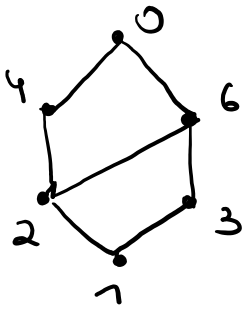
Relacion

sábado, 4 de febrero de 2017 10:54

7 Diagrama de Hasse de $\{0,1,3,4,6\}$ por divisibilidad



¿Es retículo distributivo?
Cuando cumple:
- $a \vee (b \wedge c)$
- $a \wedge (b \vee c)$

Si tiene complemento, tiene sólo 1

SÍ ES → isomorfo a la divisibilidad de 12

Aquí los complementos serían 4 y 3 y 1 y 0, y ambos cumplen que el complemento es único.

8

	x	y	z	f
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

Canónica disyuntiva

Cogemos los mintérminos (todos los que van al 1)

$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 =$

$= \bar{x}\bar{y}z + x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z$

Canónica conjuntiva

Cogemos los maxtérminos (los que van a 0)

$M_0 + M_7 = (x+y+z)\cdot(\bar{x}+\bar{y}+\bar{z}) =$

$= x\bar{z} + \bar{y}z + \bar{x}y + y\bar{z} + x\bar{z} + x\bar{y}$

Karnaugh

		00 $\bar{x}\bar{y}$	01 $\bar{x}y$	11 xy	10 $x\bar{y}$
1	z		1	1	1
0	$\bar{z}$	1	1		1

$\bar{x}\bar{z} + yz + x\bar{y}$

Canónica disyuntiva reducida

000 010

000 010
011 111
101 100

Necesitamos consensos
① Multiplicar la canónica conjuntiva
② Método de Quien
③ Método de Samu

En este caso como la forma conjuntiva es fácil, usamos esta

$x\bar{z} + \bar{y}z + \bar{x}y + y\bar{z} + \bar{x}z + x\bar{y}$ → Consensos por columnas

← fila de disyuntiva

		$\bar{x}\bar{y}z$	$\bar{x}y\bar{z}$	$\bar{x}yz$	$x\bar{y}\bar{z}$	$x\bar{y}z$	$xy\bar{z}$
A	$x\bar{z}$				X		X
B	$\bar{y}z$	X				X	
C	$\bar{x}y$		X	X			
D	$y\bar{z}$		X				X
E	$\bar{x}z$	X		X			
F	$x\bar{y}$				X	X	

Marcamos las casillas cuando la fila contiene a la columna.

Numeramos las filas

$$(B+E)\cdot(C+D)\cdot(C+E)\cdot(A+F)\cdot(B+F)(A+D)$$

Multiplicando:

$$= ADE + BCF + ACEF + \cancel{ABDE} + ABDF + BCDE$$

Aquí tener en cuenta absorción!

Las escribimos como xyz:

Cada uno de los sumandos es una forma disyuntiva no simplificable

Ej → $x\bar{z} + \bar{y}z + \bar{x}z$ sería ADE

---

(12) Encontrar un grafo de 5 vértices con grados 4 2 3 3 2 utilizando el algoritmo de

demolición – reconstrucción.

V_1 V_2 V_3 V_4 V_5

4 2 3 3 2

- Cogemos el + grande

<u>4</u> 2 3 3 2

- A los 4 mayores se les rebaja uno

4 2 3 3 2

– 1 2 2 1

Y así sucesivamente

– 0 – 1 1 → He acabado pq es un nº par de 1

– 0 – – 0

Pero podríamos hasta todos cero

Para construir el grafo

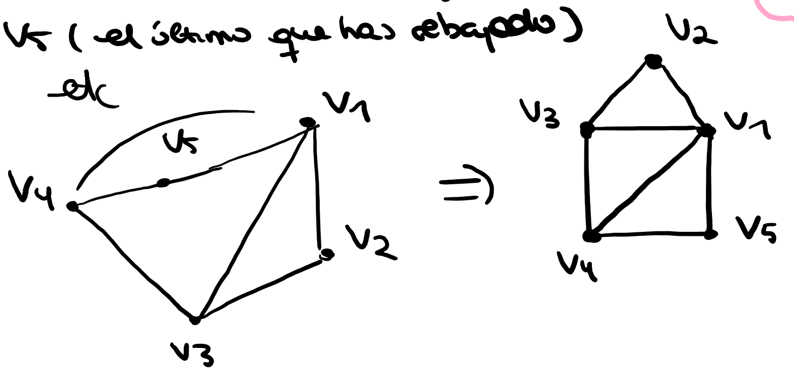
Cogemos el último que he rebajado

V_4 (el último de la raya)

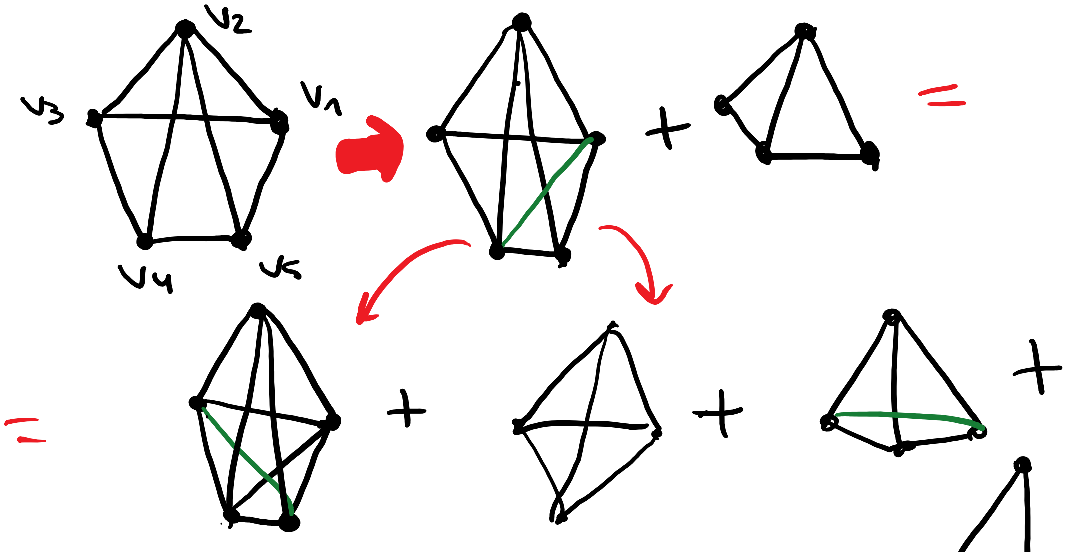
V_5 (el último que has rebajado)

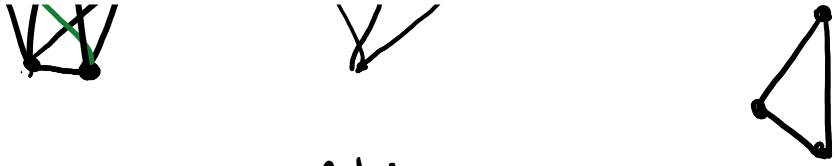
etc

raya
quitado
raya
quitado
...



b) Polinomio cromático





Ya están todos completos

$k^{\text{nº vértices}}$

nº cromático
menor exponentes

$$k^5 + k^4 + k^4 + k^3$$

$$x^{\underline{5}} + x^{\underline{4}} + x^{\underline{4}} + x^{\underline{3}}$$

$\boxed{\text{nº crom.} = 3}$

Polinomio cromático

Como me preguntas de cuántas formas se pueden colorear: 6

$$P(G) = 6^{\underline{5}} + 6^{\underline{4}} + 6^{\underline{4}} + 6^{\underline{3}} = 1560$$

descendente

$6(6-1)(6-2)(6-3)\ldots$

$(a \wedge b) \to c$, $(\neg a \wedge \neg b) \to d$, $a \leftrightarrow b \models c \vee d$

$(a \wedge b) \to c$, $(\neg a \wedge \neg b) \to d$, $a \leftrightarrow b$, $\neg(c \vee d)$

$\neg(a \wedge b) \vee c$, $\neg(\neg a \wedge \neg b) \vee d$, $(a \to b) \wedge (b \to a)$, $\neg c \wedge \neg d$

$\neg a \vee \neg b \vee c$, $a \vee b \vee d$, $\neg a \vee b \wedge \neg b \vee a$, $\neg c \wedge \neg d$

la $\wedge$ se sustituye por una coma

$\neg a \vee \neg b \vee c$, $a \vee b \vee d$, $\neg a \vee b$, $\neg b \vee a$, $\neg c$, $\neg d$

$\Downarrow \neg c$

$\neg a \vee \neg b$, $a \vee b \vee d$, $\neg a \vee b$, $\neg b \vee a$, $\neg d$

$\Downarrow \neg d$

$\neg a \vee \neg b$, $a \vee b$, $\neg a \vee b$, $\neg b \vee a$

LHD

No hay cláusula UNIT $\Rightarrow$ ¿hay literal puro?
NO

le doy valores a la a

$\Rightarrow \boxed{a = 1}$ $\neg b, b \Rightarrow \{\square\}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{a=1}$ $\neg b, b \Rightarrow \{\square\}$

$\Rightarrow \boxed{a=0}$ $b, b, \neg b \Rightarrow \{\square\}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ INSATISFACIBLE $\Rightarrow$ la de partida es satisfacible

Es satisfacible para

- $\neg c \Rightarrow \boxed{c=0}$
- $\neg d \Rightarrow \boxed{c=0}$
- como a y b no las hemos utilizado cero o uno

18

Di razonadamente si son unificables o no la siguiente pareja de fórmulas y, caso de serlo, da un unificador de máxima generalidad

$$\{R(f(h(z),u), g(h(a)), z), R(f(u,y), g(y), a)\}$$

Igualamos y despejamos

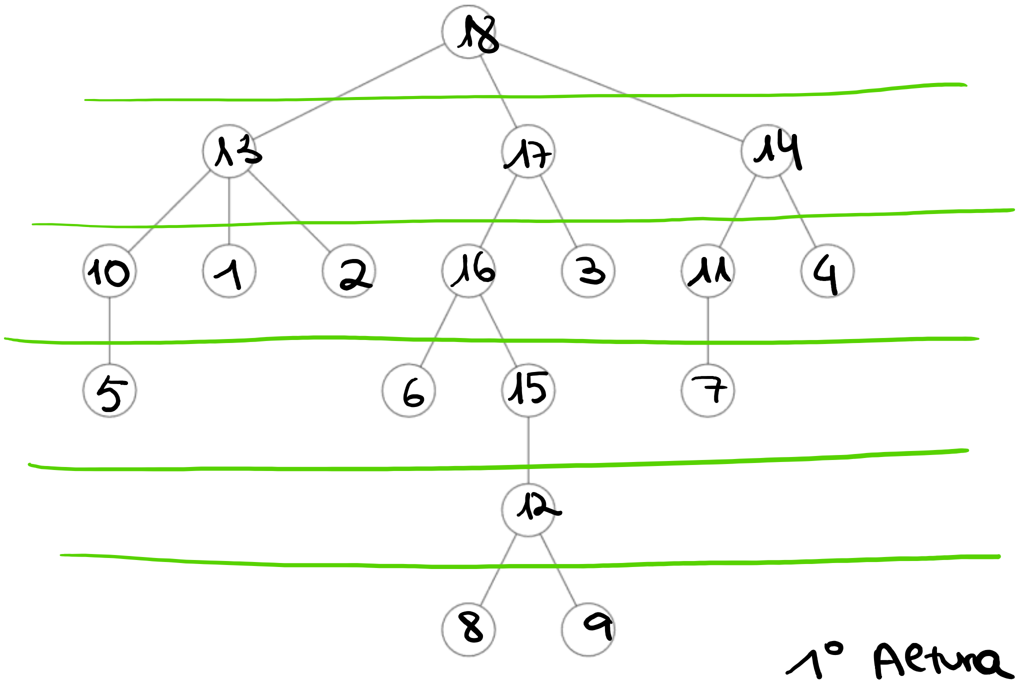
$$\left.\begin{array}{r} f(h(z),u) = f(u,y) \\ g(h(a)) = g(y) \\ z = a \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{c} h(z) = u \\ u = y \\ \boxed{h(a) = y} \\ \boxed{z = a} \\ \boxed{u = h(a)} \end{array}$$

Por tanto

$$\boxed{(z|a)(u|h(a))(y|h(a))}$$

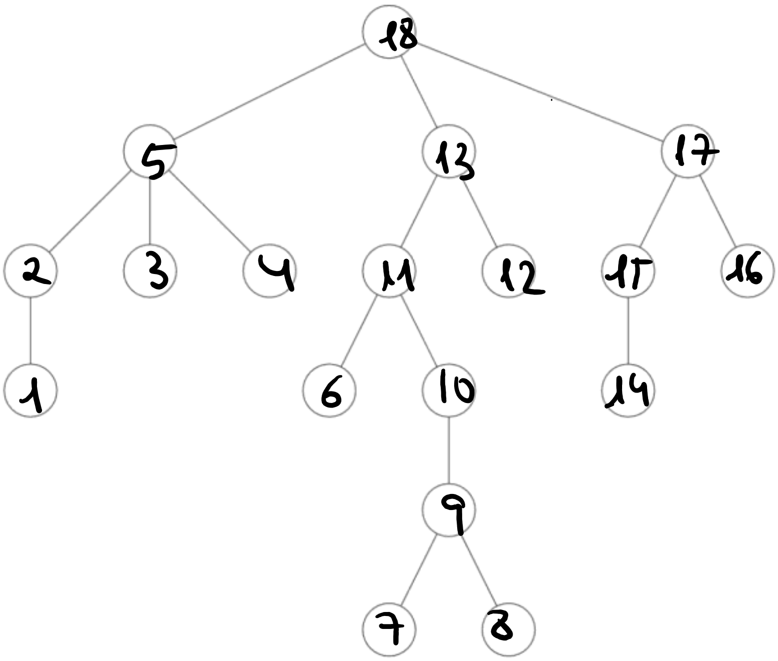
EJERCICIOS DE GRAFOS

BOTTOM UP

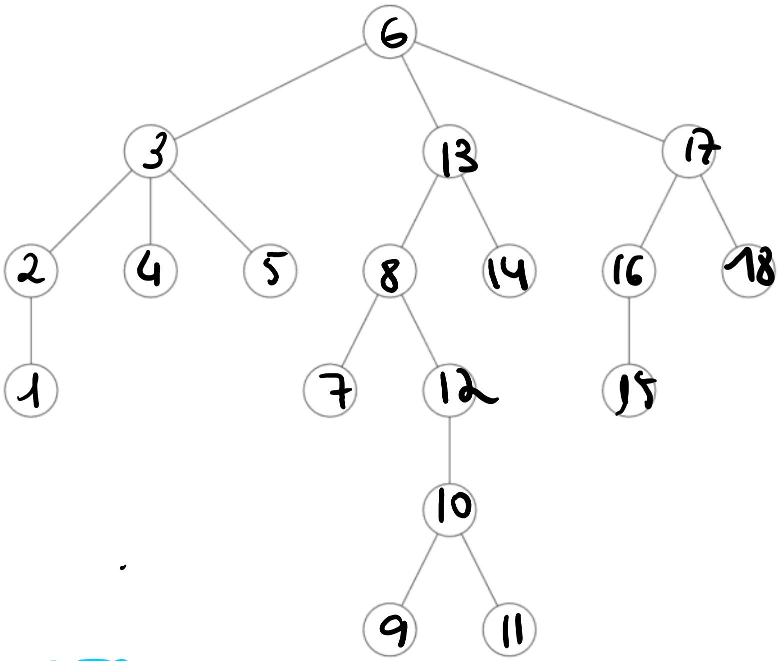


POST ORDER

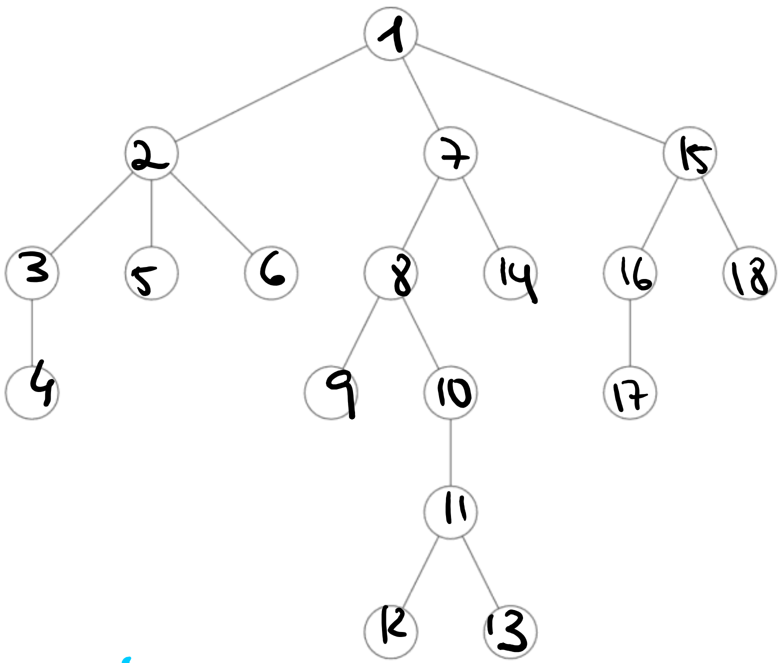
1° Altura
2° Profundidad



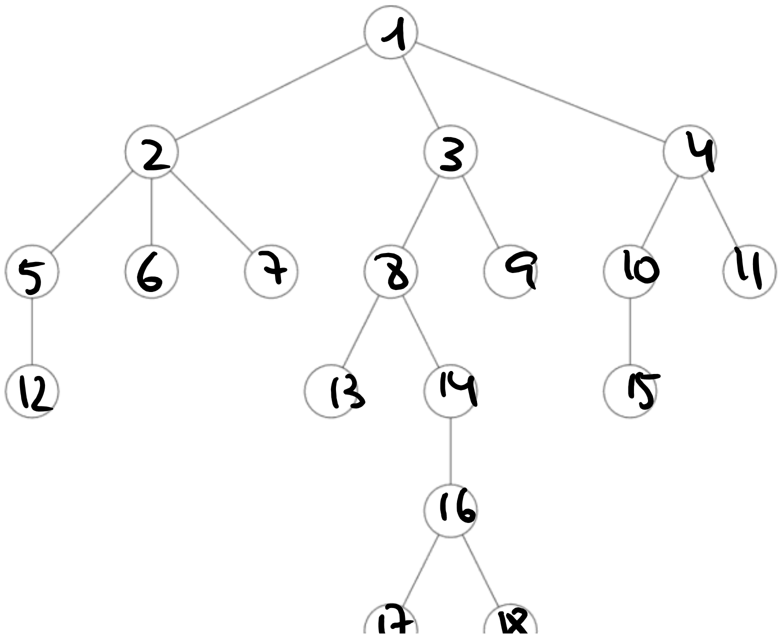
IN ORDER

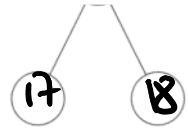


PRE ORDER

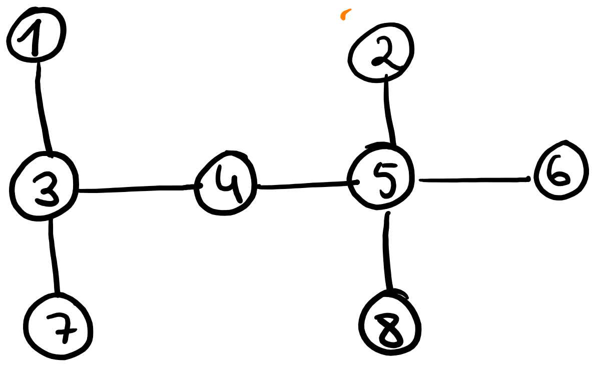


TOP DOWN





PRÜFER (49)



Hoja más pequeña

1 (unida al 3) → 1er número = 3

2 (hoja más chica) → unida al 5 → 5

6 más pequeña unida al 5 → 5

7 unida a 3 → 3

3 unida al 4 → 4

4 unida al 5 → 5

Hasta quedarse con un segmento

Por tanto el código es: $\boxed{3,5,5,3,4,5}$

Representar árbol con código 2,1,5,7,4

los que quedan sin rodear

Queremos representar este código

código +2

segmento inicial

este código

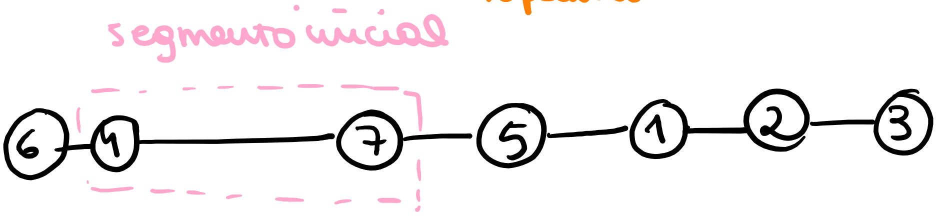
$*\ (2, 1, 5, 7, 4)$

3 2 1 5 6

los vamos tapando

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ — 3 2 1 4 5

menor q no está contenido en *



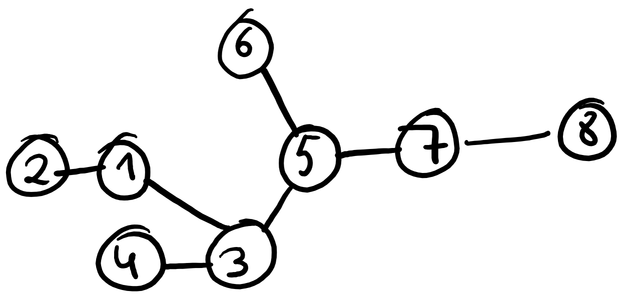
los vamos uniendo

58 1, 3, 3, 5, 5, 7

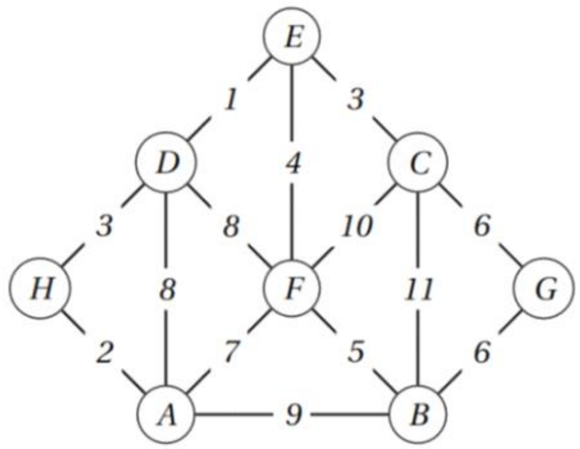
$(1, 3, 3, 5, 5, 7)$

2 1 4 3 6 5

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ — 2 1 4 3 6 5



57 ÁRBOL PONDERADO



CONSTRUCTIVO → Coger los caminos más baratos

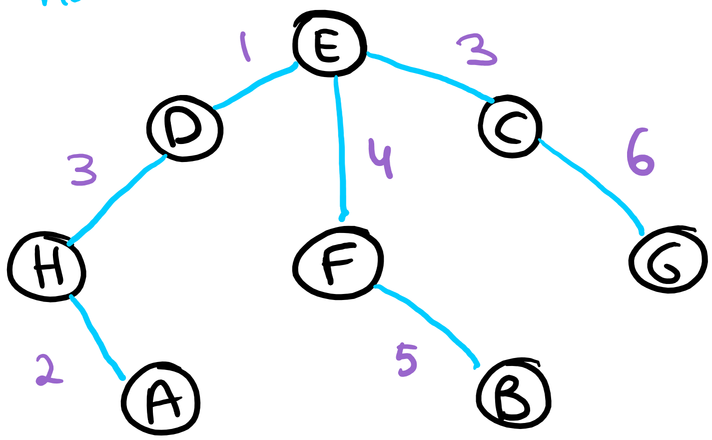
$\underbrace{DE}_{1}, \underbrace{HA}_{2}, \underbrace{EC}_{3}, \underbrace{DH}_{3}, \underbrace{EF}_{4}, \underbrace{FB}_{5}, \underbrace{CG}_{6}, \underbrace{GB}_{6}, \underbrace{FA}_{7}, \underbrace{DF}_{8},$

no (GB), no (FA), no (DF)

$\underbrace{DA}_{8}, \underbrace{AB}_{9}, \underbrace{FC}_{10}, \underbrace{CB}_{11}$

no (DA), no (AB), no (FC)

↑ que no formen ciclo



$\boxed{\text{Peso} = 24}$

DESTRUCTIVO De mayor a menor (será al revés)

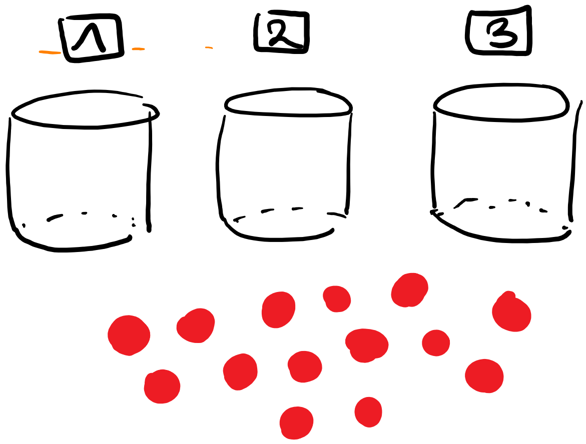
Orden decreciente y voy rompiendo ciclo, que no deje de ser conexo.

60 (combinatoria)

(60) (combinatoria)

Dadas 14 bolas rojas indistinguibles
3 urnas distinguibles

¿De cuántas formas pueden repartirse las bolas en las urnas si suponemos que no puede haber un número par en todas y cada una de las urnas.



¿0 es par?

No pueden ser todas pares a la vez

Repartir 14 bolas para que queden pares es lo mismo que repartir 7 bolas

n obj iguales
k cajas distintas
$$\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{n+k-1}{n}$$

$$\binom{7+3-1}{3-1} = \binom{9}{2} = \frac{9!}{2!(9-2)!} = \frac{9!}{2!\,7!} = 36$$

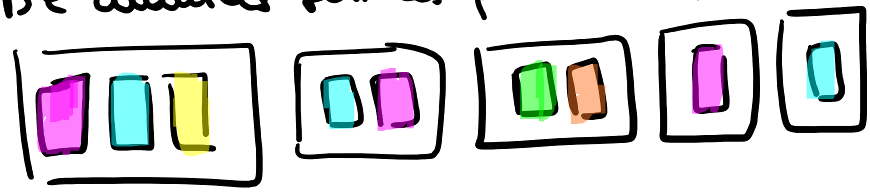
Total $120 - 36 = 84$

(35) EL QUE CAE !

9 jugadores de baloncesto
1 habitación triple
2 dobles
2 individuales

¿De cuántas formas pueden repartirse los jugadores?

¿De cuántas formas pueden repartirse los jugadores?



$\binom{9}{3}$ → elegimos 3 para la triple

$\binom{9-3}{2} \to \binom{6}{2}$ Quedamos 6 y tenemos que dividirnos en una doble

$\binom{4}{2}$ → 4 van a otra doble

$\binom{2}{1}$ → 2 personas

$\binom{1}{1}$ → Te ha tocado !

Por tanto tenemos:

$$\binom{9}{3}\binom{6}{2}\binom{4}{2}\binom{2}{1} = \frac{9!}{3!\,6!}\cdot\frac{6!}{2!\,4!}\cdot 2 = \frac{9!}{24} =$$

$$= \underline{\underline{15120 \text{ formas}}}$$

- Hay 3 primos que tienen que ir a la misma

$\Longrightarrow$ Por tanto la triple está adjudicada

$$\binom{6}{2}\binom{4}{2}\binom{2}{1} =$$

- Si son 2 hermanos → pueden ir → triple / → doble

→ Si van a la triple → queda "1 individual"

$\binom{7}{1} = 7$ y los demás a las dobles o individuales

→ Si van a la doble

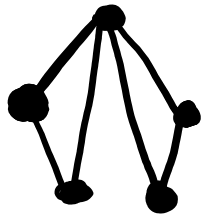
- Son indistinguibles → doble adjudicada

$\binom{7}{3}$ → triple $\binom{4}{2}$ → doble $\binom{2}{1}$ → individual $\binom{1}{1}$

- Son distinguibles → multiplico x2 porque hay el doble de combinaciones posibles

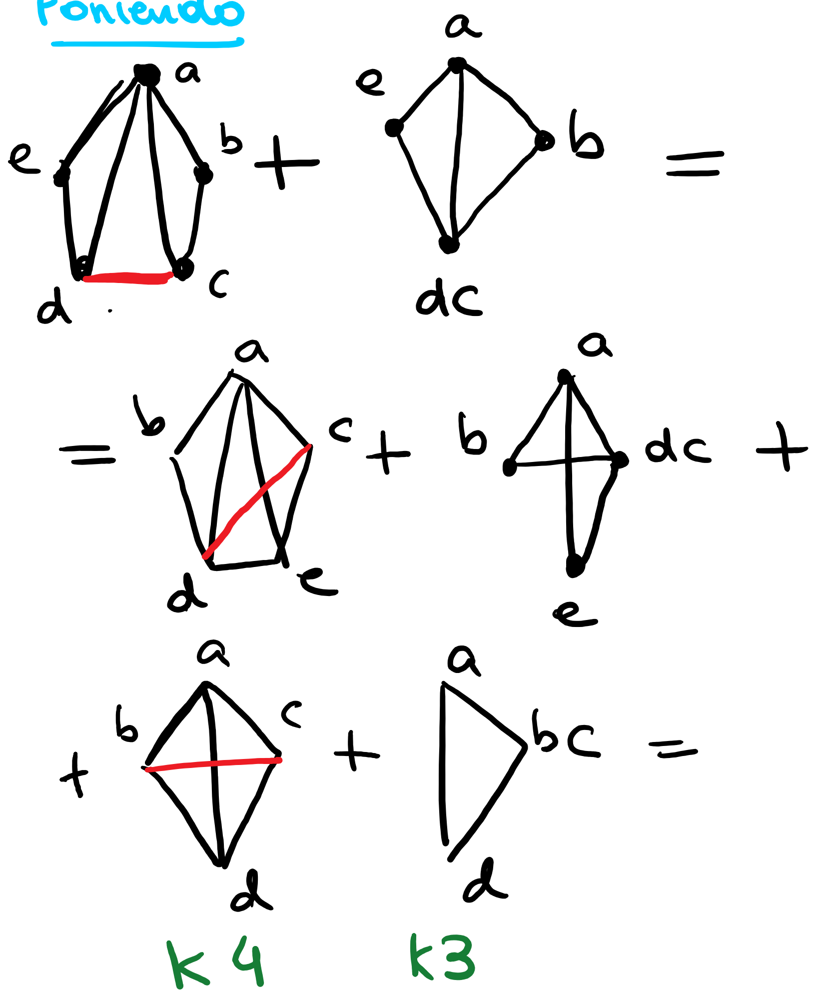
Para calcular el total tan sólo hay que sumar todas las opciones. → Sale 1680

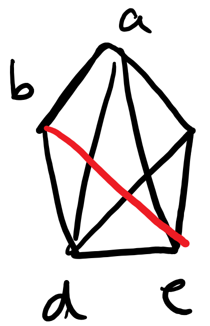
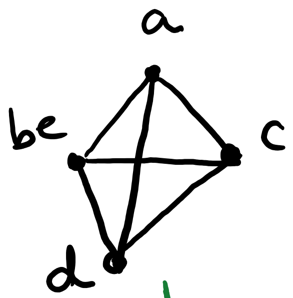
48 (Se repite muuuucho)



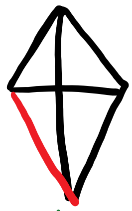
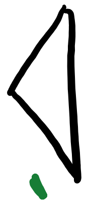
Polinomio cromático
Número cromático
De cuántas formas se puede colorear de 5 colores

Poniendo

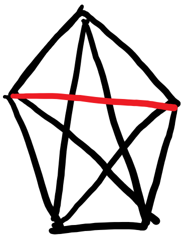
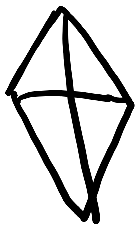


=  +  +

K'_4

+   $+ K_4 + K_3$

K''_4 $\quad$ K'_3

=  +  $+ K_4 + K_3 + K'_4 + K''_4 + K_3$

K_5 $\quad$ K_4'''

Por tanto queda:

$K_5 + 4K_4 + 2K_3$

$$\boxed{P_G(x) = x^{\underline{5}} + 4x^{\underline{4}} + 2x^{\underline{3}}}$$

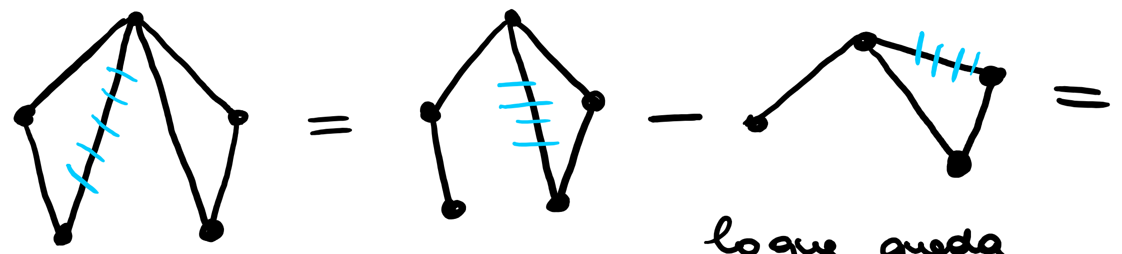
Número cromático (más peq) $\Rightarrow \boxed{3}$

Para saber formas con 5 → sustituir

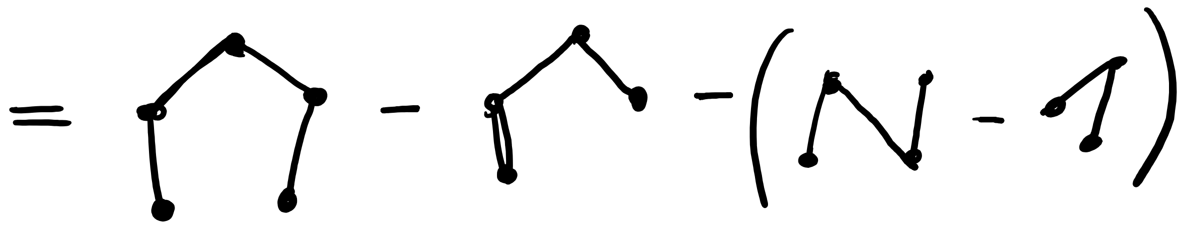
Chuleta descendente $x^{\underline{5}} = \dfrac{x!}{(x-5)!}$

DEMOLICIÓN

Buscamos una cadena o un completo (P o K)



(1) lo que queda uniendo (1)



$P_5 - 2P_4 + P_3$

núm vértices - 1

$P_5 = x \cdot (x-1)^{\text{núm vértices}-1} = x(x-1)^4$

$2P_4 = 2x(x-1)^3$

$P_3 = x(x-1)^2$

$$\boxed{P_G(x) = x(x-1)^4 - 2x(x-1)^3 + x(x-1)^2}$$

Num cromático → cuando no te dé 0 → 3

27

33 gr 1
25 gr 2
15 gr 3
resto gr 4

¿Cuántos vértices hay en total?

Fórmula de Euler

La suma de los grados es igual a dos veces el número de lados

La suma de los grados ...

número de lados

$$33+50+45+4x = 2x+144$$
$$2x = 16$$
$$8 = x$$
$$x+73 = \underline{\underline{81}} \rightarrow 81 \text{ vértices}$$

Un árbol sólo tiene una cara

$$v - e + c = 2$$
$$v - e = 1$$
$$v = e+1$$
$$e = v-1$$

Un árbol sólo tiene una cara

29 $D(30)$ calcular $15 \wedge (2 \vee \overline{10})$ y $(\overline{15} \vee 3) \wedge (6 \wedge 10)$

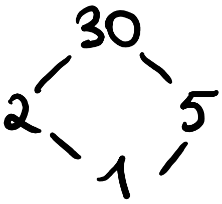
Encontrar un subconjunto de $D(30)$ que sea un retículo pero que no sea un subretículo de D(3

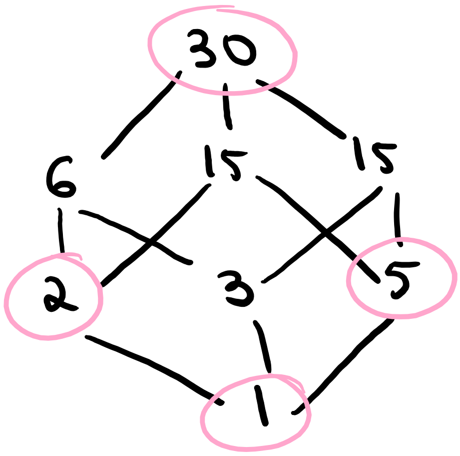
$$D(30) = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$15 \wedge (2 \vee \overline{10}) = 15 \wedge (2 \vee 3) = 15 \wedge 6 = 3 //$$
$$(\overline{15} \vee 3) \wedge (6 \wedge 10) = (2 \vee 3) \wedge 2 = 6 \wedge 2 = \underline{\underline{2}}$$

Retículo → Cada 2 elementos tengan ínfimo y supremo

Subretículo → Retículo dentro de otro que para cualquier dos que cojas el supremo y el ínfimo permanecen dentro del mismo





LÓGICA PROPOSICIONAL

32 Decir si las siguientes fórmulas son unificables. En el caso de que lo sean, encontrar un unificador de máxima generalidad.

$P(x, g(x), y, h(x,y))$ y $P(u, v, e(v), w)$

Igualamos cada miembro

Necesitamos variable / término

$$\begin{cases} x = u \\ g(x) = v \\ y = e(v) \\ h(x,y) = w \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} x = u \\ v = g(x) \\ y = e(g(x)) \\ w = h(u, e(g(x))) \end{array}$$

$x = u$

$v =$