

Дисциплина: Численные методы
Лабораторное задание №1

Отчет

Тема: Решение систем линейных уравнений с разреженными матрицами
специального вида

Выполнили:
студенты 3 курса 8 группы
Крутько А.С.
Сикарев Р.О.

Проверила:
старший преподаватель
Фролова О.А.

Оглавление

Постановка задачи3

Теоретическая часть.....4

Алгоритм5

Тестирование9

Постановка задачи

Решить систему линейных уравнений с разреженными матрицами специального вида:

$$\begin{pmatrix} * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 & * & * & * & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * & * \\ * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * \end{pmatrix}$$

Результатом работы предложенного нами алгоритма является матрица вида:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Где символ * обозначает любое число.

Алгебраический вид системы представлен следующим образом:

$$\begin{cases} fc_1x_1 + sc_1x_1 = f_1 \\ fc_2x_1 + sc_2x_2 + td_2x_3 = f_2 \\ fc_3x_1 + sc_3x_2 + td_3x_4 + md_3x_3 = f_3 \\ fc_ix_1 + sc_ix_2 + bd_{i-1}x_{i-1} + md_ix_i + td_ix_{i+1} = f_i, \quad i = 4 \dots n-1 \\ fc_nx_1 + sc_nx_2 + bd_{n-1}x_{n-1} + md_nx_n = f_n \end{cases}$$

При этом

$$\begin{aligned} fc_1 &= md_1, sc_1 = td_1, \\ fc_2 &= bd_1, sc_2 = md_2, \\ sc_3 &= bd_2 \end{aligned}$$

Обозначения векторов взяты из части отчета «Алгоритм»

Теоретическая часть

При решении данной задачи были использованы простейшие действия с матрицами и их строками, а именно:

- Умножение строк на число
- Сложение строк

Алгоритм

Алгоритм работы готового решения данного задания, не включая заполнение полей данными и вывод ответа, можно разбить на три этапа. Каждый из этапов был выделен в коде в отдельную функцию. Данные функции получают в качестве аргумента набор векторов. Обозначения для векторов были выбраны следующие:

- md – главная диагональ
- td – верхняя диагональ
- bd – нижняя диагональ
- f – вектор правой части системы уравнений
- fc – «испорченный» вектор, отвечающий за первый «испорченный» столбец
- sc – «испорченный» вектор, отвечающий за второй «испорченный» столбец

Кроме того, была использована вспомогательная функция `refreshDiagonals`, которая в качестве аргументов получает вектора md , td , bd , fc , sc и выполняет следующие действия:

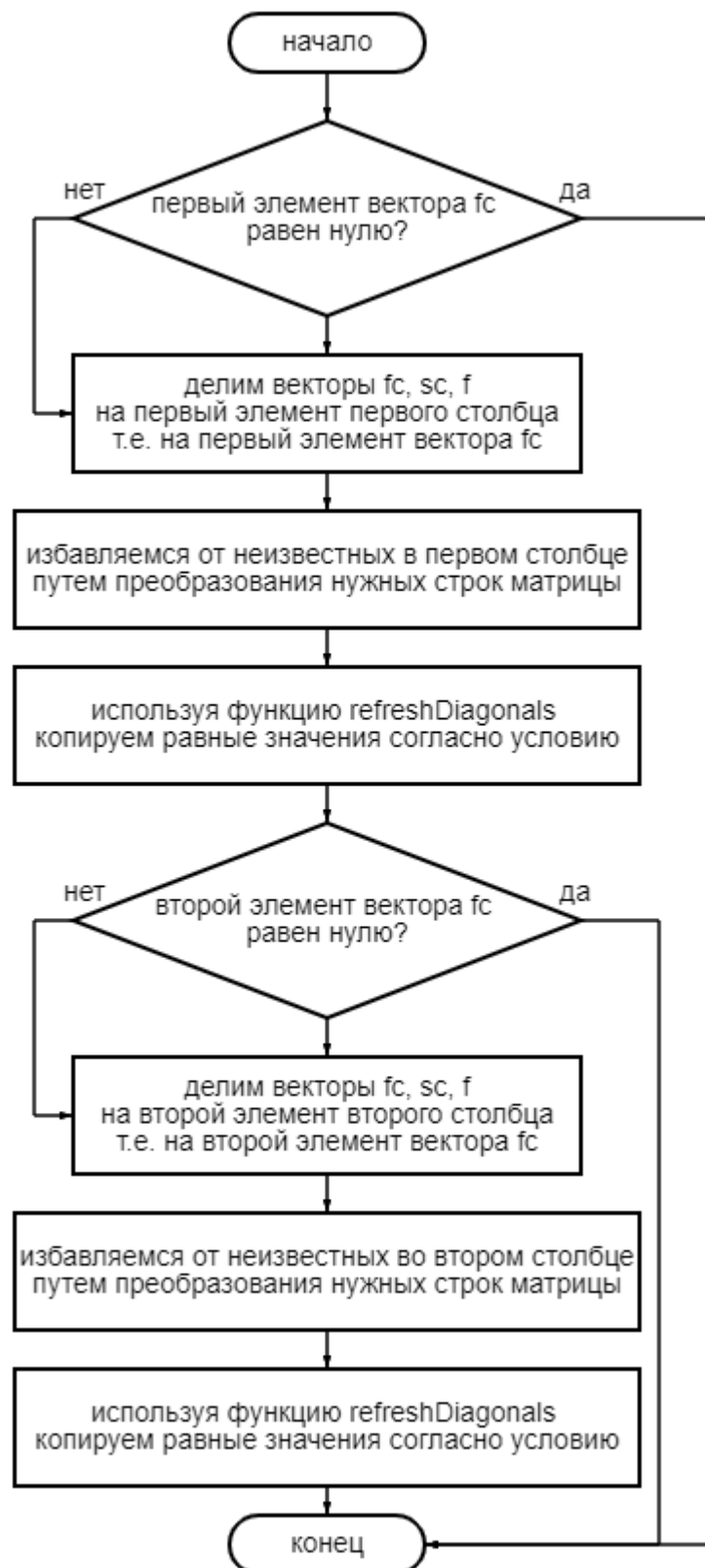
1. Элементу с индексом 0 вектора md присваивает элемент с индексом 0 вектора fc
2. Элементу с индексом 1 вектора md присваивает элемент с индексом 1 вектора sc
3. Элементу с индексом 1 вектора bd присваивает элемент с индексом 1 вектора fc
4. Элементу с индексом 2 вектора bd присваивает элемент с индексом 2 вектора sc
5. Элементу с индексом 1 вектора td присваивает элемент с индексом 0 вектора sc

Таким образом данная функция копирует равные значения согласно условию задачи.

Блок-схемы с описанием каждого из этапов представлены на следующих страницах отчета.

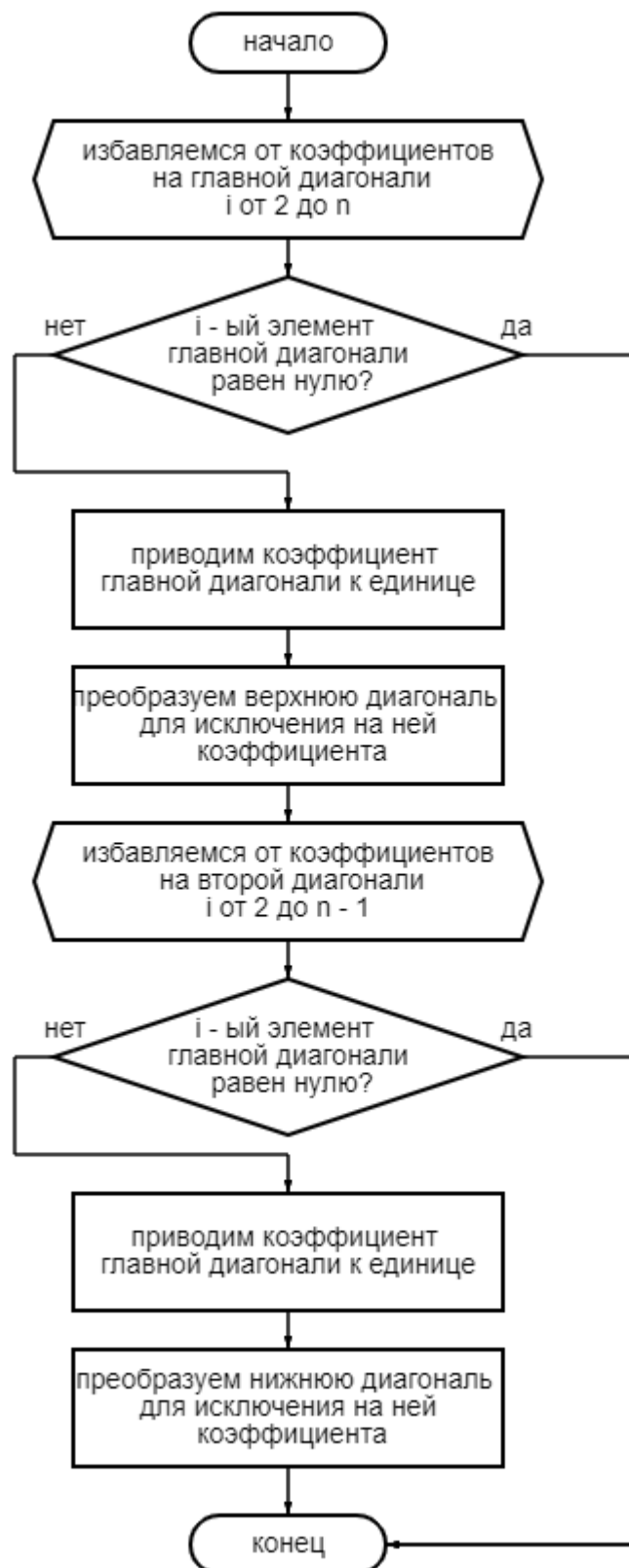
Первый этап.

На вход метод получает 6 векторов: md , td , bd , f , fc , sc .



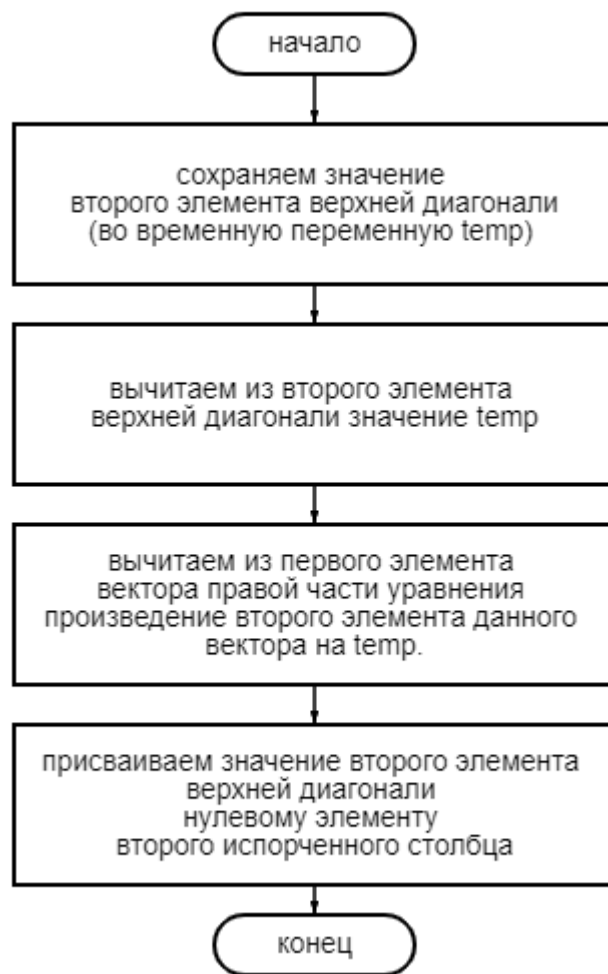
Второй этап.

На вход метод получает 4 вектора: md , td , bd , f .



Третий этап.

На вход метод получает 6 векторов: md , td , bd , f , fc , sc .



Если при решении уравнения не было деления на ноль, то высчитываем точность полученного результата согласно предложенному алгоритму и выводим результаты решения.

Тестирование

№ Теста	Размерность системы	Диапазон значений элементов матрицы	Среднее значение оценки точности погрешности	Средняя относительная погрешность системы
1	10	-10 ... 10	2.10942e-15	8.73804e-15
2	10	-100 ... 100	1.44329e-15	1.98643e-13
3	10	-1000 ... 1000	5.32907e-15	1.06305e-15
4	100	-10 ... 10	1.27898e-13	4.69092e-13
5	100	-100 ... 100	1.42109e-13	4.87924e-12
6	100	-1000 ... 1000	6.90648e-12	1.30699e-12
7	1000	-10 ... 10	1.29376e-10	1.01149e-11
8	1000	-100 ... 100	1.63709e-11	4.5221e-12
9	1000	-1000 ... 1000	2.38742e-12	5.37224e-12