22)

$f: \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \int_0^{x^3-x^2} e^{-t^2}\,dt$$

¿monotonía? ¿extremos?

Sea $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ como:

$$g(t) = e^{-t^2} \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

Como g es continua, se tiene, por el T.F.C, que la función $G: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como

$$G(x) = \int_0^{x} e^{-t^2}\,dt \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

es derivable $\forall x \in \mathbb{R}$, y $G'(x) = e^{-x^2}$

Sea $F: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, como

$$F(x) = x^3 - x^2 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Se sabe que F derivable $\forall x \in \mathbb{R}$, y $F'(x) = 3x^2 - 2x$.

Por otra parte, $f = G \circ F$ $\left(f(x) = \int_0^{x^3-x^2} e^{-t^2}\,dt = G(x^3 - x^2) = \right.$

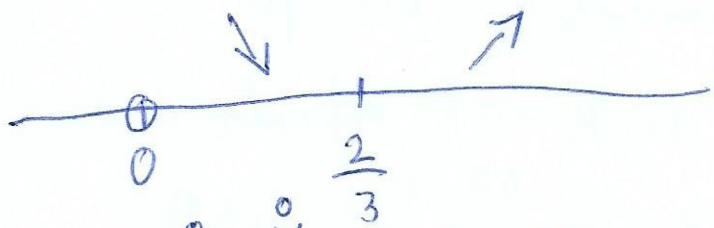
$\left. = G(F(x)) = G \circ F(x) \right)$

Entonces, por la regla de la cadena:

$$f'(x) = (G \circ F)'(x) = G'(F(x))\,F'(x) = e^{-(x^3-x^2)^2}(3x^2-2x)$$

$$f'(x) = x(3x-2)\,e^{-(x^3-x^2)^2} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$f'(x) = 0 \iff \begin{cases} x = 0 \Rightarrow \text{No, ya que } 0 \text{ no está en el dominio} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$



- $0 < x < \frac{2}{3} \Rightarrow \overset{>0}{x}\,\overbrace{(3x-2)}^{<0}\,\underset{>0}{e^{-(x^3-x^2)^2}} < 0 \Rightarrow$ f decreciente en $\left]0, \frac{2}{3}\right]$

- $\frac{2}{3} < x < +\infty \Rightarrow \overset{>0}{x}\,\overbrace{(3x-2)}^{>0}\,\underset{>0}{e^{-(x^3-x^2)^2}} > 0 \Rightarrow$ f creciente en $\left[\frac{2}{3}, +\infty\right[$

Como conclusión, f alcanza un mínimo absoluto en $x = \frac{2}{3}$, y no alcanza ningún máximo relativo.