Cálculo II
(Grupo 1º A)
Relación de Ejercicios nº 2

Ejercicio 2.1: Una caja abierta está construida con un rectángulo de cartón, quitando cuadrados iguales en cada esquina y doblando hacia arriba los bordes. Hállense las dimensiones de la caja de mayor volumen que puede construirse con ese procedimiento si el rectángulo tiene como lados: a) 10 y 10, b) 12 y 18.

Ejercicio 2.2: Se desea construir una ventana con forma de rectángulo coronado de un semicírculo de diámetro igual a la base del rectángulo. Pondremos cristal blanco en la parte rectangular y cristal de color en el semicírculo. Sabiendo que el cristal coloreado deja pasar la mitad de luz (por unidad de superficie) que el blanco, calcúlense las dimensiones de la ventana para conseguir la máxima luminosidad si se ha de mantener un perímetro constante dado.

Ejercicio 2.3: Las palomas domésticas no suelen volar sobre extensiones grandes de agua a menos que se vean forzadas a ello, posiblemente porque se requiera más energía para mantener la altitud sobre el agua fría. Supongamos que se suelta una paloma desde un barco situado a $3\,km$ de la costa, siendo A el punto costero más cercano. El palomar se encuentra en un punto de la costa situado a $10\,km$ de A. Si la paloma gasta dos veces más energía volando sobre el agua que sobre la tierra firme y sigue un camino que hace mínima la energía gastada, determínese el punto donde la paloma abandona el agua.

Ejercicio 2.4: Se inscribe un rectángulo en la elipse $\frac{x^2}{400}+\frac{y^2}{225}=1$ con sus lados paralelos a los ejes. Hállense las dimensiones del rectángulo para que: a) el área sea máxima, b) el perímetro sea máximo.

Ejercicio 2.5: Se desea confeccionar una tienda de campaña cónica de un volumen determinado. Calcúlense sus dimensiones para que la cantidad de lona necesaria sea mínima.

Ejercicio 2.6: Demuéstrese que la suma de un número positivo y su inverso es mayor o igual a 2.

Ejercicio 2.7: Hállense las dimensiones del cilindro de mayor volumen entre todos aquellos que tienen la superficie lateral total constante.

Ejercicio 2.8: Se desea construir un silo, con un volumen V determinado, que tenga la forma de un cilindro rematado por una semiesfera. El costo de construcción (por unidad de superficie) es doble para la semiesfera que para el cilindro (la base es gratis). Determínense las dimensiones óptimas para minimizar el costo de construcción.

Ejercicio 2.9: Se proyecta un jardín de forma de sector circular de radio R y ángulo central q. El área del jardín ha de ser A fija ¿Qué valores de R y q hacen mínimo el perímetro que bordea el jardín?

Ejercicio 2.10: Una persona desea cortar un pedazo de alambre de 1 metro de largo en dos trozos. Uno de ellos se va a doblar en forma de circunferencia, y el otro en forma de cuadrado ¿Cómo debe cortar el alambre para que la suma de áreas sea mínima?

Ejercicio 2.11: Un muro de 4 metros de altura está a 3 metros de la fachada de una casa. Hallar la escalera más corta que llegará desde el suelo hasta la casa por encima del muro.

Ejercicio 2.12: Demuéstrese que de todos los triángulos isósceles que se pueden circunscribir a una circunferencia de radio r, el de área mínima es el equilátero de altura $3r$.

Ejercicio 2.13: ¿Cuál es la longitud de la barra más larga que puede hacerse pasar horizontalmente a través de la esquina, en ángulo recto, que forman dos corredores de anchuras respectivas a y b?

Ejercicio 2.14: Determinar las dimensiones del cilindro circular recto de volumen máximo que puede inscribirse en un cono circular recto de radio R y altura H.

Ejercicio 2.15: Un cultivador de naranjas estima que plantando 60 naranjos obtendría una cosecha media de 400 naranjas por árbol, y que este número bajaría 4 unidades por cada árbol más que se plante en el mismo terreno. Hállese el número de árboles que hace máxima la cosecha.

Ejercicio 2.16: Durante la tos, el diámetro de la tráquea disminuye. La velocidad v del aire en la tráquea durante la tos se relaciona con el radio r mediante la ecuación $v = Ar^2(r_0 - r)$, donde A es una constante y r_0 es el radio en estado de relajación. Determínese el radio de la tráquea cuando la velocidad es máxima, así como esta velocidad.

Ejercicio 2.17: Una fábrica de plásticos recibe del Ayuntamiento de la ciudad un pedido de 8.000 tablas flotadoras para el programa de natación del verano. La fábrica posee 10 máquinas, cada una de las cuales produce 50 tablas por hora. El coste de preparar las máquinas para hacer el trabajo es de 800 €/máquina. Una vez que las máquinas están preparadas, la operación es automática y puede ser supervisada por una sola persona, que gana 35 €/hora.

a) ¿Cuántas máquinas hay que usar para minimizar el coste de producción?
b) Si se usa el número óptimo de máquinas, ¿cuánto ganará el supervisor durante el proceso?