Resumen Parcial 1 Sistemas de Control II

Emerson Warhman

8 de enero de 2026

Forma estandar Sistema de segundo Orden

La forma estándar de un sistema de control de segundo orden con realimentación negativa unitaria es:

$$T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Los polos del sistema son:

$$s = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$$

Las condiciones de amortiguamiento según el valor de ζ son:

- Si $\zeta > 1$: Sobreamortiguado
- Si $\zeta = 1$: Amortiguamiento crítico
- Si $0 < \zeta < 1$: Subamortiguado
- Si $\zeta = 0$: Sin amortiguamiento

Características Transitorias

Para sistemas subamortiguados ($0 < \zeta < 1$):

- Tiempo de alza: $t_r = \frac{1}{\omega_n}\left(\pi - \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)$
- Tiempo pico: $t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$
- Sobrepico: $M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$
- Tiempo de establecimiento (criterio 2 %): $t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}$
- Frecuencia amortiguada: $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

Estabilidad de un Sistema

Criterio de Jury para Sistemas Discretos

El criterio de Jury determina si todos los polos de un sistema discreto están dentro del círculo unitario en el plano z. Los pasos para aplicar el criterio son:

1. Obtén el polinomio característico en la forma: $z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \cdots + a_1 z + a_0 = 0$.
2. Verifica la condición necesaria: $|a_0| < 1$. Si no se cumple, el sistema es inestable.
3. Construye la tabla de Jury con 2n filas: - Fila 1: Coeficientes del polinomio de mayor a menor grado $(1, a_{n-1}, ..., a_0)$. - Fila 2: Coeficientes del polinomio de menor a mayor grado $(a_0, a_1, ..., 1)$. - Para filas subsiguientes, calcula los elementos usando determinantes de matrices 2x2 formadas por las dos filas anteriores.
4. Verifica que todos los elementos de la primera columna de la tabla sean positivos. Si es así, el sistema es estable.
5. Si algún elemento de la primera columna es cero o negativo, el sistema tiene polos en o fuera del círculo unitario.

Criterio de Routh para Sistemas Continuos

El criterio de Routh determina si todos los polos de un sistema continuo están en el semiplano izquierdo. Los pasos para aplicar el criterio son:

1. Expande la ecuación característica en forma descendente: $s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0 = 0$.

2. Verifica que todos los coeficientes sean positivos. Si no todos son positivos, o si alguno es cero, o si hay raíces imaginarias, el sistema es inestable.

3. Ordena los coeficientes: Primera fila del arreglo de Routh con coeficientes de potencias pares de s ($s^n, s^{n-2}, ...$). Segunda fila con coeficientes de potencias impares (s^{n-1}, s^{n-3}, ...).

4. Para filas subsiguientes, calcula cada elemento usando: $-\frac{1}{a_{k-1,1}} \det \begin{pmatrix} a_{k-2,1} & a_{k-2,j+1} \\ a_{k-1,1} & a_{k-1,j+1} \end{pmatrix}$.

5. Verifica que todos los elementos de la primera columna del arreglo sean positivos. Si es así, el sistema es estable.

6. Si hay un cero en la primera columna, reemplázalo con un epsilon pequeño y analiza el límite cuando epsilon tiende a cero.

7. El número de cambios de signo en la primera columna indica el número de polos en el semiplano derecho.

8. Si todos los miembros de una fila impar son 0, se deriva la fila superior y dicha derivada se utiliza en la fila donde daba los ceros, a partir de ahí se continua con el procedimiento habitual.

Lugar Geométrico de las Raíces

El lugar geométrico de las raíces es un método gráfico para analizar cómo cambian los polos del sistema cerrado al variar un parámetro, generalmente la ganancia K. Los pasos para trazar el lugar geométrico de las raíces son:

1. Determina la función de transferencia en lazo abierto $G(s)H(s)$.

2. Identifica los polos y ceros de $G(s)H(s)$.

3. Dibuja los segmentos del eje real que pertenecen al lugar geométrico. Usar la regla de paridad de raíces a la derecha de un punto.

4. Determina las asíntotas: número de asíntotas, ángulos y punto de intersección con el eje real.
   - $\theta_{asint} = \frac{180(2k+1)}{N_p - N_z}$
   - $\sigma_{asint} = \frac{\sum P_j - \sum Z_i}{N_p - N_z}$

5. Encuentra los puntos de ruptura y entrada resolviendo la ecuación característica.
   - Si el LGR está entre dos polos en σ, existe al menos un punto de ruptura ahí.
   - Si el LGR está entre dos ceros en σ, existe al menos un punto de ingreso ahí.
   - Si el LGR está entre un cero y un polo pueden no existir ni puntos de ruptura ni de ingreso. o pueden haber ambos.

   A partir de la E.C se despeja K y se deriva. $\frac{dK}{ds} = -\frac{1+GH(s)}{G(s)} = 0$.
   Se hallan las raíces de dicho polinomio y se evalúan en $K(s_i)$.
   Si $K(s_i) > 0$ entonces sí es un punto de ruptura o de ingreso.

6. determinar el ángulo de sálida y ángulo de llegada.

$$\theta_{sal} = 180 - \sum \angle P + \sum \angle Z$$

$$\theta_{ent} = 180 - \sum \angle Z + \sum \angle P$$

7. Determinar las intersecciones con el eje imaginario usando el criterio de Routh o similar.

8. Dibuja el lugar conectando los polos y ceros, siguiendo las reglas de magnitud y ángulo. Tomando una serie de puntos de pruebas en las cercanias del origen del plano.

Compensadores

Los compensadores se utilizan para mejorar el rendimiento de los sistemas de control, como estabilidad, velocidad de respuesta y error en estado estacionario.

- **Compensador de adelanto (lead)**: Aumenta la velocidad de respuesta y el margen de fase. Función de transferencia: $G_c(s) = K\frac{s+z}{s+p}$ donde $z < p$.
- **Compensador de atraso (lag)**: Reduce el error en estado estacionario. Función de transferencia: $G_c(s) = K\frac{s+z}{s+p}$ donde $z > p$.
- **Compensador lead-lag**: Combina adelanto y atraso para mejorar múltiples características.
- **Controlador PID**: Proporcional-Integral-Derivativo. Función: $G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$, donde K_p para proporcional, K_i para integral, K_d para derivativo.

Diseño de un Compensador de Adelanto usando LGR

$$G_c(s) = K_c \cdot \alpha \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K_c \frac{s+1/T}{s+1/(\alpha T)}$$

Los pasos para diseñar un compensador de adelanto usando el lugar geométrico de las raíces son:

1. Especifica las características deseadas del sistema cerrado, como el factor de amortiguamiento ζ y la frecuencia natural ω_n.
2. Traza el LGR del sistema sin compensar y determina la ganancia máxima para estabilidad.
3. Determina la ubicación deseada de los polos dominantes en el plano s.
4. Calcula el ángulo de fase adicional requerido para mover el LGR a la ubicación deseada.
5. Elige la ubicación del polo del compensador: $z = -\frac{1}{\alpha T}$, donde $\alpha < 1$ y T se elige para el máximo adelanto.
6. Elige la ubicación del cero del compensador: $p = -\frac{1}{T}$, con $T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{\alpha}}$, donde ω_m es la frecuencia de máxima fase.
7. Ajusta la ganancia K para que el LGR pase por la ubicación deseada.

Diseño de un Compensador de Atraso usando LGR

$$G_c(s) = K_c \cdot \beta \frac{Ts+1}{\beta Ts+1} = K_c \frac{s+1/T}{s+1/(\beta T)}$$

Los pasos para diseñar un compensador de atraso usando el lugar geométrico de las raíces son:

1. Especifica las características deseadas del sistema cerrado, como el factor de amortiguamiento ζ, la frecuencia natural ω_n y el error en estado estacionario.
2. Traza el LGR del sistema sin compensar y determina la ganancia K que coloca los polos en la ubicación deseada.
3. Verifica el error en estado estacionario. Si no cumple con las especificaciones, diseña un compensador de atraso.
4. Elige la ubicación del polo del compensador: $p = -\frac{1}{\beta T}$, donde $\beta > 1$ y T es grande para que el polo esté lejos a la izquierda.
5. Elige la ubicación del cero del compensador: $z = -\frac{1}{T}$, con z cerca del polo para minimizar el cambio de fase.
6. Ajusta la ganancia K_c para que el LGR del sistema compensado pase por la ubicación deseada de los polos.

Sistemas muestreados

$$X^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)e^{-skT}$$

Si se define $z = e^{sT}$ entonces $s = \frac{1}{T}ln(z)$

$$X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)z^{-k}$$

$X(z)$ es la transformada Z de $x(kT)$
Serie geométrica básica:

$$\sum_{k=0}^{\infty} r^k = \frac{1}{1-r}, \text{ para } |r| < 1.$$

Transformada Z inversa

- Método directo:

$$X(z) = x(0) + x(1)z^{-1} + x(2)z^{-2} + ...$$

  Se obtiene dividiendo polinomio del numerador entre polinomio del denominador.

- Fracciones parciales

$$X(z) = Z\{L^{-1}\{X(s)\}_{kT}\}$$

- Tabla de transformaciones

Circuitos para la retención de datos

- Retentor de orden cero

$$Gh_0(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$$

- Retentor de orden uno

$$Gh_1(s) = \left(\frac{1 - e^{-sT}}{s}\right)^2 \frac{Ts + 1}{T}$$

Función de transferencia de pulso

La función de transferencia de pulso para un sistema continuo con retenedor de orden cero es:

$$G(z) = (1 - z^{-1})\mathcal{Z}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}$$

Respuesta transitoria de los sistemas discretos

Dados los polos de un sistema en tiempo continuo

$$s = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$$

Dado que $z = e^{sT}$
tenemos

$$z = e^{-\zeta\omega_n T + j\omega_n T\sqrt{1-\zeta^2}}$$

por tanto

$$|z| = e^{-T\zeta\omega_n} \qquad \angle z = \omega_d T$$

al hacer $T = \frac{2\pi}{\omega_s}$

$$|z| = e^{\frac{-2\pi\zeta\omega_d}{\sqrt{1-\zeta^2}\omega_s}} \qquad \angle z = \frac{2\pi\omega_d T}{\omega_s}$$

Variables de Estado

Las variables de estado son un conjunto de variables que describen completamente el estado interno de un sistema dinámico. En la representación en espacio de estados, un sistema se describe mediante ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Donde:

- $x(t)$: Vector de estado, que contiene las variables que describen el estado del sistema en el tiempo t.
- $u(t)$: Vector de entrada o señal de control aplicada al sistema.
- $y(t)$: Vector de salida o respuesta del sistema.
- A: Matriz del sistema, que describe la evolución del estado (la dinámica) interno del sistema.
- B: Matriz de control, que relaciona cómo la entrada afecta al estado.
- C: Matriz de salida, que relaciona el estado con la salida medida.

- D: Matriz de transmisión directa, que describe la influencia directa de la entrada en la salida (usualmente cero en muchos sistemas).

Notamos que esta representación permite múltiples entradas y múltiples salidas. Además las matrices pueden ser funciones de tiempo En el caso de un sistema con una entrada y una salida tendremos (Sistemas Componsados) Notamos que en la configuración clásica solo se realimenta la salida. En la configuración moderna del un lazo de control automático se realimentan todas las variables de estado

Relación entre la representación en espacio de estados y la función de transferencia

La función de transferencia G(s) se puede obtener a partir de las matrices de estado de la siguiente manera:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

Donde I es la matriz identidad de tamaño n x n, y $(sI - A)^{-1}$ se conoce como la matriz resolvente. Los polos de la función de transferencia son los valores propios de la matriz A.

Controlabilidad y observabilidad

- Controlabilidad: un sistema es controlable si cualquier estado inicial $X(0)$ puede ser transformado en cualquier estado final $X(t_f)$ en un tiempo finito $t_f > 0$ por un control $u(t)$.
  Un sistema es controlable si la matriz de controlabilidad tiene rango completo, es decir, rango n

$$\mathcal{C} = [B, AB, A^2B, \ldots, A^{n-1}B]$$

- Observabilidad: un sistema es observable si cada estado inicial $X(0)$ puede ser exactamente determinado a partir de mediciones de la salida en un intervalo $0 \leq t \leq t_f$.
  Un sistema es observable si la matriz de observabilidad tiene rango completo, rango n

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

Clasificación de sistemas según controlabilidad y observabilidad

Un sistema puede clasificarse en cuatro subsistemas según su controlabilidad y observabilidad:

- **Completamente controlable y observable**: Todos los estados son controlables y observables.
- **Completamente controlable pero no observable**: Todos los estados son controlables, pero algunos no son observables.
- **No controlable pero observable**: Algunos estados no son controlables, pero todos son observables.
- **No controlable y no observable**: Algunos estados no son controlables ni observables.

En algunos casos podemos determinar la Controlabilidad y Observabilidad de un sistema, representando en diagrama de bloques su ecuación de estado, y luego por inspección se determinan los estados desacoplados de la entrada y la salida. Los estados que estén desacoplados de la entrada serán No Controlables y los estados que estén desacoplados de la salida serán No Observables.

Variables de Fase

Las variables de fase son una forma canónica de representar un sistema en el espacio de estados, donde las variables de estado se eligen como la salida del sistema y sus derivadas sucesivas.

Para un sistema de orden n con una entrada $u(t)$ y una salida $y(t)$, las variables de fase se definen de la siguiente manera:

$$x_1(t) = y(t)$$

$$x_2(t) = \dot{y}(t)$$

$$\vdots$$

$$x_n(t) = y^{(n-1)}(t)$$

La ecuación diferencial del sistema se puede escribir como:

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \cdots + a_1\dot{y} + a_0 y = b_m u^{(m)} + \cdots + b_0 u$$

En forma de variables de fase:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_3$$

$$\vdots$$

$$\dot{x}_{n-1} = x_n$$

$$\dot{x}_n = -a_0x_1 - a_1x_2 - \cdots - a_{n-1}x_n + b_0u + b_1\dot{u} + \cdots + b_m u^{(m)}$$

La representación en espacio de estados usando variables de fase es:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} x$$

Esta representación es útil para el diseño de controladores y observadores.

Caso con ceros en el numerador

$$G(s) = \frac{K[C_m s^{m-1} + c_{m-1}s^{m-2} + \cdots + c_2 s + c_1]}{s^n + a_n s^{n-1} + a_{n-1}s^{n-2} + \cdots + a_2 s + a_1}$$

La representación en variables de estados no admite derivadas de la entrada, por ello es necesario reconstruir las ecuaciones en una forma admicible.

0.0.1. Modificando la matriz C

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{X_1(s)}{U(s)}\frac{Y(s)}{X_1(s)} = \frac{K(c_2 s + c_1)}{s^3 + a_3 s^2 + a_2 s + a_1}$$

donde

$$\frac{X_1(s)}{U(s)} = \frac{K}{s^3 + a_3 s^2 + a_2 s + a_1}$$

$$\frac{Y(s)}{X_1(s)} = c_2 s + c_1$$

la primera ecuación representa el caso sin cero. Mientras que la segunda nos da la siguiente ecuación de la salida

$$y(t) = c_2\dot{x}_1(t) + c_1 x_1(t)$$

$$y(t) = c_2 x_2(t) + c_1 x_1(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ K \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & \cdots & c_m & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

0.0.2. Modificando la matriz B

Para hacer eso se utiliza la propiedad de que la función de transferencia es única.

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B$$

$$G(s) = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} Num[sI - A]^{-1} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}}{s^n + a_n s^{n-1} + a_{n-1}s^{n-2} + \cdots + a_2 s + a_1} = \frac{K[C_m s^{m-1} + c_{m-1}s^{m-2} + \cdots + c_2 s + c_1]}{s^n + a_n s^{n-1} + a_{n-1}s^{n-2} + \cdots + a_2 s + a_1}$$

Se igualan los coeficientes del denominador y se despejan b_i.
Las variables de fase son una forma sencilla de representar el sistema, pero tienen una desventaja que no son variables físicas.

Variables Normales (Forma Modal)

Las variables normales, también conocidas como forma modal, se obtienen diagonalizando la matriz del sistema A. Esta representación es útil cuando se desea analizar los modos naturales del sistema de manera independiente.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K(c_m s^{m-1} + c_{m-1}s^{m-2} + \cdots + c_2 s + c_1)}{(s - \lambda_1)(s - \lambda_2)\dots(s - \lambda_{n-1})(s - \lambda_n)}$$

Ahora hemos escrito el denominador de la función de transferencia en forma factorizada.
Supongamos que los polos del sistema son diferentes. Procedemnos a expandior G(s) en fracciones parciales

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{d_1}{s - \lambda_1} + \frac{d_2}{s - \lambda_2} + \cdots + \frac{d_{n-1}}{s - \lambda_{n-1}} + \frac{d_n}{s - \lambda_n}$$

Lo cual podemos escribir como

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = d_1\frac{Z_1(s)}{U(s)} + d_2\frac{Z_2(s)}{U(s)} + \cdots + d_{n-1}\frac{Z_{n-1}(s)}{U(s)} + d_n\frac{Z_n(s)}{U(s)}$$

donde

$$\frac{Z_i(s)}{U(s)} = \frac{1}{s - \lambda_i} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$
$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = d_1\frac{Z_1(s)}{U(s)} + d_2\frac{Z_2(s)}{U(s)} + \cdots + d_n\frac{Z_n(s)}{U(s)}$$

osea

$$Y(s) = d_1 Z_1(s) + d_2 Z_2(s) + \cdots + d_n Z_n(s)$$

En el dominio del tiempo tenemos

$$\begin{aligned} \dot{z}_i(t) &= \lambda_i z_i(t) + u(t) \quad i = 1, 2, 3, \dots, n & \dot{Z}(t) &= AZ(t) + BU(t) \\ y(t) &= d_1 z_1(t) + d_2 z_2(t) + \cdots + d_n z_n(t) & y(t) &= CZ(t) \end{aligned}$$

en la forma matricial nos queda

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \vdots \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 & \cdots & d_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}$$

Autovalores

Los autovalores (o valores propios) de una matriz son escalares λ que satisfacen la ecuación:

$$Av = \lambda v$$

Donde v es el autovector correspondiente, y no es el vector cero.
En sistemas de control, los autovalores de la matriz A del espacio de estados son los polos del sistema, que determinan su estabilidad y respuesta dinámica.

Cálculo de Autovalores

Para encontrar los autovalores de A, se resuelve la ecuación característica:

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Esta ecuación es un polinomio de grado n, cuyas raíces son los autovalores.

Importancia en Estabilidad

- **Sistemas Continuos**: El sistema es estable si todos los autovalores tienen parte real negativa (están en el semiplano izquierdo del plano complejo). - **Sistemas Discretos**: El sistema es estable si todos los autovalores están dentro del círculo unitario en el plano z ($|\lambda| < 1$).
Los autovalores también determinan la respuesta natural del sistema: si son reales, la respuesta es exponencial; si complejos conjugados, oscilatoria.

Autovectores

Los autovectores son vectores no nulos v que satisfacen:

$$Av = \lambda v$$

Para cada autovalor λ, existe al menos un autovector correspondiente. Los autovectores son importantes en la diagonalización de matrices y en el análisis modal de sistemas.
En sistemas de control, los autovectores permiten transformar el sistema a la forma modal, donde las ecuaciones de estado están desacopladas.

Transformación Lineal de Variables

La transformación lineal de variables en el espacio de estados permite cambiar la base de las variables de estado mediante una transformación invertible. Esto es útil para simplificar el análisis o el diseño del sistema.
Dada una transformación $x = Pz$, donde P es una matriz invertible de tamaño n x n, las nuevas ecuaciones de estado se obtienen como:

$$\dot{z} = P^{-1}APz + P^{-1}Bu$$

$$y = CPz + Du$$

Esta transformación preserva las propiedades del sistema, como la estabilidad, la controlabilidad y la observabilidad, ya que no altera la dinámica esencial del sistema.
Un caso especial es la diagonalización de la matriz A, donde P es la matriz cuyas columnas son los autovectores de A, llevando el sistema a la forma modal donde las ecuaciones están desacopladas.

0.1. Transformación a la forma diagonal o normal

Si el sistema tiene n polos distintos, la matriz A puede ser diagonalizada como:

$$P^{-1}AP = \Lambda$$

$$P^{-1}B = B^n$$

$$C^n = CP$$