S T Q Q S S D

__/__/__

1) a) pela definição da integral indefinida, sabemos que se $\int f(x)\,dx = g(x)$, então $\frac{dg(x)}{dx} = f(x)$

$\therefore \frac{d\left(\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}\right)}{dx} = \frac{1}{x^2\sqrt{x^2+1}}$ para a integral estar correta

$\frac{d\left(\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}\right)}{dx} = \sqrt{x^2+1}\cdot\left(\frac{-1}{x^2}\right) + \frac{1}{x}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

$= \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} - \frac{\sqrt{x^2+1}}{x^2} = \frac{x^2 - x^2 + 1}{x^2\sqrt{x^2+1}}$

$\frac{d\left(\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}\right)}{dx} = \frac{1}{x^2\sqrt{x^2+1}}$

b) I.1) $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}\,dx \Rightarrow u = \sqrt{x^2+1}$

$du = \frac{x}{u}\,dx$

$\Rightarrow \int \frac{x^3}{u}\cdot\frac{u}{x}\,du = \int u^2 - 1\,du$

$\Rightarrow \frac{u^3}{3} - u \Rightarrow \boxed{\frac{1}{3}\sqrt{(x^2+1)^3} - \sqrt{x^2+1} + C}$

spiral

S T Q Q S S D

__/__/__

b) 1.2) $I = \int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$, $x = \tan\theta$, $dx = \sec^2\theta\,d\theta$

$$\int \frac{\tan^3\theta \cdot \sec^2\theta\,d\theta}{\sec\theta}$$

$$\Rightarrow \int \tan^3\theta \cdot \sec\theta\,d\theta$$

$$= \int (\sec^2\theta - 1)\tan\theta \cdot \sec\theta\,d\theta$$

$$= \int \sec^3\theta\tan\theta\,d\theta - \int \tan\theta\sec\theta\,d\theta$$

$\int \tan\theta\sec\theta\,d\theta = \sec\theta$

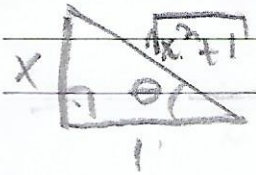
$u = \sec\theta$

$du = \sec\theta\tan\theta\,d\theta$

$$\int \frac{u^3 \tan\theta\,du}{u\tan\theta}$$

$$= \int u^2\,du - \sec\theta$$

$$= \frac{\sec^3\theta}{3} - \sec\theta = \boxed{\frac{\sec^3(\tan^{-1}x)}{3} - \sec(\tan^{-1}x) + C}$$



$\Rightarrow \sec\theta = \sqrt{x^2+1}$

$$\therefore \boxed{\frac{\sqrt{(x^2+1)^3}}{3} - \sqrt{x^2+1} + C}$$

__/__/__

S T Q Q S S D

c) y é a curva integral da função $h(x) = 2x + 1$

$G(x)$ também é uma curva integral da função $h(x)$, logo, $G(x)$ é dado por: $G(x) = f(x) + C$

$\therefore G(x) = x^2 + x + C$

$G(1) = 5 \Rightarrow$

$\rightarrow 5 = 1 + 1 + C$

$C = 3$

$\therefore G(x) = x^2 + x + 3$