

### PLANTEAMIENTO:

Dados los números primos  $p=11$ ,  $q=13$ , y el mensaje  $m=7$ ; usar el algoritmo RSA para encriptar el mensaje( $m$ ).

### SOLUCIÓN:

1. Hallar  $n$  y  $\Phi(n)$ :

a.  $n = p \cdot q = 11 \cdot 13 = 143$   $\square$   $n = 143$ .

b.  $\Phi(n) = (p-1) \cdot (q-1) = (11-1) \cdot (13-1) = (10) \cdot (12) = 120$   $\square$   $\Phi(n) = 120$ .

2. Hallar  $k$ :

$k = \Phi(n) + 1 = 120 + 1 = 121$   $\square$   $k = 121$

3. Factorizar  $K$  para hallar  $e$  y  $d$ :

a.  $k = e \cdot d$ .

- b. Para hallar  $e$ , se deben tener en cuenta las siguientes características:

i.  $1 < e < \Phi(n)$

ii.  $\text{MCD}(e, \Phi(n)) = 1$   $\square$   $e$  y  $\Phi(n)$  sean primos relativos.

- c. Se despeja  $d$  ( $d = k/e$ ).

4. Según lo anterior se procede de la siguiente manera:

a.  $121 = e \cdot d = 11 \cdot 11$ .

- b. Se supone  $e=11$ :

i.  $1 < 11 < 120$ .

ii.  $\text{MCD}(11, 120) = 1$   $\square$   $11$  y  $120$  si son primos relativos.

c. Luego,  $d = 121/11 = 11$ .

d. En conclusión:

- i. Llave pública:  $(e, n) = (11, 143)$ .
- ii. Llave privada:  $(d, n) = (11, 143)$ .

5. Una vez se tienen las llaves, se puede pasar a encriptar (cifrar) / desencriptar (descifrar) el mensaje:

**Cifrado:**  $m_c = m^e \bmod n$ ; con  $\text{MCD}(m, n) = 1$  y  $m < n$ .

**Descifrado:**  $m = m_c^d \bmod n$ .

*Es importante decir que para efectuar estos cálculos se necesita de un computador y se requiere manejar los números con altísima precisión.*

6. Se cifra el mensaje  $m$  ( $m_c$ ) y se lo envía, de acuerdo al siguiente procedimiento:

$$m_c = (m)^e \bmod n = (7)^{11} \bmod 143 = 1,977,326,743 \bmod 143 = 106;$$

$$\text{con } \text{MCD}(7, 143) = 1 \text{ y } 106 < 143 \quad \square \quad m_c = 106.$$

7. Se recibe el mensaje cifrado  $m_c$ , y se procede a realizar el procedimiento inverso que implica decifrar  $m_c$ , obteniendo el mensaje original ( $m$ ):

$$m = (m_c)^d \bmod n = (106)^{11} \bmod 143 = 18,982,985,583,354,248,390,656 \bmod 143 = 7$$

## Tarea

Dados los números primos  $p=7$ ,  $q=11$ , y el mensaje  $m=5$ ; usar el algoritmo RSA para encriptar el mensaje( $m$ ).

### SOLUCIÓN:

1. Hallar  $n$  y  $\Phi(n)$ :

a.  $n = p \cdot q = 7 \cdot 11 = 77$   $\square n = 77$ .

b.  $\Phi(n) = (p-1) \cdot (q-1) = (7-1) \cdot (11-1) = (6) \cdot (10) = 60$   $\square \Phi(n) = 60$ .

2. Hallar  $k$ :

$k = \Phi(n) + 1 = 60 + 1 = 61$   $\square k = 61$

3. Factorizar  $K$  para hallar  $e$  y  $d$ :

c.  $k = e \cdot d$ .

d. Para hallar  $e$ , se deben tener en cuenta las siguientes características:

i.  $1 < e < \Phi(n)$

ii.  $\text{MCD}(e, \Phi(n)) = 1$   $\square$   $e$  y  $\Phi(n)$  sean primos relativos.

e. Se despeja  $d$  ( $d = k/e$ ).

**\*No es posible encontrar números para el valor 61( $k$ ) ya que este es un número primo y solo es divisible entre el mismo y el 1, y para encontrar  $e$ , el valor debe ser mayor a 1 y menor a 60( $\Phi(n)$ ) lo cual no se cumple.**