ISSN 2079-8024 (print)

УДК 681.513 doi: 10.20998/2079-8024.2019.16.08

А. Е. КАЗУРОВА

СРАВНЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАБЛЮДАТЕЛЕЙ ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ И НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

На простом примере рассматривается позиционное управление нелинейной нестационарной неопределённой системой посредством робастного комбинированного компенсатора, состоящего из наблюдателя вектора состояния и неопределённости системы управления и регулятора. Проведено сравнение четырёх типов наблюдателей вектора состояния и неопределённости. В качестве измерения в системе выступает только позиционная координата. Компьютерное моделирование подтвердило работоспособность рассматриваемой системы управления.

Ключевые слова: позиционное управление, робастный комбинированный компенсатор, сравнение, наблюдатель, вектор состояния, неопределенность.

А. Є. КАЗУРОВА

ПОРІВНЯННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК СПОСТЕРЕЖНИКІВ ВЕКТОРА СТАНУ ТА НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

На простому прикладі розглядається позиційне керування нелінійною нестаціонарною невизначеною системою за допомогою робастного комбінованого компенсатора, що складається зі спостережника вектора стану та невизначеності системи керування та регулятора. Проведене порівняння чотирьох типів спостережників вектора стану та невизначеності. В якості вимірювання в системі виступає лише позиційна координата. Комп’ютерне моделювання підтвердило працездатність системи керування, що розглядається.

Ключові слова: позиційне керування, робастний комбінований компенсатор, порівняння, спостережник, вектор стану, невизначеність.

A. Y. KAZUROVA

A COMPARISON OF THE DYNAMIC CHARACTERISTICS OF THE STATE VECTOR AND UNCERTAINTY OBSERVERS

On a simple example the position control of a nonlinear nonstationary uncertain system is considered. The uncertainty of the system is the inaccurately known moment of inertia, control and external actions. The robust combined compensator consisting of the state vector and control system uncertainty observer and a regulator is used to control this system. A comparison of the dynamic characteristics of the four type state vector and uncertainty observers: zero order (computer), first order, second order, and also a reduced observer, has been carried out. The first two types estimate only system uncertainty, and for getting information about state vector an asymptotic differentiator of positional coordinates is applied. Only the positional coordinate is used as a measurement in the system. The coefficients of the observers and the regulator were calculated using the standard Butterworth polynomials. The comparable observers use recommendations have been given. Computer simulation has confirmed functionality of the considered control system.

Keywords: positional control, robust combined compensator, comparison, observer, state vector, uncertainty.

Введение. Все системы управления (СУ) в той или иной степени работают в условиях неопределённости. Неопределённости могут быть структурными; параметрическими; координатными (не полностью и не точно известен вектор состояния); экзогенными, определяемыми внешними воздействиями. Указанные факторы негативно влияют на работу СУ и могут привести к потере их работоспособности. Для построения качественной СУ, необходимо знание всего вектора состояния. Однако на практике измерить весь вектор состояния обычно не представляется возможным. В этом случае используют динамические фильтры и наблюдатели. Уравнения движения большинства динамических объектов естественным образом получаются в виде матричных дифференциальных уравнений второго порядка с матричными коэффициентами, обладающими такими полезными свойствами как симметричность, кососимметричность, определенно и знакоположительность, разреженность. В то же время, вся теория наблюдателей, а также регуляторов приспособлена к описанию СУ в виде матричных дифференциальных уравнений первого порядка в форме Коши.

Поэтому для синтеза и анализа СУ уравнения второго порядка приводят к форме Коши, в результате чего теряются перечисленные выше свойства, а порядок матриц увеличивается в 2 раза. Поэтому была начата разработка теории наблюдателей, представленных в виде дифференциальных уравнений второго порядка [1, 2]. Было выявлено, что наблюдатели второго порядка требуют большего количества измерителей, чем наблюдатели первого порядка. В работе [3] предложено преобразование координат, устраняющее необходимость в дополнительных датчиках. В работах [4, 5] синтезирован редуцированный наблюдатель.

В данной статье на простом примере рассматривается позиционное управление нелинейной нестационарной неопределённой системой с неполной информацией о векторе состояния и сравниваются четыре типа наблюдателей вектора состояния и неопределённости.

Постановка задачи. Пусть объект управления описывается уравнением

$$I\ddot{x}=b\,\mathrm{sat}(u)+f_l, \tag{1}$$

где x – перемещение;

I – неизвестный момент инерции;

sat(u) – управляющее воздействие с ограничением;

b – коэффициент усиления;

f_l – неизвестное внешнее воздействие.

Будем полагать

$$\begin{aligned} I&=I_0+I_\delta; \\ b&=b_0+b_\delta, \end{aligned} \qquad (2)$$

где I_0, b_0 – детерминированные части;

I_δ, b_δ – неизвестные погрешности.

С учетом (2) уравнение (1) примет вид

$$I_0\ddot{x}=b_0\,\mathrm{sat}(u)+f\,, \qquad (3)$$

где неопределенность

$$f=f_l-I_\delta\ddot{x}+b_\delta\,\mathrm{sat}(u). \qquad (4)$$

Будем полагать, что f – кусочно дифференцируемая функция времени. С учётом сказанного, неопределённость f будем аппроксимировать системой уравнений

$$\begin{aligned} f&=z_1; \\ \dot{z}_1&=z_2; \\ \dot{z}_2&=0, \end{aligned}$$

откуда можно записать

$$\begin{aligned} f&=z_1; \\ \ddot{z}_1&=0. \end{aligned} \qquad (5)$$

Управление u считается известным. Измерением является перемещение x, т.е.

$$y=x\,. \qquad (6)$$

В качестве датчика перемещения рассматривается инкрементный датчик, вырабатывающий импульсы приращений сигналов x_Δ. Для получения перемещения эти импульсы суммируют, в результате чего получается релейный ступенчатый сигнал.

В статье ставится задача сравнительного анализа наблюдателей, оценивающих вектор состояния $(x\,,\dot{x})$, ускорение $\ddot{x}$ и неопределённость f, а также управления перемещением по полученной информации.

Основной результат. Информацию о скорости и ускорении можно получить с помощью асимптотического дифференциатора, который описывается уравнением [6]

$$\dot{\hat{\boldsymbol{r}}}=\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{r}}+\boldsymbol{L}_r(\hat{r}_1-x), \qquad (7)$$

где

$$\hat{\boldsymbol{r}}=\begin{bmatrix}\hat{r}_1\\ \hat{r}_2\\ \hat{r}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\hat{x}\\ \dot{\hat{x}}\\ \ddot{\hat{x}}\end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{L}_r=\begin{bmatrix}l_{r1}&l_{r2}&l_{r3}\end{bmatrix}^T$$

– матрица коэффициентов наблюдателя, символом «^» обозначены оценки соответствующих переменных.

При известном $\ddot{x}$ из уравнения (3) можно найти

$$\hat{f}=I_0\ddot{\hat{x}}-b_0\,\mathrm{sat}(u), \qquad (8)$$

где истинное ускорение $\ddot{x}$ заменено его оценкой $\ddot{\hat{x}}$.

В работе [4] синтезирован наблюдатель неопределённости первого порядка, который не требует получения оценки $\ddot{x}$, в следующем виде:

$$\dot{z}=l_f\left(\hat{f}+b_0\,\mathrm{sat}(u)\right);\ \hat{f}=z-l_f\,I_0\,\dot{x}, \qquad (9)$$

где $\hat{f}$ – оценка f;

l_f – коэффициент передачи наблюдателя.

$\hat{f}$ определяется по результату интегрирования первого выражения в (9) и второму выражению в (9).

В работе [3] для оценки вектора состояния и неопределённости синтезирован наблюдатель в виде матричного дифференциального уравнения второго порядка, который для системы (3), (5), (6) имеет вид

$$\begin{aligned} &I_0\ddot{v}-l_v\dot{v}-l_d\,v-w= \\ &=b_0\,\mathrm{sat}(u)-\left[l_d+l_v^2I_0^{-1}\right]x-\left[l_{zv}+l_d I_0^{-1}l_v\right]\int_0^t x\,dt\,; \end{aligned} \qquad (10)$$

$$\ddot{w}-l_{zv}\dot{v}-l_{zd}v=-\left[l_{zd}+l_{zv}I_0^{-1}l_v\right]x-l_{zd}I_0^{-1}l_v\int_0^t x\,dt, \qquad (11)$$

где

$$\begin{aligned} &\hat{x}=v-I_0^{-1}l_v\int_0^t y\,dt\,;\dot{\hat{x}}=\dot{v}-I_0^{-1}l_v\,y\,;\ddot{\hat{x}}=\ddot{v}-I_0^{-1}l_v\,\dot{y}\,; \\ &\hat{z}=w-l_{zv}\int_0^t y\,dt;\dot{\hat{z}}=\dot{w}-l_{zv}\,y\,;\ddot{\hat{z}}=\ddot{w}-l_{zv}\,\dot{y}\,, \end{aligned} \qquad (12)$$

l_v, l_d, l_{zv}, l_{zd} – коэффициенты передачи наблюдателя.

В работах [4, 5] синтезирован редуцированный наблюдатель скорости и неопределённости, который для системы (3), (5), (6) имеет вид

$$\begin{aligned} &\dot{z}_x=b_0\,\mathrm{sat}(u)+z_f-l_f x+l_x I_0^{-1}(z_x-l_x x); \\ &\dot{z}_f=l_f I_0^{-1}(z_x-l_x x), \end{aligned} \qquad (13)$$

$$\dot{\hat{x}}=I_0^{-1}(z_x-l_x x);\hat{f}=z_f-l_f x\,, \qquad (14)$$

где l_x, l_f – коэффициенты передачи наблюдателя.

Управление перемещением осуществляется посредством робастного комбинированного компенсатора [7], регулятор которого, в соответствии с (3), описывается уравнением

$$u=u_{00}-\hat{f}\,, \qquad (15)$$

где $\hat{f}$ – составляющая, предназначенная для компенсации неопределённости;

u_{00} – часть регулятора, которая формирует вид переходного процесса и записывается в виде

$$u_{00}=-k_1(x-x_p)-k_2(\dot{x}-\dot{x}_p)+I_0\ddot{x}_p. \qquad (16)$$

Индекс «p» указывает на программное значение перемещения.

Результаты моделирования. При компьютерном моделировании принимались следующие параметры: I_0 = 1,17 кг·м^2, $I = 2I_0$, b = 0,7, b_0 = 1, f = 0…262 Н·м, дискретность инкрементного датчика 0,0174 рад (1º). Расчет коэффициентов наблюдателей и коэффициентов k_1 , k_2 осуществлялся по стандартным полиномам Баттерворта. Моделировались уравнения (1)÷(4), (15), (16) со следующими наблюдателями: 1 – уравнения (7), (8); 2 – уравнения (7), (9); 3 – уравнения (10)÷(12); 4 – уравнения (13), (14).

На рис. 1, *а*, 2, *а*, 3 дано сравнение оценок перемещения, скорости и неопределённости соответственно с их истинными значениями. На рис. 1, *б*, 2, *б* представлены укрупненные фрагменты соответствующих переходных процессов. Индексами *1 ÷ 4* обозначены номера наблюдателей, где *1* – наблюдатель нулевого порядка (вычислитель), *2* – первого порядка, *3* – второго порядка, *4* – редуцированный наблюдатель. Процесс состоит из разгона, стабилизации отклонения 20 рад, приложения при t = 1,5 с и снятия при t = 2,5 с внешнего воздействия, реверса, стабилизации угла -20 рад и торможения до 0 рад.

Как следует из рисунков, несмотря на наличие большой неопределённости в моменте инерции, управляющем и внешнем воздействиях, во всех четырёх случаях осуществляется точная оценка перемещения, скорости и достаточно точная оценка неопределённости. При оценке неопределённости наблюдаются пульсации, обусловленные спецификой инкрементного датчика. Для формирования законов управления движением могут применяться каждый из исследованных наблюдателей. Для рассмотренной упрощённой задачи, с точки зрения точности управления и объёма вычислений в управляющем процессоре, предпочтение следует отдать четвёртому наблюдателю – редуцированному наблюдателю.

Вывод. Проведено сравнение динамических характеристик четырёх типов наблюдателей вектора состояния и неопределённости: нулевого порядка (вычислителя), первого и второго порядков, а также редуцированного наблюдателя. Входной информацией указанных наблюдателей является только позиционная координата. Первые два типа сочетаются с асимптотическим дифференциатором позиционных координат. Алгоритм первого порядка предпочтителен при точном измерении всех позиционных координат, второго – при их неполном и неточном измерении. Редуцированный наблюдатель по точности оценки скорости не уступает наблюдателю второго порядка, являясь более простым, и превосходит по точности вычислитель и наблюдатель первого порядка за счёт более точной оценки скорости.

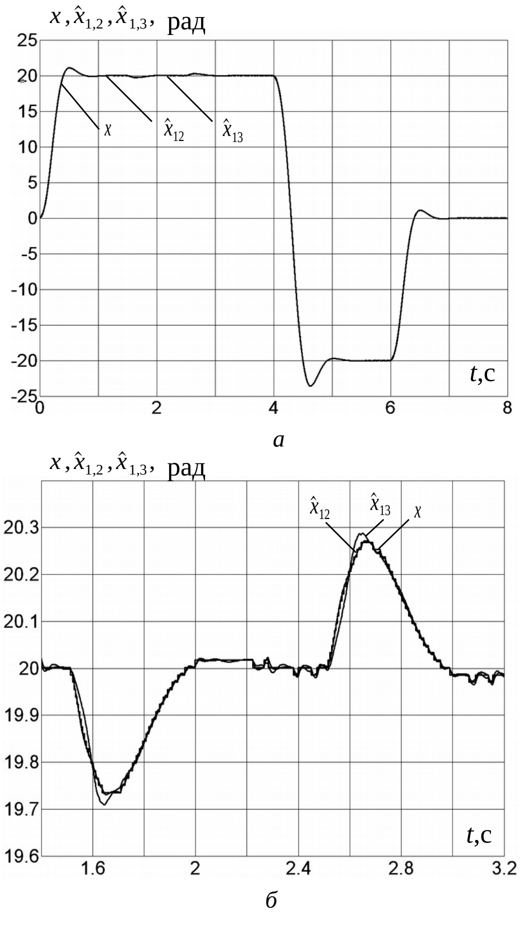

Рис. 1. Графики истинного перемещения и его оценок: (*а*) весь переходный процесс, (*б*) укрупненный фрагмент

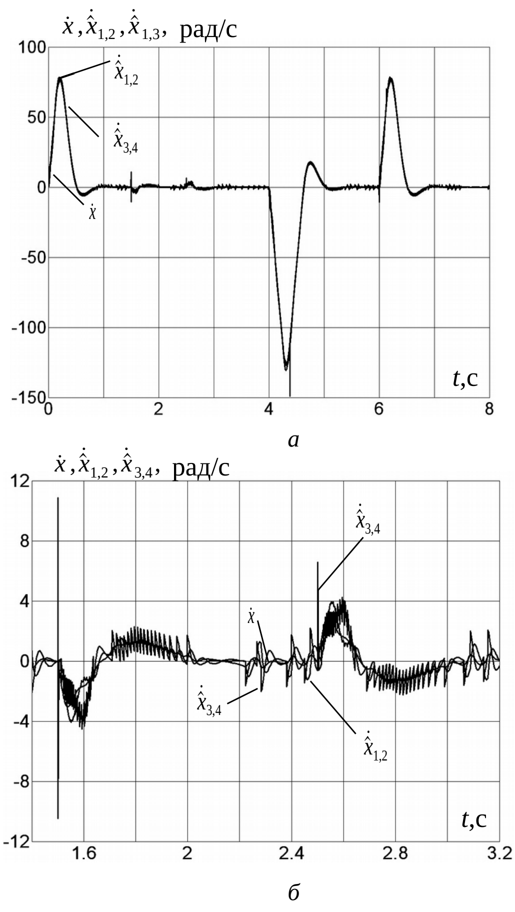

Рис. 2. Графики истинной скорости и ее оценок: (*а*) весь переходный процесс, (*б*) укрупненный фрагмент

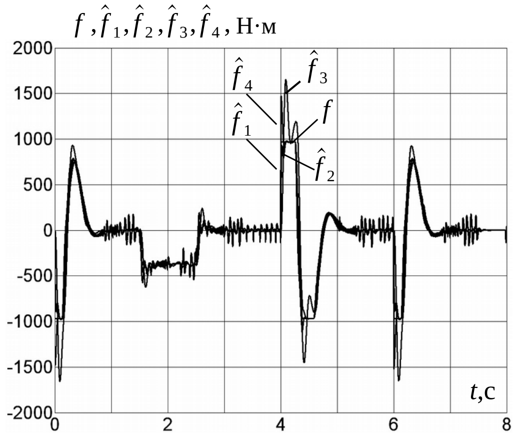

Рис. 3. Графики истинной неопределённости и её оценок

Список литературы

1. Belvin W. K., Park K. C. On the state estimation of structures with second-order observers. *Proceedings of the 30th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference.* Mobile, 1989. pp. 721 – 727.
2. Juang J. N., Maghami P. G. Robust eigensystem assignment for state estimators using second-order models. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1992. Vol. 15(4). pp. 920 – 927.
3. Потапенко Е. М. Робастные системы управления с наблюдателями второго порядка. *Автоматика и телемеханика*. Москва: Академиздатцентр «Наука» РАН. 1996, № 2. С. 100 – 107.
4. Потапенко Е. М., Казурова А. Е. Обобщение результатов исследований робастных комбинированных систем управления с наблюдателями вектора неопределенности. *Механіка та машинобудування*. Харків: НТУ «ХПІ». 2008, № 1. С. 223 – 233.
5. Потапенко Е. М., Казурова А. Е. Математические модели трения и методы компенсации его влияния на системы управления. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Харків: НТУ «ХПІ», 2010, № 28. С. 139 – 140.
6. Потапенко Е. М., Потапенко Е. Е., Казурова А. Е. Асимптотическое дифференцирование ступенчатых сигналов в задачах управления скоростью и перемещением. *Електромашинобудування та електрообладнання*. Київ: «Техніка», 2006, Вип. 66. С. 286 – 288.
7. Казурова А. Е. Робастное управление неопределенными многомассовыми объектами. *Електромеханічні і енергозберігаючі системи*. Кременчук: КрНУ, 2012, Вип. 3 (19). С. 445 – 447.

References (transliterated)

1. Belvin W. K., Park K. C. On the state estimation of structures with second-order observers. *Proceedings of the 30th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference.* Mobile, 1989. pp. 721 – 727.
2. Juang J. N., Maghami P. G. Robust eigensystem assignment for state estimators using second-order models. Journal of Guidance, Control and Dynamics. 1992, vol. 15(4). pp. 920 – 927.
3. Potapenko E. M. *Robastnye sistemy upravleniya s nablyudatelyami vtorogo poryadka* [Robust control systems with second order observers]. *Avtomatika i Telemekhanika* [Automation and Remote Control]. Moskva: Akademizdatcentr «Nauka» RAN. 1996, № 2. pp. 100 – 107.
4. Potapenko E. M., Kazurova A. E. *Obobshchenie rezul'tatov issledovanij robastnyh kombinirovannyh sistem upravleniya s nablyudatelyami vektora neopredelennosti* [Summarizing the results of studies of robust combined control systems with uncertainty vector observers]. *Mekhanika ta mashynobuduvannya* [Mechanics and Mechanical Engineering]. Kharkiv: NTU «KhPI». 2008, № 1. pp. 223–233.
5. Potapenko E. M., Kazurova A. E. Matematicheskie modeli treniya i metody kompensacii ego vliyaniya na sistemy upravleniya. [Mathematical models of friction and compensating methods of its influence on control systems]. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI»* [Bulletin of the National Technical University “KhPI”]. Kharkiv: NTU «KhPI», 2010, № 28. pp. 139 – 140.
6. Potapenko E. M., Potapenko E. E., Kazurova A. E. Asimptoticheskoe differencirovanie stupenchatyh signalov v zadachah upravleniya skorost'yu i peremeshcheniem. [Asymptotic differentiation of the step signals in speed and movement control tasks]. *Elektromashynobuduvannia ta elektroobladnannia* [Electrical machine-building and electrical equipment]. Kyiv: Tehnika, 2006, Vyp. 66. pp. 286 – 288.
7. Kazurova A. E. Robastnoe upravlenie neopredelennymi mnogomassovymi ob"ektami. [Robust control of uncertain multimass objects]. *Elektromekhanichni i enerhozberihaiuchi systemy* [Electromechanical and energy saving systems]. Kremenchuk: KrNU, 2012, Vyp. 3 (19). pp. 445 – 447.

Поступила 01.06.2019

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Казурова Аліна Євгенівна (Казурова Алина Евгеньевна, Kazurova Alina Yevhenivna) – кандидат технічних наук, доцент, Національний університет «Запорізька політехніка», доцент кафедри електропривода та автоматизації промислових установок; м. Запоріжжя, Україна; e-mail: akazurova@gmail.com