

Práctica 4: Lenguajes Regulares

Lothar Soto Palma DNI:49079173W

November 2014

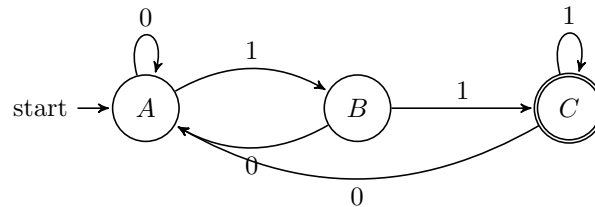
Ejercicio 1:

Dados los alfabetos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ y $B = \{0, 1\}$ y el homomorfismo f de A^* a B^* dado por: $f(0) = 00$, $f(1) = 01$, $f(2) = 10$, $f(3) = 11$. Resolver las siguientes cuestiones:

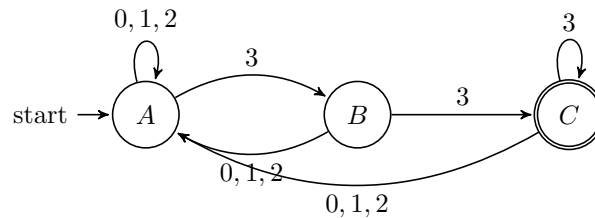
- Sea L_1 el conjunto de palabras de B^* tales que acaban con la subcadena 11. Construir un autómata finito determinista que acepte $f^{-1}(L_1)$.
- Sea L_3 el conjunto de palabras de A^* definido como $L_3 = \{2^k 3^k : 1 \leq k \leq 100\}$. Construir una expresión regular que represente a $f(L_3)$.

Solución:

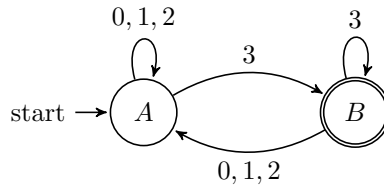
- Obtenemos la solución para para $L_1 \in B^*$:



Ahora tan solo nos tenemos que fijar en que conjuntos de A^* cumple que acaben en 3:



Minimizando obtenemos:



- b) $L_3 \in A^*$ tiene como expresión regular $2(\epsilon + (2(\epsilon + (2(\dots)3))3))3$ hasta llegar a 100 veces, por lo que la expresión regular del conjunto $f(L_3)$ sería la siguiente: $10(\epsilon + (10(\epsilon + (10(\dots)11))11))11$. De esta manera hay el mismo número de 10 y 11 hasta llegar a 100. **(No pongo la expresión completa porque es ilegible).**

Ejercicio 2:

Construir un autómata finito determinista que acepte el lenguaje $L_2 = \{0^i 1^j : i \geq j\}$.

Solución:

Probaremos que L_2 no es un lenguaje regular haciendo uso del lema del bombeo: $\forall n \in \mathbb{N}, \exists z \in L_2$ con $|z| \leq n$, $z = 0^i 1^j$ con $j \leq i \leq n$ tal que para toda descomposición $z = uvw$ se tiene que:

- $|uv| \leq n$
- $|v| \geq 1$

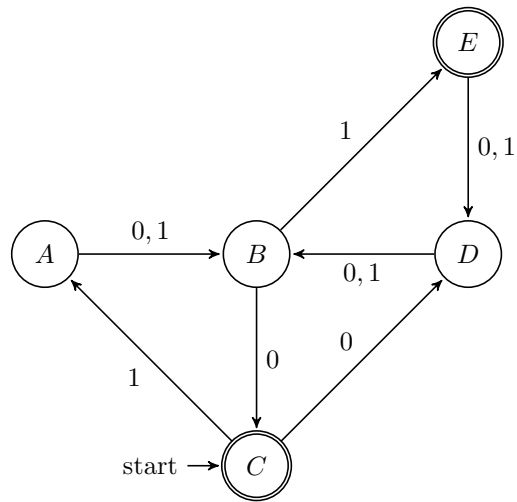
Entonces podemos tomar dos casos:

- $u = 0^i 1^{j-l-k}, v = 1^l, w = 1^k$ y $\exists m \in \mathbb{N}$ tal que $uv^m w \notin L_2$. Tomando $m = 2, uv^2 w = 0^i 1^{j+l} \notin L_2$.
- $u = 0^{i-s}, v = 0^s 1^l, w = 1^{j-l}$ y $\exists m \in \mathbb{N}$ tal que $uv^m w \notin L_2$. Tomando $m = 2, uv^2 w = 0^{i+s} 1^{j+l} \notin L_2$.

Por tanto al ser un lenguaje no regular no se puede construir un autómata finito determinista que lo acepte.

Ejercicio 3:

Minimizar si es posible el siguiente autómata usando el algoritmo visto en clase:



Solución:

Comenzamos con el algoritmo, primero eliminamos los estados inaccesibles, en este caso no tenemos, ahora vemos para las parejas de estados cual de ellos tienen un camino accesible y uno de ellos es final para ello usamos esta tabla:

B				
C				
D				
E				
	A	B	C	D

Ahora comenzamos a examinar las parejas no marcadas y calculamos el estado siguiente que se podría producir si uno de ellos está marcado lo marcamos también:

B				
C	X	X		
D			X	
E	X	X		X
	A	B	C	D

Tomamos la pareja B, A y miramos que estados generan:

	0	1
B	C	E
A	B	B

Ya que B, C y B, E están marcados, marcamos B, A :

B	X			
C	X	X		
D			X	
E	X	X		X
	A	B	C	D

Ahora repetimos el mismo proceso con el resto de parejas de estados sin marcar:

	0	1		0	1		0	1
D	B	B	D	B	B	E	D	D
A	B	B	B	C	E	C	D	A

Por último obtenemos lo siguiente:

B	X			
C	X	X		
D		X	X	
E	X	X		X
	A	B	C	D

Y por tanto se obtiene que $A \equiv D$ y $C \equiv E$:

