

Sensor de Nivel de Ultrasonido

Principio de Bernoulli: Descarga de Tanques

Edwin L. Pérez

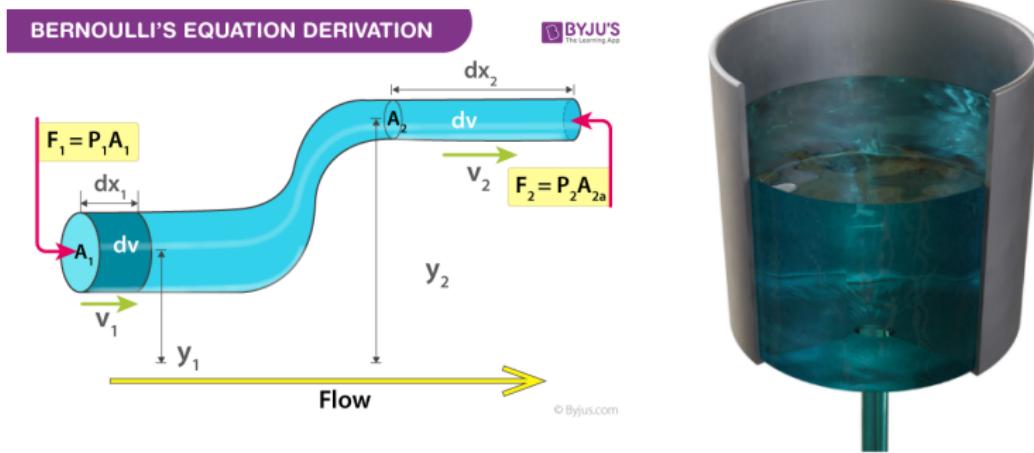
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia
Facultad de Ciencias Básicas
Escuela de Física
2019-II

1 de octubre de 2020

Principio de Bernoulli

La relación general:

$$\frac{v^2}{2} + yg + \frac{p}{\rho} = \text{constante} \quad (1)$$



Fuente: Byjus.com (Left) 2009 and tec-science.com (Right)

Corrección al Principio de Torricelli

$$\frac{v_1^2}{2} + y_1 g_1 + \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{v_2^2}{2} + y_2 g_2 + \frac{p_2}{\rho_2} \quad (2)$$

- ① $g_1 \approx g_2$: Alturas y_i no varían mucho.
- ② $p_1 \approx p_2$: Presión atmosférica.
- ③ $\rho_1 \approx \rho_2$: Fluido incompresible.

$$v_2^2 = 2g(y_1 - y_2) + v_1^2 \quad (3)$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2gh} \quad (4)$$

¡Porción de líquido de masa Δm cayendo libremente!

Velocidad de Descarga con $v \approx 0$

Conservación de masa y cambio de variables:

$$v = \frac{A_d}{A} v_d \quad (5)$$

$$v = \frac{A_d}{A} \sqrt{2gh} \quad (6)$$

$$-\frac{dh}{dt} = \frac{A_d}{A} \sqrt{2gh} \quad (7)$$

Solucionando la ecuación diferencial

$$t = \frac{A}{A_d} \sqrt{\frac{2}{g}} (\sqrt{H} - \sqrt{h}) \quad (8)$$

$$h = \left(\sqrt{H} - \frac{A_d}{A} \sqrt{\frac{g}{2}} t \right)^2 \quad (9)$$

Velocidad de Descarga con $v \neq 0$

Misma conservación de masa permite determinar:

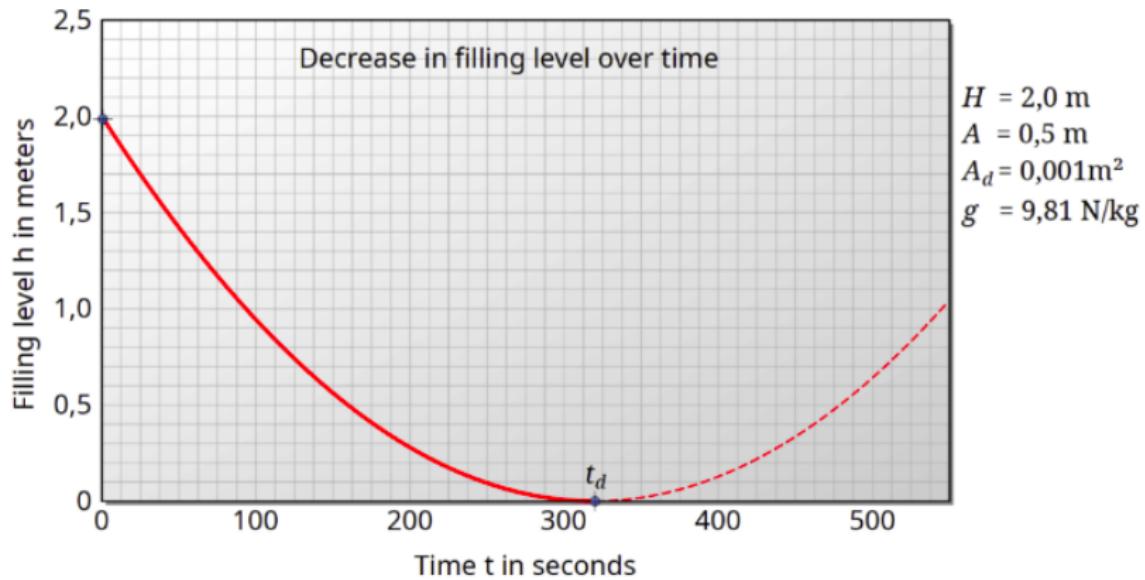
$$v_d = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_d}{A}\right)^2}} \sqrt{2gh} \quad (10)$$

Agregar al factor en la solución de la ODE:

$$t = \sqrt{1 - \left(\frac{A_d}{A}\right)^2} \frac{A}{A_d} \sqrt{\frac{2}{g}} (\sqrt{H} - \sqrt{h}) \quad (11)$$

$$h = \left(\sqrt{H} - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_d}{A}\right)^2}} \frac{A_d}{A} \sqrt{\frac{g}{2}} t \right)^2 \quad (12)$$

Descarga del Líquido

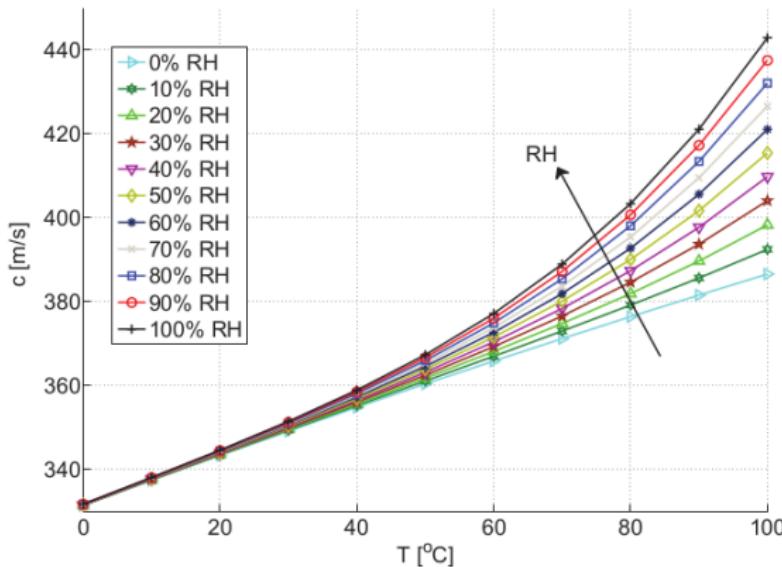


Fuente: tec-science.com

Velocidad del Sonido y Temperatura

Con T en $^{\circ}\text{C}$ y $RH = 0\%$:

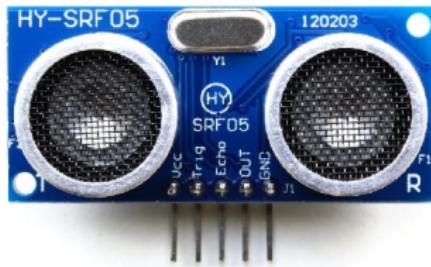
$$v_s = 20.05\sqrt{T + 273.15} \text{ m/s} \quad (13)$$



Fuente: Sensors 2010, 10, 7421-7433

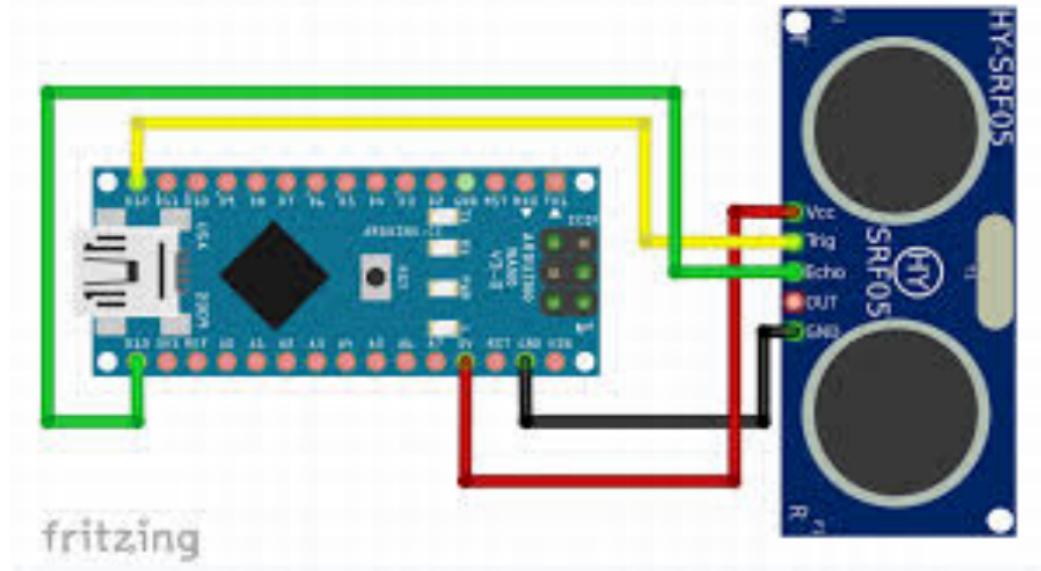
Sensores

Distancia de Ultrasonido (HY-SRF05) - Temperatura (LM35)

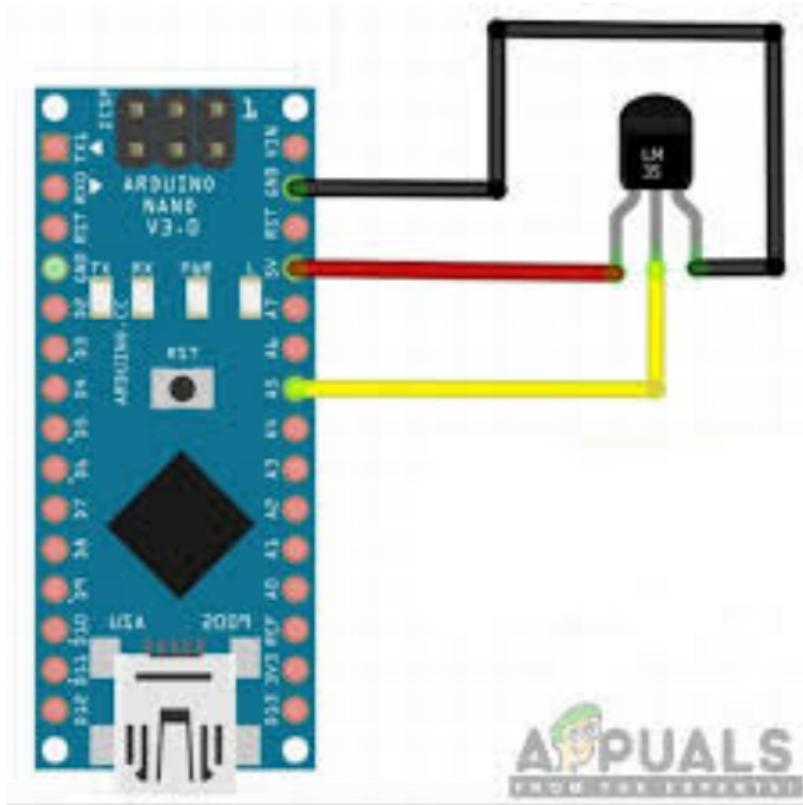


Fuente: Sigma Electrónica (Left) and CDMX Electrónica (Right)

Circuito: HY-SRF05

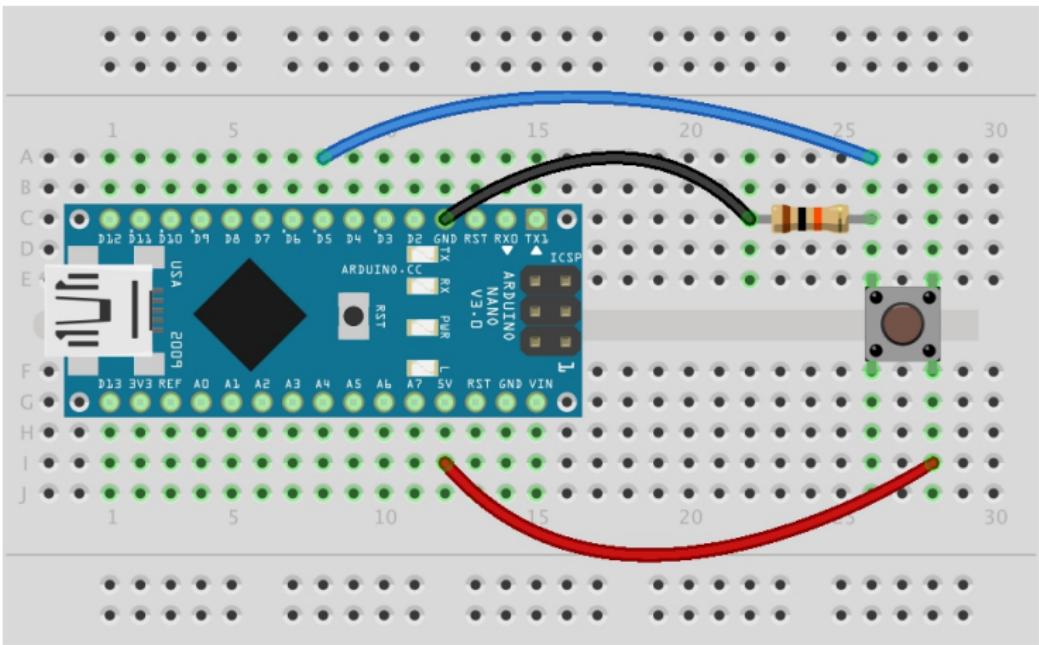


Circuito: LM35



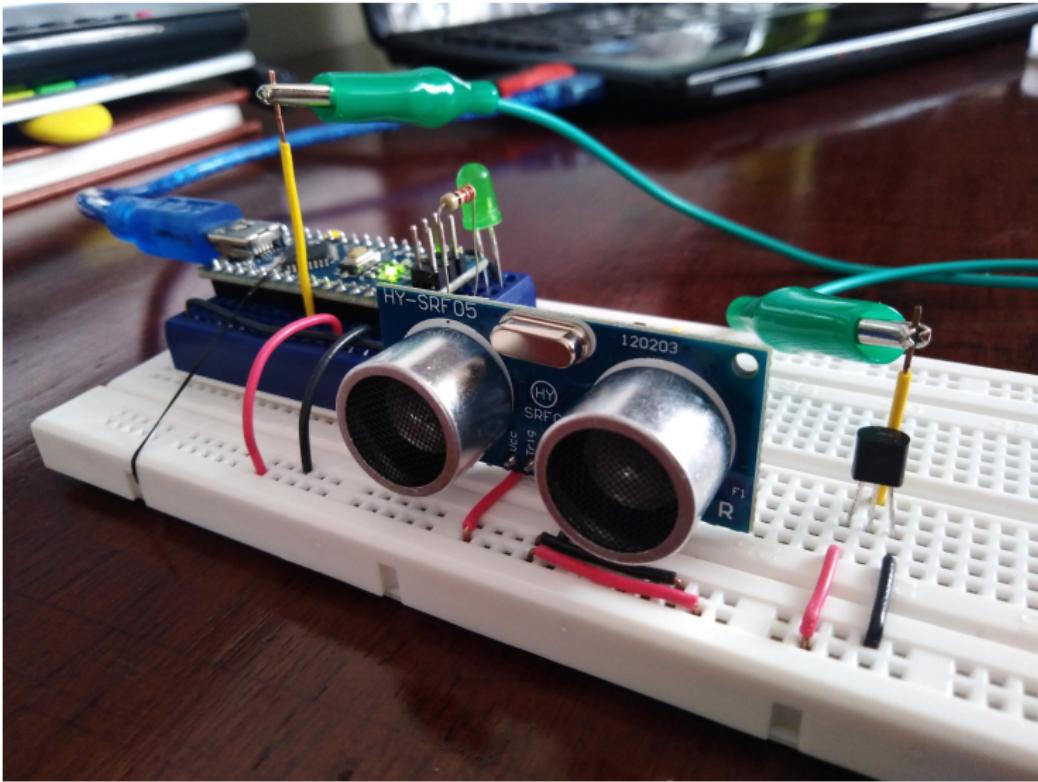
APPUALS
FROM INSTRUMENTATION

Circuito: SWITCH

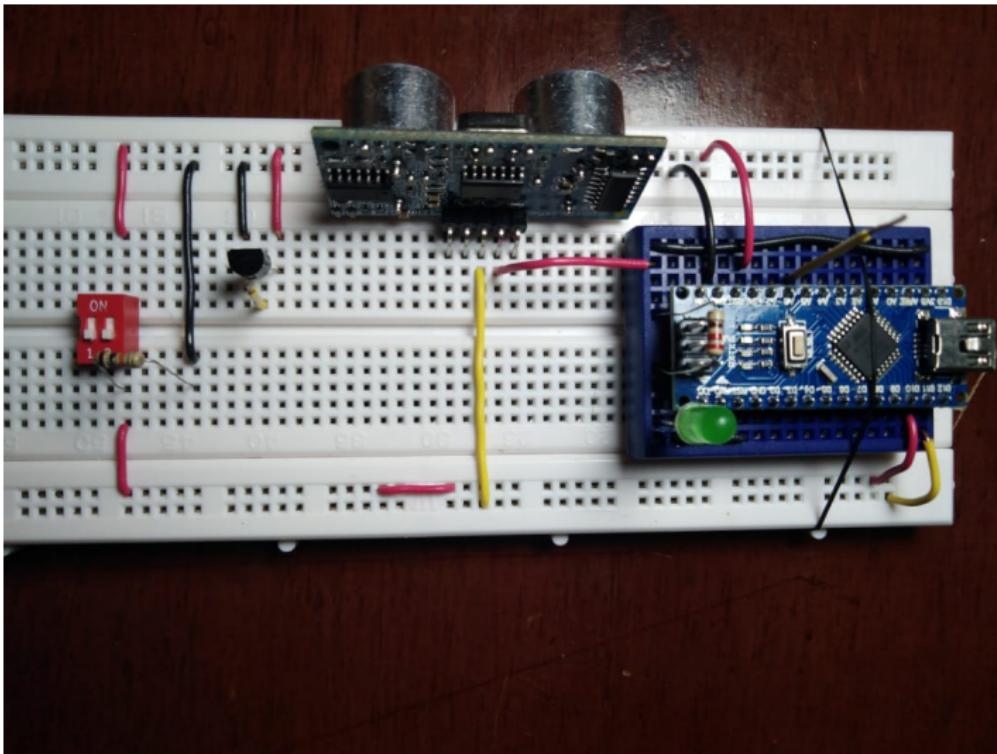


fritzing

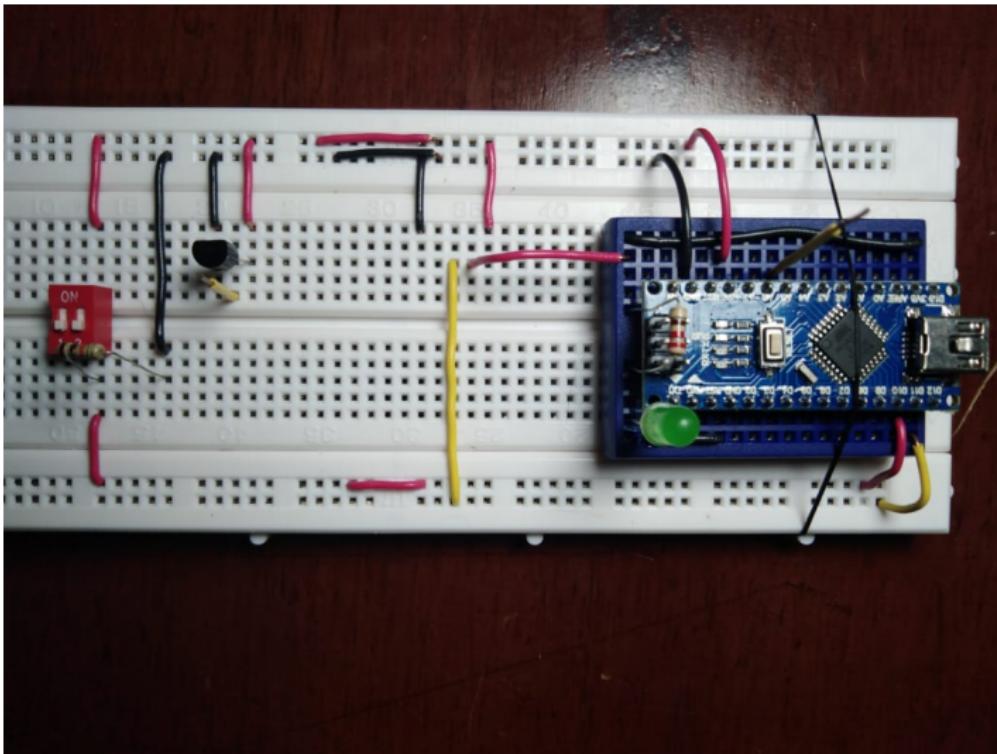
Montaje del Circuito



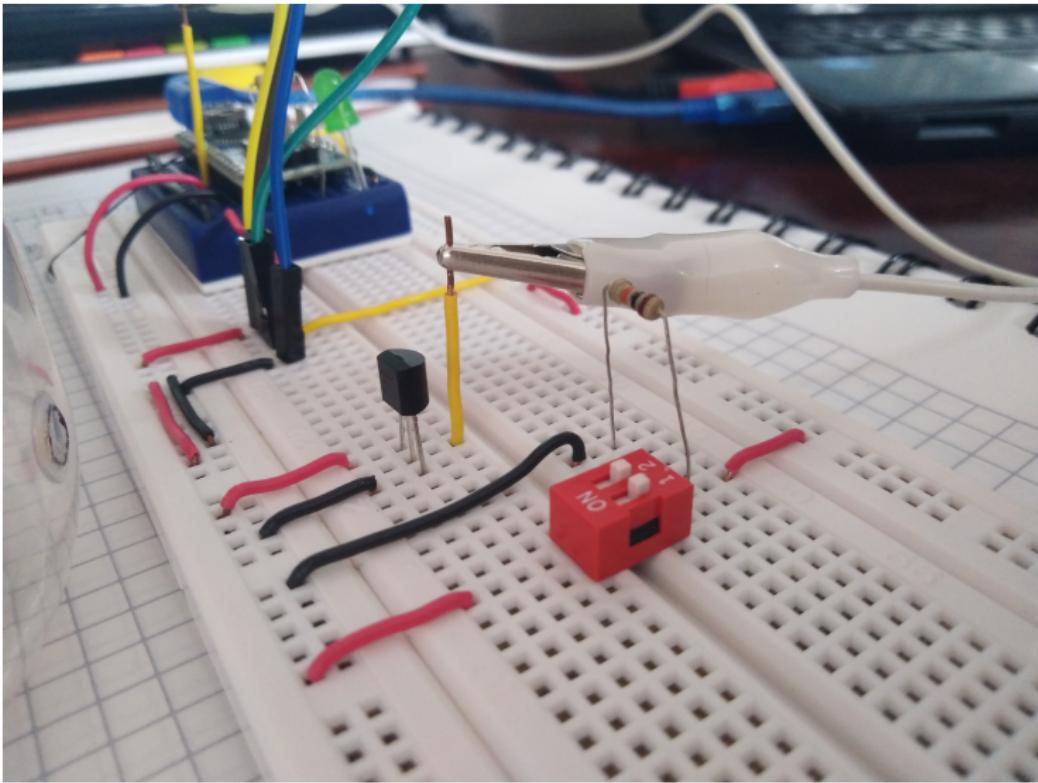
Montaje del Circuito



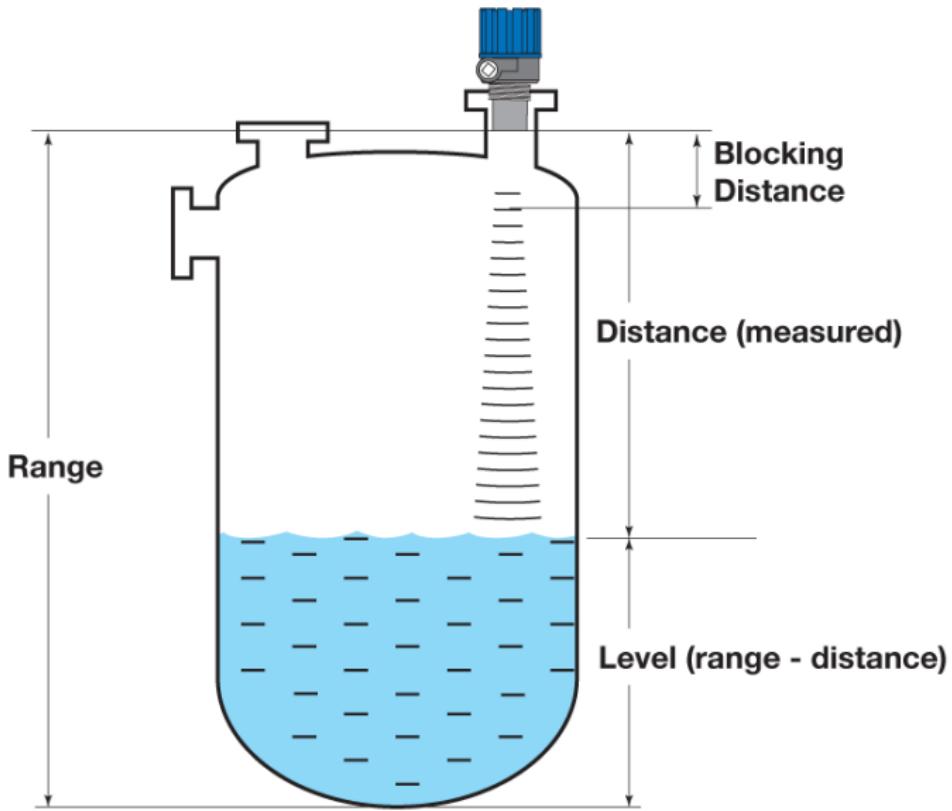
Montaje del Circuito



Montaje del Circuito



Detector de Nivel



Recipientes



$$D_1 = 17.0 \pm 0.1 \text{ cm}, D_2 = 14.0 \pm 0.1 \text{ cm}, D_3 = 10.7 \pm 0.1 \text{ cm}$$

Salida: $D_d = 0.5 \pm 0.1 \text{ cm}$

Recipientes



$$D_1 = 17.0 \pm 0.1 \text{ cm}, D_2 = 14.0 \pm 0.1 \text{ cm}, D_3 = 10.7 \pm 0.1 \text{ cm}$$

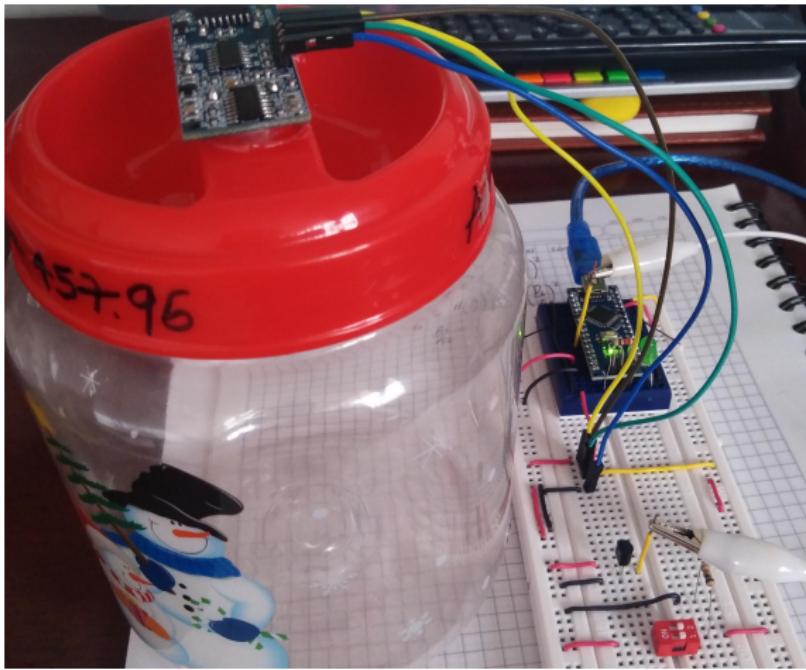
Salida: $D_d = 0.5 \pm 0.1 \text{ cm}$

Montaje del Circuito



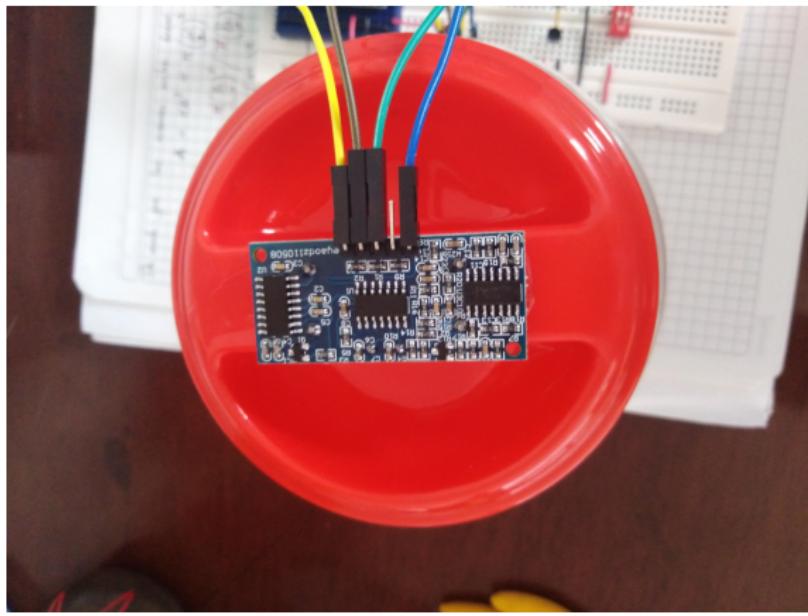
¡Conseguí una desviación estándar $\sigma \approx 0.2 \text{ mm}$!

Montaje del Circuito



¡Conseguí una desviación estándar $\sigma \approx 0.2$ mm!

Montaje del Circuito



¡Conseguí una desviación estándar $\sigma \approx 0.2 \text{ mm}$!

Montaje Experimental



Montaje Experimental



Graficación y Recolección de Datos

```
arduino = DeviceOpen["Serial", {"/dev/ttyUSB0", "BaudRate" → 9600}]
```

```
DeviceObject [ +  Class: Serial ID: 1  
Status: Not connected (/ dev / ttyUSB0) ]
```

```
list = {};  
RunScheduledTask [ rawdata = DeviceReadBuffer ["Serial"] ;  
points = ToExpression /@ StringSplit [FromCharacterCode [rawdata], "\n"];  
list = Join [list, points], 1];  
Dynamic [ListLinePlot [list, AxesLabel → {"t (s)", "d (cm)"}]]  
  
StopScheduledTask [ScheduledTasks []];  
  
DeviceClose [arduino]
```

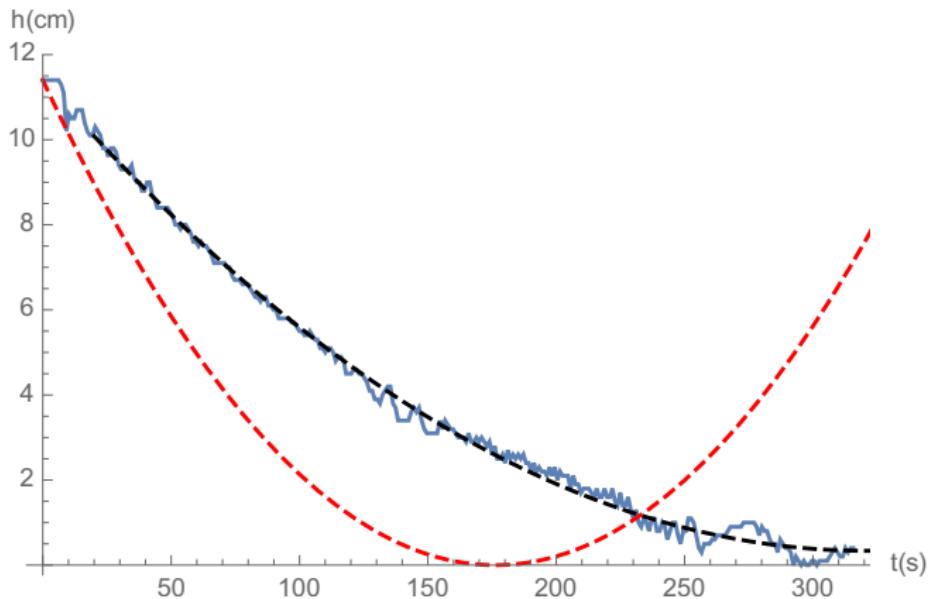
Así guardo el resultado en forma de listas para cada medición.

```
Export ["pequeno5.mx", list]
```

Resultados Experimentales

Resultados

Recipiente grande $D_3 = 17.0 \pm 0.1 \text{ cm}$. Regresión: $r^2 = 0.996$

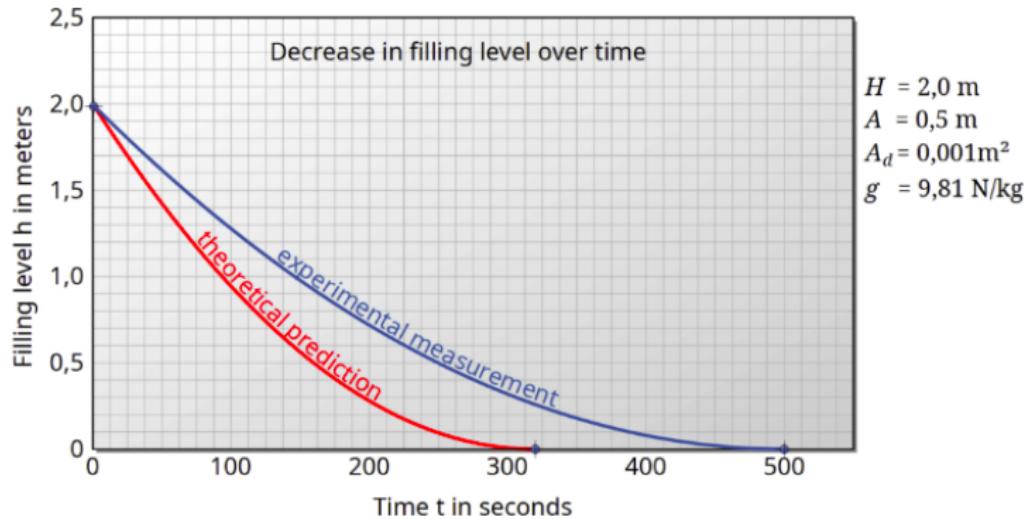


$$h_E(t) = 11.42 - 6.91 \times 10^{-2} t + 1.08 \times 10^{-4} t^2 \quad (14)$$

Coeficiente de Descarga y Vena Contracta

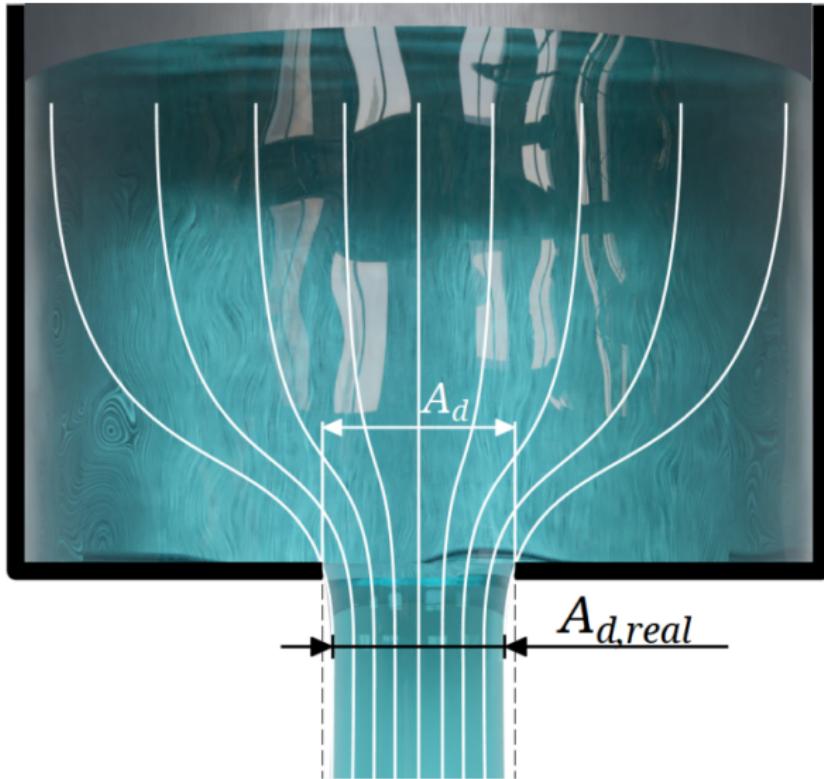
Posibles causas:

- ① Viscosidad
- ② Vena Contracta



Fuente: tec-science.com

Vena Contracta



Fuente: tec-science.com

Coeficiente de Descarga y Vena Contracta

Introducen *Coeficiente de Descarga* por vena contracta

$$C_d = \frac{1}{t_e} \frac{A}{A_d} \sqrt{\frac{2}{g}} (\sqrt{H} - \sqrt{h_e}) \quad (15)$$

tal que $0 < C_d < 1$. Se estima que con Bernoulli para Vena Contracta

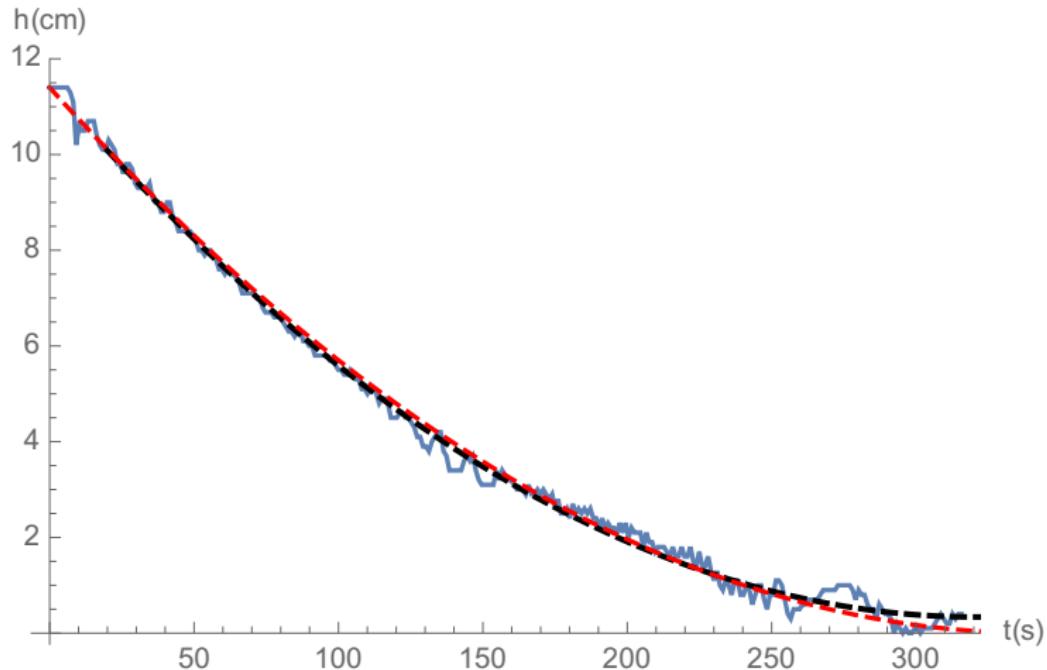
$$C_d \approx 0.624 \quad (16)$$

Agregando coeficiente C_d a la solución $h = h(t)$:

$$h = \left(\sqrt{H} - \frac{C_d}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_d}{A}\right)^2}} \frac{A_d}{A} \sqrt{\frac{g}{2}} t \right)^2 \quad (17)$$

Resultados

Recipiente grande $D_3 = 17.0 \pm 0.1 \text{ cm}$, agregando $C_d = 0.51616$



Resultados

Comparemos la **regresión** con la predicción **teórica** con:

- ① Predicción por Principio de Bernoulli.
- ② Corrección por *Vena Contracta*.

Teórico:

$$h_T(t) = 11.40 - 6.68 \times 10^{-2} t + 0.98 \times 10^{-4} t^2 \quad (18)$$

Con modelo $h(t) = A - Bt + Ct^2$:

$$\%errA \approx 0.2\%, \quad \%errB \approx 3.4\%, \quad \%errC \approx 10\%$$

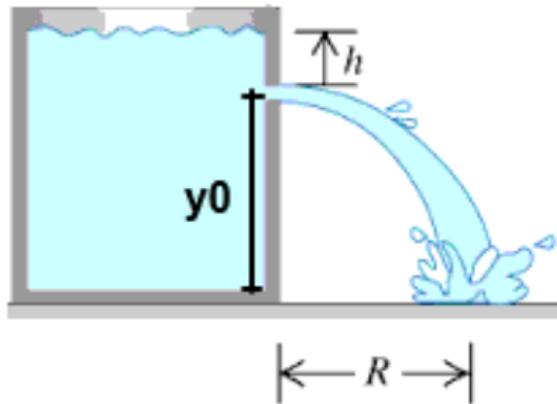
¡Antes el error de C era de $\%errC \approx 70\%$!

Posibles **mejoras** a $\%errC$ usando el método experimental siguiente...

Comprobación de v_d

Con movimiento parabólico del agua y altura de referencia y_0

$$v_d = R \sqrt{\frac{g}{2y_0}} \quad (19)$$

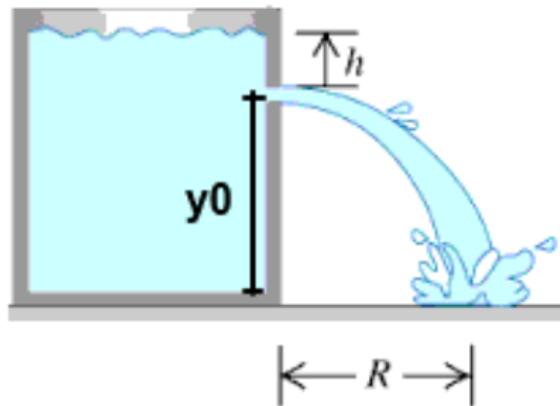


Fuente: byju.com

Comprobación de v_d

Si $v_d = \sqrt{2gh}$ es correcto, de Bernoulli se tiene que

$$R = 2\sqrt{Hy_0} - \frac{A_d}{A} \sqrt{2gy_0} t, \quad (20)$$



Fuente: byju.com

Comprobación v_d : Resultados

Con recipiente $D_1 = 10.7 \pm 0.1 \text{ cm}$:

- ① $y_0 = 5.17 \pm 0.1 \text{ cm}$
- ② $A_g/A = (0.5/17)^2 = 2.18 \times 10^{-3} \pm 10^{-4}$
- ③ $H = 7.10 \pm 0.02 \text{ cm}$

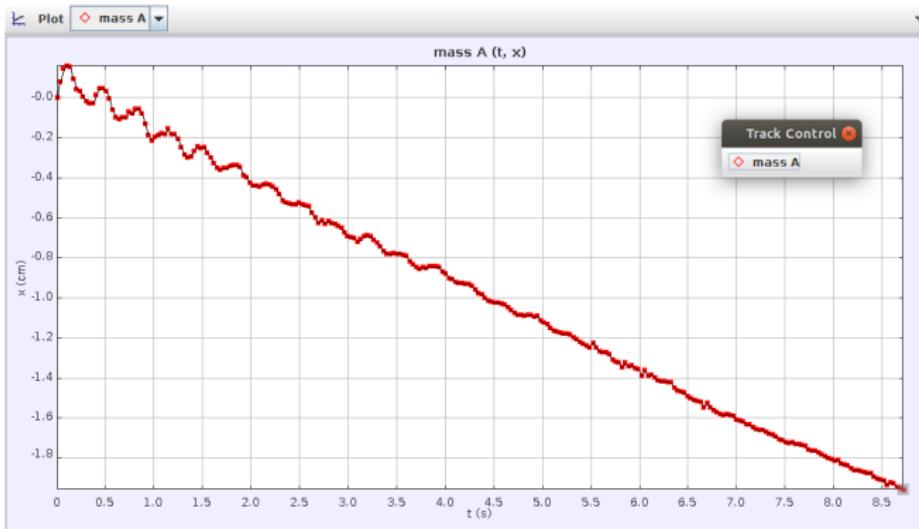
La predicción **teórica** es:

$$R(t) = 16.61 \pm 0.01 - 0.29 \pm 0.02 t \quad (21)$$

Comprobación v_d : Resultados



Comprobación v_d : Resultados



El resultado **experimental** es ($R(t) = A + B t$, $r^2 = 0.998$):

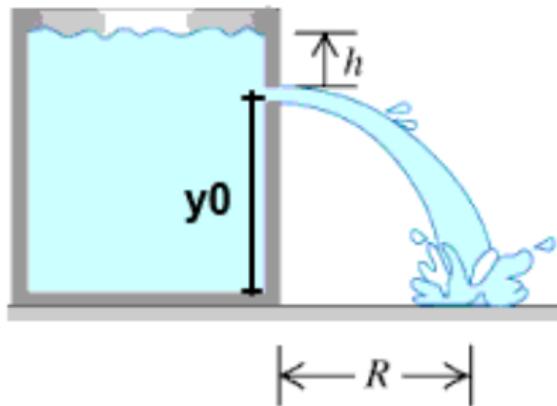
$$A = 16.41, \quad \% \text{err} \approx 1\% \quad (22)$$

$$B = 0.20, \quad \% \text{err} \approx 30\% \quad (23)$$

Comprobación de v_d

Si $v_d = \sqrt{2gh}$ es correcto, agregando efecto de C_d

$$R = 2\sqrt{Hy_0} - C_d \frac{A_d}{A} \sqrt{2gy_0} t, \quad (24)$$



Fuente: byju.com

Comprobación de v_d

La razón entre los resultados experimental/teórico da C_d

$$C_d = 0.679 \quad (25)$$

¡Coincide con Bernoulli-Balance de Momentum!

Usando el C_d predicho por Bernoulli y Balance de Momentum para Vena Contracta:

$$C_d \approx 0.624 \quad (26)$$