celdas de color blanco y borde azul.

Ecuación	$y = A$	sen	$(\omega t \pm kx + \varphi_0)$
Amplitud	$A =$	4 cm	
Frecuencia	$f =$	2 Hz	
Longitud de onda	$\lambda =$	0,2 m	
Posición del punto	$x =$	5 cm	
en el instante	$t =$	0 s	
Elongación inicial	$y_0 =$	2,83 cm	
Diferencia de fase	$\Delta\varphi =$		rad

Para ver los resultados, haga clic en las celdas de color salmón y elija las opciones como se muestra:

		Cifras significativas:	3
Ecuación	general		
Elongación	$y = 0,0400 \text{ sen}(12,6 t - 31,4 x + 0,786) \text{ (m)}$		

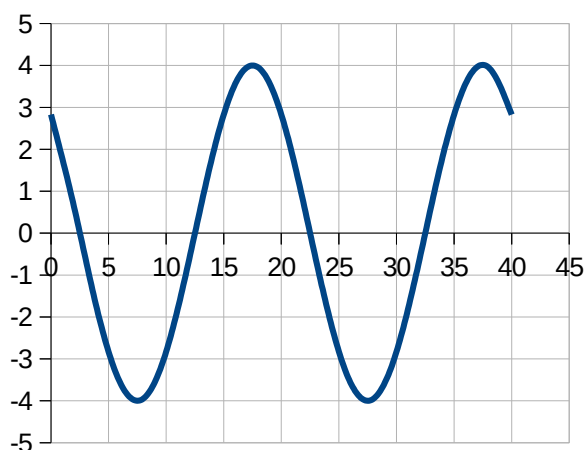
Para la representación gráfica elija «Tiempo (s)» en la celda de color salmón y teclee los datos del tiempo y las posiciones inicial y final.

Tiempo (s)	mín	máx
0	0	40

La gráfica será como la siguiente:

Para ver los resultados de apartado b) cambie «general» por «en $x = 5 \text{ cm}$ » y «Elongación» por «Velocidad».

Ecuación	en $x = 5 \text{ cm}$
Velocidad	$v = 0,503 \cos(12,6 t - 1,57) \text{ (m/s)}$



● Dioptrio plano

1. Un rayo de luz de frecuencia $5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ incide con un ángulo de incidencia de 30° sobre una lámina de vidrio de caras plano-paralelas de espesor 10 cm . Sabiendo que el índice de refracción del vidrio es $1,50$ y el del aire $1,00$:

- Enuncia las leyes de la refracción y dibuja la marcha de los rayos en el aire y en el interior de la lámina de vidrio.
- Calcula la longitud de onda de la luz en el aire y en el vidrio, y la longitud recorrida por el rayo en el interior de la lámina.
- Halla el ángulo que forma el rayo de luz con la normal cuando emerge de nuevo al aire.

Dato: $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

(P.A.U. Sep. 14)

Rta.: b) $\lambda(\text{aire}) = 600 \text{ nm}$; $\lambda(\text{vidrio}) = 400 \text{ nm}$; $L = 10,6 \text{ cm}$; c) $\theta_{r2} = 30^\circ$

Datos

Frecuencia del rayo de luz

Ángulo de incidencia

Espesor de la lámina de vidrio

Índice de refracción del vidrio

Índice de refracción del aire

Velocidad de la luz en el vacío

Incógnitas

Longitud de onda de luz en el aire y en el vidrio

Longitud recorrida por el rayo de luz en el interior de la lámina

Ángulo de desviación del rayo al salir de la lámina

Ecuaciones

Índice de refracción de un medio i en el que la luz se desplaza a la velocidad v_i

Relación entre la velocidad v , la longitud de onda λ y la frecuencia f

Ley de Snell de la refracción

Cifras significativas: 3

$f = 5,00 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

$\theta_{i1} = 30,0^\circ$

$e = 10,0 \text{ cm} = 0,100 \text{ m}$

$n_v = 1,50$

$n_a = 1,00$

$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

λ_a, λ_v

L

θ_{r2}

$$n_i = \frac{c}{v_i}$$

$$v = \lambda \cdot f$$

$$n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$$

Solución:

- a) Las leyes de Snell de la refracción son:

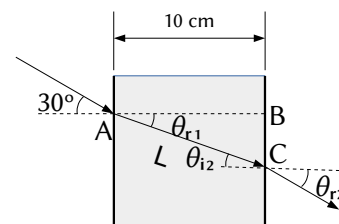
1ª El rayo incidente, el rayo refractado y la normal están en el mismo plano.

2ª La relación matemática entre los índices de refracción n_i y n_r de los medios incidente y refractado y los ángulos de incidencia y refracción θ_i y θ_r , es:

$$n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$$

En la figura se representa la trayectoria de la luz. El rayo incidente en el punto

A con un ángulo de incidencia $\theta_{i1} = 30^\circ$ pasa del aire al vidrio dando un rayo refractado que forma el primer ángulo de refracción θ_{r1} y el segundo ángulo de incidencia θ_{i2} entre el vidrio y el aire. Finalmente sale de la lámina de vidrio por el punto B con el segundo ángulo de refracción θ_{r2} .



- b) La velocidad de la luz en el aire es:

$$v_a = \frac{c}{n_a} = \frac{3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,00} = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Por tanto, la longitud de onda de la luz en el aire es:

$$\lambda_a = \frac{v_a}{f} = \frac{3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{5,00 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 6,00 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 600 \text{ nm}$$

La velocidad de la luz en el vidrio es:

$$v_v = \frac{c}{n_v} = \frac{3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,50} = 2,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Por tanto, la longitud de onda de la luz en el vidrio es:

$$\lambda_v = \frac{v_v}{f} = \frac{2,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{5,00 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 4,00 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 400 \text{ nm}$$

Como el espesor de la lámina es de 10 cm, la longitud recorrida por el rayo es la hipotenusa L del triángulo ABC.

El primer ángulo de refracción θ_{r1} se puede calcular aplicando la ley de Snell

$$1,00 \cdot \sin 30^\circ = 1,50 \cdot \sin \theta_{r1}$$

$$\sin \theta_{r1} = \frac{1,00 \cdot \sin 30^\circ}{1,50} = 0,333$$

$$\theta_{r1} = \arcsen 0,333 = 19,5^\circ$$

Por tanto la hipotenusa L vale

$$L = \frac{e}{\cos \theta_{r1}} = \frac{10,0 \text{ [cm]}}{\cos 19,5^\circ} = 10,6 \text{ cm}$$

c) Como la lámina de vidrio es de caras paralelas, el segundo ángulo de incidencia a_{i2} es igual al primer ángulo de refracción:

$$\theta_{i2} = \theta_{r1} = 19,5^\circ$$

Para calcular el ángulo con el que sale de la lámina, se vuelve a aplicar la ley de Snell entre el vidrio (que ahora es el medio incidente) y el aire (que es el medio refractado):

$$1,50 \cdot \sin 19,5^\circ = 1,00 \cdot \sin \theta_{r2}$$

$$\sin \theta_{r2} = \frac{1,50 \cdot \sin 19,5^\circ}{1,00} = 0,500$$

$$\theta_{r2} = \arcsen 0,500 = 30,0^\circ$$

Análisis: Este resultado es correcto porque el rayo sale paralelo al rayo incidente original.

2. Un rayo de luz pasa del agua (índice de refracción $n = 4/3$) al aire ($n = 1$). Calcula:
- El ángulo de incidencia si los rayos reflejado y refractado son perpendiculares entre sí.
 - El ángulo límite.
 - ¿Hay ángulo límite si la luz incide del aire al agua?

(P.A.U. Jun. 13)

Rta.: a) $\theta_i = 36,9^\circ$; b) $\lambda = 48,6^\circ$

Datos

Índice de refracción del aire

Índice de refracción del agua

Ángulo entre el rayo refractado y el reflejado

Incógnitas

Cifras significativas: 3

$n = 1,00$

$n_a = 4 / 3 = 1,33$

$\theta_i = 90,0^\circ$

Datos

Ángulo de incidencia

Ángulo límite

Ecuaciones

Ley de Snell de la refracción

Cifras significativas: 3 θ_i λ

$$n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$$

Solución:

a) Aplicando la ley de Snell de la refracción:

$$1,33 \cdot \sin \theta_i = 1,00 \cdot \sin \theta_r$$

A la vista del dibujo debe cumplirse que

$$\theta_r + 90^\circ + \theta_{rx} = 180^\circ$$

Como el ángulo de reflexión θ_{rx} es igual al ángulo de incidencia θ_i , la ecuación anterior se convierte en:

$$\theta_i + \theta_r = 90^\circ$$

Es decir, que el ángulo de incidencia θ_i y el de refracción θ_r son complementarios.

El seno de un ángulo es igual al coseno de su complementario. Entonces la primera ecuación queda:

$$1,33 \cdot \sin \theta_i = \sin \theta_r = \cos \theta_i$$

$$\tan \theta_i = \frac{1}{1,33} = 0,75$$

$$\theta_i = \arctan 0,75 = 36,9^\circ$$

b) Ángulo límite λ es el ángulo de incidencia tal que el de refracción vale 90°

$$1,33 \cdot \sin \lambda = 1,00 \cdot \sin 90,0^\circ$$

$$\sin \lambda = 1,00 / 1,33 = 0,75$$

$$\lambda = \arcsen 0,75 = 48,6^\circ$$

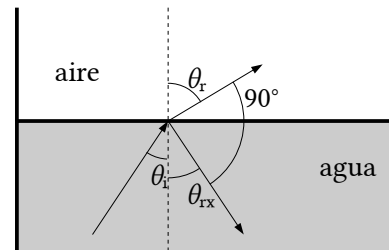
c) No. Cuando la luz pasa del aire al agua, el ángulo de refracción es menor que el de incidencia. Para conseguir un ángulo de refracción de 90° el ángulo de incidencia tendría que ser mayor que 90° y no estaría en el aire.

También puede deducirse de la ley de Snell.

$$1,00 \cdot \sin \lambda_1 = 1,33 \cdot \sin 90^\circ$$

$$\sin \lambda_1 = 1,33 / 1,00 > 1$$

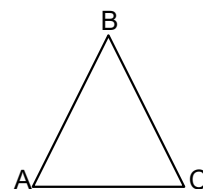
Es imposible. El seno de un ángulo no puede ser mayor que uno.

3. Sobre un prisma equilátero de ángulo 60° (ver figura), incide un rayo luminoso monocromático que forma un ángulo de 50° con la normal a la cara AB. Sabiendo que en el interior del prisma el rayo es paralelo a la base AC:

a) Calcula el índice de refracción del prisma.

b) Determina el ángulo de desviación del rayo al salir del prisma, dibujando la trayectoria que sigue el rayo.

c) Explica si la frecuencia y la longitud de onda correspondientes al rayo luminoso son distintas, o no, dentro y fuera del prisma.

Dato: $n(\text{aire}) = 1$ Rta.: a) $n_p = 1,5$; b) $\theta_{r2} = 50^\circ$ 

(P.A.U. Sep. 11)

Datos

Ángulos del triángulo equilátero

Ángulo de incidencia

Índice de refracción del aire

Incógnitas

Índice de refracción del prisma

Ángulo de desviación del rayo al salir del prisma

Ecuaciones

Ley de Snell de la refracción

Cifras significativas: 2

$$\theta = 60^\circ$$

$$\theta_i = 50^\circ$$

$$n_a = 1,0$$

$$n_p$$

$$\theta_{r2}$$

$$n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$$

Solución:

a) En la ley de Snell de la refracción

$$n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$$

n_i y n_r representan los índices de refracción de los medios incidente y refractado

θ_i y θ_r representan los ángulos de incidencia y refracción que forma cada rayo con la normal a la superficie de separación entre los dos medios.

El primer ángulo de refracción θ_{r1} , que forma el rayo de luz refractado paralelo a la base del prisma, vale 30° , ya que es el complementario al de 60° del triángulo equilátero.

$$n_p = n_r = \frac{n_i \cdot \sin \theta_{i1}}{\sin \theta_{r1}} = \frac{1,0 \cdot \sin 50^\circ}{\sin 30^\circ} = 1,5$$

b) Cuando el rayo sale del prisma, el ángulo de incidencia θ_{i2} del rayo con la normal al lado BC vale 30° . Volviendo a aplicar la ley de Snell

$$\sin \theta_{r2} = \frac{n_i \cdot \sin \theta_{i2}}{n_r} = \frac{1,5 \cdot \sin 30^\circ}{1,0} = 0,77$$

$$\theta_{r2} = \arcsen 0,77 = 50^\circ$$

c) La frecuencia f de una onda electromagnética es una característica de la misma y no varía con el medio.

La longitud de onda λ está relacionada con ella por

$$c = \lambda \cdot f$$

La velocidad de la luz en un medio transparente es siempre menor que en el vacío. El índice de refracción del medio es el cociente entre ambas velocidades.

$$n = \frac{c}{v}$$

La velocidad de la luz en el aire es prácticamente igual a la del vacío, mientras que en el prisma es 1,5 veces menor. Como la frecuencia es la misma, la longitud de onda (que es inversamente proporcional a la frecuencia) en el prisma es 1,5 veces menor que en el aire.

Cuestiones y problemas de las [Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad](#) (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.

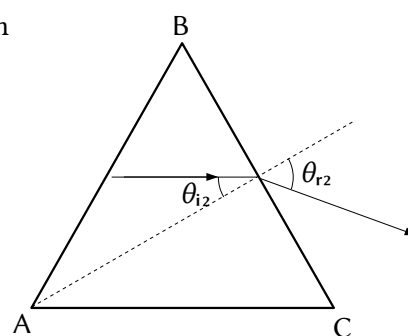
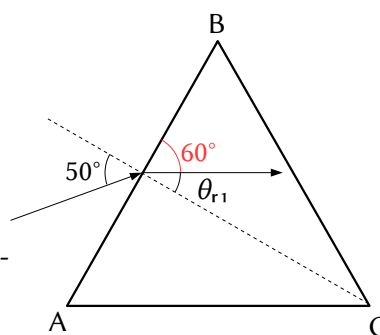
[Respuestas](#) y composición de [Alfonso J. Barbadillo Marán](#).

Algunos cálculos se hicieron con una [hoja de cálculo](#) de [LibreOffice](#) u [OpenOffice](#) del mismo autor.

Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou.

La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de [traducindote](#), de Óscar Hermida López.

Se procuró seguir las [recomendaciones](#) del Centro Español de Metrología (CEM)



Sumario

ONDAS

<i>Ecuación y características de las ondas.....</i>	<i>1</i>
1. Una onda se transmite a lo largo de una cuerda. El punto situado en $x = 0$ oscila según la ecuación $y = 0,1 \cos(10 \pi t)$ y otro punto situado en $x = 0,03$ m oscila según la ecuación $y = 0,1 \cos(10 \pi t - \pi / 4)$. Calcula:.....	<i>1</i>
a) La amplitud, la longitud de onda, el número de onda k , el período, la frecuencia y pulsación ω de la onda.....	
b) La velocidad de propagación de la onda e indica en qué sentido se propaga.....	
c) El tiempo que ha de transcurrir para que la onda recorra una distancia igual a 2λ	
d) Escribe la ecuación de onda.....	
e) La velocidad de oscilación de un punto de la cuerda y su aceleración en función del tiempo.....	
f) La elongación, velocidad y aceleración de un punto situado en $x = 0,03$ m en el instante $t = 0,05$ s.....	
g) Los valores máximos de la velocidad y aceleración de las partículas de la cuerda.....	
h) Los valores del tiempo para los que $y(x, t)$ es máxima en la posición $x = 0,03$ m.....	
i) Los valores del tiempo para los que un punto situado en $x = 0,03$ m tiene velocidad máxima.....	
j) La distancia entre dos puntos cuya diferencia de fase en un instante dado es $2 \pi / 3$	
k) La diferencia de fase entre dos puntos separados 15 cm.....	
l) La diferencia de fase entre dos estados de vibración de la misma partícula cuando el intervalo de tiempo transcurrido es de 0,05 s.....	
m) Para un tiempo fijo t , ¿qué puntos de la onda están en fase con el punto que se encuentra en $x = 0,03$ m?.....	
n) Para una posición fija x , ¿para qué tiempos el estado de vibración de ese punto está en fase con la vibración para $t = 0,05$ s?.....	
2. Una onda armónica transversal de frecuencia 2 Hz, longitud de onda 20 cm y amplitud 4 cm, se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje X. En el instante $t = 0$, la elongación en el punto $x = 0$ es $y = 2,83$ cm.....	<i>7</i>
a) Expresa matemáticamente la onda y represéntala gráficamente en ($t = 0$; $0 < x < 40$ cm).....	
b) Calcula la velocidad de propagación de la onda y determina, en función del tiempo, la velocidad de oscilación transversal de la partícula situada en $x = 5$ cm.....	
<i>Dioptrio plano.....</i>	<i>9</i>
1. Un rayo de luz de frecuencia $5 \cdot 10^{14}$ Hz incide con un ángulo de incidencia de 30° sobre una lámina de vidrio de caras plano-paralelas de espesor 10 cm. Sabiendo que el índice de refracción del vidrio es 1,50 y el del aire 1,00:.....	<i>9</i>
a) Enuncia las leyes de la refracción y dibuja la marcha de los rayos en el aire y en el interior de la lámina de vidrio.....	
b) Calcula la longitud de onda de la luz en el aire y en el vidrio, y la longitud recorrida por el rayo en el interior de la lámina.....	
c) Halla el ángulo que forma el rayo de luz con la normal cuando emerge de nuevo al aire.....	
2. Un rayo de luz pasa del agua (índice de refracción $n = 4/3$) al aire ($n = 1$). Calcula:.....	<i>10</i>
a) El ángulo de incidencia si los rayos reflejado y refractado son perpendiculares entre sí.....	
b) El ángulo límite.....	
c) ¿Hay ángulo límite si la luz incide del aire al agua?.....	
3. Sobre un prisma equilátero de ángulo 60° (ver figura), incide un rayo luminoso monocromático que forma un ángulo de 50° con la normal a la cara AB. Sabiendo que en el interior del prisma el rayo es paralelo a la base AC:.....	<i>11</i>
a) Calcula el índice de refracción del prisma.....	
b) Determina el ángulo de desviación del rayo al salir del prisma, dibujando la trayectoria que sigue el rayo.....	
c) Explica si la frecuencia y la longitud de onda correspondientes al rayo luminoso son distintas, o no, dentro y fuera del prisma.....	