

$\text{difficulty} = 2^{(256-x)} / \text{target}$ 。

在这里假定没有leading zero  $x=0$ 。这样difficulty的含义就是需要计算的哈希次数。

比如 $\text{difficulty}=2^{40}$ ，那么就是要哈希出40个0来，或者说单次哈希成功的概率

$$p = 1 / \text{difficulty} = 2^{-40} \quad (1)$$

那么第n次才恰好哈希到40个0的概率就是 $p * (1-p)^{n-1}$ ，前n-1次都失败，最后一次成功。

可以暂时称这样的哈希为**出块哈希**。

给定difficulty，前n次能找到出块哈希的概率，也叫概率累计函数 $P(n)$ ：

$$P(n) = \sum_{k=1}^n p * (1-p)^{k-1} = p * \frac{1 - (1-p)^n}{1 - (1-p)} = 1 - (1-p)^n$$

$P(n)$ 在0到1之间，当 $n \rightarrow \infty$ 的时候， $P(n)=1$ 。

上面是推导，下面是正题：

模拟恰好第 $N_{\text{hsr}}$ 次哈希出，步骤如下：

1. 先找出一个0-1均匀分布的随机数 $\text{rand}$
2. 设立不等式 $P(n-1) < \text{rand} < P(n)$
3. 求出 $N_{\text{hsr}}$ 。

求解可得：

$$N_{\text{hsr}} = \text{ceil}\left(\frac{\log(1-\text{rand})}{\log(1-p)}\right) \quad (2)$$

其中ceil表示向上取整。

不妨设当前难度为D时，某个用户的算力 $\text{HRworker}=D/120$ ，则该用户可以在当前难度下平均 $T=120$ 秒出块，利用随机数 $\text{rand}$ 和 $p=1/D$ 计算出此次出块需要的哈希次数 $N_{\text{hsr}}$ 之后，可以算出该用户此次出块所耗时间：

$$\text{solvetime} = N_{\text{hsr}} / \text{HRworker}$$

其中 $N_{\text{hsr}}$ 由式子(2)求出。由此就解决了模拟solvetime的问题。

类似，假定攻击者算力是诚实矿工的m倍：

$$\text{HRAttacker} = m * \text{HRworker}$$

那么，在被攻击期间当难度是D的时候，该次出块的时间就是 $N_{\text{hsr}} / \text{HRworker} / (m+1)$ 。