Instituto Superior Universitario Tecnológico del Azuay
Tecnología Superior en Big Data

Guía Practica - Integrales

Alumno:

Eduardo Mendieta

Materia:

Matemática

Docente:

Lcda. Vilma Duchi, Mgtr.

Ciclo:

Primer ciclo

Fecha:

06/09/2024

Periodo Académico:

Abril 2024 - Agosto 2024

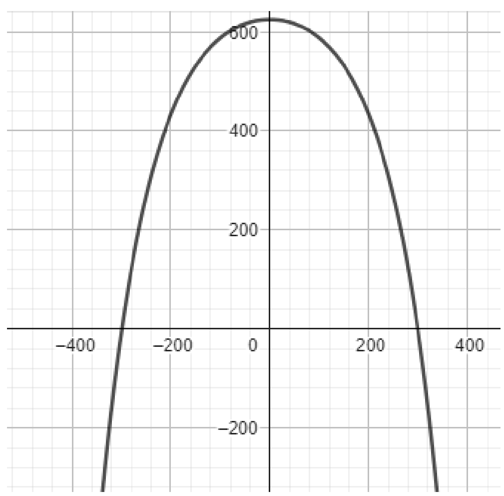
Guía Practica - Integrales

Resolver las siguientes integrales:

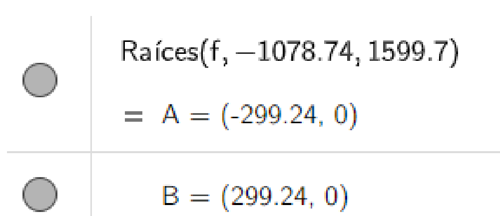
- **Ejercicio 1: La obra arquitectónica en forma de arco catenario es el Gateway Arch de San Luis(Missouri) diseñada por el arquitecto finlandes Eero Saarinen, este arco tiene como ecuación la siguiente expresión:**

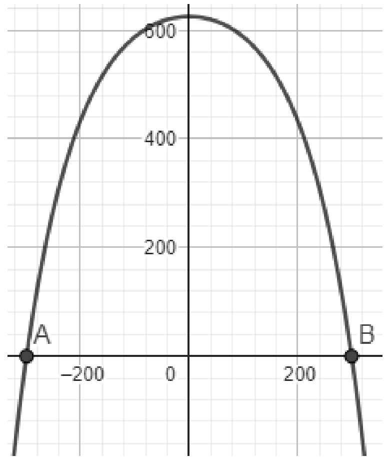
$$y = 693{,}85 - 68{,}76 \cdot \left(\frac{e^{0{,}0100333x} + e^{-0{,}0100333x}}{2} \right)$$

1. Ingrese dicha ecuación en GeoGebra y obtenga su respectiva gráfica:



2. Obtén las raíces (puntos de corte con el eje x) para obtener los extremos del intervalo:



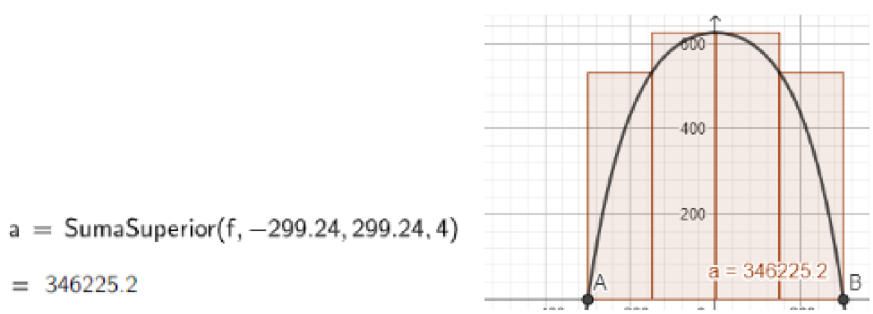


3. ¿Cuál es la anchura de ese intevalo?

$$anchura = 299{,}24 – (-299{,}24) = 598{,}48$$

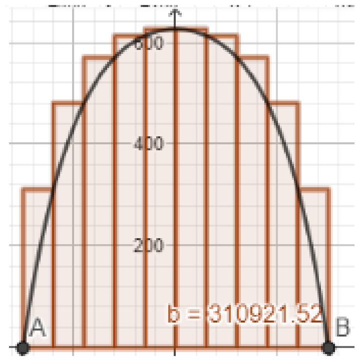
4. Con el comando `SumaSuperior` divide a ese intervalo de acuerdo a la siguiente tabla y anota el valor de dicha suma:

Número de rectángulos	**Valor del área**
4	346225.2
10	310921.52
100	281319.96
1000	277993.78
10000	277657.48
100000	277657.48



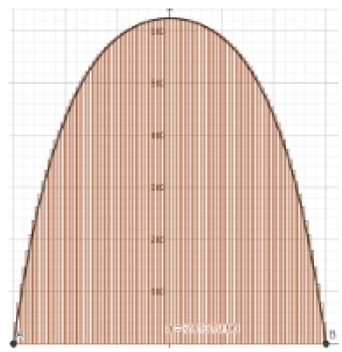
$a = \mathrm{SumaSuperior}(f, -299.24, 299.24, 10)$

$= 310921.52$



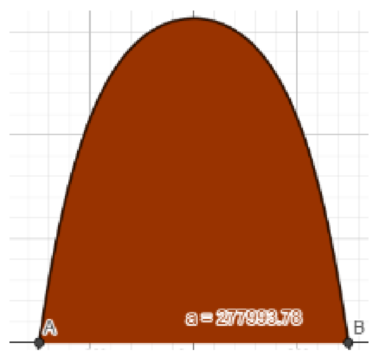
$a = \mathrm{SumaSuperior}(f, -299.24, 299.24, 100)$

$= 281319.96$



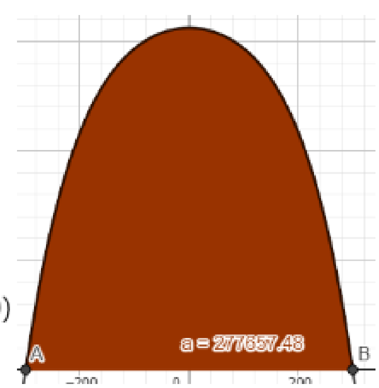
$a = \mathrm{SumaSuperior}(f, -299.24, 299.24, 1000)$

$= 277993.78$



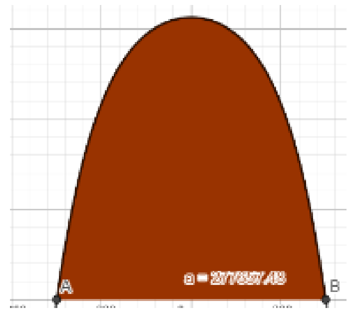
$a = \mathrm{SumaSuperior}(f, -299.24, 299.24, 10000)$

$= 277657.48$



$a = \text{SumaSuperior}(f, -299.24, 299.24, 100000)$

$= 277657.48$

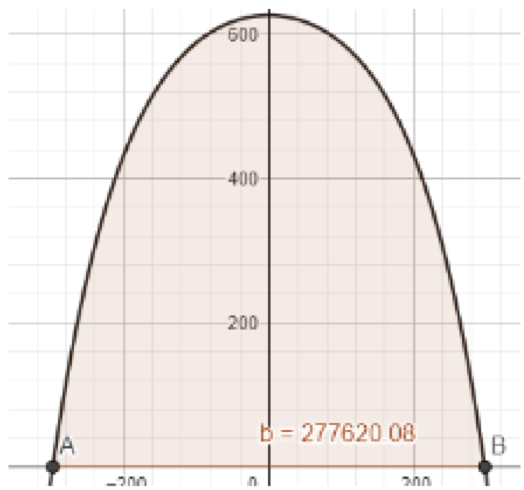


5. ¿Cuál valor de número de rectángulo se aproxima mejor el área bajo esa curva? Para ello utilizar el comando `Integral`:

Valor de área con el comando Integral	277620.08
Valor de área con el comando SumaSuperior	277657.48 - 100000 rectángulos

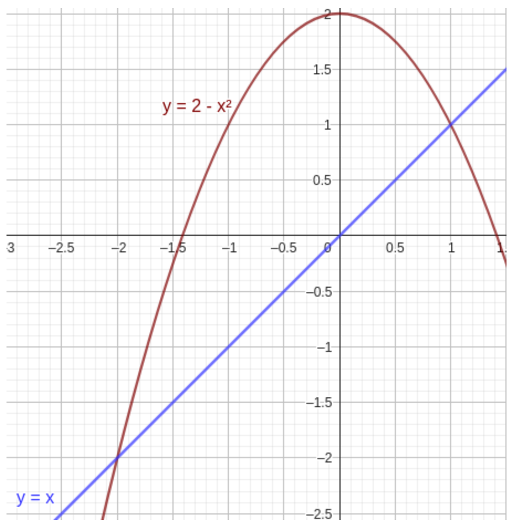
$$b = \int_{-299.24}^{299.24} f \, dx$$

$= 277620.08$

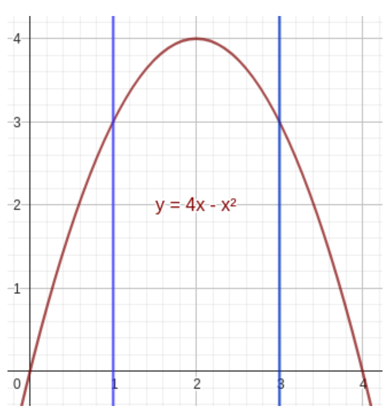


- **Ejercicio 2: Hallar el área de la región limitada por las curvas:**

1.
$$\boldsymbol{y = 2 - x^2, y = x}$$
$$\int_{-2}^{1} \boldsymbol{2 - x^2 - x\, dx} = \left[2x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right]_{-2}^{1} = ...$$
$$... = 2(1) - \frac{(1)^3}{3} - \frac{(1)^2}{2} - 2(-2) + \frac{(-2)^3}{3} + \frac{(-2)^2}{2} = 2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 4 - \frac{8}{3} + 2 = \boldsymbol{\frac{9}{2}u^2}$$



2.
$$\boldsymbol{y = 4x - x^2, y = 0, x = 1, x = 3}$$
$$\int_{1}^{3} \boldsymbol{4x - x^2\, dx} = \left[2x^2 - \frac{x^3}{3}\right]_{1}^{3} = ...$$
$$... = 2(3)^2 - \frac{(3)^3}{3} - 2(1)^2 + \frac{(1)^3}{3} = 18 - 9 - 2 + \frac{1}{3} = \boldsymbol{\frac{22}{3}u^2}$$

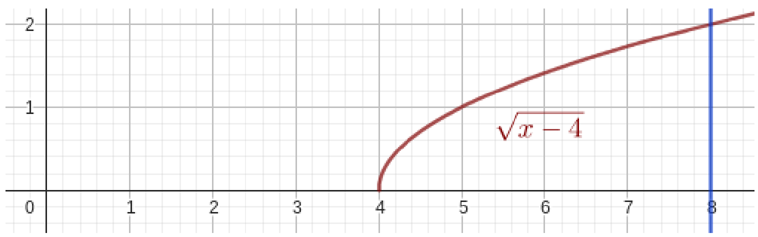


3.

$$\boldsymbol{y = \sqrt{x-4}, y = 0, x = 8}$$

$$\int_{\boldsymbol{4}}^{\boldsymbol{8}} \boldsymbol{(x-4)^{1/2}\, dx} = \int_4^8 (v)^{1/2}\, dv = \left[\frac{2}{3} v^{3/2}\right]_4^8 = ...$$

$$... = \left[\frac{2}{3}(x-4)^{3/2}\right]_4^8 = \frac{2}{3}(4)^{3/2} - \frac{2}{3} = \boldsymbol{\frac{14}{3} u^2}$$



4.

$$\boldsymbol{y = x^2 - 4x + 3, x - y - 1 = 0}$$

5.

$$\boldsymbol{y = \sqrt{2x}, y = 2x - 4, x = 0}$$

6.

$$\boldsymbol{y^2 - 2x = 0, y^2 + 4x - 12 = 0}$$

7.

$$\boldsymbol{y^2 = x + 2, y = x - 4}$$

8.

$$\boldsymbol{y = x^2, y = -x^2 + 4x}$$

9.

$$\boldsymbol{y = x + 6, y = x^3, y = -\frac{2x}{4}}$$

10.

$$\boldsymbol{y = |x - 1|, y = x^2 - 3}$$

11.

$$\boldsymbol{y = x^3 + 3x^2, y = x}$$

12.

$$\boldsymbol{y = x^3 - 6x^2 + 8x, y = x^2 - 4x}$$

- **Ejercicio 3: Calcular el volúmen del sólido generado por la rotación de la región $\boldsymbol{R}$ al rededor del eje indicado; siendo $\boldsymbol{R}$ la región limitada por las curvas, cuyas ecuaciones se dan a continuación:**

a.

$$y = 2x - x^2, y = 0, x = 0, x = 1; eje \to y$$

b.

$$x = 1, y = \frac{\pi}{2}, y = \arctan x, x = 4; eje \to y$$

c.

$$y = 0, y = 3, x = 1, x = 3, y = \frac{1}{x-1}; eje \to x = 1$$

- **Ejercicio 4: Sea R la región limitada por las curvas: $y = x^2$, $y = \frac{1}{x}$ y las rectas $y = 0$, $x = 2$:**
  a) Calcule el volúmen del sólido que se genera al rotar R al rededor del eje $x = 2$.
  b) Calcule el volúmen del sólido que se genera al rotar R al rededor del eje $y = 1$.
- **Ejercicio 5: Determine el volúmen del sólido de revolución generado al rotar en torno al eje $x = 9$ la región limitada por las curvas: $y^2 = 9 - x$, $y = 3 - x$.**
- **Ejercicio 6: Calcular el volúmen del sólido generado al hacer girar alrededor de la recta $x = -4$ la región acotada por las curvas: $x = y - y^2$, $x = y^2 - 3$.**
- **Ejercicio 7: Encuentre el volúmen del sólido generado por la rotación en torno a la recta $y = 2$ de la región del primer cuadrante limitada por las parábolas $3x^2 - 16y + 48 = 0$, $x^2 - 16y + 80 = 0$ y el eje de las y.**
- **Ejercicio 8: Resuelva las siguientes integrales dobles:**

1. **Calcular:**

$$\int_0^1 \int_0^y e^{x+y} \, dx \, dy$$

2. **Calcular:**

$$\int_0^2 \int_{x^2}^4 \sqrt{y} \cos y \, dy \, dx$$

3. **Calcular:**

$$\int_0^1 \int_{\frac{y}{2}}^{\frac{1}{2}} e^{-x^2} \, dx \, dy$$

4. **Invierta el orden de integración:**

$$\int_{-1}^2 \int_{-\sqrt{3+x}}^{x-1} f(x,y) \, dy \, dx + \int_2^3 \int_{-\sqrt{3+x}}^{\sqrt{3+x}} f(x,y) \, dy \, dx$$

5. **Invertir el orden de integración y evaluar:**

$$\int_0^1 \int_0^x y \, dy \, dx + \int_1^{\sqrt{2}} \int_0^{\sqrt{2-x^2}} y \, dy \, dx$$