



Normas para la realización del examen:

Duración: 2:30 horas

- Los que tengan aprobadas las prácticas en junio: Hay que realizar las preguntas 1-8.
- Los que tengan evaluación global: Hay que realizar las preguntas 1-8 y los dos problemas adicionales (preguntas 9 y 10).

◁ Ejercicio 1 ▷ Decidibilidad

[2 puntos]

Determinar cuales de los siguientes problemas son decidibles, semidecidibles o no semidecidibles (se supone que las MTs y las gramáticas independientes del contexto tienen a $\{0, 1\}$ como alfabeto de entrada o de símbolos terminales):

1. Dada una gramática independiente del contexto y una palabra, determinar si la palabra no es generada por la gramática.
2. Dada una MT M y una palabra u , determinar si M acepta u sin usar más de $2|u|$ casillas ($|u|$ es la longitud de u y se supone que una casilla es usada si en algún momento el cabezal de lectura se posiciona sobre ella).
3. Dada una MT M , determinar si para toda palabra u aceptada por M , se tiene que u^{-1} también es aceptada.
4. Dada una MT M y uno de sus estados q , determinar si para alguna palabra de entrada, M llega al estado q en sus cálculos.

Justifica las respuestas.

◁ Ejercicio 2 ▷ Decidibilidad

[1 punto]

Si L es recursivamente enumerable y $\bar{L} \propto L$, demostrar que L es recursivo.

◁ Ejercicio 3 ▷ Máquinas de Turing

[1 punto]

Describe una MT que lea palabras de la forma ucv donde $u, v \in \{0, 1\}^*$ y $c \notin \{0, 1\}$ y que calcule u repetido $|v|$ veces en espacio logarítmico. Nota: no es necesario dar detalles de los estados y las transiciones, sólo del funcionamiento global de la MT-

◁ Ejercicio 4 ▷ Tesis de Church-Turing

[2 puntos]

Describe las ideas fundamentales de la simulación de un programa con variables (palabras) mediante un programa Post Turing.

◁ Ejercicio 5 ▷ Introducción a la Complejidad

[1 punto]

Define las clases **L**, **NL** y **PESPACIO**, ¿qué relación existe entre ellas?

◁ Ejercicio 6 ▷ Complejidad de Problemas

[1 punto]

¿Qué sabes sobre la complejidad algorítmica de 2-SAT? justifica la respuesta.

◁ Ejercicio 7 ▷ NP-completitud

[1 punto]

Enuncia los problemas del clique máximo, el conjunto independiente y el cubrimiento por vértices, indicando las relaciones que existen entre los mismos.

◁ Ejercicio 8 ▷ Complejidad de Problemas

[1 punto]

Enuncia un problema de decisión de la clase **NP** para el que no se haya encontrado un algoritmo polinómico y que tampoco se haya demostrado que sea **NP-completo**.

◁ Ejercicio 9 ▷ Ejercicio Prácticas - Evaluación Global

[Prácticas: 5 puntos]

Demostrar que el siguiente problema es NP-completo:

Dado un conjunto finito X con $|X| = 4q$, siendo q un entero y una familia C de subconjuntos de 4 elementos de X , ¿existe una subfamilia $C' \subseteq C$ tal que todo elemento de X pertenece a uno y solo uno de los subconjuntos de C' ?

◁ Ejercicio 10 ▷ Ejercicio Prácticas - Evaluación Global

[Prácticas: 5 puntos]

Demostrar que si L está en **P**, entonces L^* también está en **P**.

Demostrar que si L está en **NP**, entonces L^* también está en **NP**.