

НИТУ «МИСиС»
Кафедра Инженерной кибернетики

Имитационное моделирование

Лабораторная работа №2. «Генерация псевдослучайных чисел со специальными законами распределения»

Сенченко Р.В.

17 марта 2020 г.

I. Базовая часть. Требуется спроектировать и реализовать класс (или их совокупность) для моделирования и генерации псевдослучайных величин ζ со специальными законами распределения на базе генератора $\varepsilon \rightsquigarrow \mathbf{U}[0, 1]$:

1. Дискретные распределения: 1) распределение Бернулли **Bern**(p), 2) биномиальное распределение **Bin**(n, p), 3–4) геометрическое распределение **Geom**(p) и гипергеометрическое распределение **HGeom**(w, b, n), 5) распределение Пуассона **Pois**(λ);
2. Непрерывные распределения: 6) равномерное распределение **U**[a, b], 7) нормальное распределение **N**(μ, σ^2), 8) экспоненциальное распределение **Exp**(λ).

Более подробно указанные распределения представлены в сопутствующих справочных материалах *Probability Cheatsheet*; там же раскрывается прикладной смысл моделируемых псевдослучайных величин. Моделирование указанных выше распределений следует проводить с помощью *метода обратных функций* и/или *метода отбора*. Выбор конкретного метода моделирования оставляется на усмотрение студента. Математические основы и описание методов приведено в книге *Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло*.

Для каждого генератора должны быть произведены оценка качества полученных последовательностей псевдослучайных чисел. Для проверки означенного качества использовать критерий χ^2 для проверки *гипотезы о распределении* (непосредственным сопоставлением теоретической и эмпирической плотностей распределения). Здесь, как и ранее, рекомендуется обратиться к источнику *Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников*. Продолжая линию лабораторной работы №1 о генерации стандартных псевдослучайных чисел $\varepsilon \rightsquigarrow \mathbf{U}[0, 1]$, допускается лишь подсчет оценки критерия χ^2 и последующий “ручной” анализ с помощью таблиц.

Разработанные классы должны обладать стройной объектной архитектурой, построенной с использованием принципов *наследования*. Всю коллекцию построенных генераторов необходимо оформить в виде отдельного пространства имен (namespace). Программные компоненты должны быть реализованы на языке программирования **C++**. Программный

код должен быть снабжен достойными комментариями, обладать стройностью и читабельностью; функциональность разработанных программных компонентов должна быть продемонстрирована (например, в рамках метода `main` и/или любого другого подходящего участка кода).

II. Дополнительная часть.

1. **Более сложные распределения, 2★.** Пополнить список вероятностных распределений, обозначенных в базовой части, следующими: 9) бета-распределение **Beta**(a, b), 10) гамма-распределение **Gamma**(a, λ). Новые распределения должны естественным образом удовлетворять всем требованиям базовой части.

2. **Метод Зиггурата, 2★.** Реализовать метод/алгоритм Зиггурата (Ziggurat Method) для моделирования нормального распределения; предусмотреть для этого отдельный программный компонент, не замещающий компонент из базовой части для нормального распределения. Основная литература для исследования метода: *George Marsaglia, Wai Wan Tsang. The Ziggurat Method for Generating Random Variables.*

Провести исследование качества получаемых последовательности псевдослучайных чисел, результаты оформить в виде отчета в формате `.pdf`, `.docx` или `.tex`.

3. **Случайные процессы, 3★.** Реализовать класс Марковского случайного процесса с конечным пространством состояний S , дискретным временем $t \in \mathbb{N}_0$ и стационарными переходными характеристиками. Предусмотреть в классе возможность оценки вероятностей $p_{ij}(t)$ оказаться в состоянии $j \in S$ в момент времени t при начальном состоянии $i \in S$. Также необходимо оценить финальные вероятности q_j нахождения системы в состоянии $j \in S$ при условии $t \rightarrow +\infty$; следует обратить особое внимание на вопрос существования финальных вероятностей и диагностики случаев, когда их вычисление невозможно.

В рамках дополнительного задания необходимо также предусмотреть аналитический пример марковского процесса, для которого аналитически подсчитаны функции $p_{ij}(t)$ и величины q_j , сравнить результаты численного эксперимента с теоретическими.

4. **Метод суперпозиции, 4★.** Самостоятельно изучить и применить на практике метод суперпозиции для моделирования одно- и многомерных случайных величин. Применить метод суперпозиции для моделирования какого-либо многомерного распределения, отличного от равномерного; сопутствующие формулы и выкладки изложить “на бумаге” (в электронном формате, в формате `.pdf`, `.docx` или `.tex`). Реализовать необходимые программные компоненты, построить иллюстративный материал, демонстрирующий корректность работы реализованного метода.

В качестве базовой литературы можно использовать источник: *Михайлов Г.А., Вайтишек А.В. Методы Монте-Карло (расширенный лекционный курс).*