Akari/Light-Up Resolvido Usando Restrições em Programação Lógica

Mestrado Integrado em Engenharia Informática e Computação

Programação em Lógica

FEUP-PLOG, Turma 3MIEIC1, Grupo Akari_5 João Pedro Milano da Silva Cardoso - 200900579 Diogo Alexandre Soares Gomes - 201106586

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto Rua Roberto Frias, s/n, 4200-465 Porto, Portugal

Dezembro de 2014

Resumo.

O objetivo deste trabalho foi encontrar a solução para um problema de decisão combinatória na forma de um puzzle 2D utilizando a linguagem Prolog. Para isso foram utilizadas restrições para aplicar as regras do jogo Akari/Light-Up ao programa.

Akari consiste num puzzle em que o jogador preenche um tabuleiro quadrado de comprimento variável com luzes de modo a que todos os espaços brancos acabem acessos

O programa em questão resolve puzzles deste tipo, apresentando a solução final de uma forma visual e compreensiva.

Foi também desenvolvido um gerador de puzzles simples que só contêm espaços pretos.

O trabalho foi realizado com sucesso, sendo que os resultados comprovam a resolução correcta de puzzles de diferentes tamanhos.

Conteúdo

1	Introdução	3
2	Descrição do problema	3
3	Abordagem	4
	Variáveis de decisão	4
	Restrições	4
	Estratégia de pesquisa	5
4	Vizualização	5
5	Resultados	6
6	Conclusão	8
7	Bibliografia	9
8	Anexos	9
	Código	9

1 Introdução

O presente artigo foi desenvolvido na âmbito da unidade curricular de Programação Lógica do Curso de Mestrado Integrado em Engenharia Informática e de Computação.

O trabalho consiste na elaboração de um programa capaz de resolver tabuleiros do jogo Akari, na linguagem declarativa Prolog, com o objectivo de aprofundar o nosso conhecimento nessa linguagem, mais especificamente em relação a programação lógica usando restrições.

Além do programa para resolver puzzles foi também implementado um simples gerador capaz de criar puzzles de vários tamanhos, os quais apenas contêm espaços pretos.

O artigo está divido nas seguintes principais secções:

Descrição do Problema, onde é descrito em mais detalhe o funcionamento do jogo; Abordagem, onde é descrita a modelação do problema como um problema de restrições; Visualização da Solução, onde é explicada a visualização da solução em modo de texto e Resultados, com resultados que permitem concluir o correcto funcionamento do programa.

2 Descrição do problema

O jogo Akari toma lugar num tabuleiro quadrado de comprimento variável.

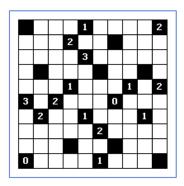


Fig. 1. - Exemplo de Tabuleiro 10x10

Nesse tabuleiro existem três tipos de espaços – vazios, pretos e numerados.

O objectivo do jogo é colocar luzes nos espaços brancos de modo a que todos os espaços brancos sejam iluminados respeitando as seguintes regras:

- Luzes apenas podem ser colocadas nos espaços brancos.
- Uma luz ilumina todos os espaços brancos nas quatro direcções cardinais até encontrar o fim do tabuleiro, um espaço preto ou um espaço numerado.

- Uma luz não pode iluminar outra luz.
- O número de luzes nos espaços adjacentes a um espaço numerado tem de ser igual ao número no espaço.

3 Abordagem

Variáveis de decisão

O predicado de resolução - akari(Rows, Size) - recebe como argumentos uma lista em que cada elemento é uma lista, representando assim o tabuleiro.

As variáveis de decisão são os espaços em branco do tabuleiro inicial. A esses espaços serão atribuídos um de dois valores – 0 se for um espaço em branco e 1 se for uma luz. No entanto, devido à existência dos restantes espaços, o domínio da variável que contém todos os espaços do tabuleiro, Board, é entre 0 e 15. Um espaço preto recebe o número 15 e os espaços numerados de 0 a 4 recebem os números 10 a 14, respectivamente.

O uso dos números 0 para espaços brancos e 1 para luzes facilita a aplicação das restrições, as quais podem ser aplicadas recorrendo ao predicado sum.

Restrições

De modo a cumprir todas as regras foram establecidas 5 restrições, considerando que o espaço em branco será a variável Elem e as colunas, linhas, vizinhanças e espaços adjacentes a um bloco numerado listas de variáveis:

- Cada espaço pode conter no máximo uma luz. sum([Elem], #=<, 1)
- A coluna a que o espaço pertence pode conter no máximo uma luz, de modo a que uma luz não ilumine outra. sum(Coluna, #<=, 1)
- A linha a que o espaço pertence pode conter no máximo uma luz, de modo a que uma luz não ilumine outra. sum(Linha, #<=, 1)
- De modo a que o espaço seja iluminado, a vizinhança do espaço a junção da sua coluna com a sua linha, obtendo todos os espaços visíveis a partir do mesmo – tem de conter pelo menos uma luz. – sum(Viz, #>=, 1)
- Para os espaços numerados, a soma total dos quatro espaços adjacentes tem de ser igual ao número no espaço. – sum(Adj, #=, Num)

A vizinhança é delimitada por espaços pretos ou numerados e os limites do tabuleiro. A aplicação destas cinco restrições são suficientes para resolver um tabuleiro de akari, de tamanho variável.

Estratégia de pesquisa

A estratégia de labeling utilizada é a estratégia MIN. As variáveis são selecionadas começando pela variável mais à esquerda possível com o valor de limite mais baixo. Testes efectuados depois da realização do trabalho, com os resultados apresentados na secção 5 permite verificar qual a melhor estratégia.

4 Vizualização

Um tabuleiro de akari resolvido é impresso no seguinte formato:

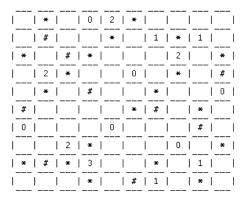


Fig. 2. – Exemplo de Tabuleiro Resolvido

Devido á natureza do problema a resolver, o predicado de impressão, printBoard(Board, Size), suporta a impressão de listas de comprimentos diferentes.

Os elemento presentes a impressão têm o seguinte significado:

- Espaço em branco Espaço vazio, iluminado na solução
- Asterisco (*) Luz
- Cardinal (#) Espaço preto
- Números de 0 a 4 Espaços numerados

5 Resultados

Depois da realização do trabalho foram executados testes na tentativa de determinar a melhor estratégia a aplicar ao predicado labeling de modo a tornar a resolução de problamas o mais rápida possível.

Foram executados 10 testes para cada estratégia, com um tabuleiro aleatoriamente gerado de 40x40 espaços, sendo a média de cada estratégia apresentada no seguinte gráfico. Ao comparar os dados em relação ao tabuleiro de 25x25 presente no código fonte, a pior estratégia foi FFC, as restantes produziram resultados semelhantes.

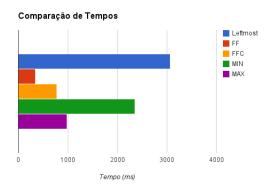


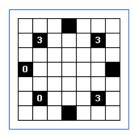
Fig. 3. Comparação de tempos de estratégias diferentes

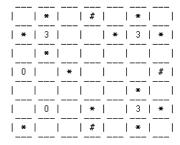
Também se fizeram alguns testes em relação ao tempo que o programa encontra uma solução em relação ao tamanho do tabuleiro. Para este teste foi utilizado a parte de geração de puzzles para diferentes tamanhos em que para cada tamanho se efetuou 15 testes. O tempo começa por estar á volta dos 0ms até aos tabuleiros de tamanho 35x35 mas a partir daí percebe-se que o tempo aumenta de forma quase expoxencial.



Fig. 4. Média do tempo de resolução relativamente ao tamanho do tabuleiro

Utilizando um site[1], é possível gerar tabuleiros de 3 tamanhos diferentes (7x7, 10x10 e 25x25) e três niveis de dificuldade. Estes puzzles têm uma só solução. É apresentado a seguir um tabuleiro de 7x7, dificuldade difícil, e a solução apresentada pelo programa.





7x7 Light Up Hard Puzzle ID: 3,915,665

Fig. 5. Tabuleiro 7x7 e Solução do Programa

O próprio site serve também para uma pessoa poder resolver o puzzle manualmente. Ao colocar no site a solução como apresentada pelo programa produz o seguinte resultado, podendo assim ser verificado o correcto funcionamento do programa:

Congratulations! You have solved the puzzle in 02:32.77

Submit your score to the Hall of Fame



7x7 Light Up Hard Puzzle ID: 3,915,665

Fig. 6. Tabuleiro 7x7 Resolvido

Testando agora com um tabuleiro de 10x10 difícil.

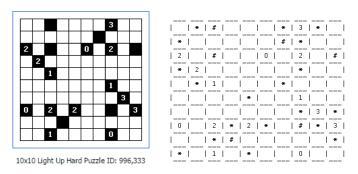


Fig. 7. Tabuleiro de 10x10 e solução do programa

Congratulations! You have solved the puzzle in 04:12.64



10x10 Light Up Hard Puzzle ID: 996,333

Fig. 8. Tabuleiro 10x10 Resolvido

6 Conclusão

É possível concluir que o projecto foi completado com sucesso, sendo capaz de resolver correctamente puzzles aplicando restrições lógicas de Prolog.

Embora os tempos de resolução sejam míninos, na ordem os milisegundos, existem ainda melhorias a serem executadas do ponto de vista de performance, como por exemplo a utilização do predicado transpose, o que permitiria menos código para aplicar as restrições. Um outro aspecto que poderia melhorar a performance seria uma estratégia de pesquisa personalizada para aplicar ao labeling.

7 Bibliografia

- 1. Light-Up Online http://www.puzzle-light-up.com/
- 2. Documentação SICStus https://sicstus.sics.se/sicstus/docs/latest4/html/sicstus.html/

8 Anexos

Código

```
:-use module(library(clpfd)).
:-use module(library(lists)).
:-use module(library(random)).
% \_ -> Empty spac % _1 -> Light <- *
  -> Empty space <- 0
% 15 -> Black Block <- #
% 10 -> Zero Block <- 0
% 11 -> One Block <- 1
% 12 -> Two Block <- 2
% 13 -> Three Block <- 3
% 14 -> Four Block <- 4
% leftmost, min, max, ff, ffc
start:-
  akari([
  [_,_,_,10,_,_,_],
  [_,13,_,_,15,_],
[_,_,15,_,15,_,_],
  [15, _, _, 15, _, _, 13],
  [_,_,12,_,15,_,_],
  [_,12,_,_,15,_],
[_,_,11,_,_,]],7).
start2:-
  akari([
  [_,_,_,10,12,_,_,_,_,],
[_,15,_,_,_,11,_,11,_],
```

```
[_,_,15,_,_,12,_,],
    [_,12,_,_,10,_,_,15],
    [_,_,_,15,_,_,_,_,10],
   [15, _, _, _, _, 15, _, _, ],
[10, _, _, 10, _, _, 15, _],
[_, _, 12, _, _, _, 10, _, _],
   [_,15,_,13,_,_,_,11,_],
[_,_,_,15,11,_,_,]],10).
start3:-
   akari([
     [_,_,,,,,11,_,,,,,15,_,,,,,,,,,11,_,,11,_,,11,_],
     [15,_,_,15,_,15,_,11,_,15,_,12,_,_,12,_,15,_,12,_,_,_,_],
     [_,_,11,_,_,11,15,_,_,_,_,_,15,15,_,_,15,12,_,],
     [_,_,12,_,_,_,_,10,15,_,_,10,_,11,_,_,15,_,_,15,_],
     [15, _, _, _, _, _, _, _, _, _, _, _, 15, _, _, _, _, _],
     [_,_,15,_,11,_,15,_,_,15,_,_,10,15,_,13,15,_,_,15,15],
     [\_,\_,11,\_,\_,\_,12,15,\_,15,\_,15,\_,13,\_,15,\_,15,\_,10,15,\_]\,,
     [_,11,_,_,15,15,_,_,_,12,_,15,11,_,15,_,_,15,_,_,15,_,_,_,],
     [_,11,_,_,_,_,15,_,_,15,12,_,_,15,15,10,_,10,_,_],
     [_,_,11,_,_,11,_,,15,_,15,_,,11,_,_,_,,10,15],
     [15,15,_,_,_,_,15,_,_,15,_,15,_,12,_,_,15,_,_],
     [_,_,10,_,15,15,13,_,_,15,15,_,_,11,_,_,_,15,_],
     [_,15,_,15,_,_,15,_,12,_,_,15,_,_,_,15,_,10,_,15,_,_],
     [_,_,_,_,15,_,15,_,15,_,15,_,15,_,11,11,_,,15,_],
     [_,13,11,__,_,15,__,15,__,13,__,11,__,15,15,__,_,_,15,__],
     [_,_,15,_,_,_,15,13,_,15,13,_,_,15,12,_],
     [15,11,_,_,10,15,_,15,10,_,_,12,_,10,_,15,_,15,_,_],
     [_,15,_,_,13,_,_,15,_,10,_,_,15,15,_,_,_,_,11,_,],
     [_,_,11,10,_,_,15,12,_,_,_,_,_,15,11,_,_,_,10,_,],
     [_,_,_,_,15,_,15,_,15,_,15,_,15,_,12,_,15,_,11,_,_,15],
     [_,15,_,_,10,_,_,_,_,11,_,_,15,_,_,15,_,_,_]],25).
start4:- akari([
       [15, 15, 15],
       [15, 15, 15],
       [15, 15, 15], 3).
start5:-
   akari([
   [_,_,_,15,_,_,],
```

```
[_,13,_,_,13,_],
  [_,_,_,_,_,_],
  [10,_,_,_,15],
  [_,_,_,_,_,_],
  [_,10,_,_,13,_],
  [_,_,_,15,_,_,]],7).
start6:-
  akari([
  [_,_,15,_,_,_,13,_,_],
[_,_,_,_,15,_,_,],
  [12,_,15,_,_,10,_,12,_,15],
  [_,12,_,_,_,_,_,],
  [_,_,11,_,_,_,_,_,],
  [_,_,_,_,11,_,_],
  [_,_,_,_,_,_,13,_],
[10,_,12,_,12,_,_,15,_,13],
  [_,_,_,15,_,_,_,_,_,],
  [_,_,11,_,_,,10,_,_]],10).
akari(Rows, Size) :-
 length(Rows, Size), maplist(length list(Size), Rows),
 append(Rows, Board),
 domain(Board, 0, 15),
 processRows (Rows, Rows, 0-0, Size),
 reset timer,
 labeling([], Board),
 print time,
 fd statistics,
 printBoard(Board, Size).
processRows([], Board, Row-Col, Size).
processRows([H|T], Board, Row-Col, Size):-
 processRow(H, Board, Row-Col, Size, []),
 NewRow is Row + 1,
 processRows(T, Board, NewRow-0, Size).
processRow([], _Board, _Row-_Col, _Size, _VarList).
```

```
processRow([H|T], Board, Row-Col, Size, VarList):-
 H == 15,
 NewCol is Col + 1,
 processRow(T, Board, Row-NewCol, Size, []).
processRow([H|T], Board, Row-Col, Size, VarList):-
 compare(H),
 hintRestriction (Board, Row-Col, H, Size),
 NewCol is Col + 1,
 processRow(T, Board, Row-NewCol, Size, []).
processRow([H|T], Board, Row-Col, Size, VarList):-
 insertAtEnd(H, [], L),
 sum(L, \#=<, 1), % each space can have at most one light
 gatherLeft (Board, Row-Col, Row-Col, Size, VarList),
 NewCol is Col + 1,
 processRow(T, Board, Row-NewCol, Size, []).
hintRestriction (Board, Row-Col, NumberHigh, Size):-
 Number is NumberHigh - 10,
 NewRow1 is Row - 1,
 getUpSquare(Board, NewRow1-Col, Size, US),
 append(US, [], List),
 NewRow2 is Row + 1,
 getDownSquare(Board, NewRow2-Col, Size, DS),
 append(DS, List, List2),
 NewColl is Col - 1,
 getLeftSquare(Board, Row-NewColl, Size, LS),
 append(LS, List2, List3),
 NewCol2 is Col + 1,
 getRightSquare (Board, Row-NewCol2, Size, RS),
 append(RS, List3, FinalList),
 sum(FinalList, #=, Number).
getUpSquare( Board, Row- Col, Size, US):-
 Row < 0,
 US = [].
getUpSquare(Board, Row-Col, Size, US):-
```

```
getElem(Board, Row-Col, Elem),
 compare (Elem),
 US = [].
getUpSquare(Board, Row-Col, Size, US):-
 getElem(Board, Row-Col, Elem),
 US = [Elem].
getDownSquare( Board, Row- Col, Size, DS):-
 Row >= Size,
 DS = [].
getDownSquare(Board, Row-Col, Size, DS):-
 getElem(Board, Row-Col, Elem),
 compare (Elem),
 DS = [].
getDownSquare(Board, Row-Col, Size, DS):-
 getElem(Board, Row-Col, Elem),
 DS = [Elem].
getLeftSquare( Board, Row-Col, Size, LS):-
 Col < 0,
 LS = [].
getLeftSquare(Board, Row-Col, Size, LS):-
 getElem(Board, Row-Col, Elem),
 compare (Elem),
 LS = [].
getLeftSquare(Board, Row-Col, Size, LS):-
 getElem(Board, Row-Col, Elem),
 LS = [Elem].
getRightSquare(_Board, _Row-Col, Size, RS):-
 Col >= Size,
 RS = [].
```

```
getRightSquare(Board, Row-Col, Size, RS):-
 getElem(Board, Row-Col, Elem),
 compare (Elem),
 RS = [].
getRightSquare(Board, Row-Col, Size, RS):-
 getElem(Board, Row-Col, Elem),
 RS = [Elem].
gatherLeft(Board, ORow-OCol, CRow-CCol, Size, RowList):-
 CCol < 0,
 NewCol is OCol + 1,
 gatherRight (Board, ORow-OCol, ORow-NewCol, Size, RowL-
ist).
gatherLeft(Board, ORow-OCol, CRow-CCol, Size, RowList):-
 getElem(Board, CRow-CCol, Elem),
 compare (Elem),
 NewCol is OCol + 1,
 gatherRight (Board, ORow-OCol, ORow-NewCol, Size, RowL-
ist).
gatherLeft(Board, ORow-OCol, CRow-CCol, Size, RowList):-
 getElem(Board, CRow-CCol, Elem),
 insertAtEnd(Elem, RowList, NewRowList),
 NewCol is CCol - 1,
 gatherLeft (Board, ORow-OCol, CRow-NewCol, Size,
NewRowList).
gatherRight (Board, ORow-OCol, CRow-CCol, Size, RowL-
ist):-
 CCol >= Size,
 sum(RowList, #=<, 1),
 gatherUp (Board, ORow-OCol, ORow-OCol, Size, RowList,
[]).
gatherRight(Board, ORow-OCol, CRow-CCol, Size, RowList):-
 getElem (Board, CRow-CCol, Elem),
```

```
compare (Elem),
 sum(RowList, #=<, 1),
 gatherUp(Board, ORow-OCol, ORow-OCol, Size, RowList,
[]).
gatherRight(Board, ORow-OCol, CRow-CCol, Size, RowList):-
 getElem(Board, CRow-CCol, Elem),
 insertAtEnd(Elem, RowList, NewRowList),
 NewCol is CCol + 1,
 gatherRight (Board, ORow-OCol, CRow-NewCol, Size,
NewRowList).
gatherUp (Board, ORow-OCol, CRow- CCol, Size, VarList,
ColList):-
 CRow < 0.
 NewRow is ORow + 1,
 gatherDown (Board, ORow-OCol, NewRow-OCol, Size,
VarList, ColList).
gatherUp (Board, ORow-OCol, CRow-CCol, Size, VarList, Col-
List):-
 getElem(Board, CRow-CCol, Elem),
 compare (Elem),
 NewRow is ORow + 1,
 gatherDown (Board, ORow-OCol, NewRow-OCol, Size,
VarList, ColList).
gatherUp(Board, ORow-OCol, CRow-CCol, Size, VarList, Col-
List):-
 getElem(Board, CRow-CCol, Elem),
 insertAtEnd(Elem, VarList, NewVarList),
 insertAtEnd(Elem, ColList, NewColList),
 NewRow is CRow - 1,
 gatherUp(Board, ORow-OCol, NewRow-CCol, Size,
NewVarList, NewColList).
gatherDown(_Board, _ORow-_OCol, CRow-_CCol, Size,
VarList, ColList):-
 CRow >= Size,
```

```
sum(ColList, #=<, 1),
 sum(VarList, #>=, 1).
gatherDown(Board, ORow-OCol, CRow-CCol, Size, VarList,
ColList):-
 getElem(Board, CRow-CCol, Elem),
 compare (Elem),
 sum(ColList, \#=<, 1),
 sum(VarList, \#>=, 1).
gatherDown (Board, ORow-OCol, CRow-CCol, Size, VarList,
ColList):-
 getElem(Board, CRow-CCol, Elem),
 insertAtEnd(Elem, VarList, NewVarList),
 insertAtEnd(Elem, ColList, NewColList),
 NewRow is CRow + 1,
 gatherDown (Board, ORow-OCol, NewRow-CCol, Size,
NewVarList, NewColList).
generate(Size):-
 length(Rows, Size), maplist(length list(Size), Rows),
 append(Rows, Board),
 domain(Board, 0, 15),
 boardRestrictions (Rows, Size),
 labeling([], Board),
 printBoard (Board, Size), nl,
 copy(Rows, _, Size, NewFinal),
 akari(NewFinal, Size).
boardRestrictions (Rows, Size):-
 runRows (Rows, Rows, 0-0, Size).
runRows([], Board, Row-Col, Size).
runRows([H|T], Board, Row-Col, Size):-
 runRow(H, Board, Row-Col, Size),
 NewRow is Row + 1,
 runRows (T, Board, NewRow-0, Size).
runRow([], _Board, _Row-_Col, _Size).
runRow([H|T], Board, Row-Col, Size):-
```

```
random (0, 2, Random),
 processSquare(H, Board, Row-Col, Random, Size),
 NewCol is Col + 1,
 runRow(T, Board, Row-NewCol, Size).
processSquare(Elem, Board, Row-Col, Random, Size):-
 Random == 1,
 random(0, 2, NewRandom),
 processSquare2(Elem, Board, Row-Col, NewRandom, Size).
processSquare(Elem, Board, Row-Col, Random, Size).
processSquare2(Elem, _Board, _Row-_Col, Random, _Size):-
 Random == 0,
 sum([Elem], #=, 15).
processSquare2(Elem, Board, Row-Col, Random, Size):-
 sum([Elem], #=, 0).
printLine(0).
printLine(Count):-
 write(' ---'),
 Count2 is Count-1,
 printLine(Count2).
% PRINT ELEMENTS OF THE BOARD
printElem(Piece) :- Piece=0, write('
printElem(Piece) :- Piece=1, write(' * ').
printElem(Piece) :- Piece=15, write(' # ').
printElem(Piece) :- Piece=10, write(' 0 ').
printElem(Piece) :- Piece=11, write(' 1 ').
printElem(Piece) :- Piece=12, write(' 2 ').
printElem(Piece) :- Piece=13, write(' 3 ').
printElem(Piece) :- Piece=14, write(' 4 ').
printBoard(Board, Size) :- nl, printLine(Size), nl,print-
List (Board, Size, Size).
printList([],Size, ) :-
 write('|'), nl,
 printLine(Size), nl.
```

```
printList([H|T],Size, 0) :-
 write('|'), nl,
 printLine(Size), nl,
 printList([H|T],Size,Size).
printList([H|T], Size, Count) :-
 NewCount is Count - 1,
 write('|'),
 printElem(H),
 printList(T, Size, NewCount).
length list(L, Ls) :- length(Ls, L).
insertAtEnd(X,[],[X]).
insertAtEnd(X,[H|T],[H|Z]) := insertAtEnd(X,T,Z).
getElem(Board, Row-Col, Piece):-
 nth0(Row, Board, ColList),
 nth0(Col, ColList, Piece).
compare(Elem) :- Elem == 15.
compare(Elem) :- Elem == 10.
compare(Elem) :- Elem == 11.
compare(Elem) :- Elem == 12.
compare(Elem) :- Elem == 13.
compare(Elem) :- Elem == 14.
copy(Initial, Final, Size, NewFinal):-
 length(Final, Size), maplist(length list(Size), Final),
 length(NewFinal, Size), maplist(length list(Size), New-
Final),
 copyRows (Initial, Final, 0-0, Size, NewFinal).
copyRows([], Final, Row-Col, Size, NewFinal).
copyRows([H|T], Final, Row-Col, Size, NewFinal):-
 copyRow(H, Final, Row-Col, Size, NewFinal),
 NewRow is Row + 1,
 copyRows(T, Final, NewRow-0, Size, NewFinal).
copyRow([], Final, Row-Col, Size, NewFinal).
```

```
copyRow([H|T], Final, Row-Col, Size, NewFinal):-
  compare(H),
  changeBoard(Final, Row-Col, H, NewFinal),
 NewCol is Col + 1,
  copyRow(T, NewFinal, Row-NewCol, Size, NewFinal).
copyRow([ H|T], Final, Row-Col, Size, NewFinal):-
  NewCol is Col + 1,
  copyRow(T, Final, Row-NewCol, Size, NewFinal).
changeBoard(Board, Row-Col, Piece, NewBoard) :-
  changeBoard2 (Board, 0, Col, Piece, Row, NewBoard),!.
changeBoard2([Head|Tail], FinalRow, Col , Piece, Fi-
nalRow, [NewHead|Tail]):-
  replace (Head, Col, Piece, NewHead).
changeBoard2([Head|Tail], Row, Col , Piece, FinalRow,
[Head|NewTail]) :-
 Row \= FinalRow,
 NewRow is Row+1,
 changeBoard2 (Tail, NewRow, Col, Piece, FinalRow, New-
Tail).
replace([ |Tail], 0, Element, [Element|Tail]).
replace([Head|Tail], Col, Element, [Head|Rest]):-
  Col > 0, NewCol is Col-1,
  replace (Tail, NewCol, Element, Rest), !.
replace(L, _, _, _).
  reset_timer:-statistics(walltime,_).
  print_time :-
      statistics(walltime,[_,T]),
      TS is ((T//10)*10),
      nl, write('Time: '), write(TS), write('ms'), nl, nl.
```