

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО  
Факультет программной инженерии и компьютерной техники  
Дисциплина «Дискретная математика»

**Курсовая работа**  
Часть 1  
Вариант 116

Студент  
Яковлев Степан Сергеевич  
Р3117

Преподаватель  
Поляков Владимир Иванович

Функция  $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$  принимает значение 1 при  $-2 \leq x_4x_5 - x_1x_2x_3 < 1$  и неопределенное значение при  $x_4x_5 - x_1x_2x_3 = -5$

## Таблица истинности

№	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_4x_5$	$x_1x_2x_3$	$x_4x_5$	$x_1x_2x_3$	$f$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
2	0	0	0	1	0	2	0	2	0	0
3	0	0	0	1	1	3	0	3	0	0
4	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1
5	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
6	0	0	1	1	0	2	1	2	1	0
7	0	0	1	1	1	3	1	3	1	0
8	0	1	0	0	0	0	2	0	2	1
9	0	1	0	0	1	1	2	1	2	1
10	0	1	0	1	0	2	2	2	2	1
11	0	1	0	1	1	3	2	3	2	0
12	0	1	1	0	0	0	3	0	3	0
13	0	1	1	0	1	1	3	1	3	1
14	0	1	1	1	0	2	3	2	3	1
15	0	1	1	1	1	3	3	3	3	1
16	1	0	0	0	0	0	4	0	4	0
17	1	0	0	0	1	1	4	1	4	0
18	1	0	0	1	0	2	4	2	4	1
19	1	0	0	1	1	3	4	3	4	1
20	1	0	1	0	0	0	5	0	5	d
21	1	0	1	0	1	1	5	1	5	0
22	1	0	1	1	0	2	5	2	5	0
23	1	0	1	1	1	3	5	3	5	1
24	1	1	0	0	0	0	6	0	6	0
25	1	1	0	0	1	1	6	1	6	d
26	1	1	0	1	0	2	6	2	6	0
27	1	1	0	1	1	3	6	3	6	0
28	1	1	1	0	0	0	7	0	7	0
29	1	1	1	0	1	1	7	1	7	0
30	1	1	1	1	0	2	7	2	7	d
31	1	1	1	1	1	3	7	3	7	0

## Аналитический вид

### Каноническая ДНФ:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 x_5 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 x_5 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 x_5$$

### Каноническая КНФ:

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5})(x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5)(x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5)(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})(x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5)(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5})(\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee \overline{x_5})(\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5)(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5)(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5)(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})$$

# Минимизация булевой функции методом Квайна–Мак-Класки

## Кубы различной размерности и простые импликанты

$K^0(f)$			$K^1(f)$		$Z(f)$
$m_0$	00000	✓	$m_0-m_4$	00X00	00X00
$m_4$	00100	✓	$m_0-m_8$	0X000	0X000
$m_8$	01000	✓	$m_4-m_5$	0010X	0010X
$m_5$	00101	✓	$m_8-m_9$	0100X	0100X
$m_9$	01001	✓	$m_8-m_{10}$	010X0	010X0
$m_{10}$	01010	✓	$m_4-m_{20}$	X0100	X0100
$m_{18}$	10010	✓	$m_9-m_{13}$	01X01	01X01
$m_{20}$	10100	✓	$m_{10}-m_{14}$	01X10	01X10
$m_{13}$	01101	✓	$m_5-m_{13}$	0X101	0X101
$m_{14}$	01110	✓	$m_{18}-m_{19}$	1001X	1001X
$m_{19}$	10011	✓	$m_9-m_{25}$	X1001	X1001
$m_{25}$	11001	✓	$m_{14}-m_{15}$	0111X	0111X
$m_{15}$	01111	✓	$m_{13}-m_{15}$	011X1	011X1
$m_{23}$	10111	✓	$m_{19}-m_{23}$	10X11	10X11
$m_{30}$	11110	✓	$m_{14}-m_{30}$	X1110	X1110

## Таблица импликант

Вычеркнем строки, соответствующие существенным импликантам (это те, которые покрывают вершины, не покрытые другими импликантами), а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами. Затем вычеркнем импликанты, не покрывающие ни одной вершины.

Простые импликанты		0-кубы											
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
		0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0
		0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
		0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1
		0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1
		0	4	5	8	9	10	13	14	15	18	19	23
A	00X00	X	X										
B	0X000	X			X								
C	0010X		X	X									
D	0100X				X	X							
E	010X0				X		X						
F	X0100		X										
G	01X01					X		X					
H	01X10						X		X				
I	0X101			X				X					
	1001X										X	X	
J	X1001					X							
K	0111X								X	X			
L	011X1							X		X			
	10X11											X	X
M	X1110								X				

Ядро покрытия:

$$T = \left\{ 1001X, 10X11 \right\}$$

Получим следующую упрощенную импликантную таблицу:

Простые импликанты		0-кубы								
		0	0	0	0	0	0	0	0	0
		0	0	0	1	1	1	1	1	1
		0	1	1	0	0	0	1	1	1
		0	0	0	0	0	1	0	1	1
		0	0	1	0	1	0	1	0	1
		0	4	5	8	9	10	13	14	15
A	00X00	X	X							
B	0X000	X			X					
C	0010X		X	X						
D	0100X				X	X				
E	010X0				X		X			
F	X0100		X							
G	01X01					X		X		
H	01X10						X		X	
I	0X101			X				X		
J	X1001					X				
K	0111X								X	X
L	011X1							X		X
M	X1110								X	

Метод Петрика:

Запишем булево выражение, определяющее условие покрытия всех вершин:

$$Y = (A \vee B) (A \vee C \vee F) (C \vee I) (B \vee D \vee E) (D \vee G \vee J) (E \vee H) (G \vee I \vee L) (H \vee K \vee M) (K \vee L)$$

Приведем выражение в ДНФ:

$$Y = ACDHL \vee ACEGK \vee ADEIK \vee ADHIK \vee ADHIL \vee AEGIK \vee AEIJK \vee BCDHL \vee BCEGK \vee BCGHK \vee BCGHL \vee BCHJL \vee ABGHIK \vee ABGHIL \vee ABHIJK \vee ABHIJL \vee ACDEKL \vee ACDELM \vee ACDGHK \vee ACEGHL \vee ACEGLM \vee ACEHJL \vee ACEJKL \vee ACEJLM \vee ADEILM \vee AEGHIL \vee AEGILM \vee AEHIJL \vee AEIJLM \vee BCDEIK \vee BCDEKL \vee BCDELM \vee BCDHIK \vee BCEGLM \vee BCEIJK \vee BCEJKL \vee BCEJLM \vee BCHIJK \vee BDEFIK \vee BDFHIK \vee BDFHIL \vee BEFGIK \vee BEFIJK \vee BFGHIK \vee BFGHIL \vee BFHIJK \vee BFHIJL \vee BDEFILM \vee BEFGILM \vee BEFIJLM$$

Возможны следующие покрытия:

$$\begin{aligned}
C_1 &= \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ D \\ H \\ L \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0010X \\ 0100X \\ 01X10 \\ 011X1 \end{matrix} \right\} & C_2 &= \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ E \\ G \\ K \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0010X \\ 010X0 \\ 01X01 \\ 0111X \end{matrix} \right\} & C_3 &= \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ D \\ E \\ I \\ K \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0100X \\ 010X0 \\ 01X01 \\ 0111X \end{matrix} \right\} \\
S_1^a &= 28 & S_2^a &= 28 & S_3^a &= 28 \\
S_1^b &= 35 & S_2^b &= 35 & S_3^b &= 35 \\
C_4 &= \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ D \\ H \\ I \\ K \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0100X \\ 01X10 \\ 0X101 \\ 0111X \end{matrix} \right\} & C_5 &= \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ D \\ H \\ I \\ L \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0100X \\ 01X10 \\ 0X101 \\ 011X1 \end{matrix} \right\} & C_6 &= \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ E \\ G \\ I \\ K \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 010X0 \\ 01X01 \\ 0X101 \\ 0111X \end{matrix} \right\} \\
S_4^a &= 28 & S_5^a &= 28 & S_6^a &= 28 \\
S_4^b &= 35 & S_5^b &= 35 & S_6^b &= 35
\end{aligned}$$

$$C_7 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ E \\ I \\ J \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 010X0 \\ 0X101 \\ X1001 \\ 0111X \end{Bmatrix}$$

$$S_7^a = 28 \\ S_7^b = 35$$

$$C_8 = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ D \\ H \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 0010X \\ 0100X \\ 01X10 \\ 011X1 \end{Bmatrix}$$

$$S_8^a = 28 \\ S_8^b = 35$$

$$C_9 = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ G \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 0010X \\ 010X0 \\ 01X01 \\ 0111X \end{Bmatrix}$$

$$S_9^a = 28 \\ S_9^b = 35$$

$$C_{10} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ G \\ H \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 0010X \\ 01X01 \\ 01X10 \\ 0111X \end{Bmatrix}$$

$$S_{10}^a = 28 \\ S_{10}^b = 35$$

$$C_{11} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ G \\ H \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 0010X \\ 01X01 \\ 01X10 \\ 011X1 \end{Bmatrix}$$

$$S_{11}^a = 28 \\ S_{11}^b = 35$$

$$C_{12} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ H \\ J \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 0010X \\ 01X10 \\ X1001 \\ 011X1 \end{Bmatrix}$$

$$S_{12}^a = 28 \\ S_{12}^b = 35$$

$$C_{13} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ B \\ G \\ H \\ I \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0X000 \\ 01X01 \\ 01X10 \\ 0X101 \\ 0111X \end{Bmatrix}$$

$$S_{13}^a = 32 \\ S_{13}^b = 40$$

$$C_{14} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ B \\ G \\ H \\ I \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0X000 \\ 01X01 \\ 01X10 \\ 0X101 \\ 011X1 \end{Bmatrix}$$

$$S_{14}^a = 32 \\ S_{14}^b = 40$$

$$C_{15} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ B \\ H \\ I \\ J \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0X000 \\ 01X10 \\ 0X101 \\ X1001 \\ 0111X \end{Bmatrix}$$

$$S_{15}^a = 32 \\ S_{15}^b = 40$$

$$C_{16} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ B \\ H \\ I \\ J \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0X000 \\ 01X10 \\ 0X101 \\ X1001 \\ 011X1 \end{Bmatrix}$$

$$S_{16}^a = 32 \\ S_{16}^b = 40$$

$$C_{17} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ D \\ E \\ K \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0010X \\ 0100X \\ 010X0 \\ 0111X \\ 011X1 \end{Bmatrix}$$

$$S_{17}^a = 32 \\ S_{17}^b = 40$$

$$C_{18} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ D \\ E \\ L \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0010X \\ 0100X \\ 010X0 \\ 011X1 \\ X1110 \end{Bmatrix}$$

$$S_{18}^a = 32 \\ S_{18}^b = 40$$

$$C_{19} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ D \\ G \\ H \\ K \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0010X \\ 0100X \\ 01X01 \\ 01X10 \\ 0111X \end{Bmatrix}$$

$$S_{19}^a = 32 \\ S_{19}^b = 40$$

$$C_{20} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ E \\ G \\ H \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0010X \\ 010X0 \\ 01X01 \\ 01X10 \\ 011X1 \end{Bmatrix}$$

$$S_{20}^a = 32 \\ S_{20}^b = 40$$

$$C_{21} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ E \\ G \\ L \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0010X \\ 010X0 \\ 01X01 \\ 011X1 \\ X1110 \end{Bmatrix}$$

$$S_{21}^a = 32 \\ S_{21}^b = 40$$

$$C_{22} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ E \\ H \\ J \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0010X \\ 010X0 \\ 01X10 \\ X1001 \\ 011X1 \end{pmatrix} \quad C_{23} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ E \\ J \\ K \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0010X \\ 010X0 \\ X1001 \\ 0111X \\ 011X1 \end{pmatrix} \quad C_{24} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ E \\ J \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0010X \\ 010X0 \\ X1001 \\ 011X1 \\ X1110 \end{pmatrix}$$

$$S_{22}^a = 32 \\ S_{22}^b = 40$$

$$S_{23}^a = 32 \\ S_{23}^b = 40$$

$$S_{24}^a = 32 \\ S_{24}^b = 40$$

$$C_{25} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ D \\ E \\ I \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0100X \\ 010X0 \\ 0X101 \\ 011X1 \\ X1110 \end{pmatrix} \quad C_{26} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ E \\ G \\ H \\ I \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 010X0 \\ 01X01 \\ 01X10 \\ 0X101 \\ 011X1 \end{pmatrix} \quad C_{27} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ E \\ G \\ I \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 010X0 \\ 01X01 \\ 0X101 \\ 011X1 \\ X1110 \end{pmatrix}$$

$$S_{25}^a = 32 \\ S_{25}^b = 40$$

$$S_{26}^a = 32 \\ S_{26}^b = 40$$

$$S_{27}^a = 32 \\ S_{27}^b = 40$$

$$C_{28} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ E \\ H \\ I \\ J \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 010X0 \\ 01X10 \\ 0X101 \\ X1001 \\ 011X1 \end{pmatrix} \quad C_{29} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ E \\ I \\ J \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 010X0 \\ 0X101 \\ X1001 \\ 011X1 \\ X1110 \end{pmatrix} \quad C_{30} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ D \\ E \\ I \\ K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 0010X \\ 0100X \\ 010X0 \\ 0X101 \\ 0111X \end{pmatrix}$$

$$S_{28}^a = 32 \\ S_{28}^b = 40$$

$$S_{29}^a = 32 \\ S_{29}^b = 40$$

$$S_{30}^a = 32 \\ S_{30}^b = 40$$

$$C_{31} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ D \\ E \\ K \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 0010X \\ 0100X \\ 010X0 \\ 0111X \\ 011X1 \end{pmatrix} \quad C_{32} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ D \\ E \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 0010X \\ 0100X \\ 010X0 \\ 011X1 \\ X1110 \end{pmatrix} \quad C_{33} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ D \\ H \\ I \\ K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 0010X \\ 0100X \\ 01X10 \\ 0X101 \\ 0111X \end{pmatrix}$$

$$S_{31}^a = 32 \\ S_{31}^b = 40$$

$$S_{32}^a = 32 \\ S_{32}^b = 40$$

$$S_{33}^a = 32 \\ S_{33}^b = 40$$

$$C_{34} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ G \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 0010X \\ 010X0 \\ 01X01 \\ 011X1 \\ X1110 \end{pmatrix} \quad C_{35} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ I \\ J \\ K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 0010X \\ 010X0 \\ 0X101 \\ X1001 \\ 0111X \end{pmatrix} \quad C_{36} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ J \\ K \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 0010X \\ 010X0 \\ X1001 \\ 0111X \\ 011X1 \end{pmatrix}$$

$$S_{34}^a = 32 \\ S_{34}^b = 40$$

$$S_{35}^a = 32 \\ S_{35}^b = 40$$

$$S_{36}^a = 32 \\ S_{36}^b = 40$$

$$C_{37} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ J \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 0010X \\ 010X0 \\ X1001 \\ 011X1 \\ X1110 \end{pmatrix} \quad C_{38} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ H \\ I \\ J \\ K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 0010X \\ 01X10 \\ 0X101 \\ X1001 \\ 0111X \end{pmatrix} \quad C_{39} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ F \\ I \\ K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 0100X \\ 010X0 \\ X0100 \\ 0X101 \\ 0111X \end{pmatrix}$$

$$S_{37}^a = 32 \\ S_{37}^b = 40$$

$$S_{38}^a = 32 \\ S_{38}^b = 40$$

$$S_{39}^a = 32 \\ S_{39}^b = 40$$

$$C_{40} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ D \\ F \\ H \\ I \\ K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 0100X \\ X0100 \\ 01X10 \\ 0X101 \\ 0111X \end{pmatrix} \quad C_{41} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ D \\ F \\ H \\ I \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 0100X \\ X0100 \\ 01X10 \\ 0X101 \\ 011X1 \end{pmatrix} \quad C_{42} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ E \\ F \\ G \\ I \\ K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 010X0 \\ X0100 \\ 01X01 \\ 0X101 \\ 0111X \end{pmatrix}$$

$$S_{40}^a = 32 \\ S_{40}^b = 40$$

$$S_{41}^a = 32 \\ S_{41}^b = 40$$

$$S_{42}^a = 32 \\ S_{42}^b = 40$$

$$C_{43} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ E \\ F \\ I \\ J \\ K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 010X0 \\ X0100 \\ 0X101 \\ X1001 \\ 0111X \end{pmatrix} \quad C_{44} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ F \\ G \\ H \\ I \\ K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ X0100 \\ 01X01 \\ 01X10 \\ 0X101 \\ 0111X \end{pmatrix} \quad C_{45} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ F \\ G \\ H \\ I \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ X0100 \\ 01X01 \\ 01X10 \\ 0X101 \\ 011X1 \end{pmatrix}$$

$$S_{43}^a = 32 \\ S_{43}^b = 40$$

$$S_{44}^a = 32 \\ S_{44}^b = 40$$

$$S_{45}^a = 32 \\ S_{45}^b = 40$$

$$C_{46} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ F \\ H \\ I \\ J \\ K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ X0100 \\ 01X10 \\ 0X101 \\ X1001 \\ 0111X \end{pmatrix} \quad C_{47} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ F \\ H \\ I \\ J \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ X0100 \\ 01X10 \\ 0X101 \\ X1001 \\ 011X1 \end{pmatrix} \quad C_{48} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ F \\ I \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 0100X \\ 010X0 \\ X0100 \\ 0X101 \\ 011X1 \\ X1110 \end{pmatrix}$$

$$S_{46}^a = 32 \\ S_{46}^b = 40$$

$$S_{47}^a = 32 \\ S_{47}^b = 40$$

$$S_{48}^a = 36 \\ S_{48}^b = 45$$

$$C_{49} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ E \\ F \\ G \\ I \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 010X0 \\ X0100 \\ 01X01 \\ 0X101 \\ 011X1 \\ X1110 \end{pmatrix} \quad C_{50} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ E \\ F \\ I \\ J \\ L \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1001X \\ 10X11 \\ 0X000 \\ 010X0 \\ X0100 \\ 0X101 \\ X1001 \\ 011X1 \\ X1110 \end{pmatrix}$$

$$S_{49}^a = 36 \\ S_{49}^b = 45$$

$$S_{50}^a = 36 \\ S_{50}^b = 45$$

Рассмотрим следующее минимальное покрытие:

$$C_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0010X \\ 0100X \\ 01X10 \\ 011X1 \end{array} \right\}$$

$$S^a = 28$$

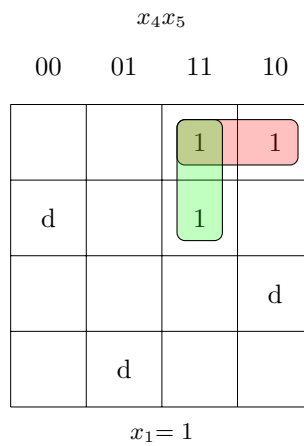
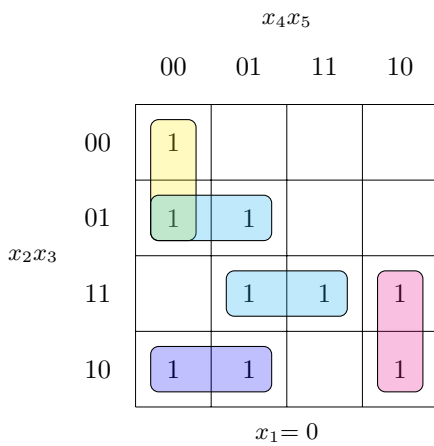
$$S^b = 35$$

Этому покрытию соответствует следующая МДНФ:

$$f = x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} x_4 x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_5$$

## Минимизация булевой функции на картах Карно

### Определение МДНФ



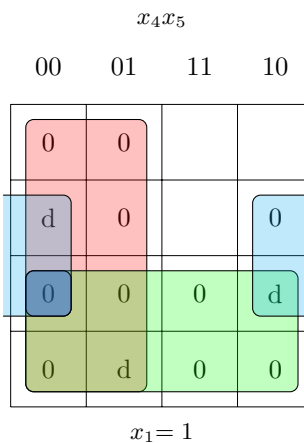
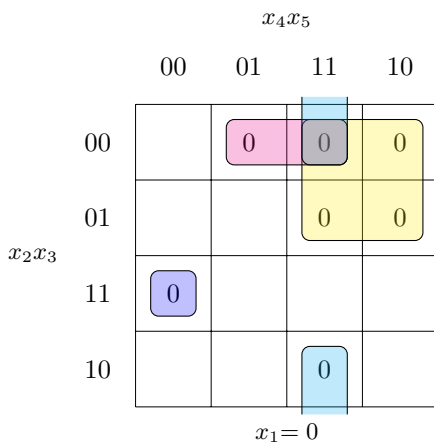
$$C_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} 1001X \\ 10X11 \\ 00X00 \\ 0010X \\ 0100X \\ 01X10 \\ 011X1 \end{array} \right\}$$

$$S^a = 28$$

$$S^b = 35$$

$$f = x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} x_4 x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_5$$

### Определение МКНФ



$$C_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} 1XX0X \\ 11XXX \\ 00X1X \\ 1X1X0 \\ X1100 \\ 000X1 \\ 0X011 \end{array} \right\}$$

$$S^a = 22$$

$$S^b = 29$$

$$f = (\overline{x_1} \vee x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2}) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_4}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_3} \vee x_5) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})$$



# Преобразование минимальных форм булевой функции

## Факторизация и декомпозиция МДНФ

$$f = x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} x_4 x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_5 \quad S_Q = 35 \quad \tau = 2$$

Декомпозиция невозможна

$$f = \overline{x_1} x_2 (\overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_4 \overline{x_5} \vee x_3 x_5) \vee x_1 \overline{x_2} x_4 (\overline{x_3} \vee x_5) \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} (x_3 \vee \overline{x_5}) \quad S_Q = 27 \quad \tau = 4$$

## Факторизация и декомпозиция МКНФ

$$f = (\overline{x_1} \vee x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2}) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_4}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_3} \vee x_5) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) \quad S_Q = 29 \quad \tau = 2$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})$$

$$f = (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} x_4) (\overline{x_3} \vee x_5 \vee \overline{x_1} (\overline{x_2} \vee x_4)) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_5} \vee x_2 \overline{x_4}) \quad S_Q = 24 \quad \tau = 4$$

$$\varphi = \overline{x_1} (\overline{x_2} \vee x_4)$$

$$\overline{\varphi} = x_1 \vee x_2 \overline{x_4}$$

$$f = (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} x_4) (\overline{x_3} \vee x_5 \vee \varphi) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_4}) (\overline{\varphi} \vee x_3 \vee \overline{x_5}) \quad S_Q = 22 \quad \tau = 5$$

## Синтез комбинационных схем

Будем анализировать схемы на следующих наборах аргументов:

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 1]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 0]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 1$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 1$$

## Булев базис

Схема по упрощенной МДНФ:

$$f = \overline{x_1} x_2 (\overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_4 \overline{x_5} \vee x_3 x_5) \vee x_1 \overline{x_2} x_4 (\overline{x_3} \vee x_5) \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} (x_3 \vee \overline{x_5}) \quad (S_Q = 27, \tau = 4)$$

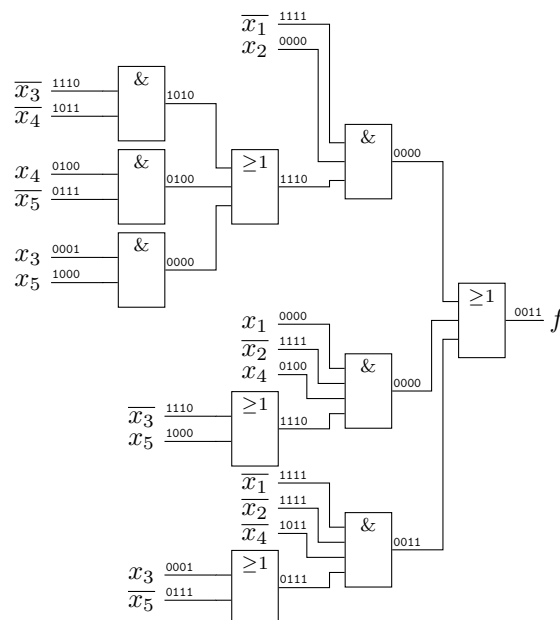
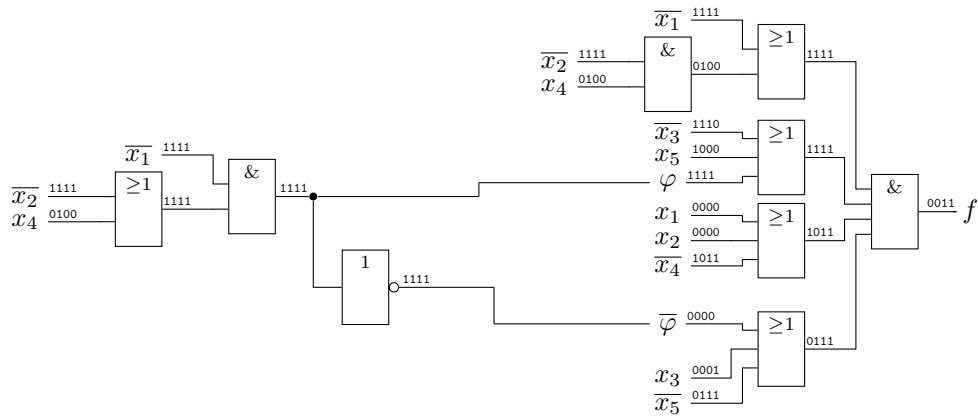


Схема по упрощенной МКНФ:

$$f = (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} x_4) (\overline{x_3} \vee x_5 \vee \varphi) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_4}) (\overline{\varphi} \vee x_3 \vee \overline{x_5}) \quad (S_Q = 22, \tau = 5)$$

$$\varphi = \overline{x_1} (\overline{x_2} \vee x_4)$$



## Сокращенный булев базис (И, НЕ)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{\overline{x_1 x_2 x_4 x_3 x_5} \overline{x_1 x_2 x_4 x_3 x_5} \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \overline{x_1 x_2 x_4 x_5} \overline{x_1 x_2 x_3 x_5}} \quad (S_Q = 37, \tau = 6)$$

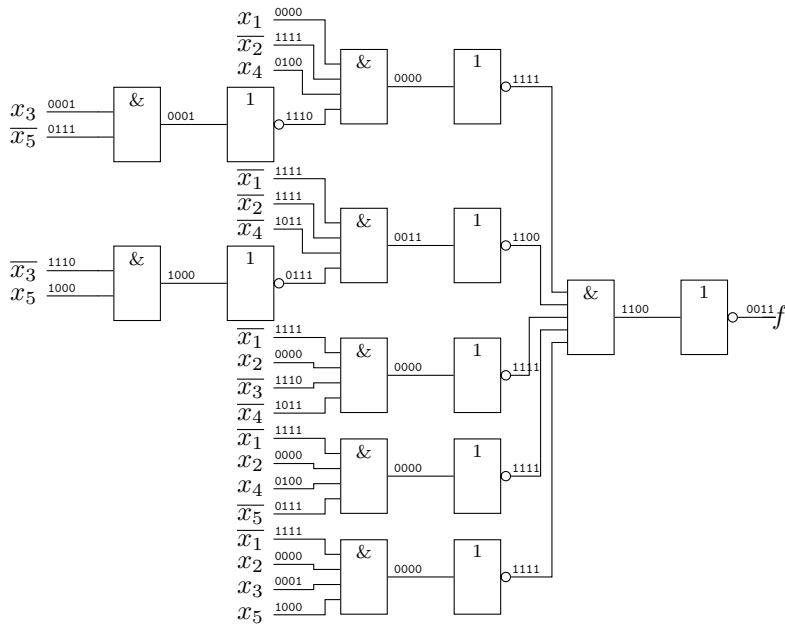
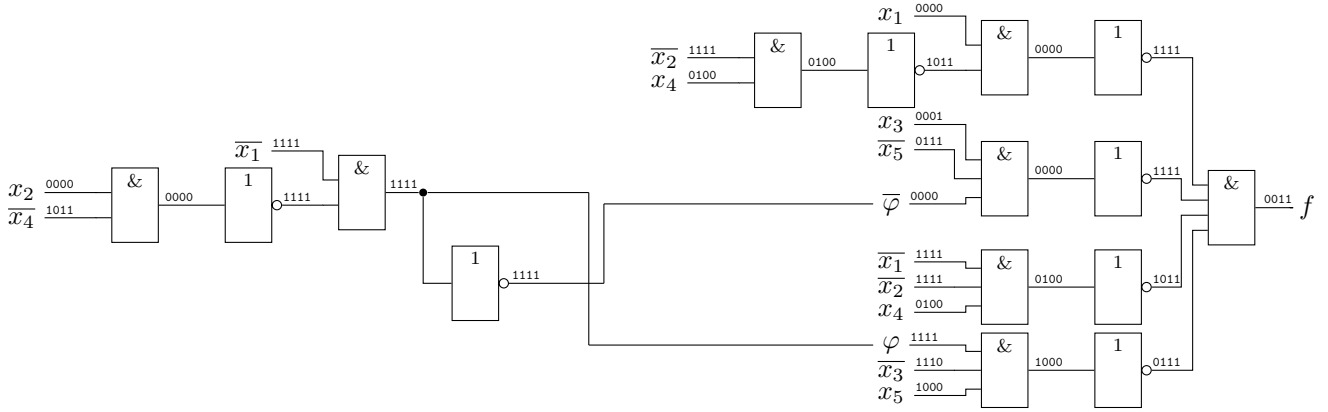


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{x_1 \overline{x_2} x_4 x_3 \overline{x_5} \overline{\varphi} x_1 \overline{x_2} x_4 \overline{\varphi} \overline{x_3} x_5} \quad (S_Q = 28, \tau = 7)$$

$$\varphi = \overline{x_1 x_2 \overline{x_4}}$$



## Универсальный базис (И-НЕ, 2 входа)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{x_2} x_1 x_4 x_3 \overline{x_5} \overline{x_1} x_4 \overline{x_3} x_5 \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} x_4 x_5 \overline{x_3} x_5 \quad (S_Q = 40, \tau = 8)$$

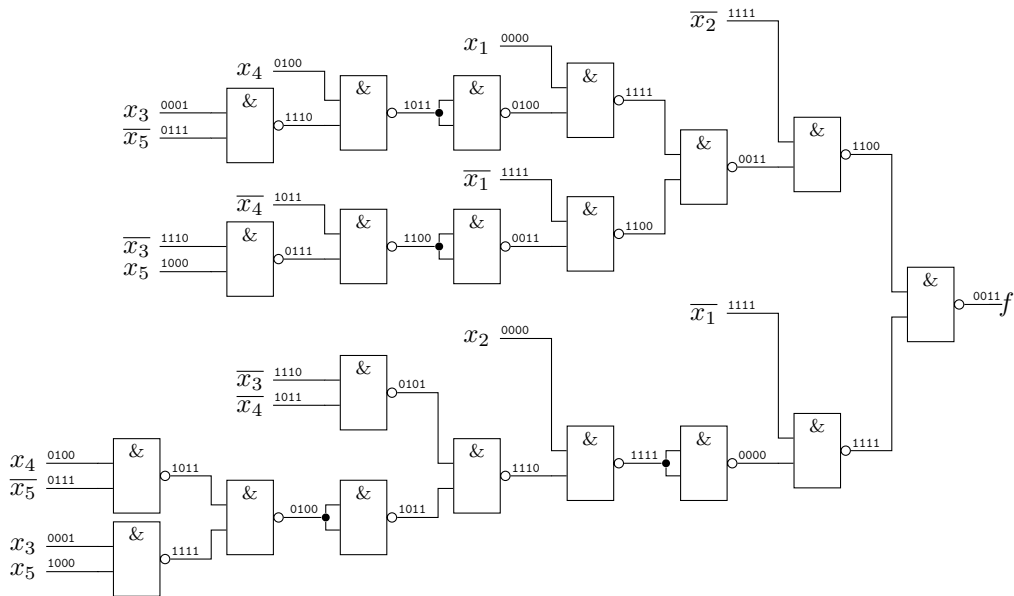


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{x_1 x_2 x_4 x_3 x_5 x_2 x_4}}}}} \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{x_1 x_2 x_4 x_3 x_5 x_1 x_2 x_4}}}}} \quad (S_Q = 36, \tau = 9)$$

