

Projet 8 : SOGE : Variance Reduction Technique in Monte-Carlo using Hermite Polynomials

Tuteur : Emmanuel Kambou et Sébastien Roland

En finance, les méthodes de Monte Carlo sont couramment utilisées pour valoriser des produits financiers complexes, impliquant un grand nombre de variables de marché et/ou des conditions sophistiquées, tant sur la forme du payoff (fonction reliant les variables de marché et décrivant la performance financière du produit) que sur les conditions de sortie (par exemple, exercice anticipé). L'enjeu est de disposer de méthodes de Monte Carlo robustes et efficaces, permettant d'obtenir des résultats précis avec un nombre limité de tirages. Dans ce cadre, l'étude des techniques d'accélération de la convergence est cruciale. L'objectif du projet est d'examiner les méthodes de réduction de variance, d'abord de manière générale, puis en se concentrant sur l'utilisation des polynômes d'Hermite. Ces polynômes présentent la propriété d'être orthogonaux sous la mesure gaussienne, ce qui en fait une base de projection privilégiée pour l'étude des problèmes de Monte Carlo gaussiens. De plus, l'augmentation de leur ordre permet de capturer des moments de plus en plus élevés, offrant ainsi la possibilité de corriger les trajectoires gaussiennes sur des caractéristiques univariées et multivariées importantes (espérance, variance, covariance, etc.). Nous étudierons comment ces méthodes peuvent être utilisées comme variables de contrôle pour les trajectoires du mouvement brownien. Les propriétés statistiques des trajectoires corrigées seront analysées et qualifiées via des tests statistiques appropriés. Les exemples pratiques s'appuieront sur des cas simplifiés mais représentatifs de produits et modèles financiers : produits sur panier d'indices, options asiatiques, etc.

Déroulé :

- Revue de la littérature sur les méthodes de Monte Carlo (et le mouvement brownien) ainsi que sur les techniques de réduction de variance, en particulier les méthodes de control variate.
- Revue de la littérature sur les polynômes d'Hermite et leurs propriétés.
- Étude des articles proposant une approche control variate appliquée aux trajectoires browniennes via les polynômes d'Hermite.
- Implémentation d'un générateur de trajectoires browniennes intégrant cette méthode de correction.
- Mise en place d'exemples issus du monde financier.

Références :

- Non-Gaussian simulation using Hermite polynomial expansion : convergences and algorithms (<https://hal.science/hal-00686282/document>)
- Hermite Monte Carlo (<https://andreask.cs.illinois.edu/tutorial/dsl-tutorial-materials/dist/03-openc1/3-practice-hermite-monte-carlo.html>)
- Introduction to variance reduction methods (<https://cermics.enpc.fr/~bl/Halmstad/monte-carlo/lecture-2.pdf>)
- Uncertainty Quantification Using Multi-Dimensional Hermite Polynomials https://www.researchgate.net/publication/268591093_Uncertainty_Quantification_Using_Multi-Dimensional_Hermite_Polynomials
- Hermite Formulae (<https://soft.mines-paristech.fr/gstlearn/demos-latest/r/Hermite.html>)
- Variance reduction in Monte Carlo computations using multi-dimensional hermite polynomials (<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0021999179901505>)