# Instituto Superior Universitario Tecnológico del Azuay
# Tecnología Superior en Big Data

## Guía Practica - Integrales

**Alumno:**

Eduardo Mendieta

**Materia:**

Matemática

**Docente:**

Lcda. Vilma Duchi, Mgtr.

**Ciclo:**

Primer ciclo

**Fecha:**

06/09/2024

**Periodo Académico:**

Abril 2024 - Agosto 2024

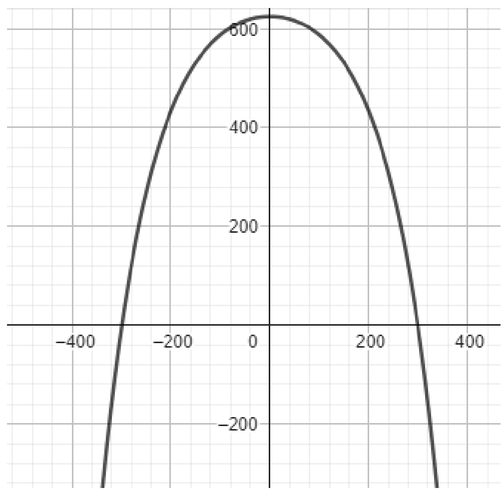
# Guía Practica - Integrales

**Resolver las siguientes integrales:**

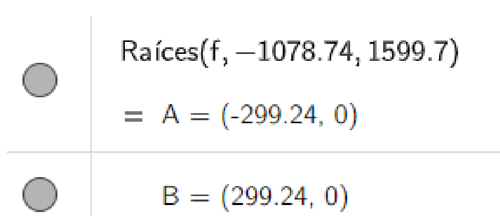
- **Ejercicio 1: La obra arquitectónica en forma de arco catenario es el Gateway Arch de San Luis(Missouri) diseñada por el arquitecto finlandes Eero Saarinen, este arco tiene como ecuación la siguiente expresión:**

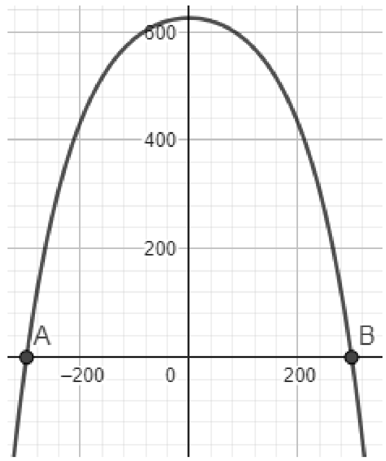
$$y = 693{,}85 - 68{,}76 \cdot \left( \frac{e^{0{,}0100333x} + e^{-0{,}0100333x}}{2} \right)$$

1. Ingrese dicha ecuación en GeoGebra y obtenga su respectiva gráfica:




2. Obtén las raíces (puntos de corte con el eje x ) para obtener los extremos del intervalo:



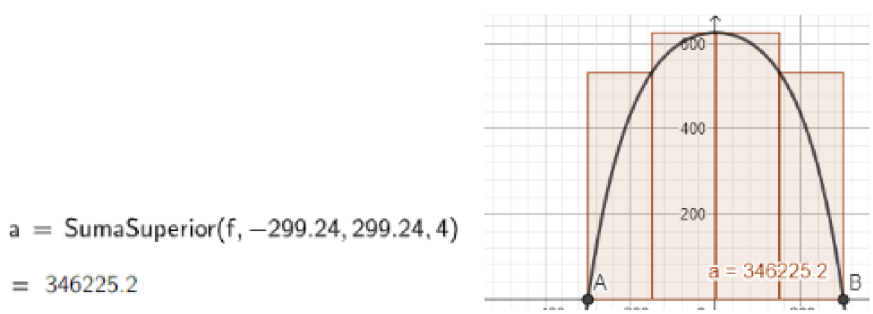



3. ¿Cuál es la anchura de ese intevalo?

$$anchura = 299{,}24–(-299{,}24) = 598{,}48$$

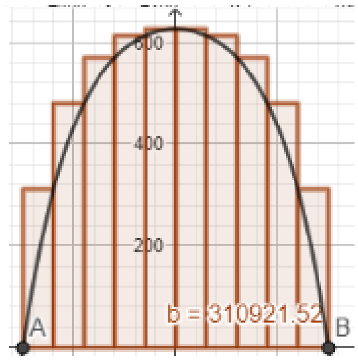
4. Con el comando `SumaSuperior` divide a ese intervalo de acuerdo a la siguiente tabla y anota el valor de dicha suma:

| **Número de rectángulos** | **Valor del área** |
|---|---|
| 4 | 346225.2 |
| 10 | 310921.52 |
| 100 | 281319.96 |
| 1000 | 277993.78 |
| 10000 | 277657.48 |
| 100000 | 277657.48 |



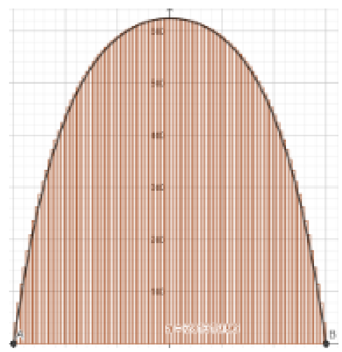
a = SumaSuperior(f, −299.24, 299.24, 10)

= 310921.52



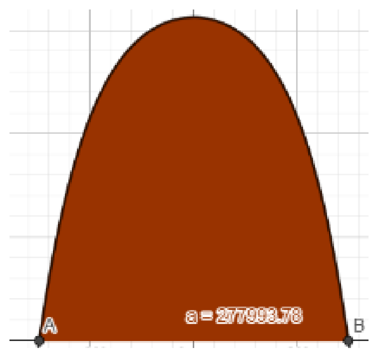

a = SumaSuperior(f, −299.24, 299.24, 100)

= 281319.96



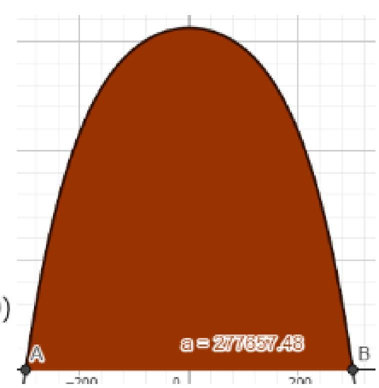
a = SumaSuperior(f, −299.24, 299.24, 1000)

= 277993.78



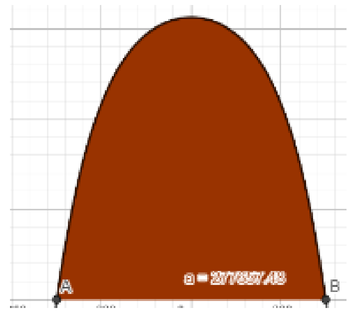

a = SumaSuperior(f, −299.24, 299.24, 10000)

= 277657.48



$a = \text{SumaSuperior}(f, -299.24, 299.24, 100000)$

$= 277657.48$

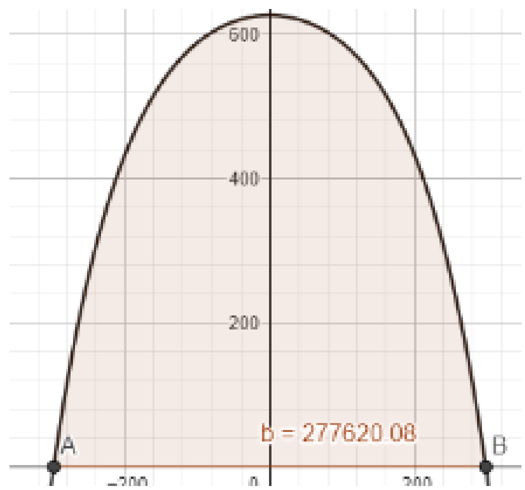



5. ¿Cuál valor de número de rectángulo se aproxima mejor el área bajo esa curva? Para ello utilizar el comando `Integral`:

| | |
|---|---|
| **Valor de área con el comando Integral** | 277620.08 |
| **Valor de área con el comando SumaSuperior** | 277657.48 - 100000 rectángulos |

$$b = \int_{-299.24}^{299.24} f \, dx$$

$$= 277620.08$$



- **Ejercicio 2: Hallar el área de la región limitada por las curvas:**

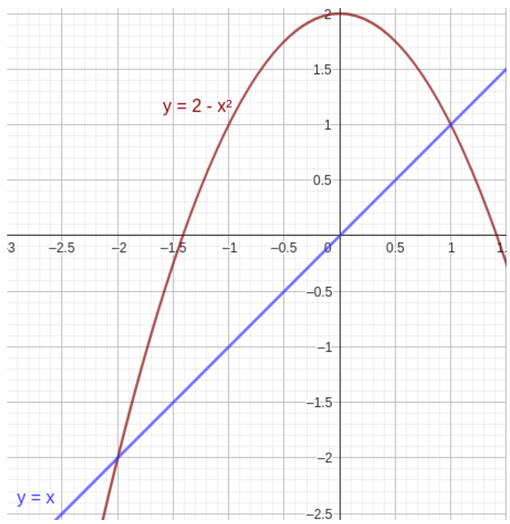
---

1.

$$\boldsymbol{y = 2 - x^2, y = x}$$

$$\int_{-2}^{1} \boldsymbol{2 - x^2 - x\, dx} = \left[2x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right]_{-2}^{1} = \ldots$$

$$\ldots = 2(1) - \frac{(1)^3}{3} - \frac{(1)^2}{2} - 2(-2) + \frac{(-2)^3}{3} + \frac{(-2)^2}{2} = 2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 4 - \frac{8}{3} + 2 = \boldsymbol{\frac{9}{2} u^2}$$



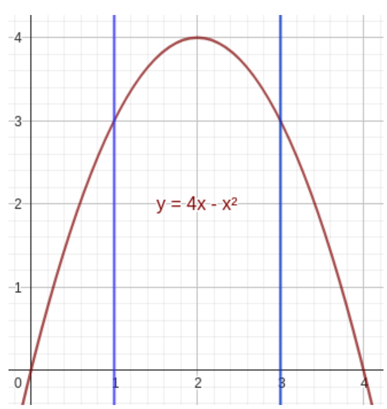

---

2.

$$\boldsymbol{y = 4x - x^2, y = 0, x = 1, x = 3}$$

$$\int_{1}^{3} \boldsymbol{4x - x^2\, dx} = \left[2x^2 - \frac{x^3}{3}\right]_{1}^{3} = \ldots$$

$$\ldots = 2(3)^2 - \frac{(3)^3}{3} - 2(1)^2 + \frac{(1)^3}{3} = 18 - 9 - 2 + \frac{1}{3} = \boldsymbol{\frac{22}{3} u^2}$$

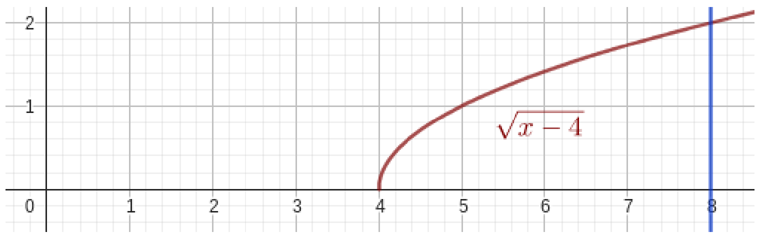


3.

$$\boldsymbol{y = \sqrt{x-4}, y = 0, x = 8}$$

$$\int_{\mathbf{4}}^{\mathbf{8}} \boldsymbol{(x-4)^{1/2}\, dx} = \int_4^8 (v)^{1/2}\, dv = \left[\frac{2}{3}v^{3/2}\right]_4^8 = ...$$

$$... = \left[\frac{2}{3}(x-4)^{3/2}\right]_4^8 = \frac{2}{3}(4)^{3/2} - \frac{2}{3} = \boldsymbol{\frac{14}{3}u^2}$$

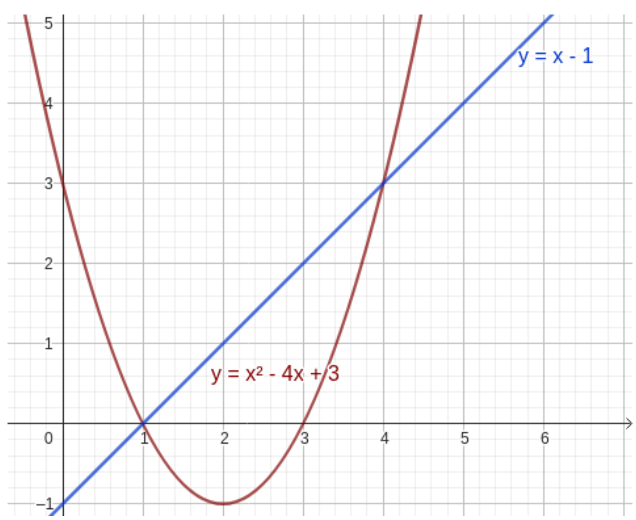



4.

$$\boldsymbol{y = x^2 - 4x + 3, x - y - 1 = 0}$$

$$\int_{\mathbf{1}}^{\mathbf{4}} \boldsymbol{-x^2 + 5x - 4\, dx} = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - 4x\right]_1^4 = ...$$

$$... = -\frac{(4)^3}{3} + 5\frac{(4)^2}{2} - 4(4) + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 4 = -\frac{64}{3} + 40 - 16 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 4 = \boldsymbol{\frac{13}{2}u^2}$$

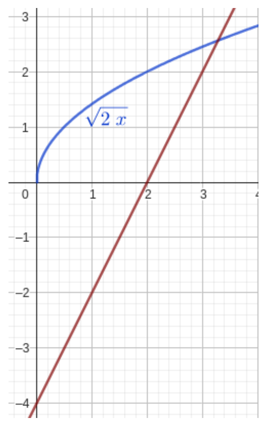


5.

$$\boldsymbol{y = \sqrt{2x}, y = 2x - 4, x = 0}$$

$$\int_{\mathbf{0}}^{\mathbf{3{,}28}} \boldsymbol{(2x)^{1/2} - 2x + 4\, dx} = \frac{1}{2}\int_0^{3{,}28} v^{1/2}\, dv + \int_0^{3{,}28} -2x + 4\, dx = \left[\frac{1}{3}u^{3/2} - x^2 + 4x\right]_0^{3{,}28} = \ldots$$

$$\ldots = \left[\frac{1}{3}(2x)^{3/2} - x^2 + 4x\right]_0^{3{,}28} = \frac{1}{3}(2(3{,}28))^{3/2} - (3{,}28)^2 + 4(3{,}28) = \mathbf{7{,}96}\boldsymbol{u^2}$$



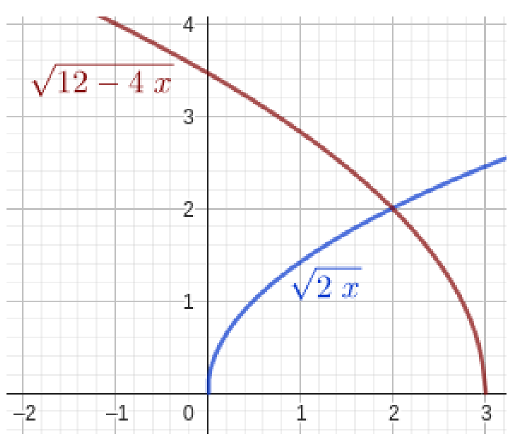

6.

$$\boldsymbol{y^2 - 2x = 0, y^2 + 4x - 12 = 0}$$

$$\int_{\mathbf{0}}^{\mathbf{2}} \boldsymbol{(2x)^{1/2}\, dx} + \int_{\mathbf{2}}^{\mathbf{3}} \boldsymbol{(12 - 4x)^{1/2}\, dx} = \frac{1}{2}\int_0^2 v^{1/2}\, dv - \frac{1}{4}\int_2^3 w^{1/2}\, dw = \ldots$$

$$\ldots = \left[\frac{1}{3}v^{3/2}\right]_0^2 - \left[\frac{1}{6}w^{3/2}\right]_2^3 = \left[\frac{1}{3}(2x)^{3/2}\right]_0^2 - \left[\frac{1}{6}(12 - 4x)^{3/2}\right]_2^3 = \ldots$$

$$\ldots = \frac{1}{3}(4)^{3/2} + \frac{1}{6}(4)^{3/2} = \boldsymbol{4u^2}$$

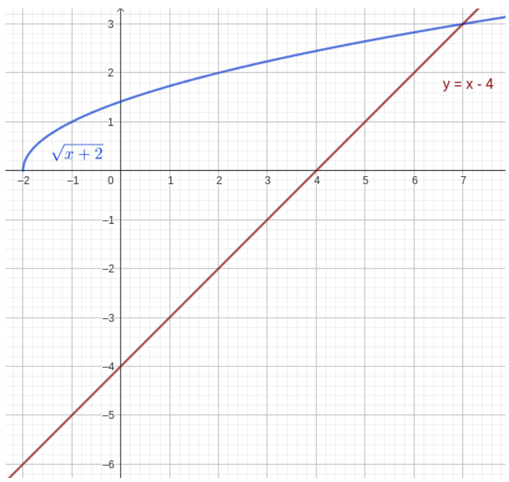


7.

$$\boldsymbol{y^2 = x + 2, y = x - 4}$$

$$\int_{-2}^{7} \boldsymbol{(x+2)^{1/2} - x + 4\, dx} = \left[\frac{2}{3}(x+2)^{3/2} - \frac{x^2}{2} + 4x\right]_{-2}^{7} = ...$$

$$... = \frac{2}{3}(9)^{3/2} - \frac{49}{2} + 28 + 2 + 8 = \boldsymbol{31{,}5u^2}$$

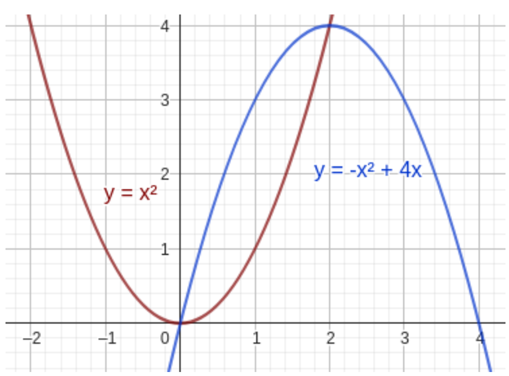



8.

$$\boldsymbol{y = x^2, y = -x^2 + 4x}$$

$$\int_{0}^{2} \boldsymbol{-x^2 + 4x - x^2\, dx} = \int_0^2 -2x^2 + 4x\, dx = \left[-\frac{2}{3}x^3 + 2x^2\right]_0^2 = ...$$

$$... = -\frac{16}{3} + 8 = \boldsymbol{2{,}67u^2}$$

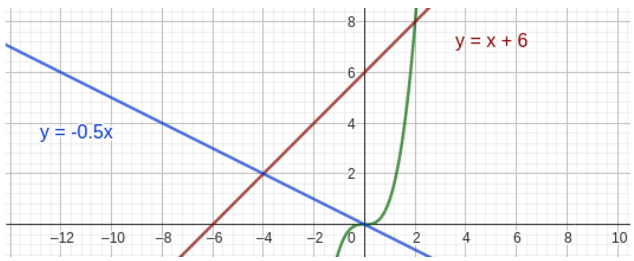


9.

$$\boldsymbol{y = x + 6, y = x^3, y = -\frac{2x}{4}}$$

$$\int_{-4}^{0} \boldsymbol{x+6+\frac{1}{2}x\,dx} + \int_{0}^{2} \boldsymbol{x+6-x^3\,dx} = \left[\frac{x^2}{2}+6x+\frac{x^2}{4}\right]_{-4}^{0} + \left[\frac{x^2}{2}+6x-\frac{x^4}{4}\right]_{0}^{2} = ...$$

$$... = -\frac{(-4)^2}{2} - 6(-4) - \frac{(-4)^2}{4} + 2 + 12 - 4 = \boldsymbol{22u^2}$$

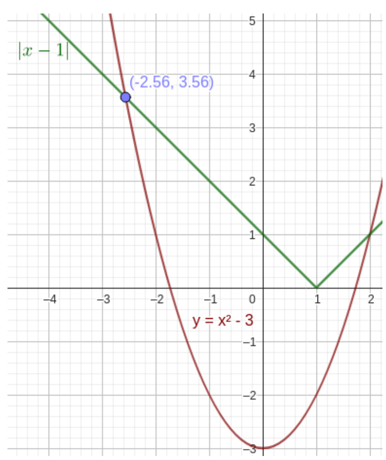



10.

$$\boldsymbol{y = |x-1|, y = x^2 - 3}$$

$$\int_{-2{,}56}^{1} \boldsymbol{-x-x^2+4\,dx} + \int_{1}^{2} \boldsymbol{x-x^2+2\,dx} = \left[-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}+4x\right]_{-2{,}56}^{1} + \left[\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}+2x\right]_{1}^{2} = ...$$

$$... = -\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+4+\frac{(-2{,}56)^2}{2}+\frac{(-2{,}56)^3}{3}-4(-2{,}56)+2-\frac{8}{3}+4-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-2 = \boldsymbol{12{,}26u^2}$$

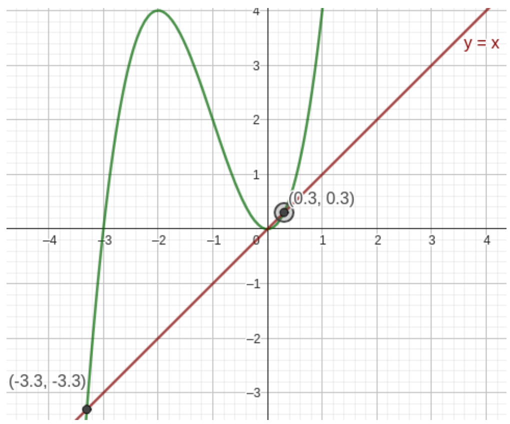


11.

$$\boldsymbol{y = x^3 + 3x^2, y = x}$$

$$\int_{-3,3}^{0} \boldsymbol{x^3 + 3x^2 - x\,dx} = \left[\frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2}\right]_{-3,3}^{0} = ...$$

$$... = -\frac{(-3,3)^4}{4} - (-3,3)^3 + \frac{(-3,3)^2}{2} = \mathbf{11{,}73}\boldsymbol{u^2}$$

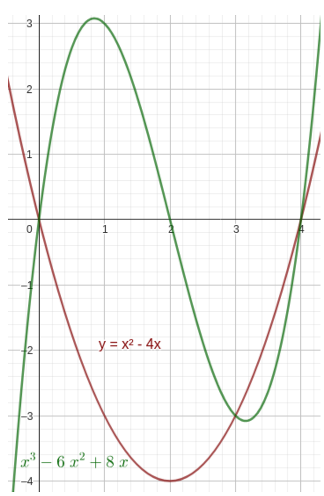



12.

$$\boldsymbol{y = x^3 - 6x^2 + 8x, y = x^2 - 4x}$$

$$\int_{0}^{3} \boldsymbol{x^3 - 7x^2 + 12x\,dx} + \int_{3}^{4} \boldsymbol{7x^2 - 12x - x^3 + dx} = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{7x^3}{3} + 6x^2\right]_{0}^{3} + \left[\frac{7x^3}{3} - 6x^2 - \frac{x^4}{4}\right]_{3}^{4} =$$

$$... = \frac{(3)^4}{4} - \frac{7(3)^3}{3} + 6(3)^2 + \frac{7(4)^3}{3} - 6(4)^2 - \frac{(4)^4}{4} - \frac{7(3)^3}{3} + 6(3)^2 + \frac{(3)^4}{4} = \mathbf{11{,}83}\boldsymbol{u^2}$$



- **Ejercicio 3: Calcular el volúmen del sólido generado por la rotación de la región $R$ al rededor del eje indicado; siendo $R$ la región limitada por las curvas, cuyas ecuaciones se dan a continuación:**

a.
$$y = 2x - x^2, y = 0, x = 0, x = 1; eje \to y$$

b.
$$x = 1, y = \frac{\pi}{2}, y = \arctan x, x = 4; eje \to y$$

c.
$$y = 0, y = 3, x = 1, x = 3, y = \frac{1}{x-1}; eje \to x = 1$$

- **Ejercicio 4: Sea $R$ la región limitada por las curvas: $y = x^2$, $y = \frac{1}{x}$ y las rectas $y = 0$, $x = 2$:**

a) Calcule el volúmen del sólido que se genera al rotar $R$ al rededor del eje $x = 2$.

b) Calcule el volúmen del sólido que se genera al rotar $R$ al rededor del eje $y = 1$.

- **Ejercicio 5: Determine el volúmen del sólido de revolución generado al rotar en torno al eje $x = 9$ la región limitada por las curvas: $y^2 = 9 - x$, $y = 3 - x$.**

- **Ejercicio 6: Calcular el volúmen del sólido generado al hacer girar alrededor de la recta $x = -4$ la región acotada por las curvas: $x = y - y^2$, $x = y^2 - 3$.**

- **Ejercicio 7: Encuentre el volúmen del sólido generado por la rotación en torno a la recta $y = 2$ de la región del primer cuadrante limitada por las parábolas $3x^2 - 16y + 48 = 0$, $x^2 - 16y + 80 = 0$ y el eje de las $y$.**

- **Ejercicio 8: Resuelva las siguientes integrales dobles:**

1. **Calcular:**
$$\int_0^1 \int_0^y e^{x+y}\, dx\, dy$$

2. **Calcular:**
$$\int_0^2 \int_{x^2}^4 \sqrt{y} \cos y\, dy\, dx$$

3. **Calcular:**
$$\int_0^1 \int_{\frac{y}{2}}^{\frac{1}{2}} e^{-x^2}\, dx\, dy$$

4. **Invierta el orden de integración:**
$$\int_{-1}^2 \int_{-\sqrt{3+x}}^{x-1} f(x,y)\, dy\, dx + \int_2^3 \int_{-\sqrt{3+x}}^{\sqrt{3+x}} f(x,y)\, dy\, dx$$

5. **Invertir el orden de integración y evaluar:**

$$\int_0^1 \int_0^x y\,dy\,dx + \int_1^{\sqrt{2}} \int_0^{\sqrt{2-x^2}} y\,dy\,dx$$