

Universidad Central de Venezuela
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Eléctrica

Prelaboratorio N° 8: Filtros activos

Emerson Warhman
C.I. 25.795.480
4 de febrero de 2025

Índice

1. Objetivos	2
2. Marco Teórico	2
2.1. Filtros activos	2
2.1.1. Función de transferencia de los filtros	2
2.2. Filtros de múltiples realimentaciones	3
2.2.1. Filtro pasa bajo de múltiples realimentaciones	3
2.3. Filtro por fuente de tensión controlada por tensión o Sallen-Key	4
2.3.1. Filtro pasa bajo de topología de Sallen-Key	4
3. Trabajo de preparación	5
3.1. Filtro de variables de estado	5
3.2. Filtro pasa bajos con topología de Sallen-Key	9
3.3. Filtro pasa bajos con realimentación múltiple	10
3.3.1. Simulación circuito multirealimentacion	11

1. Objetivos

Objetivo General

- Reconocer las ventajas del uso del concepto de amplificadores operacionales en el diseño e implementación de sistemas analógicos.

Objetivos Específicos

- Reconocer los efectos que produce la aplicación de filtros pasa bajos, pasa banda y pasa altos en distintas señales.

2. Marco Teórico

2.1. Filtros activos

Un filtro es en general aquel dispositivo que modifica linealmente el contenido espectral de una señal. Un filtro activo es aquel el cual, además de contar con elementos pasivos, también tiene elementos activos como el amplificador operacional.

No es difícil encontrar una situación cuyos requerimientos exijan un filtro de orden alto y tampoco es imposible realizarlo, lo difícil es sintonizarlo, esto es, hacer que cada coeficiente de la función de transferencia tome el valor adecuado para cumplir con los requerimientos.

La sintonización se hace difícil, porque los parámetros de red susceptibles de variarse, modifican a más de un coeficiente a la vez y si el número de coeficientes es alto, la tarea, además de ser iterativa, es muy costosa en tiempo y en equipos.

Si el orden del filtro es alto, entonces puede dividirse en una cascada de etapas de 2do orden y a lo más una de primer orden en el caso de orden impar

$$H = \frac{1}{s^5 + 3,236s^4 + 5,236s^3 + 5,236s^2 + 3,236s + 1}$$
$$H = \frac{1}{(s^2 + 0,61803s + 1) \cdot (s^2 + 1,61803) \cdot (s + 1)}$$

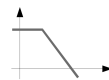
De manera tal que solo sea necesario sintonizar varias etapas de 2do orden y quizás de 1er orden, que aunque para cada una de ellas debe sintonizarse iterativamente, llevarán mucho menor tiempo y con la garantía de convergencia.

2.1.1. Función de transferencia de los filtros

Las funciones de transferencia de los filtros más utilizados son bien conocidas y son las siguientes:

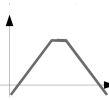
- Pasa bajos:

$$H(s) = \frac{H_o \cdot \omega_o^2}{s^2 + \alpha \cdot \omega_o \cdot s + \omega_o^2} \quad (1)$$



- Pasa banda:

$$H(s) = \frac{H_o \cdot \omega_o \cdot s}{s^2 + \alpha \cdot \omega_o \cdot s + \omega_o^2} \quad (2)$$

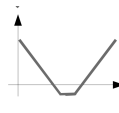


Pasa altos:

$$H(s) = \frac{H_o \cdot s^2}{s^2 + \alpha \cdot \omega_o \cdot s + \omega_o^2} \quad (3)$$



Rechaza banda:

$$H(s) = \frac{H_o (s^2 + \omega_o^2)}{s^2 + \alpha \cdot \omega_o \cdot s + \omega_o^2} \quad (4)$$


2.2. Filtros de múltiples realimentaciones

Esta topología puede convertirse en un cualquiera de las funciones de segundo orden (pasa bajo, pasa alto o pasa banda) con solo ubicar apropiadamente resistencias y condensadores.

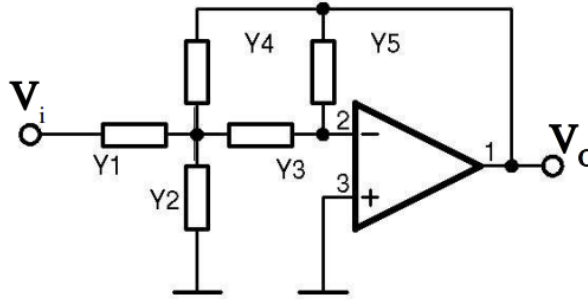


Figura 1: Filtro de múltiples realimentaciones

La función de transferencia puede resolverse de varias maneras, pero resulta compacto en términos de sus admitancias y usando el inversor $-Y_3/Y_5$ como amplificador base.

Utilizando el método del amplificador desvanecido, tenemos:

$$A_b = -\frac{Y_3}{Y_5}$$

$$a_{io} = 0$$

$$a_{i1} = \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4}$$

$$a_{31} = \frac{Y_4}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4}$$

$$a_{3o} = 1$$

Aplicándolo a la formula MAD:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4} \frac{\frac{-Y_3}{Y_5}}{1 - \frac{Y_4}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4} \left(\frac{-Y_3}{Y_5} \right)} \quad (5)$$

lo cual queda como:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-Y_1 \cdot Y_3}{Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 \cdot Y_4} \quad (6)$$

2.2.1. Filtro pasa bajo de múltiples realimentaciones

Al sustituir las admitancias Y_2 y Y_5 de la figura 1 por condensadores, obtenemos un filtro pasa bajo con la siguiente función de transferencia:

$$[ht]H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{-\frac{1}{R_1} \cdot R_2 C_2 C_5}{s^2 + (1/C_2)(1/R_1 + 1/R_3 + 1/R_4)s + 1/(R_3 R_4 C_2 C_5)} \quad (7)$$

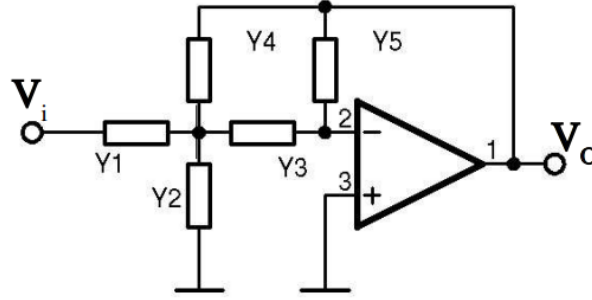


Figura 2: Filtro pasa bajo de múltiples realimentaciones

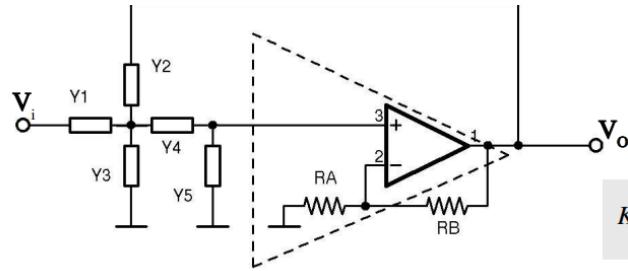


Figura 3: Filtro con topología de Sallen-Key

2.3. Filtro por fuente de tensión controlada por tensión o Sallen-Key

Usando esta estructura y ubicando en ella solo capacitancias y resistencias (sin inductancias) pueden lograrse los tres tipos de filtro básicos, esta vez, sin inversión de fase.

Tomando en cuenta que:

$$K = 1 + \frac{R_B}{R_A} \quad (8)$$

Aplicando el método del amplificador desvanecido, tenemos:

$$A = K \quad (9)$$

$$a_{io} = 0 \quad (10)$$

$$a_{i1} = \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + \left(\frac{Y_4 Y_5}{Y_4}\right) + Y_5} \left(\frac{Y_4}{Y_4 + Y_5}\right) \quad (11)$$

$$a_{30} = 1 \quad (12)$$

$$a_{31} = \frac{Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + \left(\frac{Y_4 Y_5}{Y_4 + Y_5}\right)} \left(\frac{Y_4}{Y_4 + Y_5}\right) \quad (13)$$

$$(14)$$

Sustituyendo en la ecuación MAD:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{Y_1 Y_4 K}{(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) Y_5 + (Y_1 + Y_2(1 - K) + Y_3) Y_4} \quad (15)$$

2.3.1. Filtro pasa bajo de topología de Sallen-Key

sustituyendo Y_2 y Y_5 por condensadores, obtenemos un filtro pasa bajo con la siguiente función de transferencia:

Al sustituir las admitancias Y_2 y Y_5 de la figura 3 por condensadores, obtenemos un filtro pasa bajo con la siguiente función de transferencia:

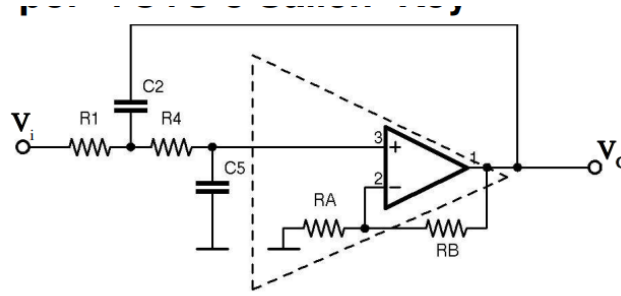


Figura 4: Filtro pasa bajo de topología de Sallen-Key

$$H(s) = \frac{\frac{K}{R_1 R_4 C_2 C_5}}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1 C_2} + \frac{1}{R_4 C_2} + (1-K) \frac{1}{R_4 C_5} \right) s + \frac{1}{R_1 R_4 C_2 C_5}} \quad (16)$$

3. Trabajo de preparación

Para cada uno de los circuitos que se muestran en las figuras 5, 6 y 7, se debe realizar el siguiente proceso de preparación:

1. Obtener su modelo circuital de entrada a cada una de sus salidas, observar la importancia de la función de transferencia.
2. Especificar los componentes necesarios, en cada filtro, para obtener frecuencias de corte de $2,7kHz$ con factor de amortiguamiento de 0.707, con ganancia de 2 en la salida pasa bajos.
3. Verificar sus diseños, mediante simulación, comparando la respuesta en frecuencia obtenida, con el diagrama asintótico de Bode de cada filtro. Determine la ganancia de cada filtro a las frecuencias en las que planea medir la respuesta en frecuencia.
4. Por simulación obtener las formas en cada salida al inyectar señales cuadradas con frecuencia tal, que su tercera armónica, coincida con la frecuencia de corte indicadas. Explicar a que se deben las formas de onda obtenidas.
5. Elabore la hoja de datos necesaria para recabar las mediciones y los datos del montaje, en los ensayos descritos por usted previamente.

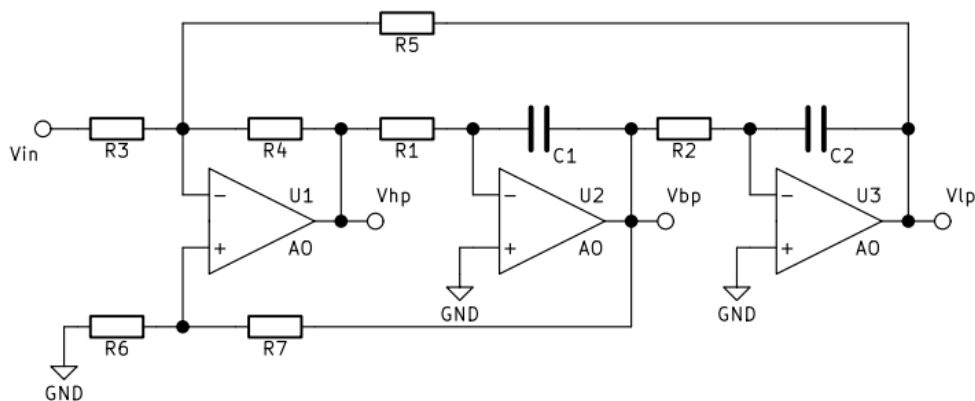


Figura 5: Filtro de variables de estado

3.1. Filtro de variables de estado

De la figura 5 se observa que las etapas con los amplificadores $U2A0$ y $U3A0$ corresponden a integradores con ganancia $A = \frac{1}{RCs}$, por lo tanto podemos expresar V_{bp} y V_{lp} como:

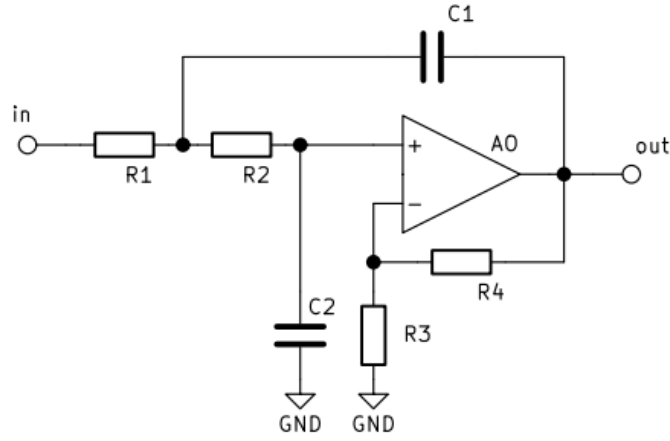


Figura 6: Filtro pasa bajos con topología de Sallen-Key

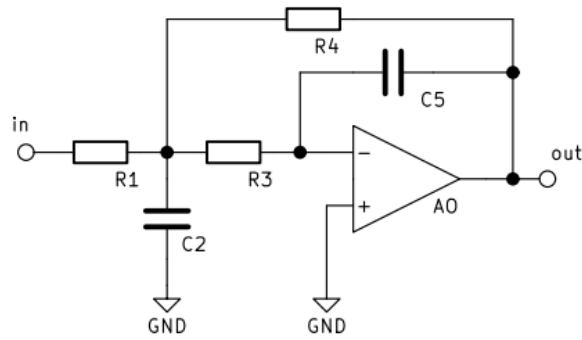


Figura 7: Filtro pasa bajos con realimentación múltiple

$$V_{LP} = \frac{1}{R_2 C_2 s} V_{bp} \quad (17)$$

$$V_{BP} = \frac{1}{R_1 C_1 s} V_{hp} \quad (18)$$

El amplificador $U1A0$ recibe las señales V_{in} , V_{BP} y V_{R6} , teniendo en cuenta que la caída de tensión en R_6 es:

$$V_{R6} = \frac{R_6}{R_6 + R_7} V_{BP}$$

podemos expresar la tensión V_{HP} cómo:

$$V_{HP} = -\frac{R_4}{R_3} V_{in} - \frac{R_4}{R_5} V_{LP} + \left(1 + \frac{R_4}{R_3 \parallel R_5}\right) \frac{R_6}{R_6 + R_7} V_{BP} \quad (19)$$

Ahora, usando las ecuaciones 18 y 17 podemos expresar la tensión de salida V_{BP} cómo:

$$V_{LP} = \frac{1}{R_2 C_2 s} \frac{1}{R_1 C_1 s} V_{HP} \quad (20)$$

Sustituyendo la ecuación 18 en la ecuación 19 obtenemos:

$$V_{HP} = -\frac{R_4}{R_3} V_{in} - \frac{R_4}{R_5} V_{LP} + \left(1 + \frac{R_4}{R_3 \parallel R_5}\right) \frac{1}{R_1 C_1 s} \frac{1}{R_2 C_2 s} \frac{R_6}{R_6 + R_7} V_{HP} \quad (21)$$

Despejando V_{HP} :

$$V_{HP} = - \frac{\frac{R_4}{R_3} V_{in} + \frac{R_4}{R_5} V_{LP}}{1 + \frac{R_6}{R_6 + R_7} \left(1 + \frac{R_4}{R_3 \parallel R_5} \right) \frac{1}{R_1 C_1 s}} \quad (22)$$

De la ecuación 22 podemos definir el denominador como D_1 :

$$D_1 = 1 + \frac{R_6}{R_6 + R_7} \left(1 + \frac{R_4}{R_3 \parallel R_5} \right) \frac{1}{R_1 C_1 s} \quad (23)$$

Sustituyendo la ecuación 22 en la ecuación 20 obtenemos:

$$V_{LP} = - \frac{1}{R_2 C_2 s} \frac{1}{R_1 C_1 s} \left(\frac{\frac{R_4}{R_3} V_{in} + \frac{R_4}{R_5} V_{LP}}{D_1} \right) \quad (24)$$

Despejando V_{LP}/V_{in} , tenemos:

$$\frac{V_{LP}}{V_{in}} = - \frac{\frac{1}{R_2 C_2 s} \frac{1}{R_1 C_1 s} \frac{R_4}{R_3} \cancel{D_1}}{\left(D_1 + \frac{1}{R_2 C_2 s} \frac{1}{R_1 C_1 s} \frac{R_4}{R_5} \right) \cancel{D_1}} \quad (25)$$

Cancelando $\frac{1}{D_1}$:

$$\frac{V_{LP}}{V_{in}} = - \frac{\cancel{\frac{1}{R_2 C_2 s}} \cancel{\frac{1}{R_1 C_1 s}} \frac{R_4}{R_3}}{\left(D_1 R_2 C_2 R_1 C_1 s^2 + \frac{R_4}{R_5} \right) \cancel{\frac{1}{R_2 C_2 s}} \cancel{\frac{1}{R_1 C_1 s}}} \quad (26)$$

Cancelando $\frac{1}{R_2 C_2 s}$ y $\frac{1}{R_1 C_1 s}$ tenemos:

$$\frac{V_{LP}}{V_{in}} = - \frac{R_4}{R_3} \frac{1}{\left(D_1 R_2 C_2 R_1 C_1 s^2 + \frac{R_4}{R_5} \right)} \quad (27)$$

Ahora, sustituyendo D_1 (ecuación 23) en 27 obtenemos:

$$\frac{V_{LP}}{V_{in}} = - \frac{R_4}{R_3} \frac{1}{\left(\left[1 + \frac{R_6}{R_6 + R_7} \left(1 + \frac{R_4}{R_3 \parallel R_5} \right) \frac{1}{R_1 C_1 s} \right] R_2 C_2 R_1 C_1 s^2 + \frac{R_4}{R_5} \right)} \quad (28)$$

Por simplificación podemos decir que:

$$R_1 = R_2$$

$$C_1 = C_2$$

Por lo tanto, podemos reescribir la ecuación 28 como:

$$\frac{V_{LP}}{V_{in}} = - \frac{R_4}{R_3 R_1^2 C_1^2} \frac{1}{s^2 + s \frac{R_6}{R_6 + R_7} \frac{R_3 \parallel R_5 + R_4}{R_3 \parallel R_5} \frac{1}{C_1 R_1} + \frac{R_4}{R_5 R_1^2 C_1^2}} \quad (29)$$

Usando la formula de filtros pasa bajos, tenemos:

$$\omega_0^2 = \frac{R_4}{R_5 R_1^2 C_1^2} \quad (30)$$

$$H_0 \omega_0^2 = - \frac{R_4}{R_3 R_1^2 C_1^2} \quad (31)$$

$$H_0 = - \frac{R_5}{R_3} \quad (32)$$

$$2\xi\omega_0 = \frac{R_6}{R_6 + R_7} \frac{R_3 \parallel R_5 + R_4}{R_3 \parallel R_5} \frac{1}{C_1 R_1} \quad (33)$$

Sustituyendo los valores deseados tenemos:

$$H_0 = -2 = - \frac{R_5}{R_3}$$

$$R_5 = 2R_3$$

por lo tanto:

$$R_3 \parallel R_5 = R_3 \parallel 2R_3 = \frac{2}{3}R_3$$

ahora, en primer lugar escogeremos un valor para C_1 ya que es el componente que menor opciones tiene:

$$C_1 = 10nF$$

por simplificación diremos que $R_5 = R_4$, por tanto:

$$\omega_0 = \frac{1}{R_1 C_1} \quad (34)$$

de este modo, partiendo de la ecuación 30 obtenemos:

$$R_1 = \frac{1}{\omega_0 C_1}$$

$$R_1 = \frac{1}{2\pi 2,7 \times 10^3 \cdot 10 \times 10^{-9}}$$

$$R_1 = R_2 = 5894\Omega \quad (35)$$

Ahora, partiendo de la ecuación 33 y tomando en cuenta que $R_4 = R_5 = 2R_3$ tenemos:

$$2\xi = \frac{R_6}{R_6 + R_7} \left(\frac{\frac{2}{3}R_3 + 2R_3}{\frac{2}{3}R_3} \right)$$

$$2\xi = \frac{R_6}{R_6 + R_7} \cdot 4$$

$$\xi = \frac{R_6}{R_6 + R_7} \cdot 2$$

Despejando R_7 :

$$R_7 = \left(\frac{2}{\xi} - 1 \right) R_6$$

Haciendo

$$R_6 = 10k\Omega$$

tenemos:

$$R_7 = \left(\frac{2}{0,707} - 1 \right) 10 \times 10^3$$

$$R_7 = 18288\Omega \quad (36)$$

Por último, si decimos que:

$$R_3 = 1k\Omega$$

entonces:

$$R_4 = R_5 = 2k\Omega$$

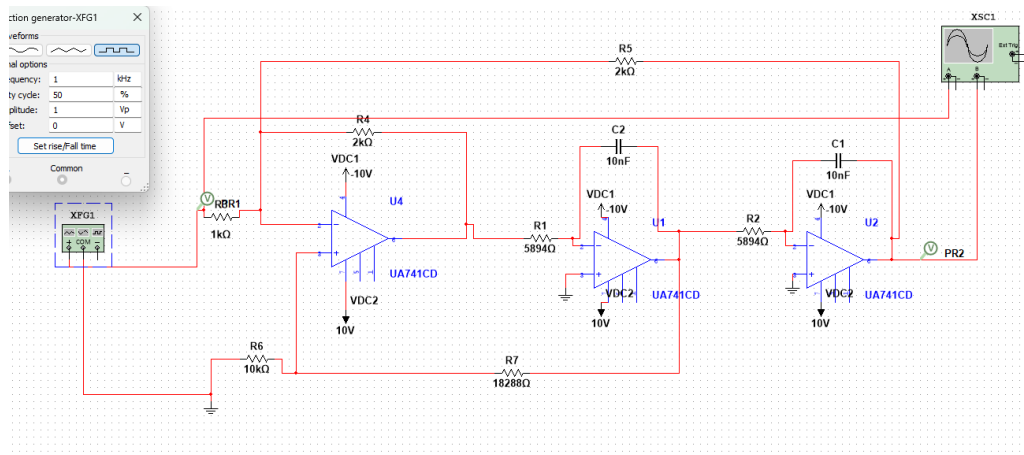


Figura 8: Filtro variables de estado realimentación montaje

3.2. Filtro pasa bajos con topología de Sallen-Key

Para diseñar este filtro partimos de la ecuación 16 de la función de transferencia de un filtro pasa bajos con topología de Sallen-Key.

Para la ganancia del filtro, tenemos:

$$H_0 = K = 2$$

Tenemos:

$$K = 1 + \frac{R_B}{R_A} \quad (37)$$

por tanto:

$$2 = 1 + \frac{R_B}{R_A} \cdot 1 = \frac{R_B}{R_A}$$

$$R_B = R_A$$

a estas resistencias les pondremos el valor:

$$R_B = R_A = 10k\Omega$$

Ahora seleccionamos los condensadores, por simplicidad podemos hacer

$$C_2 = C_5 = 10nF$$

de la función de transferencia obtenemos:

$$2\xi\omega_0 = \left(\frac{1}{R_1C_2} + \frac{1}{R_4C_2} + (1-K) \frac{1}{R_4C_5} \right) \quad (38)$$

Teniendo en cuenta $C_2 = C_5$ y $K = 2$ tenemos:

$$2\xi\omega_0 = \frac{1}{R_1C_2} \quad (39)$$

$$R_1 = \frac{1}{2\xi\omega_0C_2}$$

$$R_1 = \frac{1}{2(0,707) \cdot 2\pi 2,7 \times 10^3 \cdot 10 \times 10^{-9}}$$

$$R_1 = 4168,76\Omega$$

Ahora para encontrar R_2 tenemos que:

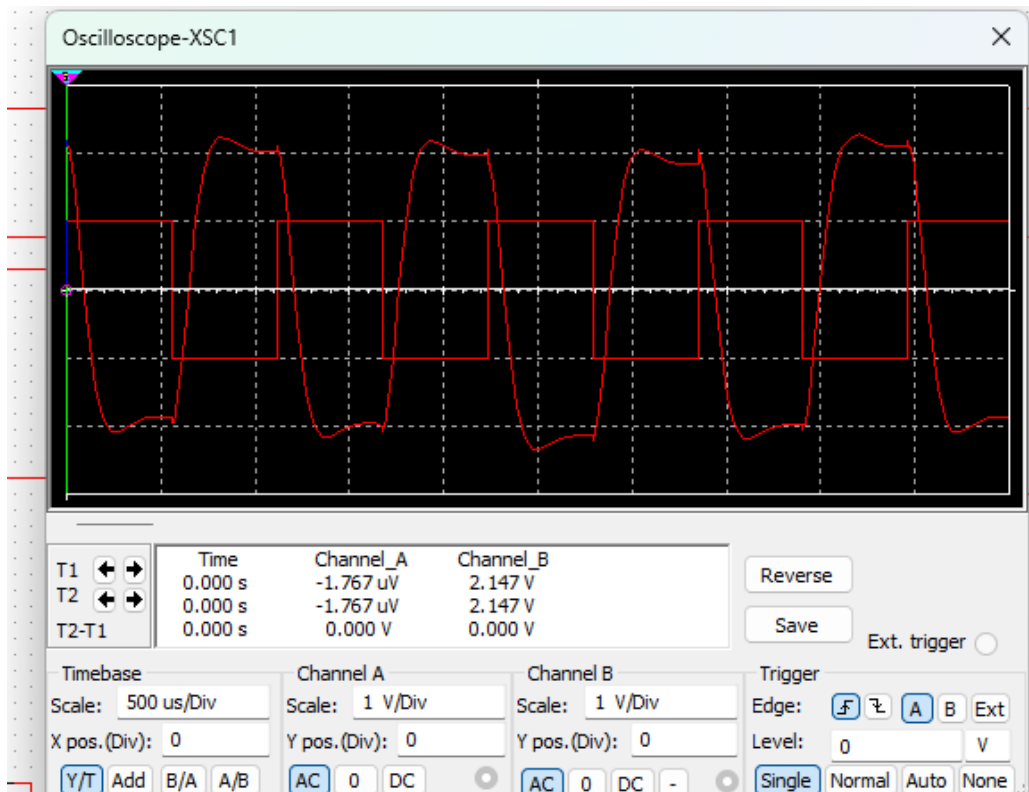


Figura 9: Filtro multiple realimentación respuesta a onda cuadrad

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2} = \frac{1}{R_1 R_2 C_1^2} \quad (40)$$

despejando R_2 tenemos:

$$R_2 = \frac{1}{\omega_0^2 C_1^2 R_1}$$

$$R_2 = \frac{1}{(2\pi \cdot 2,7 \times 10^3 \cdot 10 \times 10^{-9})^2 \cdot 4168}$$

$$R_2 = 8335\Omega$$

3.3. Filtro pasa bajos con realimentación múltiple

Partiendo de la ecuación 7 de la función de transferencia de un filtro pasa bajos con realimentación múltiple podemos obtener:

$$H_0 = \frac{-R_4}{R_1}$$

$$R_4 = -H_0 R_1$$

$$R_4 = 2R_1 \quad (41)$$

también tenemos que:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{R_3 R_4 C_2 C_5}} \quad (42)$$

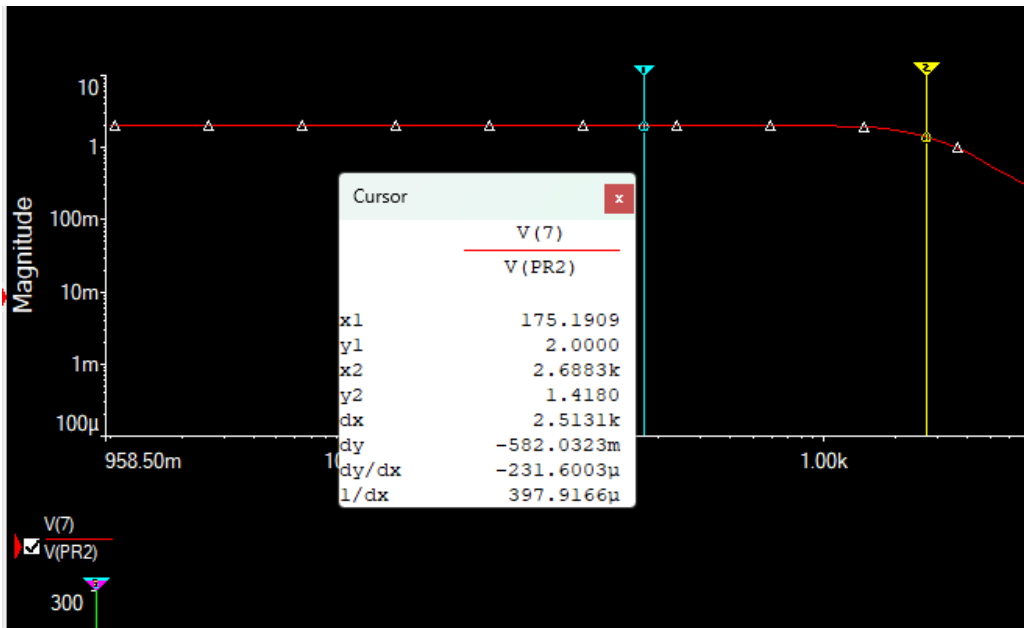


Figura 10: Filtro multiple realimentación respuesta en frecuencia

Si decimos que:

$$C_5 = C_2 = 10nF$$

la ecuación 42 se simplifica a:

$$\omega_0 = \frac{1}{C_2 \sqrt{R_3 R_4}} \quad (43)$$

Por último, tenemos la ecuación:

$$2\xi = \sqrt{\frac{C_5}{C_2}} \left(\sqrt{\frac{R_3}{R_4}} + \sqrt{\frac{R_4}{R_3}} + \frac{\sqrt{R_3 R_4}}{R_1} \right) \quad (44)$$

que al decir $C_5 = C_2$ entonces la ecuación 44 se simplifica a:

$$2\xi = \sqrt{\frac{R_3}{R_4}} + \sqrt{\frac{R_4}{R_3}} + \frac{\sqrt{R_3 R_4}}{R_1} \quad (45)$$

Ahora, usando la ecuación 43 en la ecuación 45 obtenemos:

$$2\xi = \frac{1}{\omega_0 C_2 R_4} + \frac{\omega_0 C_2 R_4}{1} + \frac{1}{\omega_0 R_1 C_2} \quad (46)$$

Usando 41 en la ecuación 46 obtenemos:

$$2\xi = \frac{1}{\omega_0 C_2 2R_1} + \frac{\omega_0 C_2 2R_1}{1} + \frac{1}{\omega_0 R_1 C_2} \quad (47)$$

Todo esto da como resultado:

$$\begin{aligned} R_1 &= 1,27k \\ R_3 &= 640 \\ R_4 &= 1,88k \\ C_2 &= 10nF \\ C_5 &= 100nF \end{aligned}$$

3.3.1. Simulación circuito multirealimentacion

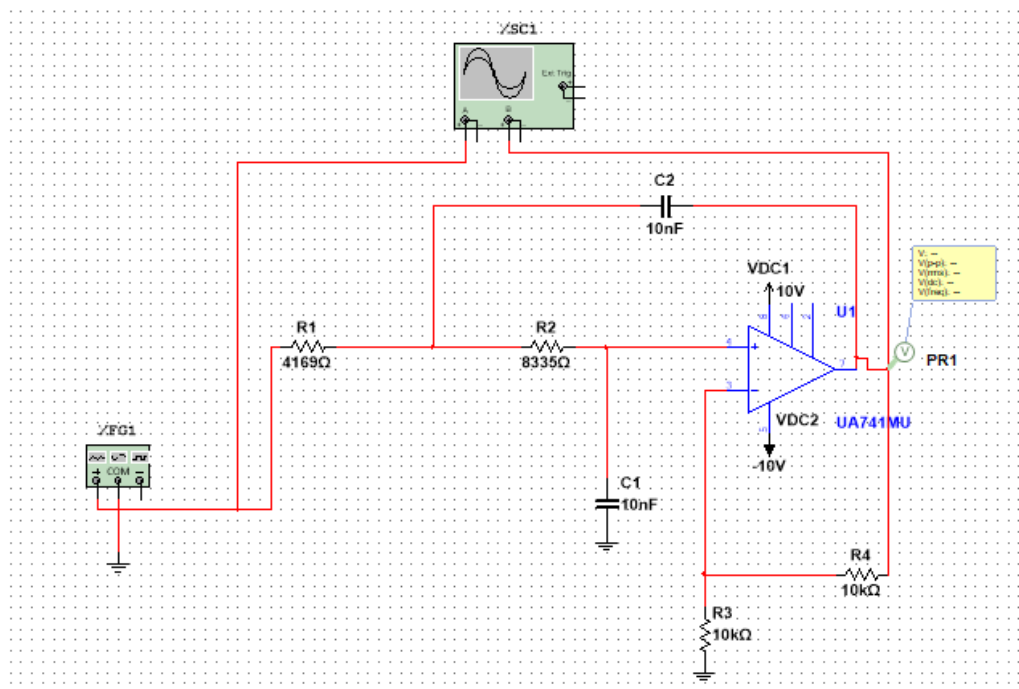


Figura 11: Filtro sellen key realimentación montaje

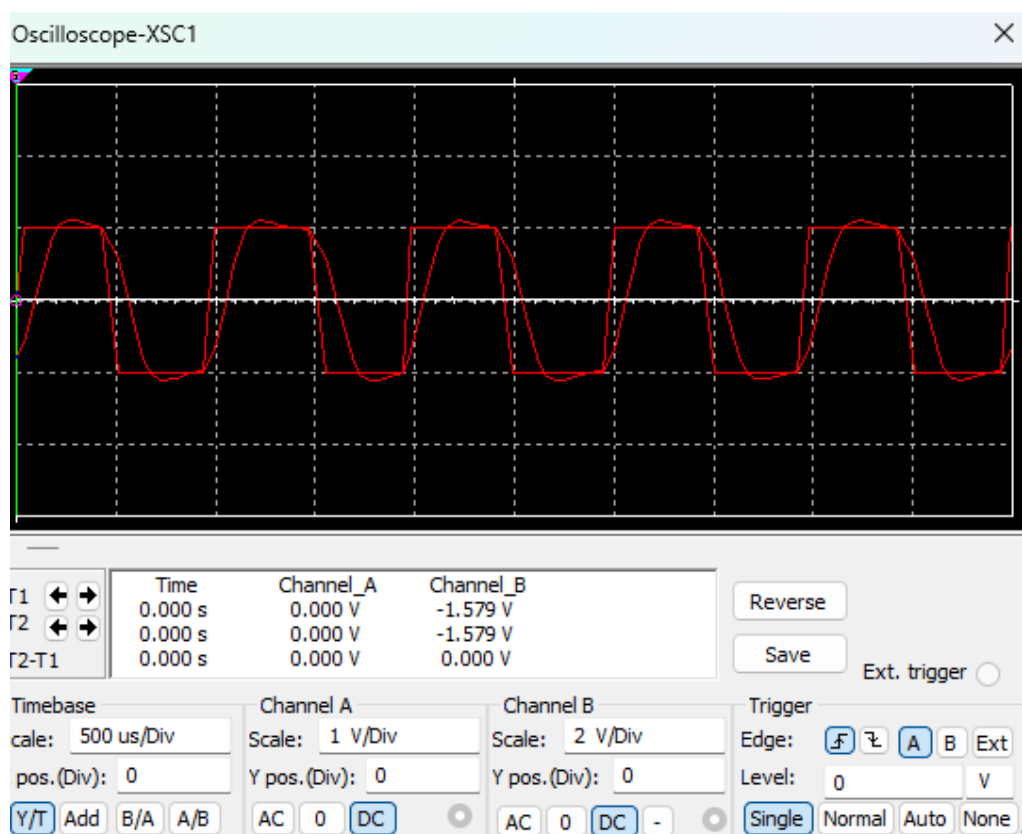


Figura 12: Filtro sellen key respuesta a onda cuadrat

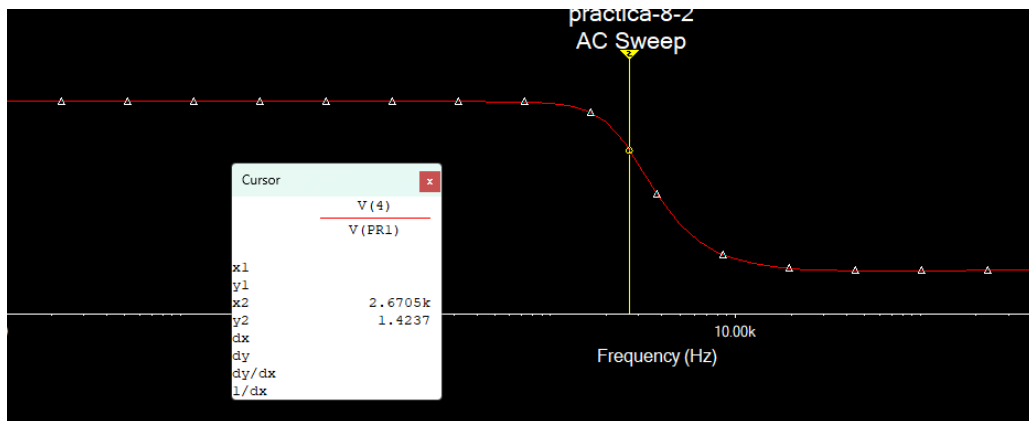


Figura 13: Filtro Sallen key respuesta en frecuencia

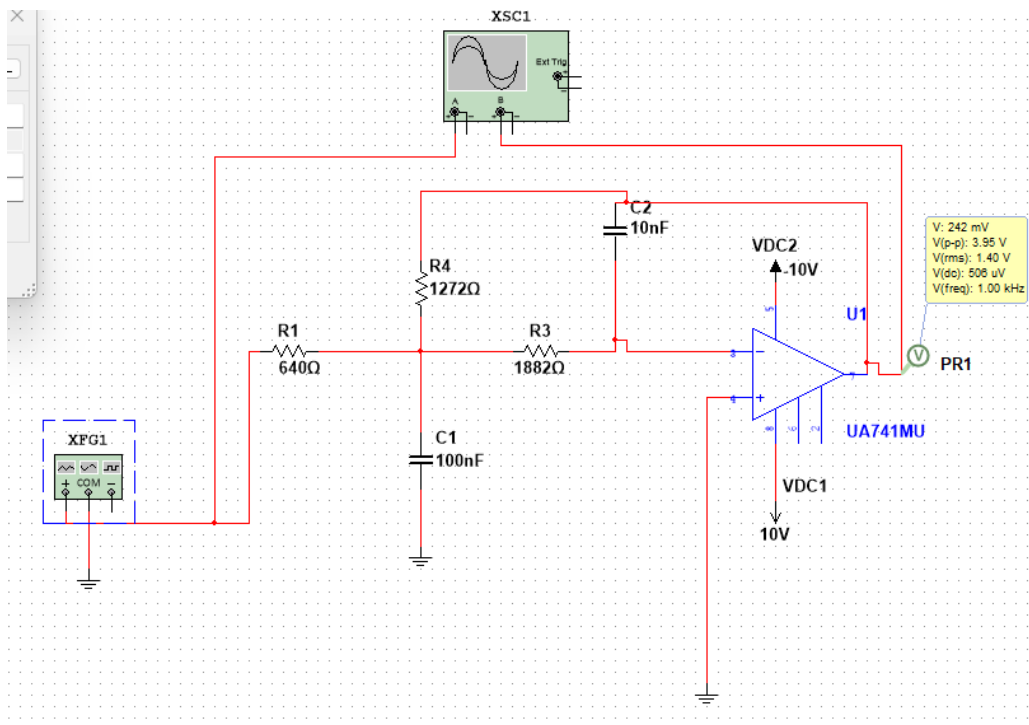


Figura 14: Filtro multiple realimentación montaje

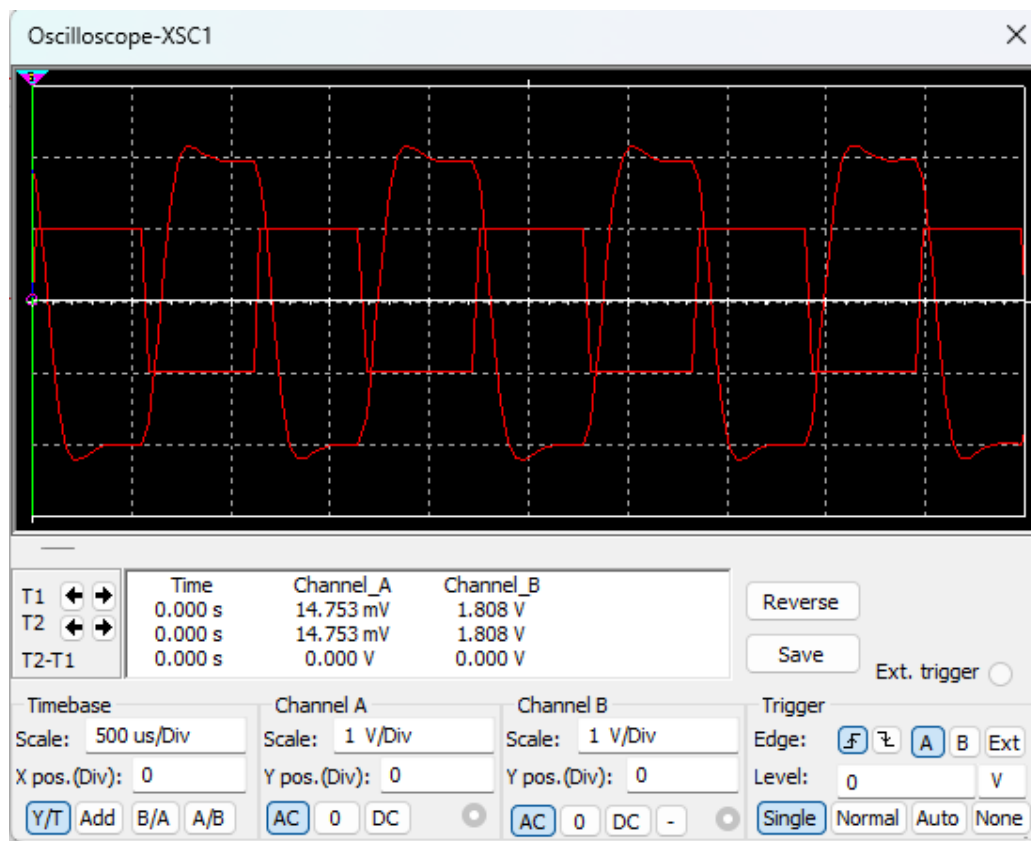


Figura 15: Filtro multiple realimentación respuesta a onda cuadrada

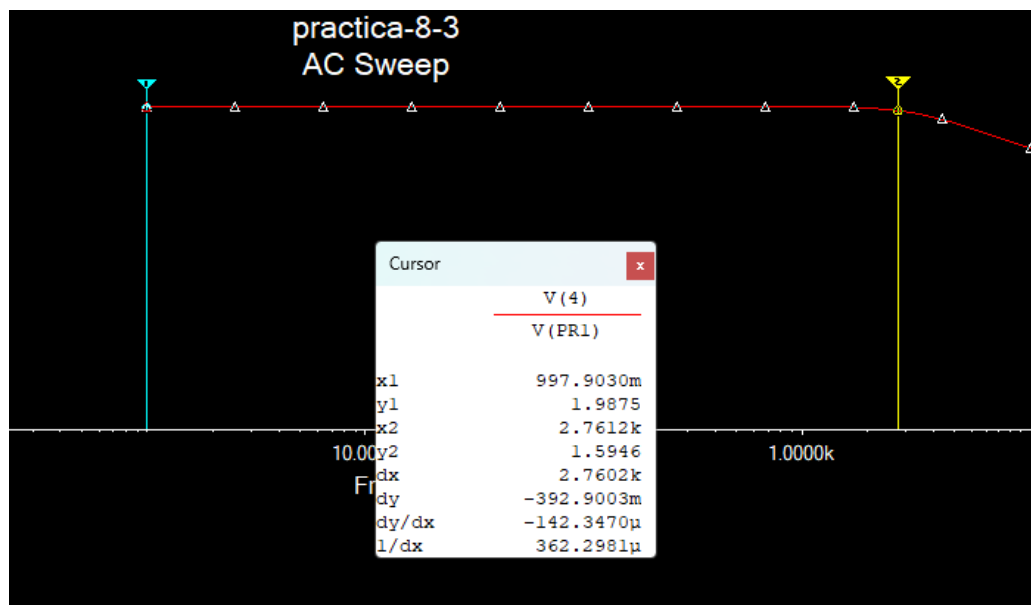


Figura 16: Filtro multiple realimentación respuesta en frecuencia