

# 关于电感的伏安特性

区艺锋

下图是一个电路的示意图，画出了电源内部和外电路中一段导体。

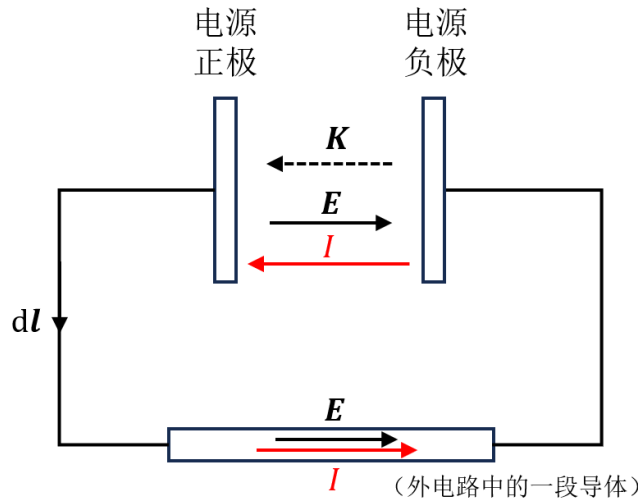


图 1: 电路示意图

在这个电路中，微分形式的欧姆定律写为

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{K}) \quad (1)$$

$\mathbf{E}$  指的是恒定电场的场强（恒定电场与静电场有着相同的性质）， $\mathbf{K}$  指的是这个电路中的电源所产生的非静电场强。

在外电路对 (1) 式进行积分，选取图中的线元  $d\mathbf{l}$  方向（选取线元方向相当于规定坐标系）

$$\int_{out} \frac{\mathbf{j}}{\sigma} \cdot d\mathbf{l} = \int_{out} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_{out} \mathbf{K} \cdot d\mathbf{l} \quad (2)$$

$$IR = U + 0 \quad (3)$$

其中， $R$  为外电路总电阻， $U$  为路端电压。

在电源内部对 (1) 式进行积分

$$\int_{in} \frac{\mathbf{j}}{\sigma} \cdot d\mathbf{l} = \int_{in} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_{in} \mathbf{K} \cdot d\mathbf{l} \quad (4)$$

$$Ir = -U + E \quad (5)$$

其中， $r$  为电源内阻， $E$  为电源电动势。由恒定电场的环路定理  $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_{out} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_{in} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ ，所以  $\int_{in} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_{out} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -U$ ，也就是说电源内部由恒定电场带来的电势差的大小等于路端电压。

将 (3) 式和 (5) 式相加即得全电路欧姆定律  $E = I(R + r)$ ，这是众所周知的。

现在来关注一下 (5) 式，若电源内阻  $r = 0$ ，那么就可以得到  $U = E$ ，即电源内部由恒定电场带来的电势差大小等于电源电动势，同时显而易见的在电源内部恒定电场的场强  $\mathbf{E}$  方向与电源的非静电场强  $\mathbf{K}$  方向相反。有这个结论就可以分析电感的伏安特性了。

假如有下图这样的情况

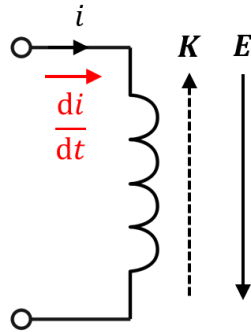


图 2: 电流变化率的一种情况

电流  $i$  沿图 2 中的方向流动，且电流的变化率  $\frac{di}{dt}$  也沿着这个方向（其实电流的方向对这里问题的分析没有什么用，只是因为直接说电流的变化率太突兀，所以标出了电流的方向）。根据法拉第电磁感应定律（或楞次定律，因为所产生的非静电场强  $\mathbf{K}$  的方向与线圈的绕向无关，用楞次定律可以更快地得出下面一句话的结论），电感产生的非静电场强  $\mathbf{K}$  沿图 2 中的方向（这里电感产生的非静电场即涡旋电场）。

如果将电感视为理想电感，即忽略线圈的电阻，根据前面下划线的结论，则电感中似稳电场（似稳电场与恒定电场有着相同的性质）的场强  $\mathbf{E}$  方向与电感产生的非静电场强  $\mathbf{K}$  方向相反，且由似稳电场带来的电势差  $u_L$  的大小与电磁感应产生的电动势  $e$  的大小相等。

如果电流的变化率  $\frac{di}{dt}$  调转，各物理量则如下图所示的方向。

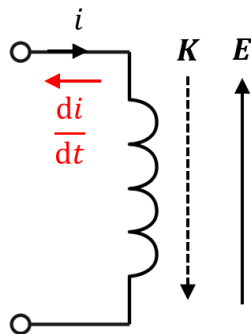


图 3: 电流变化率的另一种情况

可以看出，无论电流的变化率  $\frac{di}{dt}$  沿什么方向，电感中似稳电场的场强  $\mathbf{E}$  方向都与电流的变化率方向相同。

因此可以引入电感中似稳电场带来的电势差  $u_L$ （也就是平时用的电压）与电流  $i$  的关联参考方向，如下图。

如果电流的变化率方向与图 4 中所选的电感参考方向相同，则  $\frac{di}{dt} > 0$ 。根据之前的分析，电感中似稳电场的场强  $\mathbf{E}$  方向与电流的变化率方向相同。因此，在图 4 中所选的电感参考方

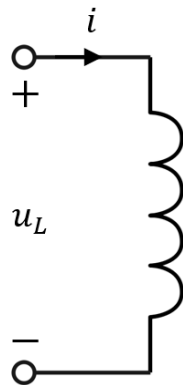


图 4: 电感中似稳电场带来的电势差  $u_L$  与电流  $i$  的关联参考方向

向下，似稳电场带来的电势差  $u_L > 0$ 。可以看出，这种情况下  $u_L$  和  $\frac{di}{dt}$  同号。通过同样的分析可得，在图 4 的关联参考方向下，若  $\frac{di}{dt} < 0$ ，则会有  $u_L < 0$ ，两者也是同号的。也就是说，**在图 4 的关联参考方向下， $\frac{di}{dt}$  与  $u_L$  的数值是相对正号的。**

根据法拉第电磁感应定律，可以计算  $u_L$  的大小

$$|u_L| = |e| \quad (6)$$

$$= L \frac{di}{dt} \quad (7)$$

其中， $e$  是电磁感应产生的电动势。再根据  $\frac{di}{dt}$  与  $u_L$  的数值相对正号，则

$$\boxed{u_L = L \frac{di}{dt}} \quad (8)$$

(8) 式即电感的伏安特性公式，在图 4 所规定的关联参考方向下成立。