Instituto Superior Universitario Tecnológico del Azuay
Tecnología Superior en Big Data

Actividad - Aplicación de las derivadas

Alumno:
Eduardo Mendieta

Materia:
Matemática

Docente:
Lcda. Vilma Duchi, Mgtr.

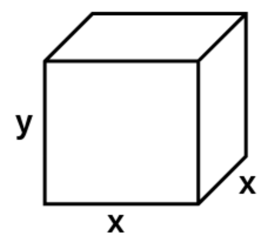
Ciclo:
Primer ciclo

Fecha:
27/08/2024

Periodo Académico:
Abril 2024 - Agosto 2024

Resolver el siguiente problemas:

Una Pymes fabrica cajas con tapa y base cuadrada de volumen $288cm^3$. El precio del material utilizado para la base es de \$5 por centímetro cuadrado, y el utilizado para las caras laterales y la tapa es de \$3 por centímetro cuadrado. Calcula las dimenciones de la caja para que resulte lo más ecomómica posible.



1) Al buscar las dimenciones de la caja estas deben ser mayores a cero.

2) Utilizamos el volumen para encontrar el lado y:

$$\boldsymbol{V = x^2 y}$$

$$x^2 y = 288$$

$$y = \frac{288}{x^2}$$

3) Buscamos los puntos críticos:

$$\boldsymbol{f(x) = 5x^2 + 3x^2 + 3(4xy)} = 8x^2 + 3456x^{-1}$$

$$f'(x) = 16x - \frac{3456}{x^2}$$

$$16x - \frac{3456}{x^2} = 0$$

$$\frac{16x^3 - 3456}{x^2} = 0$$

$$16x^3 - 3456 = 0$$

$$16x^3 = 3456$$

$$x^3 = 216$$

$$x = \sqrt[3]{216}$$

$$x = 6$$

4) verificamos que el punto critico $x = 6$ sea un mínimo:

$$f''(x) = 16 + \frac{6912}{x^3}$$

$$f''(6) = 16 + \frac{6912}{(6)^3}$$

$$f''(6) = 16 + \frac{6912}{216}$$

$$f''(6) = 16 + 32 = 48$$

Al evaluar en la segunda derivada el resultado es positivo por lo que existe un mínimo en $x = 6$.

5) El precio más económico posible es:

$$f(6) = 8(6)^2 + \frac{3456}{(6)} = 288 + 576 = 864$$

Respuesta: \$864.

6) Buscamos las dimenciones de la caja:

$$y = \frac{288}{x^2} = \frac{288}{(6)^2} = 8$$

Respuesta: La caja debe tener dimenciones $x = 6cm$ y $y = 8cm$.