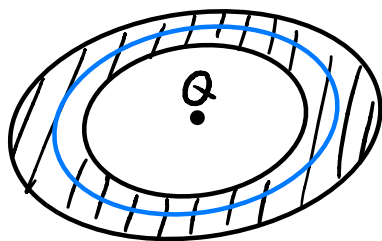


# 电磁学中的定性分析技巧

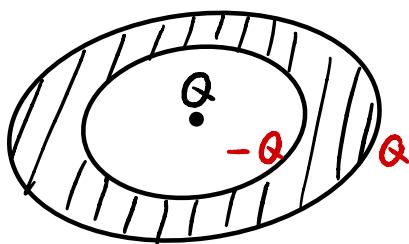
写在前面：电磁学中，许多关于导体的问题可以通过定性分析的方法得到一般性的结论，并不需要定量计算，这是非常巧妙且方便的。但是定性分析的一些技巧并不是很容易想到的，所以这篇笔记意在记录部分常见的技巧，便于未来运用。

## 1.高斯面的运用：接地使电荷量为零

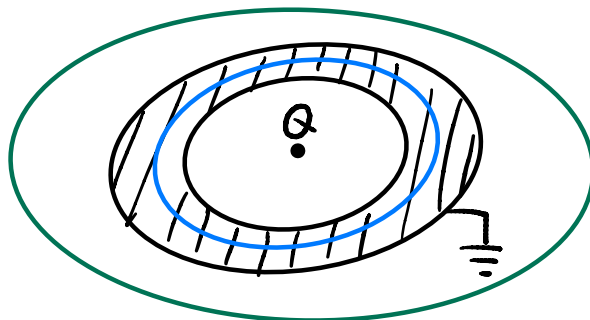
电中性空腔导体，内部有一电荷，电荷量为 $Q$



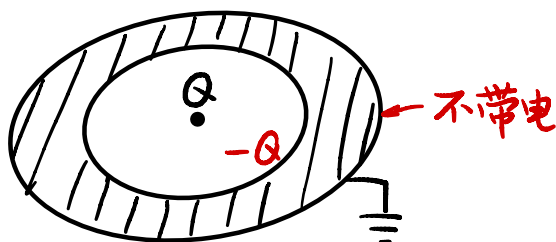
若在空腔导体内部做一高斯面将空腔内表面包围（上图中蓝色），则  
导体内部场强处处为零  $\rightarrow$  高斯面上场强处处为零  $\rightarrow$  场强闭合曲面积为零  $\rightarrow$  根据高斯定理，高斯面内净电荷为零  $\rightarrow$  空腔内表面带 $-Q$   $\rightarrow$  空腔导体电中性，根据电荷守恒  $\rightarrow$  空腔外表面带 $Q$



现将空腔导体接地

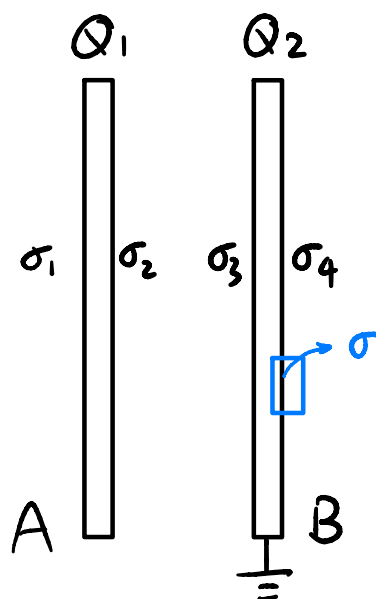


若做一高斯面将整个空腔导体包围（上图中绿色），则  
空腔导体电势为零，无穷远处电势为零  $\rightarrow$  没有电场线从空腔导体（的外表面\*）发出至无穷远处  $\rightarrow$  场强在绿色高斯面上的闭合曲面积为零  $\rightarrow$  根据高斯定理，绿色高斯面内净电荷为零  $\rightarrow$  重复蓝色高斯面的分析可以知道，蓝色高斯面内净电荷为零  $\rightarrow$  空腔导体外表面电荷量为零



\*：因为导体内部场强为零，所以没有电场线通过。因此从空腔导体内表面发出的电场线不可能到无穷远处去，所以如果空腔导体有发出电场线到无穷远处，只能是外表面发出的

还有一个例子：两块无限大平面导体板，分别带电荷 $Q_1$ 和 $Q_2$ ，现将其中一块板接地



p.s. 因为敲字敲不出来 $\sigma$ ，所以全部敲为 $s$ ； $s$ 指的是 $\sigma$ ， $s_4$ 指的是 $\sigma_4$

若做一高斯面将B板 $s_4$ 侧上的一小块表面包围，设这一小块表面的面电荷密度为 $s$ ，则  
若 $s > 0$ ，则这一块小表面要向外发出电场线 → 电场线可能终结于A板、B板和无穷远处  
→ B板是等势体，若终结于B板，会违背这一点 → 不能终结于B板 → B板无限大，可以理解为一块导体将空间分割成两侧，而导体内部不能通过电场线 → 不能终结于A板 → 无穷远处电势为零\*，由于B板接地，所以B板电势为零 → B板与无穷远处电势差为零，如果终结于无穷远处，会违背这一点 → 不能终结于无穷远处 → 不能有 $s > 0$  → 若 $s < 0$ ，有类似的分析，所以不能有 $s < 0$  →  $s = 0$  →  $s_4$ 侧上任意一小块表面都有同样的结论 →  $s_4 = 0$

\*：有人会说在讨论无限大的平面导体板时，不能选取无穷远处作为零势点，否则会使空间中任意一点的电势为无穷大。当然这句话是没错的，但是分析这里这个问题的时候，要这样来考虑：我们说导体板是无限大的只是一种近似，当我们研究的场点到导体板的距离远远小于导体板的大小时，我们就可以近似地将导体板看成无限大的。但只要场点离得足够远，远到无穷远，导体板实际上来说还是有限大的，而有限大的导体在无穷远处的电势为零。这就是这里的理解。

实际上，我们知道选地球为零势点和选无穷远处为零势点是不矛盾的，所以选地球为零势点时，已经暗含了无穷远处被选作零势点。

## 2. 电场线禁戒

电场线的发出和终止需要满足这样的要求：

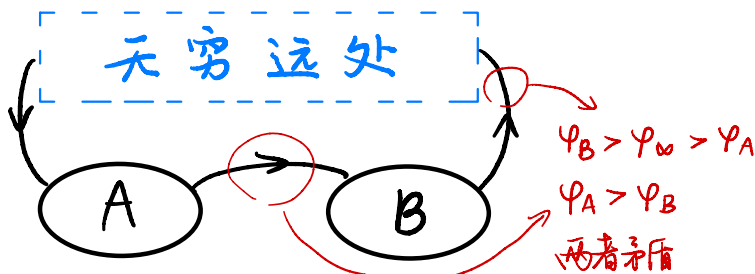
正电荷发出的电场线必须有地方终止，终止于负电荷或无穷远处；但有地方终止就行，不必既在负电荷终止又在无穷远处终止。在负电荷终止的电场线必须有地方发出，从正电荷或无穷远处发出；但有地方发出就行，不必既从正电荷发出又从无穷远处发出。

禁戒电场线：

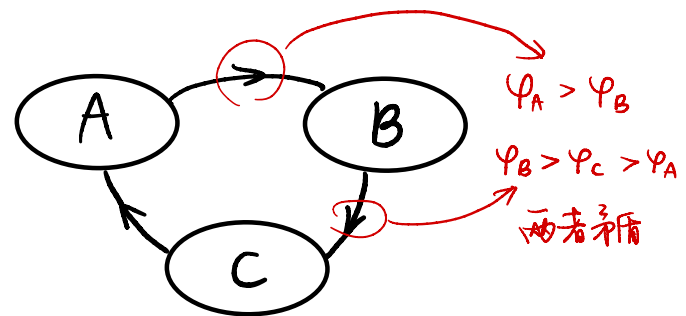
- 1) 同一个导体上的正负电荷之间的电场线是禁戒的。如果有这样的电场线的话，会违反静电平衡的导体是等势体。
- 2) 两个导体之间的循环电场线是禁戒的。循环电场线是指导体A发出电场线终止于导体B时，B也发出电场线终止于导体A。导体A发出电场线，终止于导体B，则电势： $A > B$ 。导体

B发出电场线，终止于导体A，则电势： $B > A$ 。这两个电势大小的结论矛盾，所以不能有这样的电场线。同理，一个导体与无穷远处之间的循环电场线也是禁戒的。

3) 无穷远处与两个导体，或多个导体之间的循环电场线(如下图)是禁戒的。类似2)，这样的电场线可以推理出电势大小关系的矛盾。



无穷远处与两个导体的循环电场线

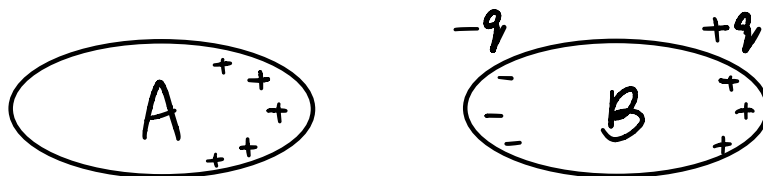


多个导体之间的循环电场线

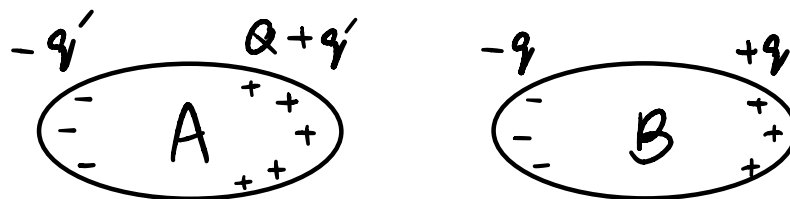
—如果每处正电荷都能发出非禁戒电场线，且每处负电荷都有终止于此的非禁戒电场线，则这种电场线分布的情况有可能存在，否则情况不可能存在。即，若用非禁戒电场线满足了上述电场线发出和终止的要求，则这种情况有可能存在，否则不可能存在。

举个例子，一导体带电，附近有一中性导体，证明：静电感应时，两导体不能同时感应异号电荷。

假设导体A带正电 $+Q$ ，导体B为中性导体。导体B在靠近A的部分感应出 $-q$ ，由于电荷守恒，所以导体B在远离A的部分带 $+q$ 的电荷，如下图。



假如两导体同时感应出异号电荷，意味着导体A在远离B的部分感应出 $-q'$ （因为B本身是中性的，所以肯定会感应出异号电荷），如下图。



导体A上的负电荷 $-q'$ 需要有电场线终止于此，电场线可能从三个地方发出：

i. 电场线从导体A上的正电荷 $Q+q'$ 处发出

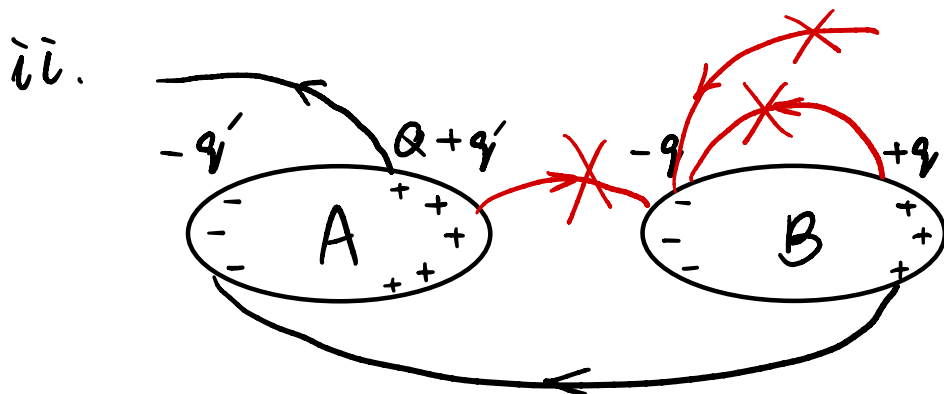
此电场线禁戒，所以情况i不可能。

ii. 电场线从导体B上的正电荷 $+q$ 处发出

如下图，在此条件下一处一处向右推理。

导体A上的正电荷 $Q+q'$ 发出的电场线的终止处可以选择 $-q'$ ， $-q$ ，无穷远处。终止于 $-q'$ 的电场线禁戒，因为在同一个导体。终止于 $-q$ 的电场线禁戒，因为是循环电场线。所以只能选择终止于无穷远处。

终止于导体B上的负电荷 $-q$ 的电场线的发出处可以选择 $Q+q'$ ， $+q$ ，无穷远处。从 $Q+q'$ 发出的电场线禁戒，因为是循环电场线。从 $+q$ 发出的电场线禁戒，因为在同一个导体。从无穷远处发出的电场线禁戒，因为是无穷远处与两个导体之间的循环电场线。所以找不到终止于 $-q$ 的非禁戒电场线，情况ii不可能。



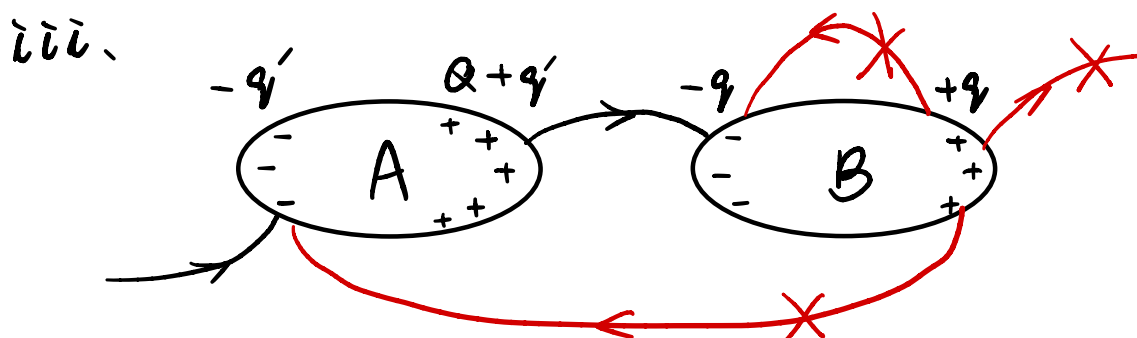
### iii. 电场线从无穷远处发出

如下图，在此条件下一处一处向右推理。

导体A上的正电荷 $Q+q'$ 发出的电场线的终止处可以选择 $-q'$ ,  $-q$ , 无穷远处。终止于 $-q'$ 的电场线禁戒，因为在同一个导体。终止于无穷远处的电场线禁戒，因为是与无穷远处的循环电场线。终止于 $-q$ 的电场线不禁戒。

导体B上的负电荷 $-q$ 有非禁戒电场线终止于此，满足要求，所以不需分析。

导体B上的正电荷 $+q$ 发出电场线的终止处可以选择 $-q'$ ,  $-q$ , 无穷远处。终止于 $-q'$ 的电场线禁戒，因为是循环电场线。终止于 $-q$ 的电场线禁戒，因为在同一个导体。终止于无穷远处的电场线禁戒，因为是无穷远处与两个导体之间的循环电场线。所以找不到从 $+q$ 发出的非禁戒电场线，情况iii不可能。



终止于导体A上的负电荷 $-q'$ 的三个可能的发出处的情况都不可能存在，所以导体A上不可能有负电荷。即，两导体不能同时感应异号电荷，证毕。