Fundamentos Físicos y Tecnológicos (G.I.I.)

Curso 20102/2013

Relación de problemas 1

1. Calcula los vectores unitarios que marcan la dirección y el sentido de los siguientes vectores:

   a) $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$
   b) $\vec{b} = -7\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$
   c) $\vec{c} = 8\hat{i} - 3\hat{k}$

2. Determinar los ángulos α, β y γ que el vector $\vec{a} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ forma con los sentidos positivos de los ejes de coordenadas y demostrar que $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$.

3. Dados los vectores $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ y $\vec{c} = -2\hat{i} + 1\hat{j} - 3\hat{k}$ y $\vec{d} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$, hallar los valores de los escalares r, s y t de forma que $\vec{d} = r\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$.

4. Dados los vectores $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ y $\vec{b} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$, calcular:

   a) El ángulo que forman los dos vectores
   b) La proyección del primero sobre el segundo

5. Dados dos vectores $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ y $\vec{b} = -\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$, calcular,

   a) El ángulo que forman.
   b) El módulo del vector suma
   c) Un vector unitario en la misma dirección de $\vec{a}$.
   d) Un vector unitario en la misma dirección de $\vec{b}$.
   e) Un vector unitario en la misma dirección de $\vec{a} \times \vec{b}$.
   f) Un vector unitario en la misma dirección de $\vec{b} \times \vec{a}$.

6. Dados los vectores $\vec{a} = \frac{1}{7}\left(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}\right)$, $\vec{b} = \frac{1}{7}\left(3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}\right)$ y $\vec{c} = \frac{1}{7}\left(6\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}\right)$, demostrar que:

   a) Son vectores unitarios.
   b) Son perpendiculares entre sí.
   c) $\vec{c}$ es el producto vectorial de $\vec{a}$ por $\vec{b}$.

7. El vector $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ multiplicado vectorialmente por un vector $\vec{b}$ da como resultado $\vec{a} \times \vec{b} = -3\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k}$. Por otra parte, el producto escalar es $(\vec{a} \cdot \vec{b} = 3)$. Hallar el vector $\vec{b}$.

8. Una partícula se mueve a lo largo de la curva cuyas ecuaciones paramétricas son:

$$\begin{cases} x = 2t^2 \\ y = t^2 - 4t \\ z = 3t - 5 \end{cases}$$

   siendo t el tiempo. Hallar las componentes de la velocidad y la aceleración en el instante t=1.

9. Siendo $\vec{v} = \vec{v}(x, y)$ una función vectorial de dos variables escalares dada por $\vec{v} = (2x^2y - 4x^4)\hat{\imath} + (e^{xy} - y\sin x)\hat{\jmath} + (x^2\cos y)\hat{k}$ se pide:

   a) $\frac{\partial \vec{v}}{\partial x}$
   b) $\frac{\partial \vec{v}}{\partial y}$
   c) $\frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial x^2}$
   d) $\frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial x \partial y}$
   e) $\frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial y \partial x}$

10. Hallar $\int_C \vec{v} \cdot d\vec{r}$ desde P_1=(0,0,0) a P_2=(1,1,1) siendo $\vec{v} = (3x^2 + 6y)\hat{\imath} - (14yx)\hat{\jmath} + (20xz^2)\hat{k}$ siendo C la curva cuya trayectoria viene dada por $x = t$, $y = t^2$ y $z = t^3$

11. Calcular la circulación del vector $\vec{v} = (x^2 - 2yz)\hat{\imath} + (y + xz)\hat{\jmath} + (1 - 2xyz^2)\hat{k}$ entre los puntos (0,0,0) y (1,1,1).

    a) A lo largo del segmento de vector que une (0,0,0) y (1,1,1).
    b) A lo largo de los segmentos de (0,0,0) a (0,0,1), de (0,0,1) a (0,1,1) y de (0,1,1) a (1,1,1).
    c) A lo largo de la curva: $x = t$, $y = t^2$, $z = t^3$.
    d) A la vista de los resultados, ¿podría concluir si el campo definido por el vector $\vec{a}$ es conservativo?

12. Sea el campo vectorial $\vec{a} = x^2\hat{\imath}$. Calcule el flujo de dicho campo a través de los rectángulos de vértices:

    a) (0,0,0), (1,0,0), (1,1,0), (0,1,0)
    b) (1,0,0), (1,1,0), (1,1,1), (1,0,1)

13. Expresa los siguientes puntos dados en coordenadas cartesianas en los sistemas de coordenadas que se indican en cada apartado:

    a) P=(1,1,0) en cilíndricas.
    b) P=(1,1,0) en esféricas.
    c) P=(1,1,1) en cilíndricas.
    d) P=(1,1,1) en esféricas.
    e) P=(-3,0,0) en esféricas.
    f) P=(-3,0,0) en cilíndricas

14. Exprese los siguientes puntos dados en coordenadas cilíndricas y esféricas en el sistema de coordenadas cartesianas:

    a) P=(1,π,0) en cilíndricas
    b) P=($\sqrt{3}$,$\pi/4$,π) en esféricas
    c) P=($\sqrt{2}$,0,1) en cilíndricas
    d) P=(5,0,0) en esféricas

15. Sea el campo escalar definido por $U(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2}$.

a) Dibuje las superficies equiescalares correspondientes a los valores U=1, U=2 y U=3.

b) Calcule y represente el vector ∇U en los puntos A=(1,0,0), B=(1,1,0) y C=(1,1,1)

16. Un dipolo eléctrico (dos cargas iguales y de signo contrario separadas por una distancia) están formado por dos cargas de $2\mu C$ y -$2\mu C$ distantes entre sí 2m. Calcular:

    a) El campo resultante y el potencial en un punto de la mediatriz del segmento que las une, distante 5 m. de cada carga.

    b) Las mismas preguntas en el caso de que las cargas fueran positivas.

17. Tres cargas eléctricas están situadas en 3 de los cuatro vértices de un rectángulo de base 4 m y altura 3m. Calcular el campo y el potencial en el cuarto vértice.

18. Tres cargas iguales se encuentran situadas en los vértices de un triángulo equilátero de lado L_m. Calcular:

    a) La intensidad de campo en el centro del triángulo

    b) La fuerza que ejercen cada dos cargas sobre la tercera

19. Una carga positiva de $6\mu C$ se encuentra en el origen de coordenadas. Calcular:

    a) ¿Cuál es el potencial a una distancia de 4 m?

    b) ¿Qué trabajo tenemos que hacer para traer otra carga positiva de $2\mu C$ desde el infinito hasta esa distancia?

    c) ¿Cuál será la energía potencial de esa carga en dicha posición?

20. En el centro de un triángulo equilátero de 4 m de altura se coloca una carga de $10^{-4}C$. Calcular:

    a) La diferencia de potencial entre dos de los vértices del triángulo.

    b) El trabajo que se realizará para trasladar entre ambos vértices una carga de $10^{-6}C$.

    c) Si se coloca una carga igual en uno de los vértices ¿cuánto vale la energía potencial del sistema?

21. Calcular la fuerza con que se atraen dos esferas metálica A y B del mismo radio, sabiendo que están cargadas con 3 μC y -9 μC, respectivamente, y colocadas en el vacío a una distancia de 30 cm. Si las esferas anteriores se ponen en contacto, y luego se colocan en las mismas posiciones iniciales, calcular la fuerza de interacción entre ambas.

22. Un hilo recto de 1 m de longitud se encuentra alineado según el eje X, con uno de sus extremos en el punto (0,0,0) y el otro en el punto (1,0,0). Dicho hilo tiene una densidad de carga lineal $\lambda(x) = (1 - x^2)C/m$ ¿Cuál es la densidad de carga en el punto (0,0,0)?¿Y en (1,0,0)? ¿Qué carga total tiene el hilo? Calcule el flujo del campo eléctrico producido por el hilo a través de una esfera de 2 m de radio centrada en el origen del sistema de referencia.

23. Hallar el campo creado por un conductor rectilíneo infinito, siendo λ su densidad lineal de carga. Si el conductor anterior crea un potencial de 20 V en los puntos situados a una distancia de 2m de la recta y de 10 V en los situados a 4m de la misma, ¿cuál es la densidad lineal de carga λ del mismo?

24. Hallar el campo y el potencial creados por un plano infinito cuya densidad de carga es σ.

25. Calcular el campo eléctrico y el potencial creados por una esfera dieléctrica de radio R cargada uniformemente con una carga Q a una distancia r de su centro:

    a) si r>R
    b) si r<R

26. Calcular el campo eléctrico y el potencial creados por una esfera conductora de radio R cargada con una densidad de carga σ a una distancia r de su centro:

    a) si r>R
    b) si r<R

27. Calcular la expresión de la capacidad de un condensador formado por dos placas conductoras paralelas de superficie S y separadas entre sí una distancia d. Exprese el valor del campo eléctrico que se crea entre ambas placas en función de la densidad de carga de cada una de ellas.

28. Calcular la capacidad de un condensador esférico formado por dos esferas conductoras concéntricas de radios R_A y R_B. Exprese el valor del campo eléctrico que se crea entre ambas esferas en función de la densidad de carga de cada una de ellas.

29. Calcular la capacidad por unidad de longitud de un condensador cilíndrico formado por dos láminas conductoras cilíndricas concéntricas de radios R_1 y R_2 respectivamente. Suponer que las láminas son infinitas para calcular el vector campo eléctrico.

30. Calcular la intensidad de corriente que circula por una resistencia de plomo ($\rho = 2{,}210^{-7}\Omega m$) con forma de paralelepípedo, con sección transversal de $510^{-4}mm^2$ y longitud de 3cm cuando se aplica una diferencia de potencial de V_1-V_2 = 5 V. ¿Cuánto vale el campo eléctrico en el interior de la resistencia? Indica el valor de su módulo, dirección y sentido.

31. Calcular el campo magnético creado por un hilo conductor infinito de radio a por el que circula una corriente I a una distancia d de su centro.

32. Calcular el campo magnético creado por un hilo conductor circular por el que circula una corriente I en su centro.

33. Demostrar que el módulo de la fuerza por unidad de longitud de atracción entre dos corrientes rectilíneas por las que circulan unas intensidades I e I' respectivamente y que están separadas una distancia d es $\mu_0 II'/2\pi d$

34. Dos conductores fijos rectilíneos y paralelos de gran longitud A y C distan entre sí 10cm. Por el conductor A circula una corriente de 10 A y por el C una de 15 A en el mismo sentido. Hallar la inducción magnética en los siguientes puntos:

    a) En P_1 situado a 5cm de A y a 15cm de C.
    b) En P_2 equidistante de los dos conductores.
    c) En P_3 a 15cm de A y 5cm de C.

35. Razona la trayectoria que sigue una partícula cargada que se mueve en el seno de un campo magnético con una velocidad perpendicular a dicho campo es una circunferencia.¿Cuál es el radio de dicha circunferencia? ¿Cuál es el periodo de revolución? ¿Cómo cambiaría el resultado si se cambia el signo de la carga? ¿Cuál sería la trayectoria si la velocidad no fuese totalmente perpendicular al campo magnético, sino que tuviese una componente perpendicular y otra paralela al mismo?

36. Una carga de 0.1 C se encuentra en el instante t=0 en el origen del sistema de referencia. En dicho punto existe un campo eléctrico $\vec{E} = 300\hat{k}N/C$ y un campo magnético igual a $\vec{B} = -3\hat{k}T$.

    a) Calcular el vector de la fuerza experimentada por la carga si se encuentra inmóvil en el instante inicial.

    b) Calcular el vector de la fuerza experimentada por la carga si se desplazaba a lo largo del eje Z con una velocidad $\vec{v} = 2\hat{k}$ m/s en dicho instante inicial.

37. Por una bobina de 1000 espiras circula una corriente constante de 5 A que produce un flujo de 10^{-4} Wb. Calcular:

    a) El valor medio de la fem inducida, si se interrumpe la corriente en 0.02 s.

    b) La autoinducción de la bobina.

38. Sobre un hilo en forma de U como el de la figura 1 hecho de un material conductor se desplaza una barra de resistencia 5Ω tal y como muestra la figura (L=1m). Dicho montaje se encuentra inmerso en un campo magnético de valor 100 gauss (10000 gauss=1T).

    a) Calcular la fuerza electromotriz inducida en el circuito cuando la barra se desplaza a una velocidad de 1m/s tal y como se muestra en la figura.

    b) Calcular la intensidad de corriente que pasa por la barra móvil. Indica cuál sería el sentido de la corriente inducida.

    c) ¿En qué cambiaría el problema si el movimiento de la barra fuese en sentido contrario?

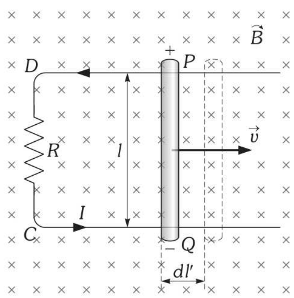

Figura 1:

39. Una bobina de 50 espiras, de 200 cm^2 cada una, gira alrededor de un eje contenido en su plano con una velocidad constante de 300 rpm perpendicularmente a un campo magnético uniforme de 0.5 T. Hallar la fem inducida.