Física Computacional.

Boletín ejercicios Ecuaciones diferenciales ordinarias

1) La ecuación logística que describe la dinámica de poblaciones sencillas tiene la forma siguiente $\frac{d\,P}{d\,t} = r\,P\,\left(1 - \frac{P}{k}\right)$, donde r es la tasa de natalidad y k está relacionado con los recursos de los que dispone la población (comida). Integrar esta ecuación por los tres métodos ((a) Euler, (b) Runge-Kutta 2º orden y (c) Runge-Kutta 4º orden). (Ejemplo de valor de las constantes: r=1, k=1; condición inicial, P(n=1)=10).

2) Integrar la siguiente ecuación diferencial $\ddot{x} + w_o^2 x = 0$

a) Por el método de Euler

b) Método de Runge-Kutta de segunto orden

c) Método de Runge-Kutta de cuarto orden

Comprobar el efecto de Δt sobre la solución obtenida (analizar la estabilidad del método en función del paso de integración). Comparar los resultados obtenidos por cada uno de los tres métodos de integración.

3) Integrar la siguiente ecuación diferencial $\ddot{x} + b\,\dot{x} + w_o^2 x = F\,\cos\,(wt)$ para diferentes valores de w y w_o. Hacerlo mediante los tres métodos considerados ((a) Euler, (b) Runge-Kutta 2º orden y (c) Runge-Kutta 4º orden).

Comprobar el efecto de Δt sobre la solución obtenida (analizar la estabilidad del método en función del paso de integración). Comparar los resultados obtenidos por cada uno de los tres métodos de integración. Analizar el caso resonante w = w_o.

4) Integrar el sistema de ecuaciones diferenciales mediante los tres métodos anteriores:

$$\frac{dX}{dt} = \sigma\,(Y - X)$$

$$\frac{dY}{dt} = rX - Y - XZ$$

$$\frac{dZ}{dt} = XY - bZ$$

para los valores de los parámetros σ = 3, r = 26.5, b = 1 y como condición inicial (x, y, z) = (0 , 1 , 0). Analizar la estabilidad del método en función del valor del Δt.

5) Integrar la ecuación del ejercicio 1 por un método de paso variable.

NOTA: Los ejercicios del 1 al 4 son obligatorios. El 5 es opcional su entrega.