

# Formelblad elektriska kretsar och fält EEM076

Edvin Alestig

April 21, 2021

## 1 Storheter och enheter

Storhet	Enhet
Kraft (F)	Newton (N)
Laddning (Q)	Coloumb (C)
Spänning (v)	Volt (V)
Ström (I)	Ampere (A)
Resistans (R)	Ohm ( $\Omega$ )
Effekt (P)	Watt (W)
Energi (W)	Joule (J)
Kapacitans (C)	Farad (F)
Induktans (L)	Henry (H)
Magnetfält (B)	Tesla (T)
Elektriskt fält (E)	(N/C)
Konduktivitet ( $\sigma$ )	$(\Omega \cdot m)^{-1}$
Resistivitet ( $\rho$ )	$(\Omega \cdot m)$
Strömdensitet (J)	$(A/m^2)$

## 2 Lagar

Ohms lag	$v = RI$
Effektlagen	$P = Iv = RI^2 = \frac{v^2}{R}$
Kirchhoffs spänningslag (KVL)	$\sum v = 0$ i en loop
Kirchhoffs strömlag (KCL)	$\sum I_{in} = \sum I_{out}$ i en nod
Energiprincipen	$\sum P = 0$ i en krets
Coloumbs lag	$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}$
Gauss lag	$\vec{\Phi} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$
Biot-Savarts lag	$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$
Amperes lag	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \cdot I_{enc}$

## 3 Konstanter

Coloumbkonstanten	$k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$
Elektrisk permittivitet i vakuum	$\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}$
Elementarladdningen	$e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Tomrummets permeabilitet	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m (Tm/A)}$

## 4 Formler

### 4.1 Kretsar

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$Q(t) = \int_{t_0}^t I(t) \cdot dt + Q(t_0)$$

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P(t) \cdot dt$$

I kondensatorer:

$$Q = Cv$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dv}{dt}$$

$$P = IV = Cv \frac{dv}{dt}$$

$$W = \int_{t_0}^t P(t) \cdot dt = \int_{t_0}^t Cv \frac{dv}{dt} = C \int_{v(t_0)}^{v(t)} v \cdot dv = \frac{C}{2} (v(t)^2 - v(t_0)^2)$$

$$W = \frac{Cv^2}{2}, v(t_0) = 0$$

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t I(t) \cdot dt + v(t_0)$$

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} = \frac{Q}{|Ed|}$$

$$U = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 Ad \text{ (Potentiell energi)}$$

I induktorer:

$$v = L \frac{dI}{dt}$$

$$W = \frac{LI^2}{2}, I(t_0) = 0$$

$$I(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(t) \cdot dt + I(t_0)$$

$$P = IV = LI \frac{di}{dt}$$

## 4.2 Elektriska fält

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}_{12}$$

$$\vec{F}_E = q\vec{E}$$

$$\vec{E}_{total} = \sum \vec{E}_i \text{ (diskreta laddningar)}$$

$$\vec{E}_{total} = \int_{L1}^{L2} \vec{E}_l \cdot dl \text{ (kontinuerliga laddningar)}$$

Flytta laddningar:

$$W = \int_R^\infty \vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{-k_e q_1 q_2}{R} \text{ (utanför fält)}$$

$$W = -qE_0 r$$

Dipoler:

$$\vec{P} = q\vec{d}$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

$$\tau = p \cdot E \cdot \sin \theta$$

Elektriskt flöde (flux):

$$\Phi = \sum \vec{E}_i$$

$$\vec{\Phi} = \int_{L1}^{L2} \vec{E}_l \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{\Phi} = \iint \vec{E} \hat{n} \cdot d\vec{A} = \iint \vec{E} \cdot d\vec{A} \cdot \cos \theta \text{ i två dimensioner}$$

Elektrisk potential:

$$\frac{W}{q} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = -Ed = \Delta V$$

$$\vec{E} = -\frac{dV}{d\vec{r}} = -\nabla v = -grad(v) \text{ (typ flerdimensionell derivata)}$$

Ström, konduktivitet & resistivitet:

$$I = \iint \vec{J} \cdot d\vec{A} = \frac{dQ}{A \cdot dt}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

$$J = \sigma E = \sigma \frac{\Delta V}{l} = \frac{I}{A} \text{ (uniform field)}$$

$$\Delta V = \frac{l}{\sigma} J = \frac{l}{\sigma A} I = RI$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

$$\rho = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)] \text{ när det beror på temperatur}$$

## 5 Ekvivalenta kretsar

### 5.1 Seriekoppling

$$\text{Resistans } R_{eq} = \sum R_n$$

$$\text{Kapacitans } C_{eq} = (\sum C_n^{-1})^{-1}$$

$$\text{Induktans } L_{eq} = \sum L_n$$

$$(C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \text{ vid endast 2 kondensatorer})$$

Spänningsdelning

$$v_n = R_n I = \frac{R_n}{R_{eq}} \cdot v_{total}$$

### 5.2 Parallellkoppling

$$\text{Resistans } R_{eq} = (\sum R_n^{-1})^{-1}$$

$$\text{Kapacitans } C_{eq} = \sum C_n$$

$$\text{Induktans } L_{eq} = (\sum L_n^{-1})^{-1}$$

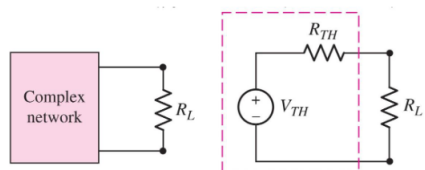
$$(R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \text{ vid endast 2 resistorer})$$

$$(L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \text{ vid endast 2 induktorer})$$

Strömdelning

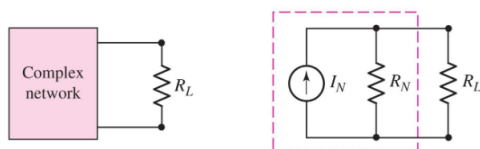
$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_{total} \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I_{total}$$

### 5.3 Thévenin equivalent circuit (behöver förbättras)



1. Disconnect the load  $R_L$  and replace with an open circuit.
2. Find the open circuit voltage  $V_{oc}$ .
3. Find the equivalent resistance  $R_{eq}$  of the network with all independent sources turned off.
4.  $v_{th} = v_{oc}$  and  $R_{th} = R_{eq}$ .

### 5.4 Norton equivalent circuit (behöver förbättras)



1. Replace the load  $R_L$  with a short circuit.
2. Find the short circuit current  $I_{sc}$ .
3. Find the equivalent resistance  $R_{eq}$  of the network with all independent sources turned off.
4.  $I_N = I_{sc}$  and  $R_N = R_{eq}$ .

### 5.5 Source transformation - Thévenin and Norton

$$R_{th} = R_N = R_{eq} \text{ and } v_{th} = I_N R_{eq}$$

Genom att kombinera Thévenin och Norton kan man kraftigt förenkla en delkrets.

## 6 Verktyg och metoder

### 6.1 Kretsar

#### Node voltage analysis

Analysera spänningsskillnader gentemot en referensnod (jord eller den nod med flest kopplingar). Lös med ekvationssystem.

1. Välj en referensnod och sätt den till 0 V.
2. Sätt variabler för varje nod.
3. Applicera KCL på varje nod.
4. Räkna ut spänningen genom att räkna ut spänningsdifferensen mellan två noder.

Tips: Räkna  $I_{out}$  som positiv i varje resistor.

#### Supernod

Spänningskälla som ej är direkt kopplad till referensnoden kan göras om till en supernod. Nodens spänning är källans spänning och båda ändars kopplingar räknas som supernodens kopplingar.

#### Mesh current analysis

Analysera loopar i en krets (medsols). Applicera KVL på varje loop. Lös med ekvationssystem.

#### Supermesh

Strömkälla i kretsen. Kombinera loopar in i en större superloop.  $I_{super} = I_1 - I_2$

#### Superposition

Går endast att applicera på linjära kretsar med flera ström- och/eller spänningskällor. Varje källa kan analyseras separat för att sedan läggas ihop.

1. Stäng av alla källor förutom en.
  - $v = 0$  blir en kortsluten krets.
  - $I = 0$  blir en öppen krets.

- Räkna ut källans krets påverkan.
2. Lägg ihop alla källors påverkan.