

1) ¿Qué número es mayor  $e^\pi$  o  $\pi^e$ ? ¿Que número es mayor  $999999^{1000000}$  o  $1000000^{999999}$ ?

Voy a suponer que  $\pi^e < e^\pi$   
 entonces  $\ln \pi^e < \ln e^\pi$  (porque  
 el logaritmo conserva el orden)  
 luego  $e \ln \pi < \pi \ln e$  y por  
 tanto  $\frac{\ln \pi}{\pi} < \frac{\ln e}{e}$  (podemos  
 dividir ambos son positivos y  
 distinto de 0 luego se conserva  
 la desigualdad)

$$\frac{\ln \pi}{\pi} < \frac{\ln e}{e} \quad \text{luego es cierto porque } \pi > e$$

Seguimos el mismo procedimiento para el segundo caso

$$\text{Suponemos } 999999^{1000000} > 1000000^{999999}$$

aplicamos  $\log$  y siguiendo la mecánica anterior  
 $1000000 \ln 999999 > 999999 \ln 1000000$   
 $\frac{\ln 999999}{999999} > \frac{\ln 1000000}{1000000}$  luego nuestra

suposición es cierta ya que  $1000000 > 999999$