Práctica 5: Gramáticas libres de contexto

Lothar Soto Palma DNI:49079173W

January 15, 2015

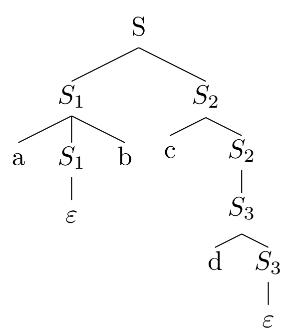
Ejercicio 1:

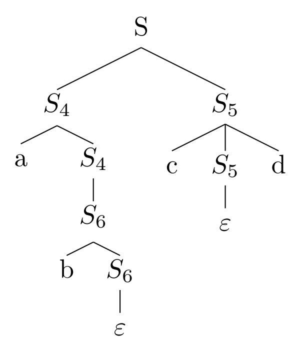
Demuestra que la siguiente gramática libre de contexto es ambigua.

$$\begin{array}{l|l} S \to S_1S_2 & S \to S_4S_5 \\ S_1 \to aS_1b|\varepsilon & S_4 \to aS_4|S_6 \\ S_2 \to cS_2|S_3 & S_6 \to bS_6|\varepsilon \\ S_3 \to dS_3|\varepsilon & S_5 \to cS_5d|\varepsilon \end{array}$$

- Determina el lenguaje que genera esta gramática.
- Encuentra una gramática no ambigua que genere el lenguaje.

Solución: Podemos comprobar que la gramática es ambigua puesto que podemos formar dos arboles distintos para una misma palabra por ejemplo si tomamos la palabra *abcd*:





- El lenguaje que genera esta gramática es la unión de los lenguajes L_1, L_2 que se definen de la siguiente forma:

$$L_1 = \{a^ib^ic^jd^k : i,j,k \geq 0\}, L_2 = \{a^ib^jc^kd^k : i,j,k \geq 0\}$$
$$L = L_1 \cup L_2 = \{a^ib^ic^jd^k : i,j,k \geq 0\} \cup \{a^ib^jc^kd^k : i,j,k \geq 0\}$$

- Una gramática no regular es la siguiente:

$S \to S_1S_2$	$S \to S_5S_6$	$S \to S_9S_{10}$
$S_1 \to aS_1b \mid \varepsilon$	$S_5 \to aS_5b \mid S_7 \mid S_8$	$S_9 \to aS_9b \mid \varepsilon$
$S_2 \to cS_2d \mid S_3 \mid S_4$	$S_6 \to cS_6d \mid \varepsilon$	$S_{10} \to cS_{10}d \mid \varepsilon$
$S_3 \to cS_3 \mid c$	$S_7 \to aS_7 \mid a$	
$S_4 \to dS_4 \mid d$	$S_8 \to bS_8 \mid b$	

Ejercicio 2:

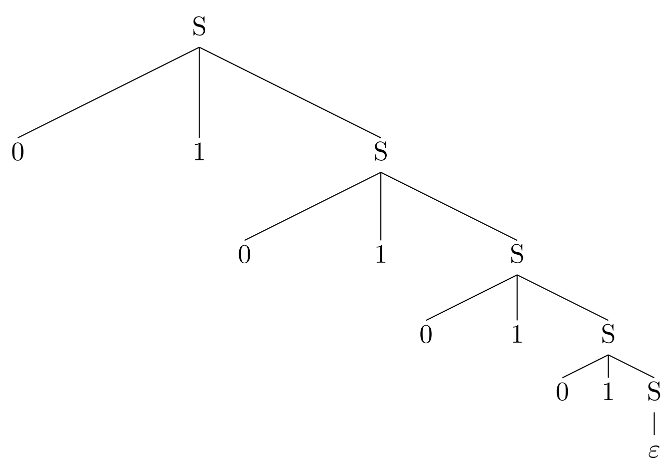
Dada la gramática:

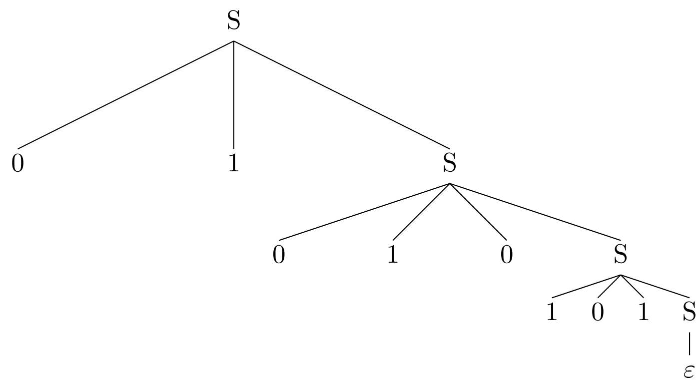
$$S \to 01S, S \to 010S, S \to 101S, S \to \varepsilon$$

- Determina si es ambigua.
- ¿Eres capaz de encontrar una gramática regular que genere este lenguaje y que sea no ambigua?.

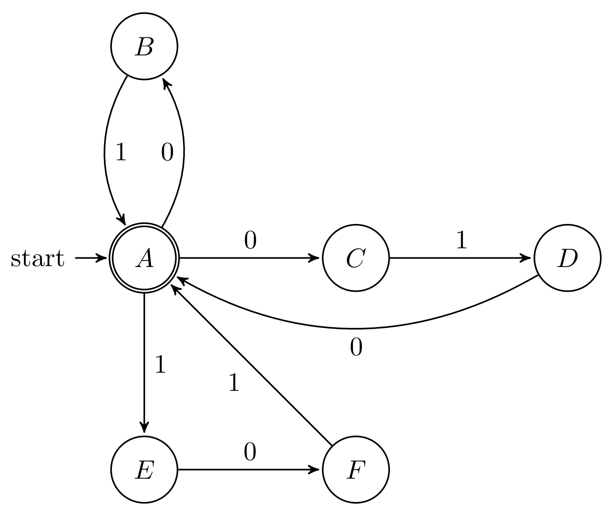
Solución:

- La gramática es ambigua puesto que podemos representar la palabra 01010101:





- Representamos la gramática ambigua como el siguiente autómata finito no determinista:



Convertimos el autómata en uno finito determinista y obtenemos la siguiente gramática:

$$S \to 0S_1|1S_2|\varepsilon$$

$$S_1 \to 1S_3$$

$$S_2 \to 0S_7$$

$$S_3 \to 0S_4|1S_2|\varepsilon$$

$$S_4 \to 0S_1|1S_5|\varepsilon$$

$$S_5 \to 0S_6|1S_2|\varepsilon$$

$$S_6 \to 0S_1|1S_5|\varepsilon$$

$$S_7 \to 1S$$

Ejercicio 3:

Pasa a Forma Normal de Chomsky la siguiente gramática libre de contexto:

$$S \to S_1|S_2S_3a|aS_4cd|S_5S_4S_6$$
$$S_1 \to aS_1b|c$$
$$S_2 \to S_3S_4|S_5S_3d|S_1d|\varepsilon$$
$$S_3 \to S_3c|S_2b|S_1aS_5|c$$
$$S_4 \to aS_4d|S_4d|\varepsilon$$
$$S_5 \to aaS_5S_2|S_5S_6S_7$$
$$S_6 \to aS_6d|d$$

En primer lugar buscamos las producciones inutiles, para ello buscamos las producciones con simbolos terminales. Declaramos la variable V_t entonces:

$$V_t = \{\emptyset\}, V_t = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_6\}, V_t = \{S, S_1, S_2, S_3, S_4, S_6\}$$

Eliminamos las producciones de S_5:

$$S \to S_1|S_2S_3a|aS_4cd$$
$$S_1 \to aS_1b|c$$
$$S_2 \to S_3S_4|S_1d|\varepsilon$$
$$S_3 \to S_3c|S_2b|c$$
$$S_4 \to aS_4d|S_4d|\varepsilon$$
$$S_6 \to aS_6d|d$$

Ahora eliminamos los estados con simbolos inaccesibles:

$$J = \{S\}, V_s = \{S\}, T_s = \{\emptyset\}$$
$$J = \{S_1, S_2, S_3, S_4\}, V_s = \{S, S_1, S_2, S_3, S_4\}, T_s = \{a, c, d\}$$
$$J = \{S_2, S_3, S_4\}, V_s = \{S, S_1, S_2, S_3, S_4\}, T_s = \{a, b, c, d\}$$
$$J = \{S_3, S_4\}, V_s = \{S, S_1, S_2, S_3, S_4\}, T_s = \{a, b, c, d, \varepsilon\}$$
$$J = \{S_4\}, V_s = \{S, S_1, S_2, S_3, S_4\}, T_s = \{a, b, c, d, \varepsilon\}$$
$$J = \{\emptyset\}, V_s = \{S, S_1, S_2, S_3, S_4\}, T_s = \{a, b, c, d, \varepsilon\}$$

Por lo que podemos eliminar la producción S_6:

$$S \to S_1|S_2S_3a|aS_4cd$$
$$S_1 \to aS_1b|c$$

$$S_2 \to S_3S_4|S_1d|\varepsilon$$
$$S_3 \to S_3c|S_2b|c$$
$$S_4 \to aS_4d|S_4d|\varepsilon$$

Ahora eliminamos las producciones nulas:

$$H = \{\emptyset\}, H = \{S_2S_4\}, H = \{S_2S_4\}$$

Por lo que obtenemos:

$$S \to S_1|S_2S_3a|S_3a|aS_4cd|acd$$
$$S_1 \to aS_1b|c$$
$$S_2 \to S_3S_4|S_3|S_1d$$
$$S_3 \to S_3c|S_2b|b|c$$
$$S_4 \to aS_4d|ad|S_4d|d$$

Ahora eliminamos las producciones unitarias:

$$S \to aS_1b|c|S_2S_3a|S_3a|aS_4cd|acd$$
$$S_1 \to aS_1b|c$$
$$S_2 \to S_3S_4|S_3c|S_2b|b|c|S_1d$$
$$S_3 \to S_3c|S_2b|b|c$$
$$S_4 \to aS_4d|ad|S_4d|d$$

Ahora lo ajustamos para ponerlo en la forma normal de Chomsky:

$$C_a \to a \quad C_b \to b \quad C_c \to c \quad C_d \to d$$

$$S \to C_aD_1|c|S_2D_2|S_3C_a|C_aD_3|C_aD_4$$
$$D_1 \to S_1C_b \quad D_2 \to S_4D_5 \quad D_3 \to S_3C_a \quad D_4 \to C_cC_d \quad D_5 \to C_cC_d$$
$$S_1 \to C_aF_1|c$$
$$F_1 \to S_1C_d$$
$$S_2 \to S_3S_4|S_3C_c|S_2C_b|b|c|S_1C_d$$
$$S_3 \to S_3C_c|S_2C_b|C_b|C_c$$
$$S_4 \to C_aJ_1|C_aC_d|S_4C_d|d$$
$$J_1 \to S_4C_d$$