4 Demostrar: $\left(\left((\alpha\to\beta)\to(\neg\gamma\to\neg\delta)\right)\to\gamma\right)\to\beta \models (\beta\to\alpha)\to(\delta\to\alpha)$

Aplico el teorema de la deducción:

$$\left(\left((\alpha\to\beta)\to(\neg\gamma\to\neg\delta)\right)\to\delta\right)\to\beta,\ \beta\to\alpha \models \delta\to\alpha$$

Aplico teorema de la deducción:

$$\left(\left((\alpha\to\beta)\to(\neg\gamma\to\neg\delta)\right)\to\delta\right)\to\beta,\ \beta\to\alpha,\ \delta \models \alpha$$

Por lo que hay que demostrar es que el conjunto de fórmulas

$$\left\{\left(\left((\alpha\to\beta)\to(\neg\gamma\to\neg\delta)\right)\to\delta\right)\to\beta,\ \beta\to\alpha,\ \delta,\ \neg\alpha\right\}$$

es insatisfacible.

Calculamos la forma clausular / normal conjunt. de cada una de las fórmulas:

- $\left(\left((\alpha\to\beta)\to(\neg\gamma\to\neg\delta)\right)\to\delta\right)\to\beta \equiv \neg\left(\neg\left(\neg(\neg\alpha\vee\beta)\vee(\neg\neg\gamma\vee\neg\delta)\right)\vee\delta\right)\vee\beta \equiv$

$$\equiv \left(\neg\neg\left(\neg(\neg\alpha\vee\beta)\vee(\gamma\vee\neg\delta)\right)\wedge\neg\delta\right)\vee\beta \equiv$$

$$\equiv \left(\left((\alpha\wedge\neg\beta)\vee(\gamma\vee\neg\delta)\right)\wedge\neg\delta\right)\vee\beta \equiv$$

$$\equiv \left(\left((\alpha\vee\gamma\vee\neg\delta)\wedge(\neg\beta\vee\gamma\vee\neg\delta)\right)\wedge\neg\delta\right)\vee\beta \equiv$$

$$\equiv \Big((\alpha \vee \gamma \vee \neg\delta \vee \beta) \wedge (\neg\beta \vee \gamma \vee \neg\delta \vee \beta) \Big) \wedge \Big(\neg\delta \vee \beta \Big) \equiv$$

$$\equiv \Big((\alpha \vee \gamma \vee \neg\delta \vee \beta) \wedge (\gamma \vee \neg\delta) \Big) \wedge \Big(\neg\delta \vee \beta \Big)$$

- $\beta \to \alpha \equiv \neg\beta \vee \alpha$

- δ

- $\neg\alpha$

Por tanto, hemos de probar que el conjunto de cláusulas

$$\{ \alpha \vee \gamma \vee \neg\delta \vee \beta,\ \gamma \vee \neg\delta,\ \neg\delta \vee \beta,\ \neg\beta \vee \alpha,\ \delta,\ \neg\alpha \}$$

es insatisfacible.

$$\{ \alpha \vee \gamma \vee \neg\delta \vee \beta,\ \gamma \vee \neg\delta,\ \neg\delta \vee \beta,\ \neg\beta \vee \alpha,\ \delta,\ \neg\alpha \}$$

$$\mathrm{II} \mid \lambda = \neg\alpha \ ; \ \lambda^c = \alpha$$

$$\{ \gamma \vee \neg\delta \vee \beta,\ \gamma \vee \neg\delta,\ \neg\delta \vee \beta,\ \neg\beta,\ \delta \}$$

$$\mathrm{II} \mid \lambda = \neg\beta \ ; \ \lambda^c = \beta$$

$$\{ \gamma \vee \neg\delta,\ \gamma \vee \neg\delta,\ \neg\delta,\ \delta \}$$

$$\mathrm{II} \mid \lambda = \neg\delta \ ; \ \lambda^c = \delta$$

$\{ \square \} \longrightarrow$ Es <u>insatisfacible</u> $\Rightarrow$ El enunciado se cumple.