

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО  
Факультет программной инженерии и компьютерной техники  
Дисциплина «Дискретная математика»

**Курсовая работа**  
Часть 2  
Вариант 118

Студент  
Яковлев Степан Сергеевич  
Р3117

Преподаватель  
Поляков Владимир Иванович

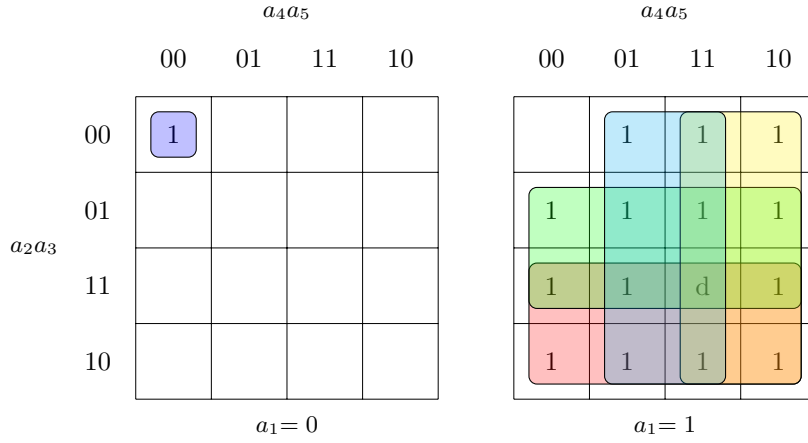
## Задание

Построить комбинационную схему реализующую двоичный счетчик  $C = (A - 1) \bmod 31$  ( $C$  и  $A$  — 5 бит).

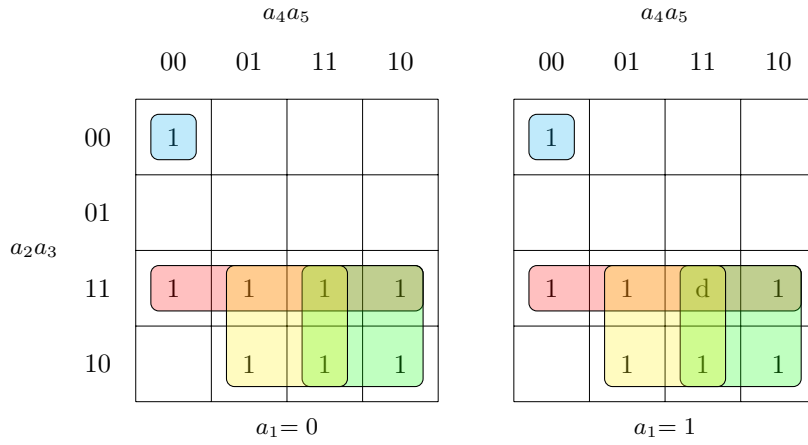
## Таблица истинности

№	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$
0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0
4	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
5	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
6	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
7	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0
8	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1
9	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
10	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
11	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0
12	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
13	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0
14	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1
15	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0
16	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1
17	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
18	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1
19	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0
20	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1
21	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0
22	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1
23	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0
24	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1
25	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0
26	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1
27	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0
28	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
29	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0
30	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1
31	1	1	1	1	1	d	d	d	d	d

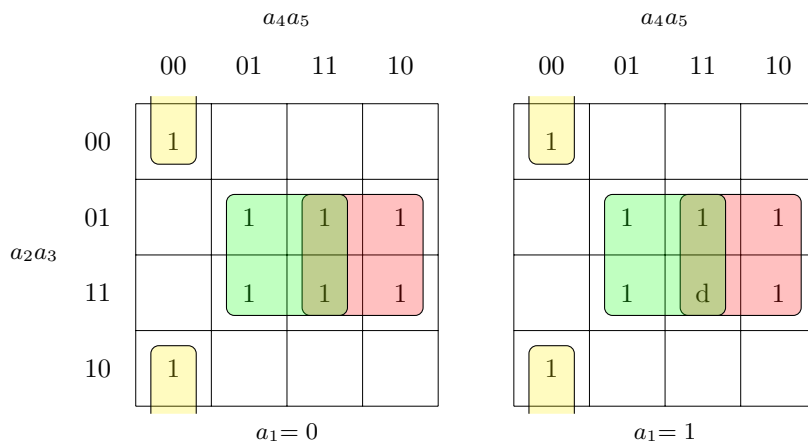
# Минимизация булевых функций на картах Карно



$$c_1 = a_1 a_2 \vee a_1 a_3 \vee a_1 a_4 \vee a_1 a_5 \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} \quad (S_Q = 18)$$



$$c_2 = a_2 a_3 \vee a_2 a_4 \vee a_2 a_5 \vee \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} \quad (S_Q = 14)$$



$$c_3 = a_3 a_4 \vee a_3 a_5 \vee \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} \quad (S_Q = 10)$$

		$a_4 a_5$						$a_4 a_5$					
		00	01	11	10			00	01	11	10		
$a_2 a_3$	00	1		1				1		1			
	01	1		1				1		1			
	11	1		1				1		d			
	10	1		1				1		1			
		$a_1 = 0$						$a_1 = 1$					

$$c_4 = a_4 a_5 \vee \overline{a_4} \overline{a_5} \quad (S_Q = 6)$$

		$a_4 a_5$						$a_4 a_5$					
		00	01	11	10			00	01	11	10		
$a_2 a_3$	00				1			1			1		
	01	1			1			1			1		
	11	1			1			1		d	1		
	10	1			1			1			1		
		$a_1 = 0$						$a_1 = 1$					

$$c_5 = a_1 \overline{a_5} \vee a_2 \overline{a_5} \vee a_3 \overline{a_5} \vee a_4 \overline{a_5} \quad (S_Q = 12)$$

## Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases} c_1 = a_1 a_2 \vee a_1 a_3 \vee a_1 a_4 \vee a_1 a_5 \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{c_1} = 18) \\ c_2 = a_2 a_3 \vee a_2 a_4 \vee a_2 a_5 \vee \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{c_2} = 14) \\ c_3 = a_3 a_4 \vee a_3 a_5 \vee \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{c_3} = 10) \\ c_4 = a_4 a_5 \vee \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{c_4} = 6) \\ c_5 = a_1 \overline{a_5} \vee a_2 \overline{a_5} \vee a_3 \overline{a_5} \vee a_4 \overline{a_5} & (S_Q^{c_5} = 12) \end{cases} \quad (S_Q = 60)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} c_1 = a_1 (a_2 \vee a_3 \vee a_4 \vee a_5) \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{c_1} = 13) \\ c_2 = a_2 (a_3 \vee a_4 \vee a_5) \vee \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{c_2} = 11) \\ c_3 = a_3 (a_4 \vee a_5) \vee \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{c_3} = 9) \\ c_4 = a_4 a_5 \vee \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{c_4} = 6) \\ c_5 = \overline{a_5} (a_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee a_4) & (S_Q^{c_5} = 6) \end{cases} \quad (S_Q = 45)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_0 = \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5}, \quad \overline{\varphi_0} = a_3 \vee a_4 \vee a_5$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ c_1 = a_1 (\overline{\varphi_0} \vee a_2) \vee \varphi_0 \overline{a_1} \overline{a_2} & (S_Q^{c_1} = 9) \\ c_2 = \varphi_0 \overline{a_2} \vee \overline{\varphi_0} a_2 & (S_Q^{c_2} = 6) \\ c_3 = \varphi_0 \vee a_3 (a_4 \vee a_5) & (S_Q^{c_3} = 6) \\ c_4 = a_4 a_5 \vee \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{c_4} = 6) \\ c_5 = \overline{a_5} (a_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee a_4) & (S_Q^{c_5} = 6) \\ & (S_Q = 37) \end{cases}$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_1 = \varphi_0 \overline{a_2}, \quad \overline{\varphi_1} = \overline{\varphi_0} \vee a_2$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ c_3 = \varphi_0 \vee a_3 (a_4 \vee a_5) & (S_Q^{c_3} = 6) \\ c_4 = a_4 a_5 \vee \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{c_4} = 6) \\ c_5 = \overline{a_5} (a_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee a_4) & (S_Q^{c_5} = 6) \\ \varphi_1 = \varphi_0 \overline{a_2} & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ c_1 = \varphi_1 \overline{a_1} \vee \overline{\varphi_1} a_1 & (S_Q^{c_1} = 6) \\ c_2 = \varphi_1 \vee \overline{\varphi_1} a_2 & (S_Q^{c_2} = 4) \\ & (S_Q = 35) \end{cases}$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_2 = \overline{a_4} \overline{a_5}, \quad \overline{\varphi_2} = a_4 \vee a_5$$

$$\begin{cases} \varphi_2 = \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_0 = \varphi_2 \overline{a_3} & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_3 = \varphi_0 \vee \overline{\varphi_2} a_3 & (S_Q^{c_3} = 4) \\ c_4 = \varphi_2 \vee a_4 a_5 & (S_Q^{c_4} = 4) \\ c_5 = \overline{a_5} (a_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee a_4) & (S_Q^{c_5} = 6) \\ \varphi_1 = \varphi_0 \overline{a_2} & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ c_1 = \varphi_1 \overline{a_1} \vee \overline{\varphi_1} a_1 & (S_Q^{c_1} = 6) \\ c_2 = \varphi_1 \vee \overline{\varphi_1} a_2 & (S_Q^{c_2} = 4) \\ & (S_Q = 33) \end{cases}$$

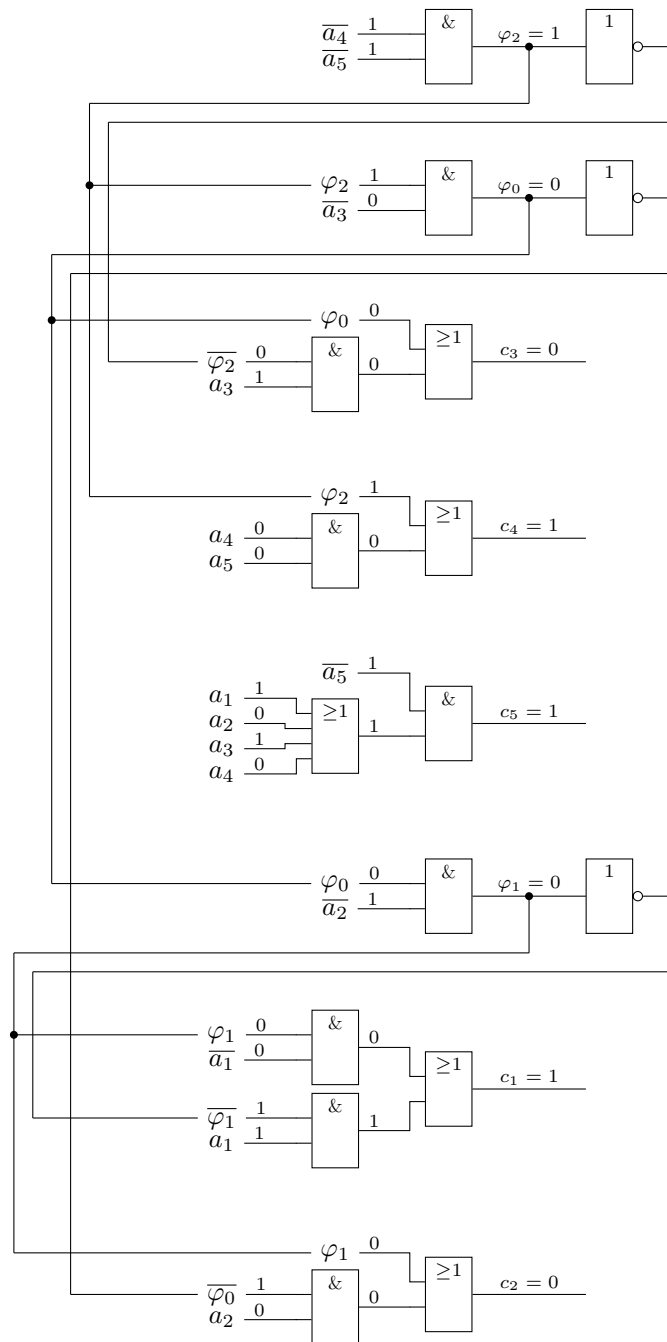
# Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 1, a_2 = 0, a_3 = 1, a_4 = 0, a_5 = 0$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$c_1 = 1, c_2 = 0, c_3 = 0, c_4 = 1, c_5 = 1$$



Цена схемы:  $S_Q = 33$ . Задержка схемы:  $T = 6\tau$ .