

Normas para la realización del examen:

Duración: 2:30 horas

- El ejercicio 5 es voluntario y sirve para subir la nota (hasta 1 punto).

◁ Ejercicio 1 ▷ Preguntas tipo test

[2.5 puntos]

Indicar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- El lenguaje de las palabras sobre $\{0, 1\}$ en las que hay el doble de número de ceros que de unos es regular.
- Dada una gramática independiente del contexto sin producciones nulas, siempre se puede construir una gramática sin producciones unitarias que genere exactamente el mismo lenguaje que la gramática original.
- La gramática compuesta por la siguientes reglas de producción $\{S \rightarrow A|BA, B \rightarrow a|b, A \rightarrow a|aA\}$ es ambigua.
- El complementario de un lenguaje con un número finito de palabras es siempre regular.
- En una gramática independiente del contexto en forma normal de Chomsky puede haber una palabra generada que tenga infinitos árboles de derivación distintos.
- En el algoritmo que transforma un autómata con pila a una gramática libre de contexto, hay que añadir las reglas $S \rightarrow [q_1, Z_0, q_0]$, donde q_0 es el estado inicial y Z_0 el símbolo inicial de la pila.
- La intersección de dos lenguajes aceptados por autómatas con pila no deterministas da lugar a un lenguaje independiente del contexto.
- En un autómata con pila determinista no puede haber transiciones nulas.
- Todo lenguaje aceptado por un autómata finito no determinista puede también ser aceptado por un autómata finito determinista.
- El conjunto de cadenas formado por las fechas con el formato dd/mm/aaaa (dos dígitos para el día, dos para el mes y cuatro para el año, separados por el carácter '/') forman un lenguaje regular.

◁ Ejercicio 2 ▷

[2.5 puntos]

Construir un Autómata Finito Determinístico minimal que acepte el lenguaje generado por la siguiente gramática:

$$S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow b$$

$$A \rightarrow Aa$$

$$B \rightarrow bBb$$

$$A \rightarrow Ac$$

$$B \rightarrow b$$

◁ Ejercicio 3 ▷

[2.5 puntos]

Encuentra una gramática libre de contexto en forma normal de Chomsky que genere el siguiente lenguaje sobre el alfabeto $\{0, 1\}$:

$$L = \{uu^{-1}ww^{-1} : u, w \in \{0, 1\}^*\}$$

Comprueba con el algoritmo CYK si la cadena 011001 pertenece al lenguaje generado por la gramática.

◁ Ejercicio 4 ▷

[2.5 puntos]

Determinar si los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ son regulares y/o independientes del contexto. Justifica las respuestas.

- $L_1 = \{u \in \{0, 1\}^* : u \text{ no contiene la subcadena } '01' \text{ y el número de } 1's \text{ es impar} \}$
- L_2 : el conjunto de los palíndromos que tienen la misma cantidad de 0's que de 1's.
- $L_3 = \{ucx : u, x \in \{0, 1\}^*, u^{-1} \text{ es una subcadena de } x\}$ donde c es un símbolo que no está en $\{0, 1\}$ (este lenguaje está realmente definido sobre el alfabeto $\{0, 1, c\}$).
- L_4 : el complementario del lenguaje $\{0^i 1^i \mid i \geq 0\}$.

◁ Ejercicio 5 ▷ Ejercicio Adicional Voluntario

[+1 puntos]

Si L_1 y L_2 son lenguajes, sea $L_1 \diamond L_2 = \{xy \mid x \in L_1, y \in L_2, |x| = |y|\}$. Demostrar que si L_1 y L_2 son regulares, entonces $L_1 \diamond L_2$ es independiente del contexto. Dar un ejemplo en el que L_1 y L_2 son regulares y $L_1 \diamond L_2$ no lo es.