

Caveat: 如无特殊说明, 序列、数组、字符串、矩阵等等等, 下标都是从1开始的。这和计算机里数组下标从0开始的习惯有些不同, 但代码写久了就会发现从1开始事实上更方便, 可以避免很多边界的判断

一维前缀和

给定一个长 n 的序列 a , 再给出若干询问, 每次询问给一对正整数 $l < r$, 需要应答 $\sum_{i=l}^r a[i]$

为了 $O(1)$ 时间应答询问, 我们可以构造一个“前缀和”数组 p , 使得 $p[k]$ 恰好是 a 的前 k 项之和, 那么

$$\sum_{i=l}^r a[i] = p[r] - p[l - 1]$$

尝试构造 p , 按定义 $p[0] = 0$, $p[k] = p[k - 1] + a[k]$, 从而扫一遍 a 即可构造之。

例题: https://blog.csdn.net/qq_46105170/article/details/113793117

二维前缀和

考虑二维的情形, 给定一个 $n \times m$ 的矩阵 a , 每次询问想求某个子矩阵的和, 子矩阵的左上坐标为 x_1, y_1 , 右下坐标为 x_2, y_2 。

同上, 为了快速应答询问, 我们可以构造一个“二维前缀和”矩阵 s , 使得 $s[x][y] = \sum_{i=1}^x \sum_{j=1}^y a[i][j]$, 那么子矩阵和为: $s[x_2][y_2] - s[x_2][y_1 - 1] - s[x_1 - 1][y_2] + s[x_1 - 1][y_1 - 1]$

考虑如何构造 s , 令 $x_1 = x_2 = x, y_1 = y_2 = y$, 则有

$$s[x][y] - s[x][y - 1] - s[x - 1][y] + s[x - 1][y - 1] = a[x][y]$$

$$\text{移项得 } s[x][y] = s[x][y - 1] + s[x - 1][y] - s[x - 1][y - 1] + a[x][y]$$

从而 s 可以由扫一遍 a 构造。

例题: https://blog.csdn.net/qq_46105170/article/details/113794146

作业

上面两道例题

ACWing 99 <https://www.acwing.com/problem/content/101/>