MODELOS DE COMPUTACIÓN.

RELACION DE PROBLEMAS II.

1. Construir un AFND capaz de aceptar una cadena $u \in \{0,1\}^*$, que contenga la subcadena 010. Construir un AFND capaz de aceptar una cadena $u \in \{0,1\}^*$, que contenga la subcadena 110. Obtener un AFD capaz de aceptar una cadena $u \in \{0,1\}^*$, que contenga simultaneamente las subcadenas 010 y 110.

2. Obtener a partir de la gramática regular $G = (\{S, B\}, \{1, 0\}, P, S)$, con

$$P = \{S \to 110B, B \to 1B, B \to 0B, B \to \epsilon\},$$

el autómata AFND que reconoce el lenguaje generado por esa gramática.

3. Dada la gramática regular $G = (\{S\}, \{1, 0\}, P, S)$, con

$$P = \{S \to S10, S \to 0\},$$

obtener el autoómata AFD que reconoce el lenguaje generado por esa gramática.

4. Obtener el AFD que acepta el lenguaje representado por la expresión regular $0(10)^*$.

5. Dado el lenguaje

$$L = \{u110 \mid u \in \{1,0\}^*\},$$

encontrar la expresión regular, la gramática lineal por la derecha, la gramática lineal por la izquierda y el autómata asociado.

6. Dado un AFD, determinar el proceso que habría que seguir para construir una Gramática lineal por la izquierda capaz de generar el Lenguaje aceptado por dicho autómata.

7. Dada la expresión regular $(a + \epsilon)b^*$ encontrar el AFD asociado.

8. Obtener una expresión regular para el lenguaje complementario al aceptado por la gramática

$$S \to abA|B|baB|\epsilon$$

$$A \to bS|b$$

$$B \to aS$$

Nota.- Se valorará especialmente, si la construcción se hace construyendo el Autómata Finito Determinístico asociado.

9. Construir un Autómata Finito Determinístico que acepte el lenguaje generado por la siguiente gramática:

$$S \to AB, \quad A \to aA, \quad A \to c$$

$$B \to bBb, \quad B \to b$$

10. Dar expresiones regulares para los lenguajes sobre el alfabeto $\{a, b\}$ dados por las siguientes condiciones:

    a) Palabras que no contienen la subcadena a

    b) Palabras que no contienen la subcadena ab

    c) Palabras que no contienen la subcadena aba

11. Construir un autómata finito determinístico minimal que acepte el lenguaje $L \subseteq \{a, b, c\}^*$ de todas las palabras con un número impar de ocurrencias de la subcadena abc.

12. Construir un autómata finito determinístico que acepte el lenguaje de todas las palabras sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ que no contengan la subcadena 001.

    Construir una gramática regular por la izquierda a partir de dicho autómata.

13. Determinar si el lenguaje generado por la siguiente gramática es regular:

$$S \to AabB,$$
$$A \to aA, \quad A \to bA, \quad A \to \epsilon,$$
$$B \to Bab, \quad B \to Bb, \quad B \to ab, \quad B \to b$$

    En caso de que lo sea, encontrar una expresión regular asociada.

14. Sobre el alfabeto $A = \{0, 1\}$ realizar las siguientes tareas:

    a) Describir un autómata finito determinista que acepte todas las palabras que contengan a 011 o a 010 (o las dos) como subcadenas.

    b) Describir un autómata finito determinista que acepte todas las palabras que empiecen o terminen (o ambas cosas) por 01.

    c) Dar una expresión regular para el conjunto de las palabras en las que hay dos ceros separados por un número de símbolos que es multiplo de 4 (los símbolos que separan los ceros pueden ser ceros y puede haber otros símbolos delante o detrás de estos dos ceros).

d) Dar una expresión regular para las palabras en las que el número de ceros es divisible por 4.

15. Construye una gramática regular que genere el siguiente lenguaje:

$$L_1 = \{u \in \{0,1\}^* \mid \text{ el número de 1's y de 0's es impar}\}$$

16. Encuentra una expresión regular que represente el siguiente lenguaje:

$$L_2 = \{0^n 1^m \mid n \geq 1, m \geq 0, n \text{ múltiplo de 3 y } m \text{ es par}\}$$

17. Diseña un autómata finito determinista que reconozca el siguiente lenguaje:

$$L_3 = \{u \in \{0,1\}^* \mid \text{ el número de 1's no es múltiplo de 3 y el número de 0's es par}\}$$

18. Considera el siguiente AFD $M = (Q, A, \delta, q_0, F)$, donde

- $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$,
- $A = \{0, 1\}$
- La función de transición viene dada por:

$$\begin{aligned} \delta(q_0, 0) = q_1, &\quad \delta(q_0, 1) = q_0 \\ \delta(q_1, 0) = q_2, &\quad \delta(q_1, 1) = q_0 \\ \delta(q_2, 0) = q_2, &\quad \delta(q_2, 1) = q_2 \end{aligned}$$

- $F = \{q_2\}$

Describe informalmente el lenguaje aceptado:

19. Dibujar los AFDs que aceptan los siguientes lenguajes con alfabeto $\{0, 1\}$:

a) El lenguaje vacío,

b) El lenguaje formado por la palabra vacía, o sea, $\{\epsilon\}$,

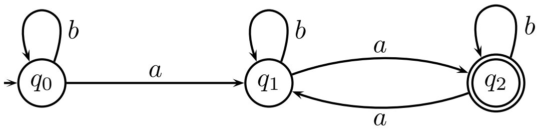
c) El lenguaje formado por la palabra 01, o sea, $\{01\}$,

d) El lenguaje $\{11, 00\}$,

e) El lenguaje $\{(01)^i \mid i \geq 0\}$

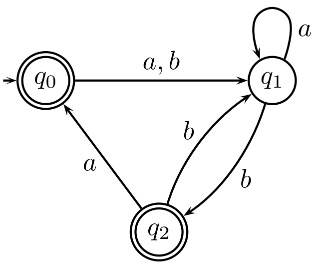
f) El lenguaje formado por las cadenas donde el número de unos es divisible por 3.

20. Dado el siguiente autómata M, describir el lenguaje aceptado por dicho autómata:



21. Sea L el lenguaje de todas las palabras sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ que no contienen dos 1s que estén separados por un número impar de símbolos. Describir un AFD que acepte este lenguaje.

22. Dar una expresión regular para el lenguaje aceptado por el siguiente autómata:



23. Sea $B_n = \{a^k \mid k \text{ es multiplo de } n\}$. Demostrar que B_n es regular para todo n.

24. Decimos que u es un prefijo de v si existe w tal que $uw = v$. Decimos que u es un prefijo propio de v si además $u \neq v$ y $u \neq \epsilon$. Demostrar que si L es regular, también lo son los lenguajes

    a) $NOPREFIJO(L) = \{u \in L \mid \text{ ningún prefijo propio de } u \text{ pertenece a } L\}$

    b) $NOEXTENSION(L) = \{u \in L \mid u \text{ no es un prefijo propio de ninguna palabra de } L\}$

25. Si $L \subseteq A^*$, define la relación $\equiv$ en A^* como sigue: si $u, v \in A^*$, entonces $u \equiv v$ si y solo si para toda $z \in A^*$, tenemos que $(uz \in L \Leftrightarrow vz \in L)$.

    a) Demostrar que $\equiv$ es una relación de equivalencia.

    b) Calcular las clases de equivalencia de $L = \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$

    c) Calcular las clases de equivalencia de $L = \{a^i b^j \mid i, j \geq 0\}$

    d) Demostrar que L es aceptado por un autómata finito determinístico si y solo si el número de clases de equivalencia es finito.

    e) ¿Qué relación existe entre el número de clases de equivalencia y el autómata finito minimal que acepta L?

26. Dada una palabra $u = a_1 \dots a_n \in A^*$, se llama $Per(u)$ al conjunto

$$\{a_{\sigma(1)}, \dots, a_{\sigma(n)} \ : \sigma \text{ es una permutación de } \{1, \dots, n\}\}$$

.

Dado un lenguaje L, se llama $Per(L) = \bigcup_{u \in L} Per(u)$.

Dar expresiones regulares y autómatas minimales para $Per(L)$ en los siguientes casos:

a) $L = (00 + 1)^*$

b) $L = (0 + 1)^* 0$

c) $L = (01)^*$

¿Es posible que, siendo L regular, $Per(L)$ no lo sea?