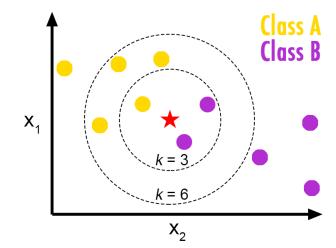
## 4

# Vecinos más Cercanos KNN (k-Nearest Neighbor)





- El principio detrás de los métodos del vecino más cercano es encontrar un número predefinido de muestras de entrenamiento más cercanas en distancia al nuevo punto y predecir la etiqueta a partir de ellas.
- El valor de k puede elegirse heurísticamente, generalmente no desea que sea tan alto que los votos se vuelvan ruidosos (en el extremo, si tiene n puntos de datos y establece k = n, simplemente elegirá la etiqueta más común en el conjunto de datos), y desea elegirlo para que coincida con el número de clases (es decir, no comparten divisores comunes excepto 1)









#### Estimador de densidad

- Se espera encontrar la densidad de dispersión de los puntos.
- Se asume que los datos o la muestra de los datos es  $X = \{x^t\}_{t=1}^N$ .
- Se sabe que la función de distribución acumulativa F(x) en el punto x es la proporción de puntos de muestra que son menores o iguales que x

$$F(x) = \frac{\#\{x^t \le x\}}{N}$$

- $\#\{x^t \le x\}$  es el número de instancias entrenamiento menores o iguales que x.
- Del mismo modo, el estimado para la función de densidad se puede calcular como  $p(x) = \frac{1}{h} \left[ \frac{\#\{x^t \le x + h\} \#\{x^t \le x\}\}}{N} \right]$ , donde h es el intervalo y las instancias  $x^t$  que caen en el intervalo son lo "suficientemente cercanas".





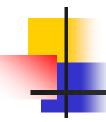
#### **Estimador K-NN**

- k es el número de vecinos tomados en cuenta.
- Se define la distancia entre los puntos a y b como |a-b|, entonces para cada dato x:  $d_1(x) \le d_2(x) \le \cdots \le d_N(x)$ .
- Como las distancias se ordenan ascendentemente,  $d_1(x)$  es la muestra más cercana,  $d_2(x)$  es la siguiente más cercana, y así sucesivamente.
- Como  $x^t$  son los puntos de los datos, se define  $d_1(x) = min_t|x x^t|$ .
- Y si i es el índice de la muestra más cercana, e  $i = \arg\min_t |x x^t|$ , entonces  $d_2(x) = \min_{i \neq i} |x x^t|$ .
- Así el estimador de densidad K-NN es  $p(x) = \frac{K}{2Nd_k(x)}$



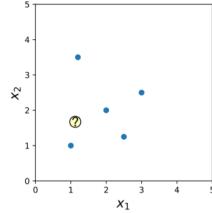
- Para clasificar un dato, se usa el estimador de las densidades condicionales de clase  $p(x|C_i)$ .
- Para el estimador k-nn se tiene que  $p(x|C_i) = \frac{k_i}{N_i V^k(x)}$ .
- Done  $k_i$  es el número de vecinos más cercanos que pertenecen a  $C_i$ .
- Y  $V^k(x)$  es el volumen en el espacio d-dimensional centrado en x, con el radio  $r = ||x x_{(k)}||$ . Donde  $x_{(k)}$  es la k-esima observación más cercana a x (entre todos los vecinos de todas las clases de x).  $V^k = r^d c_d$  con  $c_d$  como el volumen de la esfera unitaria en d-dimensión.
- x se asigna a la clase para la cual el discriminante toma su máximo.
- Entonces cada instancia de entrenamiento vota por su clase y no tiene efecto en otras clases.

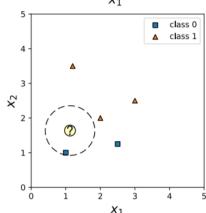




### Clasificación

- Entonces  $p(C_i|x) = \frac{p(x|C_i)P(C_i)}{p(x)} = \frac{k_i}{k}$
- Para un dato de entrada desconocido, el clasificador k-nn asigna el dato la clase que tiene la mayoría de los votos entre los k vecinos más cercanos.
- Todos los vecinos tienen igual voto, y se elige la clase que tiene el número máximo de votantes.
- Los empates se rompen arbitrariamente o se realiza una votación ponderada.
- Generalmente se considera que k es un número impar para minimizar la confusión es entre dos clases vecinas.









### iA codificar!

