



Discrete Mathematics

Summary

Set theory

Combinatorics

Number theory

Graph theory

Geometry

Outside the exam

2.5 The Twin Paradox and the Good Old Logarithm

5 Combinatorial Probability

6.10 How to Test Whether a Number is a Prime?

14.5-6 Latin Squares, Codes

15 A Glimpse of Complexity and Cryptography

Sets

- **Intersection**
- **Union**
- **Difference (Complement)**
- **Symmetric Difference**

Combinatorics

- **The Addition Principle**
- **The Multiplication Principle**
- **In-Exclusion**
- **Pigeonholes**
- **The Binomial Theorem**
- **贾宪三角**
- **Fibonacci**

Integers

- **Fundamental Theorem of Arithmetic (Theorem 6.3.1)**
- **The Euclidean Theorem (Th. 6.4.1)**
- **Fermat's Theorem (Th. 6.5.1)**
- **The Euclidean Algorithm**
- **Congruences**
- **Equations in Modular Arithmetic**

Graphs

- The Handshake Theorem
- Eulerian Walks
- Hamilton Cycles
- Trees
- **Borůvka-Kruskal's Algorithm**
- Tree Shortcut Algorithm (for TSP)

Graphs

- The Marriage Theorem
- The Hungarian Algorithm (for matching)
- Euler's Formula: $v - e + f = 2$
- Bipartite \Leftrightarrow no odd cycles
- Brooks' Theorem
- The Five Color Theorem

Geometry

- **Combinatorics in Geometry**
- **Affine Planes**
- **Projective Planes**
- **The Cube Space**
- **Block Designs**

FAQ

讨论主题 助教哥哥的邮箱？

回复： 在网络学堂公告栏的“作业安排”里，

一班学号 ≤ 2015011052 的助教：李德赛
lds14@mails.tsinghua.edu.cn；

一班学号 ≥ 2015011053 的助教：刘佳伟
jw-liu15@mails.tsinghua.edu.cn；

二班学号 ≤ 2015011148 的助教：付文凯
fwk15@mails.tsinghua.edu.cn；

二班学号 ≥ 2015011149 的助教：张义
zhang-yi14@mails.tsinghua.edu.cn。

讨论主题 我在准备离散数学的考试，其实以前在做题的时候发现我们教材上的习题和课外参考的习题很不一样..... 我想知道我们最后的考题是更类似哪一种呢？

回复：类似课后练习。

讨论主题 能否把书上不是作业的习题答案也发出来给我们自己做了之后对照一下？

回复： review exercise的答案我们几个助教也没有找到。如果找到了我们会放上来，目前review exercise有问题的可以直接咨询助教。

讨论主题 书上的公式需要记忆么？

回复：开卷考试。

问题标题 尊敬的老师好，我是无5?班学生。我的学号是**20150?????**，期末我得在哪个班考试？

回复：请将你的学号看成一个整数在网络学堂的“考试安排”里比较后确定。

问题标题 关于集合

问题正文 任意 x 属于 A ，且 A 含于 B ，有 x 属于 B 。则对于 $A=\{1,2,\{1,2,3\}\}$ ，有 3 属于 $\{1,2,3\}$ ， $\{1,2,3\}$ 含于 A ，是否有 3 属于 A ？

回复： 否。

讨论主题 今天课上的鸽巢原理的定理三还是不太懂

正文 最后的那个递减数列是怎么构造出来的？如果不递减该怎么推出矛盾？

回复人 武楚涵

正文 用反证法，假设 $a_{i_1} < a_{i_2}$ ，则可如下取以 a_{i_1} 为首项的递增子列：取出 a_{i_2} 为开头的递增子列，由于 $a_{i_1} < a_{i_2}$ ，可取 a_{i_1} 为首项，接上 a_{i_2} 为开头的递增子列。这样 a_{i_1} 为首项的最大递增子列项数将会大于 a_{i_2} 为首项的。这样就导出了矛盾。

讨论主题 关于教材习题3.3.4的困惑

正文 题目对于“essential different”的定义含糊不清，且(c)(d)答案明显矛盾

(d) The answer is the coefficient of x^n in

$$\prod_{k=1}^n (1 - x^k)^{-1}, \text{ assuming more than 26}$$

letters.

讨论主题 3.6.3 (52页) 怎么用二项式定理来证明？

回复： 对 $(x+1)^{n+m}$, $(x+1)^n$, $(x+1)^m$ 分别展开, $(x+1)^n(x+1)^m$ (多项式相乘), 与 $(x+1)^{n+m}$ 比较同次项的系数。

讨论主题 3.7.2

正文 Are you surprised at comparing the result and $\exp(-2t^2/n)$? It isn't similar at all, is it? what surprises you? I really can't catch it.

回复:

$$\frac{de^{-2t^2/n}}{dt} = -(4t/n)e^{-2t^2/n},$$

$$\frac{d^2e^{-2t^2/n}}{dt^2} = -(4/n)e^{-2t^2/n} + 16(t^2/n^2)e^{-2t^2/n} = 0,$$

$$\Rightarrow t = \pm \frac{\sqrt{n}}{2}.$$

讨论主题 关于唯一分解定理的证明

正文 得到 $r_1 r_2 \cdots r_k = (q_1 - a_1 p_1)(q_2 - a_2 p_2) \cdots (q_k - a_k p_k)$ 不就得出了矛盾了吗？为什么要构造 $n' < n$ 来说明？

回复人 孙明杰

正文 还要说明 n' 也是有不止一种的质因数分解，则有 n 的最小性，可推出矛盾。那个式子只是为了 $r_1 r_2 \cdots r_k$ 中不含 p 做说明。

4.3.11 Is it true that if F_n is a prime, then n is a prime?

No, it is not since $F_4=3$.

讨论主题 请问空图可以是子图吗？

回复: Yes, of course.

讨论主题 7.3.9, 10, 11怎么证明？

讨论主题 7.3.13证明好像是用到鸽巢原理但不太清楚怎么证明？

问题标题 关于connected components

问题正文 我在书上好几处都发现了这个概念，但是我越来越搞不懂了它和联通分支有什么关系？谢谢老师！

回答正文 connected components和连通分支是一个概念，前面是英文，后面的是中文而已。

讨论主题 树与圈

正文 一个树如果只增加一条边是不是只出现一个圈？

回复： Yes, and do you know why?

问题标题 树与边数

问题正文 若一个连通图有 n 个顶点，有 $n-1$ 条边，怎么证该图是一个树啊？

回复： What if it is not a tree?

问题标题 习题8.2.2有答案但是不太明白

回答正文 当所有 $n-1$ 个lord去见king的时候，出发的时候每条边上各有一个lord，这证明了 n 节点图有 $n-1$ 条边。

1.假设某一条边上有2个lord，说明这两个人从该边的两个端点相向而行，则他们从不同的路径访问king，形成圈，矛盾。

2.假设某一条边上没有lord，则说明该边的两个人从两端点背向而行，则他们从不同的路径访问king，形成圈，矛盾。

上面两种情况说的都是所有lord刚出发的时候

讨论主题 怎么证明任何 n 个小于 n 的非负整数排列按照prufer code的还原方法一定能还原成一个树？

正文 按照Cayley's theorem的证明过程，这个应该是对的，但是不知道怎么去证明它。

回复：最后添加一个零，然后按步骤还原不就好了，书中写了。

问题标题 联通网问题

问题正文 想问一下联通网问题中的每条边所对应的权是否不同？而且，**Borůvka-Kruskal**算法和**Jarník-Prim**算法所得到的树是不是一样的？对于一个图，是不是最优解不只一个？

回复： 否。未必。可能。

问题标题 最小生成树 避圈法

问题正文 是否所有最小生成树都可以通过避圈法生成 我们自认为可以证明这一点，想要向您确认一下。

回复: Yes.

问题标题 请问P177 Review exercise 10.4.8如何证明？

回复: Use 10.3.2.

问题正文 我想问一下为什么平面图的每一个面 f 中，都有 $d(f)$ 大于等于3？

回复： How do you know?

问题正文 作业13.4.1能不能给点提示？

回复： By the proof of Theorem 13.1.1.

问题标题 finite geometry

问题正文 老师，您上课讲的三种类型的 finite geometry 说他们所有点、线以及面都是相同的，这个相同是怎么理解？一直想的不是很明白，还有就是书上的用映射证明的也不是很明白，希望老师讲解一下。谢谢。

回复 In the sense that if we pick any two points, we can rename all points so that one of them becomes the other, and nobody will notice the difference.