

**Doble Grado en Informática y Matemáticas**  
**Ejercicios de Cálculo I – Relación 1 - Desigualdades**

1. Estudia los intervalos en los que un trinomio de segundo grado,  $p(x) = ax^2 + bx + c$ , es positivo o negativo. Debes considerar todos los casos posibles según que el trinomio tenga raíces reales o no.
2. Calcula para qué valores de  $x \in \mathbb{R}$  se verifica que  $x^4 - 7x^2 + 2 > 3x^3 - 7x$ .
3. Calcula los valores de  $x \in \mathbb{R}$  para los que se verifica que  $\frac{x^3 - 33}{x^2 - 2x - 4} \geq 6$ .
4. Calcula para qué valores de  $x \in \mathbb{R}$  se verifica la desigualdad  $\frac{1 - 2x}{x^2 - 4} > \frac{1}{2}$ .
5. Calcula para qué valores de  $x$  se verifica la desigualdad  $|x + 1| + |x^2 - 3x + 2| < 4$ .
6. Calcula para qué valores de  $x \in \mathbb{R}$  se verifica que  $\left| \frac{x - 2}{x^2 - 2x - 1} \right| > \frac{1}{2}$ .
7. Calcula para qué valores de  $x \in \mathbb{R}$  se verifica que  $|x - 6|(1 + |x - 3|) \geq 1$ .
8. Calcula para qué valores de  $x \in \mathbb{R}$  se verifica que  $\left| \frac{x^3 - 5}{x^2 - 2x - 3} \right| \leq 1$ .
9. Calcula para qué valores de  $x \in \mathbb{R}$  se verifica que

$$|x^2 + 3x - 9| = |x^2 + x - 6| + |2x - 3|.$$

10. Supuesto que  $0 < a < b$ , calcula para qué valores de  $x \in \mathbb{R}$  se verifica la desigualdad

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{a + b - x} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

11. Prueba cada una de las siguientes desigualdades y estudia, en cada caso, cuándo se da la igualdad.

$$\text{a) } 2xy \leq x^2 + y^2, \quad \text{b) } 4xy \leq (x + y)^2, \quad \text{c) } x^2 + xy + y^2 \geq 0.$$

12. Prueba que cualesquiera sean los números reales positivos  $a > 0$  y  $b > 0$  se verifica que

$$\frac{a}{2(a + b)\sqrt{b}} < \frac{1}{\sqrt{b}} - \frac{1}{\sqrt{a + b}}.$$