

Р. С. ВОЛЯНСКИЙ, А. В. САДОВОЙ, Ю. Ю. ШРАМКО, Ю. В. СОХИНА, Н. В. ВОЛЯНСКАЯ

СИНТЕЗ ЦИФРОВОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ В КАНОНИЧЕСКОМ ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Разработаны методологические основы синтеза цифровых систем управления линейными электромеханическими объектами. Предлагаемый подход базируется на матричном обобщении модифицированного принципа симметрии в непрерывном времени с последующим преобразованием передаточной функции регулятора в Z-форму и формирования управляющего воздействия при помощи нелинейной активационной функции. Рассмотрен синтез одномерного регулятора для обобщенного динамического объекта и установлены закономерности формирования весовых коэффициентов регулятора. Синтезирован регулятор скорости для двигателя постоянного тока.

Ключевые слова: Линейный цифровой регулятор, каноническое фазовое пространство, z-преобразование, цифровая система управления, нелинейное управление.

Р. С. ВОЛЯНСЬКИЙ, О. В. САДОВОЙ, Ю. Ю. ШРАМКО, Ю. В. СОХІНА, Н. В. ВОЛЯНСЬКА

СИНТЕЗ ЦИФРОВОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ЛІНІЙНИМ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИМ ОБ'ЄКТОМ У КАНОНІЧНОМУ ФАЗОВОМУ ПРОСТОРІ

Розроблено методологічні засади синтезу цифрових систем керування лінійними електромеханічними об'єктами. Пропонований підхід базується на матричному узагальненні модифікованого принципу симетрії в без-перервному часі з подальшим перетворенням передавальної функції регулятора в Z-форму і формування керуючого впливу за допомогою нелінійної активаційної функції. Розглянуто синтез одноименого регулятора для узагальненого динамічного об'єкта і встановлено закономірності формування вагових коефіцієнтів регулятора. Синтезовано регулятор швидкості для двигуна постійного струму.

Ключові слова: Лінійний цифровий регулятор, канонічний фазовий простір, z-перетворення, цифрова система керування, нелінійне керування.

R. S. VOLIANSKY, A. V. SADOVOY, YU. YU. SHRAMKO, YU. V. SOKHINA, N. V. VOLIANSKAYA

SYNTHESIS OF A DIGITAL CONTROL SYSTEM FOR A LINEAR ELECTROMECHANICAL OBJECT IN CANONICAL PHASE SPACE

The paper deals with the development of methodological backgrounds for design of discrete-time control systems for linear electromechanical objects. We suggest designing of such systems by considering modified symmetry principle and generalizing it for multi input multi output linear dynamical objects. According to this principle, we define matrix transfer function of controller and split it into linear, integral and parallel parts. Matrix transfer function of each part is transformed into Z-form in separate way. We use nonlinear bounded matrix-functions to limit produced control signal. Then, we consider third order generalized dynamical object to define regularity of controller's terms. It is shown that if one use backward difference approximation for derivative operator, he can find controller terms are under distribution, which used binomial factors. We define controller algorithm as function of current and previous values of control variable. At third, we show some drawbacks for controller with deep prehistory and we eliminate these drawbacks by performing several coordinate transformations according to object's mesh equations. These transformations make it possible to rewrite control algorithm as function of control variable and inner ones. At fourth, we consider synthesis of speed controller for DC electric drive and approve our methods by simulating results. At last, we make the conclusions and the recommendations.

Keywords: Linear discrete-time controller, canonical phase space, z-transformation, discrete-time control system, nonlinear control.

Введение. Последние достижения цифровой электроники и вычислительной техники в разработке недорогих мощных программируемых логических микроконтроллеров и интегральных схем создали предпосылки для модернизации существующих и разработки новых систем управления электромеханическими объектами и системами. В отличие от классических операционных усилителей, в настоящее время существующие микроконтроллеры и ПЛИС позволяют в реальном времени выполнять обработку сигналов и формировать управляющие воздействия в соответствии с алгоритмами, использующими сложные математические вычисления и предысторию процесса управления.

Возможность выполнять высокопроизводительные вычисления позволяет перейти от базовых цифровых регуляторов [1-3], реализующих классические законы управления к современным, основанным на оптимальных, адаптивных и нечетких методах [4-8]. При этом если последние обладают достаточным элементом субъективизма, то построение систем управ-

ления, оптимизированных по некоторому критерию качества, позволяет исключить влияние человеческого фактора на синтез систем управления.

Одним из методов синтеза оптимальных систем управления, которые имеют низкую чувствительность к различным возмущающим воздействиям, является модифицированный принцип симметрии [4]. Разработанный для систем управления в непрерывном времени этот метод позволяет построить замкнутую асимптотически устойчивую систему управления. Однако существенным недостатком указанного метода является использование в синтезированных алгоритмах управления старших производных от ошибки регулирования, определение которых является нетривиальной технической задачей.

Предлагается устранить этот недостаток путём перевода математического аппарата, используемого для синтеза, в область с дискретным временем и учёта предыстории процесса управления для вычисления производных от ошибок управления.

Постановка задач исследования. Целью настоящей работы является разработка методологических основ создания цифровых систем управления, эквивалентных аналоговым оптимальным системам, построенным с использованием модифицированного принципа симметрии.

Результаты исследования.

1. Общие положения. Рассмотрим обобщенный электромеханический объект, динамика которого описывается линейными обыкновенными дифференциальными уравнениями в матричной операторной форме

$$sY = AY + BU, \quad (1)$$

где $s = d/dt$ – оператор дифференцирования.

В уравнениях (1) матрицы переменных состояния Y , внешних воздействий U и коэффициентов A и B определены следующим образом

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}; A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}; \quad (2)$$

$$U = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nm} \end{pmatrix},$$

где n – число переменных состояния, m – число входных воздействий. Считается, что все входные воздействия являются управляющими.

В соответствии с концепцией обратных задач динамики, принципом симметрии и его модификацией передаточная функция регулятора $W_c(s)$ определяется желаемой передаточной функцией прямого канала $W^*(s)$ и передаточной функцией объекта управления $W_o(s)$

$$W_c(s) = W_o^{-1}(s) W^*(s), \quad (3)$$

здесь степень «-1» означает нахождение обратной матрицы.

Используя [9], определим матричную передаточную функцию объекта

$$W_o(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = (sE - A)^{-1} B = \frac{\text{adj}(sE - A) B}{\det(sE - A)}, \quad (4)$$

где E – единичная матрица размерности $n \times n$, операторы \det и adj соответственно означают нахождение определителя матрицы $sE - A$ и её присоединённой матрицы.

Желаемая передаточная функция прямого канала, вообще говоря, может быть выбрана любой. Однако, принимая во внимание, что прямой канал охватывается одной или несколькими обратными связями по переменным состояния и в такой системе необходимо обеспечить нулевую ошибку в установившемся режиме, передаточную функцию будем искать в классе идеальных интегрирующих звеньев порядка k , т.е.

$$W^*(s) = C/s^k, \quad (5)$$

здесь C – матрица-столбец желаемых коэффициентов порядка $1 \times m$.

С учётом передаточных функций (4) и (5) матричную передаточную функцию регулятора определим следующим образом

$$W_c(s) = \frac{U(s)}{\Delta Y^*(s)} = \left(\frac{\text{adj}(sE - A) B}{\det(sE - A)} \right)^{-1} \frac{C}{s^k}, \quad (6)$$

где $\Delta Y^*(s)$ – вектор входных воздействий регулятора.

Используя различные аппроксимации оператора дифференцирования s

$$s \approx f(1, z^{-1}), \quad (7)$$

перепишем передаточная функция регулятора (6) в дискретном времени

$$W_c(z^{-1}) = \frac{U(z^{-1})}{\Delta Y^*(z^{-1})} = \left(\frac{\text{adj}(f(1, z^{-1})E - A) B}{\det(f(1, z^{-1})E - A)} \right)^{-1} \frac{C}{f(1, z^{-1})^k}. \quad (8)$$

В выражениях (7) и (8) оператор z^{-1} является оператором сдвига дискретной последовательности сигналов.

Дискретная передаточная функция (8) является наиболее общей матричной передаточной функцией для всех переменных состояния по всем управляющим воздействиям. Эта передаточная функция может быть использована для определения соответствующих алгоритмов управления

$$U(z^{-1}) = \left(\frac{\text{adj}(f(1, z^{-1})E - A) B}{\det(f(1, z^{-1})E - A)} \right)^{-1} \frac{C \Delta Y^*(z^{-1})}{f(1, z^{-1})^k}. \quad (9)$$

Анализ управляющих воздействий (9) показывает их определённую в открытой области, что при определённых условиях может привести к формированию физически нереализуемых управляющих воздействий большой амплитуды. Поэтому согласно [4] управляющие воздействия, формируемые в соответствии с алгоритмом (9), должны быть ограничены по модулю

$$U(z^{-1}) = f \left[\left(\frac{\text{adj}(f(1, z^{-1})E - A) B}{\det(f(1, z^{-1})E - A)} \right)^{-1} \frac{C \Delta Y^*(z^{-1})}{f(1, z^{-1})^k} \right]. \quad (10)$$

здесь $f[\cdot]$ – матрица нелинейных ограниченных по модулю функций.

Алгоритм управления (10) аналогичен известному алгоритму управления

$$U(z^{-1}) = f \left[\left(\frac{\text{adj}(f(1, z^{-1})E - A) B}{\det(f(1, z^{-1})E - A)} \right)^{-1} \frac{C}{s^k} \Delta Y(s) \right], \quad (11)$$

определённому в непрерывной временной области.

Несмотря на аналогичность алгоритмов (10) и (11), синтезированные с их использованием управляющие воздействия отличаются используемыми переменными состояния и весовыми коэффициентами при них.

При этом, несмотря на то, что используемые матричные методы позволяют записать соответствующие алгоритмы управления в компактной форме, эти методы не дают возможности выяснить закономерности формирования отдельных каналов регулятора.

2. Синтез обобщённого одномерного регулятора с нелинейной активационной функцией в канонической форме. Для выяснения общих закономерностей создания цифрового регулятора рассмотрим обобщенный электромеханический объект 3-го порядка, динамика которого задана в канонической форме

$$\begin{aligned} sy_1 &= y_2; \quad sy_2 = y_3; \\ sy_3 &= -a_1 y_1 - a_2 y_2 - a_3 y_3 + b_3 u. \end{aligned} \quad (12)$$

Примем в качестве регулируемой переменной координату y_1 и запишем передаточную функцию рассматриваемого объекта

$$W_o(s) = \frac{y_1(s)}{u(s)} = \frac{b_3}{s^3 + a_3 s^2 + a_2 s + a_1} \quad (13)$$

и желаемую передаточную функцию прямого канала управления

$$W^*(s) = \frac{u(s)}{\Delta y_1(s)} = \frac{c_3}{s^k}. \quad (14)$$

В соответствии с (3) передаточная функция регулятора будет

$$W_c(s) = \frac{c_3}{b_3} \underbrace{\frac{1}{s} \times \frac{1}{s} \times \dots \times \frac{1}{s}}_{k-1} (a_4 s^3 + a_3 s^2 + a_2 s + a_1), \quad (15)$$

где $a_4 = 1$.

Анализ передаточной функции (15) показывает, что соответствующий регулятор состоит из 3-х частей: линейной с коэффициентом усиления c_3/b_3 , интегральной с k последовательно включёнными интеграторами и параллельной. Слагаемые последней части определяются характеристическим уравнением рассматриваемого объекта. В силу линейности рассматриваемого объекта передаточная функция (15) может рассматриваться как произведение 3-х передаточных функций

$$W_c(s) = W_{\text{lin}}(s) \cdot W_{\text{integr}}(s) \cdot W_{\text{paral}}(s), \quad (15)$$

которые по отдельности могут быть преобразованы к дискретному времени.

Необходимо отметить, что для выполнения такого преобразования существует достаточно большое количество подходов, что обусловлено использованием дискретных сигналов для решения дифференциальных уравнений. Вообще говоря, любой из методов численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений может использоваться для дискретизации составляющих передаточной функции (15). Однако с точки зрения простоты технической реализации целесообразно использовать методы дискретизации, базирующиеся на замене производных конечными разностями. Такой подход наименее требователен к ресурсам микроконтроллера или ПЛИС, на которых в

настоящее время реализуются системы управления.

В отличие от численных методов решения дифференциальных уравнений, которые могут оперировать с ещё неизвестными величинами, при построении системы управления значения всех используемых переменных состояния должны быть известны. Поэтому для аппроксимации оператора дифференцирования предлагается использовать метод обратных разностей, использование которого позволяет записать следующее выражение

$$s \approx \frac{1 - z^{-1}}{T}, \quad (16)$$

здесь T – период дискретизации.

Применив аппроксимацию (16) к составляющим передаточной функции (15), запишем следующие выражения

$$\begin{aligned} W_{\text{integr}}(z^{-1}) &= \left(\frac{Tz^{-1}}{1 - z^{-1}} \right)^k = \frac{T^k z^{-k}}{\sum_{i=0}^k \frac{(-1)^i k!}{i!(k-i)!} z^{-i}}; \\ W_{\text{paral}}(z^{-1}) &= d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + d_3 z^{-3}, \end{aligned} \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} d_0 &= a_1 + \frac{a_2}{T} + \frac{a_3}{T^2} + \frac{a_4}{T^3}; \\ d_1 &= -\left(\frac{a_2}{T} + \frac{2a_3}{T^2} + \frac{3a_4}{T^3} \right); \\ d_2 &= \frac{a_3}{T^2} + \frac{3a_4}{T^3}; \quad d_3 = \frac{-a_4}{T^3}. \end{aligned} \quad (18)$$

Коэффициенты (18) получены для случая динамического объекта 3-го порядка, однако анализ этих коэффициентов совместно с выражениями (17) позволяет утверждать, что в общем случае коэффициенты передаточной функции $W_{\text{paral}}(z^{-1})$ являются коэффициентами ряда

$$D = \sum_{j=0}^n d_j z^{-j} = \sum_{j=0}^n \sum_{i=0}^j \frac{(-1)^i a_i j!}{i!(j-i)!} z^{-j}. \quad (19)$$

Тогда передаточную функцию регулятора в дискретном времени можно представить следующим образом

$$W_c(z^{-1}) = \frac{c_3}{b_3} \cdot \frac{T^k z^{-k} (d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + d_3 z^{-3})}{\sum_{i=0}^k \frac{(-1)^i k!}{i!(k-i)!} z^{-i}}. \quad (20)$$

В соответствии с (11) передаточная функция (20) определяет следующий алгоритм управления переменной y_1

$$u = f \left[\frac{c_3}{b_3} \cdot \frac{T^k z^{-k} \sum_{i=0}^n d_i z^{-i}}{\sum_{i=0}^k \frac{(-1)^i k!}{i!(k-i)!} z^{-i}} \Delta y_1 \right], \quad (21)$$

здесь $f[\cdot]$ – нечётная ограниченная функция вида

$$f[x] = \text{sat}(|x|^\alpha) \text{sign}(x), \alpha \in [0, 1]. \quad (22) \quad \text{где}$$

В случае, когда $k=1$, входная координата регулятора определяется разностью контролируемой переменной состояния и её желаемым значением. Для объекта n -го порядка такой подход приводит к появлению неопределённости в определении сдвинутой на n тактов разности Δy_1 в течении первых $n-1$ периодов дискретизации. При некоторых условиях такая неопределённость может служить причиной начала движения по непредписанной траектории, что, в свою очередь, может иметь непредсказуемые, вплоть до аварийных, последствия.

Одним из способов устранения указанного явления является работа объекта с нулевым управляющим воздействием в течении $n-1$ периода дискретизации с последующим движением по желаемым траекториям.

3. Координатные преобразования синтезированного одномерного регулятора с нелинейной активационной функцией

Другим способом устранения указанной неопределённости является использование внутренних по отношению к регулируемой переменных состояния.

Для иллюстрации этого подхода перепишем уравнения (12) следующим образом

$$\begin{aligned} sy_1 &= y_2; \\ s^2 y_1 &= sy_2 = y_3; \\ s^3 y_1 &= s^2 y_2 = sy_3 = -a_1 y_1 - a_2 y_2 - a_3 y_3 + b_3 u. \end{aligned} \quad (23)$$

Считая, что производная от i -ой переменной состояния на j -ом периоде дискретизации зависит от предыдущего значения $i+1$ -ой переменной, применим аппроксимацию (16) к системе (12) и определим смещённые значения регулируемой координаты через внутренние переменные состояния

$$\begin{aligned} z^{-1} y_1 &= y_1 - Tz^{-1} y_2; \\ z^{-2} y_1 &= y_1 - 2Tz^{-1} y_2 + T^2 z^{-1} y_3; \\ z^{-3} y_1 &= y_1 (1 + T^3 a_1) - (3T - T^3 a_2) z^{-1} y_2 + \\ &+ (3T^2 + T^3 a_3) z^{-1} y_3 - T^3 b_3 z^{-1} u. \end{aligned} \quad (24)$$

Анализируя выражения (24), можно сделать вывод, что весовые коэффициенты в выражениях для первого $n-1$ сдвинутого значения регулируемой переменной являются биномиальными коэффициентами. Весовые коэффициенты, определяющие последнее сдвинутое значение, являются суммой соответствующих биномиальных коэффициентов и параметров объекта, умноженных на период дискретизации в n -ой степени.

Подстановка выражений (24) в управляющее воздействие (21) позволяет записать следующий алгоритм управления

$$u = f \left[\frac{c_3 \cdot T^k z^{-k} \left(e_1 \Delta y_1 + e_2 z^{-1} \Delta y_2 + e_3 z^{-1} \Delta y_3 - e_0 z^{-1} u \right)}{\sum_{i=0}^k \frac{(-1)^i k!}{i!(k-i)!} z^{-i}} \right], \quad (25)$$

$$\begin{aligned} e_0 &= T^3 b_3 d_3; \\ e_1 &= d_0 + d_1 + d_2 + d_3 (T^3 a_1 + 1); \\ e_2 &= -T (d_1 + 2d_2 + d_3 (T^3 a_1 - T^3 a_2 + 3T)); \\ e_3 &= T^2 d_2 + d_3 T^2 (Ta_3 + 3). \end{aligned} \quad (26)$$

и

$$\Delta y_i = y_i^* - y_i, \quad (27)$$

здесь y_i^* – желаемое значение i -ой переменной состояния.

Анализ выражения (25) показывает, что найденное управляющее воздействие зависит от текущего значения регулируемой переменной и предыдущих значений внутренних переменных и управляющего воздействия. Необходимо отметить, что такой алгоритм не является единственно возможным для рассматриваемого объекта. Структура и параметры алгоритмов вида (25) определяются выражениями, которые используются для нахождения сигналов $z^{-i} y_1$.

Так, если считать, что сигнал $z^{-i} y_1$ известен, то выражения (24) можно представить следующим образом

$$\begin{aligned} z^{-2} y_1 &= -y_1 + 2z^{-1} y_1 + T^2 z^{-1} y_3; \\ z^{-3} y_1 &= -2y_1 + (1 + T^3 a_1) z^{-1} y_1 + T^3 a_2 z^{-1} y_2 + \\ &+ (3T^2 + T^3 a_3) z^{-1} y_3 - T^3 b_3 z^{-1} u. \end{aligned} \quad (28)$$

В свою очередь, выражения (28) позволяют переписать алгоритм (21) так, как показано ниже

$$u = f \left[\frac{c_3}{b_3} \cdot \frac{T^k z^{-k} \left(e'_1 \Delta y_1 + e'_2 z^{-1} \Delta y_1 + e'_3 z^{-1} \Delta y_2 + e'_4 \Delta y_3 - e_0 z^{-1} u \right)}{\sum_{i=0}^k \frac{(-1)^i k!}{i!(k-i)!} z^{-i}} \right], \quad (29)$$

здесь

$$\begin{aligned} e'_0 &= T^3 b_3 d_3; \quad e'_1 = d_0 + d_1 - d_2 - 2d_3; \\ e'_2 &= 2d_2 + d_3 (T^3 a_1 + 3); \quad e'_3 = T^3 d_3 a_2 - Td_1; \\ e'_4 &= T^2 d_2 + d_3 (T^3 a_3 + 3T^2). \end{aligned} \quad (30)$$

Резюмируя приведенные выше выкладки, можно утверждать, что использование зависимостей вида (24) и (30) позволяет определить обратные связи по внутренним переменным состояния для алгоритмов управления объектами, динамика которых задана в каноническом фазовом пространстве.

4. Пример синтеза цифрового регулятора с использованием предлагаемого подхода

В качестве примера построим цифровой силовой регулятор скорости для двигателя постоянного тока с независимым возбуждением.

В непрерывном времени рассматриваемый объект управления описывается известной передаточной функцией

$$W_o(s) = \frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{k}{T_a T_m s^2 + T_m s + 1}, \quad (31)$$

где k – конструктивный коэффициент двигателя, T_a и T_m – электромагнитная и электромеханическая постоянная времени соответственно.

В качестве желаемой передаточной функции прямого канала примем

$$W^*(s) = \frac{u(s)}{\Delta \omega(s)} = \frac{g}{s}, \quad (32)$$

здесь g – некоторый коэффициент.

Алгоритм управления (21) с учётом зависимости (22) для рассматриваемого объекта управления примет вид

$$u = \text{sat}(|S|^\alpha) \cdot \text{sign}(S), \quad (33)$$

где

$$S = \frac{g}{k} \cdot \frac{Tz^{-1}(d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2})}{1 - z^{-1}(\omega^* - \omega)}, \quad (34)$$

$$d_0 = 1 + \frac{T_m}{T} + \frac{T_a T_m}{T^2}; d_1 = -\left(\frac{T_m}{T} + \frac{2T_a T_m}{T^2}\right); d_2 = \frac{T_a T_m}{T^2}. \quad (35)$$

Результаты математического моделирования синтезированной системы управления показаны на рис. 1.

Как следует из анализа полученных переходных процессов, синтезированная цифровая система является асимптотически устойчивой и обеспечивает движение по траекториям, близким к параболическим. Установившийся режим характеризуется наличием относительно высокочастотных автоколебаний амплитуды управляющего воздействия, которые обусловлены увеличением коэффициента усиления регулятора вследствие использования нелинейной функции (33).

Выводы. Приведенные выкладки дают возможность утверждать, что разработанная для линейных объектов методология определения передаточной функции регулятора в виде ряда последовательно вклю-

ченных звеньев позволяет осуществить простой синтез цифрового регулятора путём синтеза каждой его составляющей. При этом переход к дискретному времени осуществляется для каждого из звеньев отдельно и, вообще говоря, каждое звено может быть реализовано на отдельном аппаратном средстве, которое отличается своим быстродействием и производительностью.

С методологической точки зрения такой подход отличается отсутствием необходимости выполнения на этапе синтеза интегрального преобразования из операторной формы в Z-форму для всей передаточной функции регулятора.

В свою очередь переход к Z-изображениям и дискретной временной области позволяет выполнить аппроксимацию старших производных от ошибки управления и использовать для их определения предыдущие значения регулируемой переменной состояния. Объем используемой при этом выборки в общем случае определяется количеством сигналов, образующих линию равновесного состояния регулятора S , и может превышать порядок объекта управления. Указанная линия S используется в качестве аргумента нелинейной активационной функции, формирующей управляющее воздействие.

Сравнение результатов моделирования синтезированной замкнутой цифровой системы с ранее полученными результатами моделирования для непрерывных систем показывает идентичность движения переменных состояния объекта в цифровой и аналоговой системах. Характер управляющего воздействия в цифровой системе отличается наличием высокочастотных колебаний, которые вызваны конечной частотой переключений соответствующего нелинейного элемента в окрестностях нулевого положения. Вследствие высокой частоты и естественной инерционности объекта управления эти колебания при малом периоде дискретизации не оказывают существенного влияния на ка-

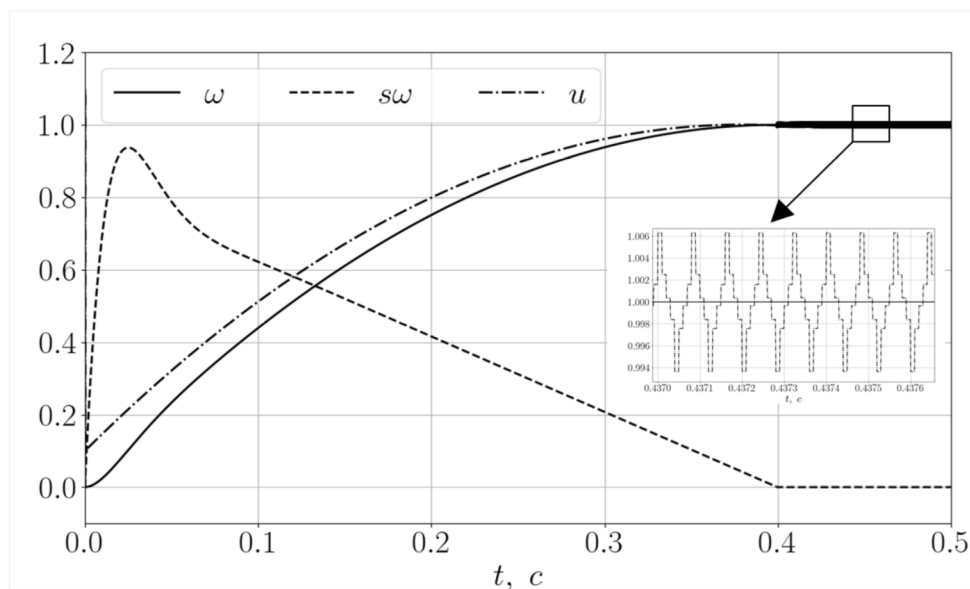


Рисунок 1 – Результаты математического моделирования цифровой системы управления двигателем ДПР-72 в относительных единицах.

чество процессов управления. При большом периоде дискретизации эти колебания могут привести к снижению частоты переключений нелинейного элемента, реализующего выбранную активационную функцию, и, как следствие, к возникновению автоколебаний переменных состояния.

Таким образом, при синтезе цифровых систем, устойчивых при неограниченном увеличении коэффициента усиления, актуальным является не только обеспечение желаемых статических и динамических показателей, но и такое формирование структуры регулятора, при которой время одного цикла его работы не будет превышать такого периода дискретизации, при котором начнутся существенные колебания переменных состояния. Очевидно, что такая проблема имеет комплексное решение, содержащее математическую, аппаратную, программную и структурную составляющие.

Список литературы

1. Katsuhiko Ogata. *Discrete-Time Control Systems*. Hong Kong: Pearson Education Asia Limited, 2015. 760 p.
2. Veloni A., Miridakis N. *Digital Control Systems: Theoretical Problems and Simulation Tools*. Boca Raton: CRC Press, 2017, 449 p.
3. Олсон Г., Пиани Дж. *Цифровые системы автоматизации и управления*. С-Петербург: Невский Дialect, 2001. 557с.
4. Садовой А. В., Сохина Ю. В. Модифицированный принцип симметрии в решении задач аналитического конструирования регуляторов. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. Сер.: Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика. Харків: НТУ «ХПІ», 2015, № 12 (1121). С. 408 – 413.
5. Колесников А. А., Веселов Г. Е., Попов А. Н., Колесников Ал. А., Топчиев Б. В., Мушенко А. С., Кобзев В. А. *Синергетические методы управления сложными системами: Механические и электромеханические системы*. Москва: Либроком, 2013. 304 с.
6. Волянский Р. С., Садовой А.В. Синтез оптимальной системы управления с нелинейной активационной функцией. *Електротехнічні та комп'ютерні системи*. Киев: Техніка. 2014, № 15 (91), С. 69 – 71.
7. Шеремет О. І., Садовой О. В., Сохіна Ю. В. Поняття дискретного часового еквалайзера. *Збірник наукових праць Донбаського державного технічного університету*. Лисичанськ: ДонДТУ, 2014, Вип. 1. С. 14 – 151.
8. Круглов В. В., Дли М.И., Голунов Р.Ю. *Нечеткая логика и искусственные нейронные сети*. Москва: Физматлит, 2001. 224 с.
9. Григорьев В. В., Журавлёва Н. В., Лукьянова Г. В., Сергеев К. А. *Синтез систем автоматического управления методом модального управления*. С-Пб: СПбГУ ИТМО, 2007. 108 с.

References (transliterated)

1. Katsuhiko Ogata. *Discrete-Time Control Systems*. Hong Kong: Pearson Education Asia Limited, 2015. 760 p.
2. Veloni A., Miridakis N. *Digital Control Systems: Theoretical Problems and Simulation Tools*. Boca Raton: CRC Press, 2017, 449 p.
3. Olson G., Piani Dzh. *Tsifrovye sistemy avtomatizatsii i upravleniya* [Digital systems of automation and control]. S- Peterburg: Nevskiy Dialekt Publ., 2001. 557 p.
4. Sadovoy A. V., Sohina YU. V. Modificirovannyj princip simmetrii v reshenii zadach analiticheskogo konstruirovaniya reguljatorov [The modified principle of symmetry in solving problems of analytical design of regulators]. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «Kharkivskiy politekhnichnyi instytut»*. Ser.: Problemy avtomatyzovanoho elektropryvoda. Teoriia i praktyka [Bulletin of the National Technical University «KhPI». Series: Problems of automated electrodrives. Theory and practice]. Kharkiv: NTU «KhPI», 2015, № 12 (1121). pp. 408 – 413.
5. Kolesnikov A. A., Veselov G. E., Popov A. N., Kolesnikov Al. A., Topchiev B. V., Mushenko A. S., Kobzev V. A. *Sinergeticheskie metody upravleniya slozhnymi sistemami: Mekhanicheskie i elektromekhanicheskie sistemy* [Synergetic methods of managing complex systems: Mechanical and electromechanical systems]. Moscow: Librokom Publ., 2013. 304 p.
6. Volyanskij R. S., Sadovoj A.V. *Sintez optimal'noy sistemy upravleniya s nelineynoy aktivatsionnoy funktsiei* [Synthesis of an optimal control system with a nonlinear activation function]. *Elektrotekhnicheskie i komp'yuternye sistemy* [Electrotechnic and computer systems]. Kiev: Tekhnika. 2014, №15 (91). pp. 69 – 71.
7. Sheremet O. I., Sadovoi O. V., Sokhina Yu. V. *Ponyattya diskretnogo chasovogo ekvalayzera* [Understanding Discrete]. *Zbirnik naukovikh prats' Donbas'kogo derzhavnogo tekhnichnogo universitetu* [Collection of Scientific Papers of DonSTU]. Lysichansk: DonDTU, 2014, Vyp. 1. pp. 147 – 151.
8. Kruglov V. V., Dli M. I., Golunov R. YU. *Nechetkaya logika i iskusstvennye neyronnye seti* [Fuzzy logic and artificial neural networks]. Moscow: Fizmatlit Pub., 2001. 224 p.
9. Grigor'ev V. V., Zhuravlyova N. V., Luk'yanova G. V., Sergeev K. A. *Sintez sistem avtomaticheskogo upravleniya metodom modal'nogo upravleniya* [Synthesis of automatic control systems by the modal control method]. S-Pb: SPbGU ITMO, 2007. 108 p.

Поступила 02.06.2019

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Волянський Роман Сергійович (Волянский Роман Сергеевич, Voliansky Roman) – кандидат технічних наук, доцент, Дніпровський державний технічний університет, доцент кафедри електротехніки та електромеханіки; м. Кам'янське, Україна; e-mail: voliansky@ua.fm

Садовой Олександр Валентинович (Садовой Александр Валентинович, Sadovoi Oleksandr) – доктор технічних наук, професор, Дніпровський державний технічний університет, професор кафедри електротехніки та електромеханіки; м. Кам'янське, Україна; e-mail: elm@dstu.dp.ua

Шрамко Юрій Юрійович (Шрамко Юрий Юрьевич, Shramko Yurii) – кандидат технічних наук, Дніпровський державний технічний університет, доцент кафедри електротехніки та електромеханіки; м. Кам'янське, Україна; e-mail: tehndir@ua.fm

Сохіна Юлія Віталіївна (Сохина Юлия Витальевна, Sokhina Yuliia) – кандидат технічних наук, доцент, Дніпровський державний технічний університет, доцент кафедри електротехніки та електромеханіки; м. Кам'янське, Україна; e-mail: elm@dstu.dp.ua

Волянська Ніна Вікторівна (Волянская Нина Викторовна, Volianska Nina) – Дніпровський державний технічний університет, старший викладач кафедри теплоенергетики; м. Кам'янське, Україна; e-mail: voliansky@ua.fm