

基于双向最大绿波带宽的通用干道 协调控制数解算法

荆彬彬, 鄢小文, 吴 焕, 徐建闽*

(华南理工大学 土木与交通学院, 广州 510640)

摘 要: 针对现有数解算法假定绿波设计速度固定取值的局限, 提出了一种基于双向最大绿波带宽的通用数解算法. 首先确定了相邻理想间距的取值空间. 其次推导了上行、下行偏移绿信比的计算公式. 再次, 给出了理想绿灯中心线其上下方绿信比的计算公式. 最后, 以双向绿波带宽之和最大为优化目标, 以上行、下行绿波设计速度与信号周期为优化变量, 建立了最大绿波带宽优化模型. 以实例验证文中通用数解算法的有效性. 分析结果表明: 文中通用数解算法能够突破上行、下行绿波设计速度固定取值的局限, 能够更易于获得理想的绿波协调控制效果, 具有较好的通用性与实用性.

关键词: 城市交通; 绿波带宽; 数解法; 绿波设计速度; 协调控制; 绿信比

General Algebraic Algorithm for Arterial Coordination Control Based on Maximum Bidirectional Progression Bandwidth

JING Bin-bin, YAN Xiao-wen, WU Huan, XU Jian-min

(School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: To address the limitation of current algebraic algorithm with assumed fixed values of designed speed for green wave, a general algebraic algorithm for maximizing bidirectional progression bandwidths is proposed. First of all, the value range of adjacent ideal interval is determined. Secondly, formulas for calculating the outbound offset green ratio and inbound one are deduced. Further, formulas for calculating the green ratio above and below the ideal central line of the green time are proposed. Finally, the optimized model of maximum progression bandwidth is established with the maximum sum of the bidirectional progression bandwidths being the optimization objective and the outbound and inbound designed speed and signal cycle being the optimization variables. The general algebraic algorithm proposed in this paper is verified with examples. Analysis result shows that the general algebraic algorithm could break through the limitation of fixed values of designed speed for green wave and obtain ideal effect of green wave coordination in an easier manner, displaying decent generality and practicality.

Keywords: urban traffic; progression bandwidth; algebraic algorithm; designed speed for green wave; coordination control; green ratio

收稿日期: 2016-09-12

修回日期: 2016-12-18

录用日期: 2016-12-26

基金项目: 国家自然科学基金/National Natural Science Foundation of China(61203164, 61174184); 广东省科技计划项目/Science and Technology Planning Project of Guangdong Province(2016A030305001, 2015A030401024); 广州市南沙区科技计划项目/Science and Technology Planning Project of Nansha District(2014MS11); 中央高校基本科研业务费专项资金/Fundamental Research Funds for Central Universities(2015ZZ07).

作者简介: 荆彬彬(1989-), 男, 山东济宁人, 博士生.

***通信作者:** aujmxu@scut.edu.cn

0 引言

干道信号协调控制作为现代交通管理控制的重要手段,对缓解城市干道交通压力,提升干道通行效率具有重要作用.根据优化目标的不同,干道信号协调控制通常分为两类:最小延误法与最大带宽法.由于最大带宽法能够直观地展示绿波带的宽度及协调效果,因此受到专家、管理者的青睐.在最大带宽法中,通常采用图解法^[1]、模型法^[2-3]与数解法^[4].图解法是通过几何作图的方式,不断调整绿波带速与信号周期,以期获得较好的协调效果.在模型法中,MAXBAND模型^[5]较为经典.MAXBAND模型是利用干道时距图以绿波带宽最大为优化目标,通过建立绿波带宽与信号周期、相位差、相序方式等之间的混合整数规划模型以求取最大绿波带宽.数解法是通过数值计算的方式,通过寻求最佳理想交叉口间距,以获得最大绿波带宽.相比于图解法与模型法,虽然三者均以绿波带宽最大为目标,但数解法具有计算简洁、实现方便、方案效果较优、可操作性强等优点,在实际干道信号协调控制中得到了广泛应用,并取得了较好的实际控制效果.卢凯等^[4]从绿波带宽计算、最佳理想间距选取,以及相位差设置等方面对经典数解算法进行深入分析,提出了改进数解算法.王殿海等^[6]通过深入分析干线协调控制经典数值计算方法的不足,提出了修正的绿波带宽度计算方法、相位差计算方法,以及实际交叉口与理想交叉口的匹配方法.卢凯等^[7]针对交叉口混合放行方式或双向通行不对称的条件,提出了一种非对称通行条件下的干道协调控制数解算法.

然而,上述现有干道协调控制数解算法存在以下不足之处:①现有数解算法假定上行绿波设计速度与下行绿波设计速度为固定取值,这限制了绿波设计速度的优化空间;②现有数解算法未建立绿波带宽与上行设计速度、下行设计速度、信号周期之间的数学优化模型,这限制了理想绿波带宽的可能获取.针对现有数解算法的不足,本文以双向绿波带宽之和最大为优化目标,以上行绿波设计速度、下行绿波设计速度,以及信号周期为优化变量,建立了一种绿波带宽与上行绿波设计速度、下行绿波

设计速度、信号周期之间的非线性规划模型——最大绿波带宽模型.该模型能够同时优化上行绿波设计速度、下行绿波设计速度与信号周期,能够更易于获得理想的绿波带宽.最后通过实例分析验证了文中算法模型的准确性与适用性.

1 理想交叉口间距

理想交叉口间距是指干道上各交叉口的位置分布能够使得各交叉口的绿灯中点位于同一干道上行绿灯中心线与同一干道下行绿灯中心线上.上述绿灯中心线称之为理想绿灯中心线.当干道上各交叉口的实际位置处在理想位置上时,干道绿波协调控制可获得理论上的最大绿波带宽.理想交叉口间距 l 计算公式^[6]为

$$l = \frac{n \cdot v \cdot \bar{v} \cdot C}{v + \bar{v}} \quad (1)$$

式中: v 表示干道上行绿波设计速度,其取值区间为 $[v_{\min}, v_{\max}]$; \bar{v} 表示干道下行绿波设计速度,其取值区间为 $[\bar{v}_{\min}, \bar{v}_{\max}]$; C 表示信号周期,其取值区间为 $[C_{\min}, C_{\max}]$; n 表示正整数.

2 相邻理想间距及其取值空间

式(1)中,正整数 n 用以反映两个理想交叉口位置之间其他理想交叉口位置的数量,其他理想交叉口位置的数量为 $n-1$.因此,易知相邻理想交叉口间距 d 计算公式为

$$d = \frac{v \cdot \bar{v} \cdot C}{v + \bar{v}} \quad (2)$$

数解法的关键是从相邻理想间距 d 的取值空间中寻求最佳相邻理想间距.下面给出如何确定相邻理想间距 d 的取值空间.由式(2)可知,相邻理想间距 d 是三元函数,其定义域 D 为

$$D = \{(v, \bar{v}, C) | v_{\min} \leq v \leq v_{\max}, \bar{v}_{\min} \leq \bar{v} \leq \bar{v}_{\max}, C_{\min} \leq C \leq C_{\max}\}$$

确定相邻理想间距 d 的取值空间问题便可转化为在定义域 D 下,求解三元函数 d 的值域问题.

定理1 若 m 元函数 f 在有界闭集合 $M \subset R^m$ 上连续,则 f 在 M 上有界,且能取得最大值与最小值.

易知函数 d 在其定义域 D 上连续,且其定义域 D

为有界闭集合,再由定理1可知,函数 d 在其定义域 D 上能够取得最小值与最大值.其最值点在极值点(驻点或不可导点)或边界上取得.最值求解过程较为容易,为避免冗余,现直接给出结果.相邻理想交叉口间距 d 的取值空间为

$$\left[\frac{v_{\min} \cdot \bar{v}_{\min} \cdot C_{\min}}{v_{\min} + \bar{v}_{\min}}, \frac{v_{\max} \cdot \bar{v}_{\max} \cdot C_{\max}}{v_{\max} + \bar{v}_{\max}} \right] \quad (3)$$

3 上下行偏移绿信比

偏移绿信比^[4]是指由于交叉口实际位置偏移理想位置而使得实际绿灯中点相对于理想绿灯中心线的上下偏移量.针对干道上下行方向,本文将偏移绿信比的概念进一步扩展干道上行偏移绿信比与干道下行偏移绿信比,如图1所示.

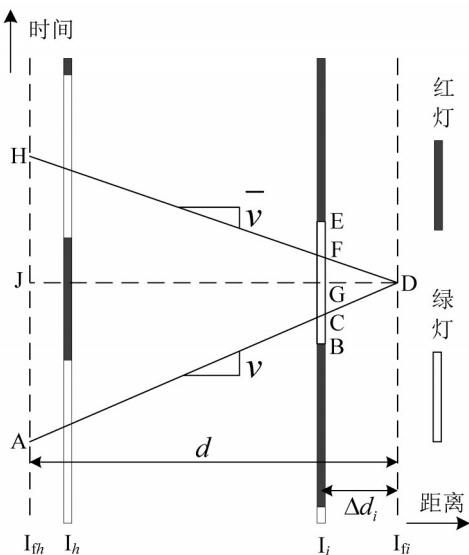


图1 偏移绿信比计算

Fig. 1 Calculations of offset green ratios

图1中,交叉口 I_h 与交叉口 I_i 在横轴(距离)所处位置表示其实际位置,交叉口 I_{th} 与交叉口 I_{fi} 在横轴所处位置分别表示距交叉口 I_h 与交叉口 I_i 最近的理想交叉口位置.图1中,交叉口 I_i 实际绿灯中心点 G 与上行理想绿灯中心线 AD 、下行理想绿灯中心线 DH 之间的偏移量分别为 GC 与 FG .

由图1易知, $\triangle CDG \sim \triangle ADJ$ 与 $\triangle FDG \sim \triangle HDJ$.由相似三角形性质可得式(4)与式(5)成立.

$$GC = \frac{DG \cdot JA}{DJ} = \frac{\Delta d_i \cdot \frac{d}{v}}{d} = \frac{\Delta d_i}{v} \quad (4)$$

$$FG = \frac{DG \cdot HJ}{DJ} = \frac{\Delta d_i \cdot \frac{d}{\bar{v}}}{d} = \frac{\Delta d_i}{\bar{v}} \quad (5)$$

式(4)、式(5)中, Δd_i 表示交叉口 I_i 距其最相近的理想交叉口 I_{fi} 之间的距离.

定义交叉口 I_i 的上行偏移绿信比 $\Delta \lambda_i$ 为其上行偏移量 GC 与周期时长的比值,下行偏移绿信比 $\Delta \bar{\lambda}_i$ 为其下行偏移量 FG 与周期时长的比值,可分别如式(6)与式(7)所示.

$$\Delta \lambda_i = \frac{\Delta d_i}{C \cdot v} \quad (6)$$

$$\Delta \bar{\lambda}_i = \frac{\Delta d_i}{C \cdot \bar{v}} \quad (7)$$

4 理想绿灯中心线上下方绿信比

理想绿灯中心线上方(下方)绿信比是指理想绿灯中心线上方(下方)绿灯时间与信号周期的比值.以图1中交叉口 I_i 为例,上行理想绿灯中心线其上方绿灯时间为 CE ,其下方绿灯时间为 CB .下面给出理想绿灯中心线其上下方绿信比的计算方法.

定义 γ 以表示实际交叉口位置与最相近理想交叉口位置之间的关系.当最相近理想交叉口位置位于实际交叉口位置右侧时, $\gamma=0$;当最相近理想交叉口位置位于实际交叉口位置左侧时, $\gamma=1$.对于上行理想绿灯中心线,其中心线上方绿信比 λ_{iabove} 的计算公式为

$$\lambda_{iabove} = 0.5 \lambda_i + \alpha_i \cdot \Delta \lambda_i \quad (8)$$

式中: λ_i 表示交叉口 I_i 的协调相位绿信比; α_i 的定义如式(9)所示.

$$\alpha_i = \begin{cases} 1, & \gamma=0 \\ -1, & \gamma=1 \end{cases} \quad (9)$$

对于上行理想绿灯中心线,其中心线下方绿信比 λ_{ibelow} 的计算公式为

$$\lambda_{ibelow} = 0.5 \lambda_i + \beta_i \cdot \Delta \lambda_i \quad (10)$$

式中: β_i 的定义为

$$\beta_i = \begin{cases} -1, & \gamma=0 \\ 1, & \gamma=1 \end{cases} \quad (11)$$

同理,对于下行理想绿灯中心线,其中心线上方绿信比 $\bar{\lambda}_{iabove}$ 的计算公式如式(12)所示.

$$\bar{\lambda}_{iabove} = 0.5\lambda_i + \bar{\alpha}_i \cdot \Delta\bar{\lambda}_i \quad (12)$$

式中: $\bar{\alpha}_i$ 的定义为

$$\bar{\alpha}_i = \begin{cases} -1, & \gamma = 0 \\ 1, & \gamma = 1 \end{cases} \quad (13)$$

对于下行理想绿灯中心线,其中心线下方绿信比 $\bar{\lambda}_{ibelow}$ 的计算公式为

$$\bar{\lambda}_{ibelow} = 0.5\lambda_i + \bar{\beta}_i \cdot \Delta\bar{\lambda}_i \quad (14)$$

式中: $\bar{\beta}_i$ 的定义为

$$\bar{\beta}_i = \begin{cases} 1, & \gamma = 0 \\ -1, & \gamma = 1 \end{cases} \quad (15)$$

5 最大绿波带宽模型

由第4节分析可知,上行(下行)绿波带宽为上行(下行)理想绿灯中心线其上方绿信比集合中的最小值与其下方绿信比集合中的最小值之间的和值.若以变量 b 表示干道上行绿波带宽;变量 \bar{b} 表示干道下行绿波带宽,则其表达式可分别如式(16)、式(17)所示.

$$b = \min\{\lambda_{iabove}\} + \min\{\lambda_{ibelow}\} \quad (16)$$

$$\bar{b} = \min\{\bar{\lambda}_{iabove}\} + \min\{\bar{\lambda}_{ibelow}\} \quad (17)$$

以干道双向绿波带宽之和最大为优化目标,以上行绿波设计速度、下行绿波设计速度与信号周期为优化变量,结合式(16)、式(17),建立相应的最大绿波带宽优化模型为

$$\begin{aligned} \max & (b + \bar{b}) \\ \text{s.t.} & \begin{cases} \frac{v \cdot \bar{v} \cdot C}{v + \bar{v}} = d_{\text{opt}} \\ v_{\min} \leq v \leq v_{\max} \\ \bar{v}_{\min} \leq \bar{v} \leq \bar{v}_{\max} \\ C_{\min} \leq C \leq C_{\max} \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

式中: d_{opt} 表示最佳相邻理想间距.

6 实例分析

以义乌市丹溪北路为例,验证文中通用数解算法的有效性.丹溪北路上共有5个信号控制交叉口,各交叉口的位置分布,以及相邻交叉口之间的距离如图2所示.由南往北交叉口编号分别定义为 I_1 、 I_2 、 I_3 、 I_4 、 I_5 .

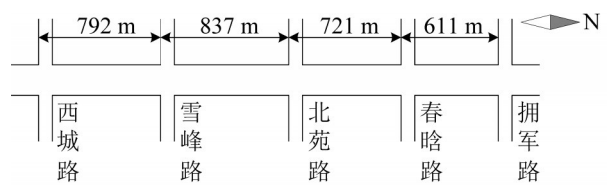


图2 丹溪北路各交叉口布局

Fig. 2 Layout of each intersection on Danxi North Road

定义由南往北为干道上行方向;由北往南为干道下行方向.干道上行绿波设计速度的取值范围为[9,13] m/s,干道下行绿波设计速度的取值范围为[10,14] m/s.干道公共信号周期的取值范围为[90,120] s.干道上各交叉口的单点信号配时参数如表1所示.为绘图简便,各交叉口的绿信比之和等于1.

表1 单交叉口信号配时参数

Table 1 Parameters of signal timing for isolated intersection

交叉口	绿信比			
	南北直	南北左	东西直	东西左
西城路	0.40	0.20	0.15	0.25
雪峰路	0.29	0.18	0.35	0.18
北苑路	0.32	0.21	0.28	0.19
春晗路	0.35	0.21	0.26	0.18
拥军路	0.35	0.19	0.28	0.18

利用文中通用数解算法求解实例干道绿波带宽,具体步骤如下:

(1) 确定相邻理想间距的取值空间.

根据式(3)可知,相邻理想交叉口间距的取值空间为[426, 808].

(2) 确定最佳相邻理想间距.

计算各实际交叉口位置与理想交叉口位置之间的挪移量,按从小到大的顺序将挪移量排列,并计算相邻挪移量之差的最大值 a .计算每一相邻理想间距对应的比值 $\frac{a}{d}$,以该比值最大确定最佳相邻理想间距^[4],具体计算结果如表2所示.

由表2可知,当相邻理想交叉口间距 d 取值736时,此时对应的比值 $\frac{a}{d}$ 最大.因此,最佳相邻理想交叉口间距 $d_{\text{opt}} = 736$.当最佳相邻理想间距取值736时,各交叉口实际位置与理想位置之间的距离如图3所示.

表2 最佳相邻理想间距计算

Table 2 Calculation of optimal adjacent ideal spacing

相邻理想 间距 d/m	西城—雪峰	雪峰—北苑	北苑—春晗	春晗—拥军	最大挪移量 差值 a/m	比值 a/d
426	366	351	220	405	220	0.516 4
436	356	321	170	345	170	0.389 9
446	346	291	120	285	165	0.370 0
456	336	261	70	225	155	0.339 9
466	326	231	20	165	145	0.311 2
476	316	201	446	105	130	0.273 1
486	306	171	406	45	135	0.277 8
496	296	141	366	481	155	0.312 5
506	286	111	326	431	175	0.345 8
516	276	81	286	381	195	0.377 9
526	266	51	246	331	195	0.370 7
536	256	21	206	281	255	0.475 7
546	246	537	166	231	291	0.533 0
556	236	517	126	181	281	0.505 4
566	226	497	86	131	271	0.478 8
576	216	477	46	81	261	0.453 1
586	206	457	6	31	251	0.428 3
596	196	437	562	577	241	0.404 4
606	186	417	532	537	231	0.381 2
616	176	397	502	497	221	0.358 8
626	166	377	472	457	211	0.337 1
636	156	357	442	417	201	0.316 0
646	146	337	412	377	234	0.362 2
656	136	317	382	337	274	0.417 7
666	126	297	352	297	314	0.471 5
676	116	277	322	257	354	0.523 7
686	106	257	292	217	394	0.574 3
696	96	237	262	177	434	0.623 6
706	86	217	232	137	474	0.671 4
716	76	197	202	97	514	0.717 9
726	66	177	172	57	549	0.756 2
736	56	157	142	17	579	0.786 7
746	46	137	112	723	586	0.785 5
756	36	117	82	693	576	0.761 9
766	26	97	52	663	566	0.738 9
776	16	77	22	633	556	0.716 5
786	6	57	778	603	546	0.694 7
796	792	37	758	573	536	0.673 4
806	792	17	738	543	526	0.652 6

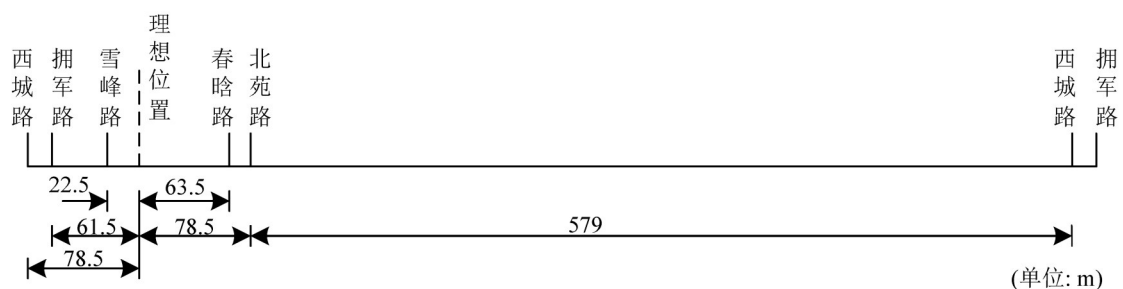


图3 各实际位置与最佳理想位置的间距

Fig. 3 Distance between each actual location and optimal ideal one

(3) 计算最大绿波带宽.

由图3可知, 变量 $\Delta d_1 = 78.5$ 、 $\Delta d_2 = 22.5$ 、 $\Delta d_3 = 78.5$ 、 $\Delta d_4 = 63.5$ 、 $\Delta d_5 = 61.5$. 由式(6)~式(17)易知:

当 $vC \in [1300, 1560]$ 时, $b = 0.305 - \frac{101}{v \cdot C}$; 当 $vC \in [810, 1300]$ 时, $b = 0.335 - \frac{140}{v \cdot C}$. 当 $\bar{v}C \in [1300, 1680]$ 时, $\bar{b} = 0.305 - \frac{101}{\bar{v} \cdot C}$; 当 $\bar{v}C \in [900, 1300]$ 时, $\bar{b} = 0.335 - \frac{140}{\bar{v} \cdot C}$.

综上所述, 绿波带宽 $b + \bar{b}$ 共有4种组合. 根据式(18), 建立组合一的最大绿波带宽模型为

$$\begin{aligned} \max \quad & 0.61 - \frac{101 \cdot (v + \bar{v})}{v \cdot \bar{v} \cdot C} \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \frac{v \cdot \bar{v} \cdot C}{v + \bar{v}} = 736 \\ 1300 \leq v \cdot C \leq 1560 \\ 1300 \leq \bar{v} \cdot C \leq 1680 \\ 9 \leq v \leq 13 \\ 10 \leq \bar{v} \leq 14 \\ 90 \leq C \leq 120 \end{cases} \end{aligned}$$

利用最优化软件LINGO对上式进行优化求解, 各变量的优化结果为: $b = 0.24026$ 、 $\bar{b} = 0.23252$ 、 $v = 13$ 、 $\bar{v} = 11.6$ 、 $C = 120$. 其他3种最大绿波带宽模型组合在利用LINGO求解时, 在相应约束条件下, 无可行解, 这里不再赘述.

(4) 绘制绿波时距图.

利用已确定好的公共信号周期、上行绿波设计速度、下行绿波设计速度, 绘制干道绿波时距图, 如图4所示. 图4中, 符号①、②、……、⑤表示理想交叉口所处位置. 由图4可以看出, 上行绿波带宽为28.8 s ($28.8/120=0.24$); 下行绿波带宽为27.9 s ($27.9/120=0.23$).

(5) 对比分析.

利用现有数解算法求取实例干道绿波带宽, 绘制干道绿波时距图, 如图5所示. 由图5可知, 上行绿波带宽为18.7 s ($18.7/120=0.16$); 下行绿波带宽为21.8 s ($21.8/120=0.18$). 相比于现有数解算法, 利用文中提出的通用数解算法求取实例绿波带宽时, 双向绿波带宽提升38.2%. 这说明文中通用数解算法能够突破现有数解算法的限制, 能够进一步扩展绿波设计速度的优化空间, 能够易于获得理想绿波带宽, 具有较好的通用性.

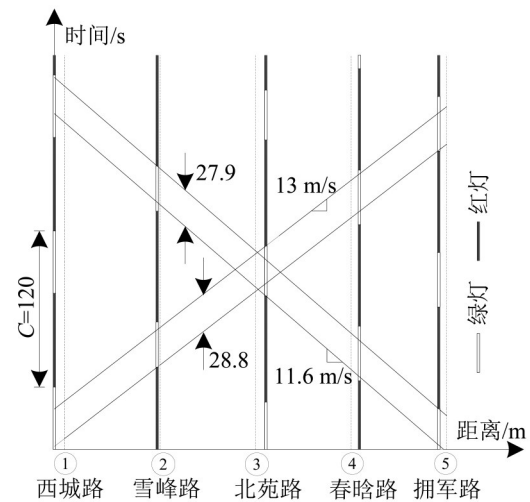


图4 通用数解算法时距图

Fig. 4 Time-space diagram drawn by the general algebraic algorithm

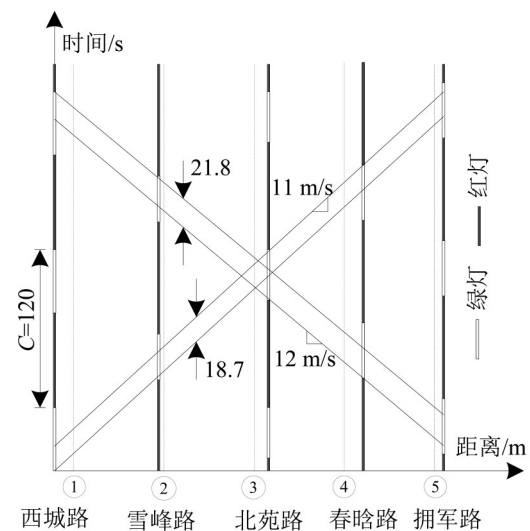


图5 现有数解算法时距图

Fig. 5 Time-space diagram drawn by the existing algebraic algorithm

7 结 论

与现有干道协调控制数解算法相比, 文中基于双向最大绿波带宽的通用数解算法能够突破绿波上行设计速度、绿波下行设计速度固定取值的限制. 文中建立的最大绿波带宽模型能够同时优化信号周期、绿波上行设计速度、绿波下行设计速度, 能够更加易于获得理想的绿波带宽. 当绿波设计速度固定取值时, 仅需将其作为常数应用至文中通用数解算法即可, 文中通用数解算法同样适用上述情况, 这说明文中所提数解算法具有较好

的通用性.但如何对数解算法中相位差的设置方法进一步改进,提出更加科学合理的相位差设置方法,有待今后进一步深入研究.

参考文献:

- [1] 姬丽娜, 宋清华. 非对称放行方式下的干道双向绿波协调控制[J]. 公路交通科技, 2011, 28(10): 96-101. [JI L N, SONG Q H. Bidirectional green wave coordinate control for arterial road under asymmetric signal model[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2011, 28(10): 96-101.]
- [2] ZHANG C, XIE Y C, GARTNER N H, et al. AM-Band: An asymmetric multi-band model for arterial traffic signal coordination[J]. Transportation Research Part C, 2015(58): 515-531.
- [3] YANG X F, CHENG Y, CHANG G L. A multi-path progression model for synchronization of arterial traffic signals[J]. Transportation Research Part C, 2015(53): 93-111.
- [4] 卢凯, 徐建闽, 叶瑞敏. 经典干道协调控制信号配时数解算法的改进[J]. 公路交通科技, 2009, 26(1): 120-124, 129. [LU K, XU J M, YE R M. Improvement of classical algebraic method of signal timing for arterial road coordinate control[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2009, 26(1): 120-124+, 129.]
- [5] LITTLE J D, MARK C, GARTNER N H, et al. MAXBAND: a versatile program for setting signals on arteries and triangular networks[R]. Cambridge, MA, USA: Massachusetts Institute of Technology, 1981.
- [6] 王殿海, 杨希锐, 宋现敏. 交通信号干线协调控制经典数值计算法的改进[J]. 公路交通科技, 2011, 41(1): 29-34. [WANG D H, YANG X R, SONG X M. Improvement of classic numerical method for arterial road signal coordinate control[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2011, 41(1): 29-34.]
- [7] 卢凯, 刘永洋, 吴焕, 等. 非对称通行条件下的双向绿波协调控制数解算法[J]. 中国公路学报, 2015, 28(6): 95-103. [LU K, LIU Y Y, WU H, et al. Algebraic method of bidirectional green wave coordinated control under asymmetric traffic conditions[J]. China Journal of Highway and Transport, 2015, 28(6): 95-103.]