

2022 年 10 月高等教育自学考试全国统一命题考试

## 离散数学

(课程代码 02324)

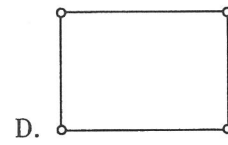
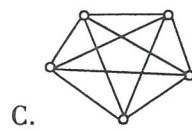
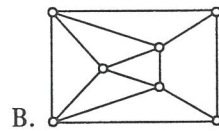
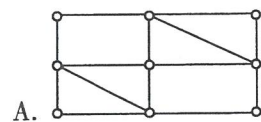
注意事项:

1. 本试卷分为两部分,第一部分为选择题,第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答,答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔,书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

## 第一部分 选择题

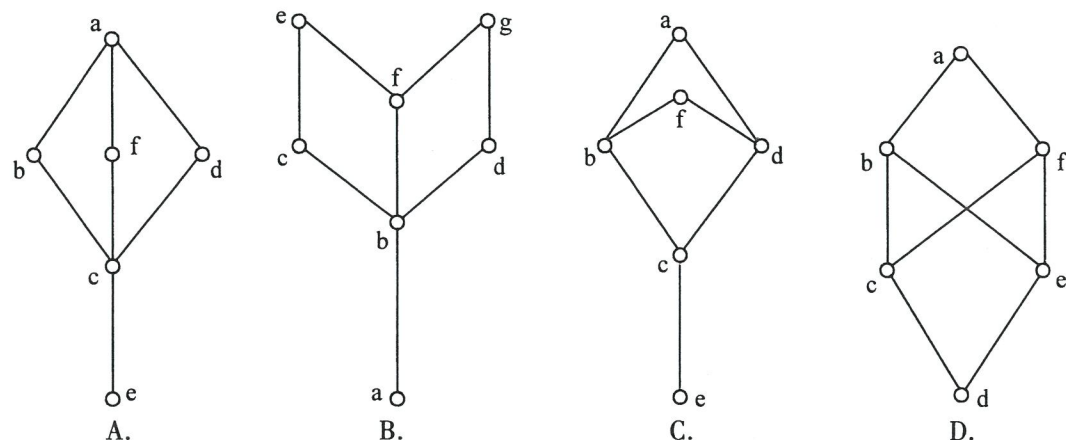
一、单项选择题:本大题共 15 小题,每小题 1 分,共 15 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 令  $p$ :天下大雨, $q$ :小王早到。命题“只要天不下大雨,小王就会早到”的符号化形式为  
A.  $p \rightarrow q$       B.  $q \rightarrow p$       C.  $\neg p \rightarrow q$       D.  $\neg q \rightarrow p$
2. 设令  $F(x)$ : $x$  是火车, $G(x)$ : $x$  是汽车, $L(x,y)$ : $x$  比  $y$  快。命题“不存在比所有的火车都快汽车”的符号化形式为  
A.  $\forall x(F(x) \rightarrow \forall y(G(y) \rightarrow L(x,y)))$   
B.  $\exists x(F(x) \wedge \exists y(G(y) \wedge L(x,y)))$   
C.  $\neg \exists y(G(y) \wedge \forall x(F(x) \rightarrow L(x,y)))$   
D.  $\neg \forall y(G(y) \rightarrow \forall x(F(x) \rightarrow L(x,y)))$
3. 下列谓词公式中,不是前束范式的为  
A.  $\forall x(A(x) \wedge \exists yB(y))$   
B.  $\forall x \forall y(A(x) \rightarrow B(y))$   
C.  $\forall x \exists y(A(x) \wedge B(y) \rightarrow C(y))$   
D.  $\forall x \exists y(A(x) \wedge B(y) \rightarrow C(x,y))$
4. 下列不是欧拉图的为



5. 设集合  $A = \{a, b, c, d\}$ , 现有  $A$  上的二元关系  $R = \{\langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, d \rangle, \langle b, a \rangle\}$ , 则  $A$  是  
A. 自反的      B. 对称的  
C. 反对称的      D. 传递的
6. 一个 6 阶简单无向图  $G$ , 其各结点度数之和不可能为  
A. 10      B. 12      C. 18      D. 34
7. 下列谓词恒等式,不正确的是  
A.  $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$   
B.  $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \exists xP(x) \vee \exists xQ(x)$   
C.  $\forall xP(x) \vee \forall xQ(x) \Rightarrow \forall x(P(x) \vee Q(x))$   
D.  $\exists xP(x) \vee \exists xQ(x) \Rightarrow \exists x(P(x) \vee Q(x))$
8. 下列度数序列不能构成无向树的是  
A.  $\{1, 1, 1, 2, 3\}$       B.  $\{1, 1, 2, 2, 2\}$   
C.  $\{1, 1, 1, 1, 4\}$       D.  $\{1, 2, 3, 3, 3\}$
9. 存在经过图中所有边一次且仅一次的回路的是  
A. 关系图      B. 哈斯图  
C. 欧拉图      D. 哈密顿图
10. 不能用来表达集合  $A$  上的二元关系  $R$  的方法是  
A. 关系矩阵      B. 集合表达式  
C. 关系图      D. 邻接矩阵
11. 已知  $A, B, C, D$  是任意集合, 则下列各式不成立的是  
A.  $(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times D)$   
B.  $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$   
C.  $(A \oplus B) \times C = (A \times C) \oplus (B \times C)$   
D.  $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$
12. 要从一颗 4 阶树得到完全图  $K_4$ , 需要添加的边数为  
A. 1      B. 2      C. 3      D. 4
13. 设  $R, S$  是集合  $A$  上的两个不同的等价关系, 则下列不是等价关系的为  
A.  $R \cup S$       B.  $R - S$   
C.  $R \circ S$       D.  $R \cap S$

14. 下图中 4 个偏序集的图形,能构成格的是



15. 下列函数均为  $f: N \times N \rightarrow N$ , 其中不是满射的为

- A.  $f(\langle x, y \rangle) = xy$  B.  $f(\langle x, y \rangle) = x+y$   
C.  $f(\langle x, y \rangle) = x^2 + y^2 + 1$  D.  $f(\langle x, y \rangle) = |x-y|$

## 第二部分 非选择题

二、填空题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。

16. 设  $R$  为实数集合,  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ , 则  $f(3) =$  \_\_\_\_\_, 函数  $f$  的性质是 \_\_\_\_\_。
17. 设  $A = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$ ,  $B = \{\langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 4, 2 \rangle\}$ , 则  $A \cup B =$  \_\_\_\_\_,  $\text{dom } A =$  \_\_\_\_\_。
18. 集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $A$  上的关系  $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 4, 3 \rangle\}$ , 则  $R^2 =$  \_\_\_\_\_,  $R^{-1} =$  \_\_\_\_\_。
19. 设集合  $A$  有 4 个元素, 则  $A$  的幂集  $P(A)$  有 \_\_\_\_\_ 个元素。
20. 在整数域中, 命题公式  $\forall x \forall y \exists z (x-y=z)$  的真值为 \_\_\_\_\_, 命题公式  $\exists x \forall y \forall z (x+y=z)$  的真值为 \_\_\_\_\_。
21. 一个 6 阶无向简单图  $G$  为连通图, 则  $G$  的边数至少为 \_\_\_\_\_ 条。
22. 设  $T$  为完全二叉树, 其叶结点数为 7, 则分支结点数为 \_\_\_\_\_。
23. 设集合  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $x, y \in A$ ,  $x * y = (x+y) \bmod 7$ , 则群  $\langle A, * \rangle$  的单位元是 \_\_\_\_\_, 任意非单位元的元素  $x$  的逆元是 \_\_\_\_\_。
24. 一棵  $n$  阶树的邻接矩阵的非零元素个数是 \_\_\_\_\_。
25. 若含  $n (n \geq 2)$  个命题变项的命题公式  $A$  为可满足式, 则  $A$  的主合取范式中最多含有 \_\_\_\_\_ 个大项。

三、计算题:本大题共 5 小题,每小题 6 分,共 30 分。

26. 用列真值表的方法说明下列逻辑等价式成立

$$(p \vee q) \rightarrow \neg r \Leftrightarrow \neg (p \wedge r) \wedge \neg (q \wedge r)$$

27. 求命题公式  $((p \vee q) \rightarrow r) \rightarrow p$  的主析取范式。

28. 对于集合  $A = \{1, 2, 3\}$  上的二元关系  $R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$  和  $S = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$ , 判断其是否具有右边列出的那些性质, 将题 28 表绘制在答题卡上作答。(具备某项性质填写“是”, 不具备填写“否”)

题 28 表

性质 关系	自反性	对称性	传递性
关系 $R$			
关系 $S$			

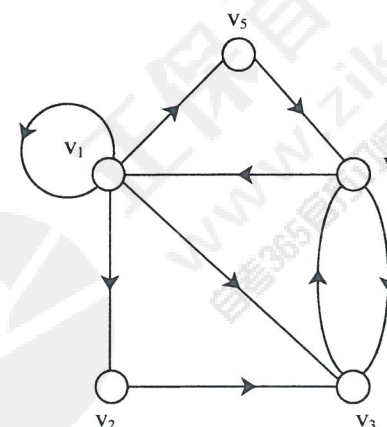
29. 画出下列集合关于整除关系的哈斯图:

$\{1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110\}$

并判定该偏序集是否构成格。

30. 有向图  $D$  如题 30 图所示, 回答下列问题:

- (1) 写出  $D$  的邻接矩阵  $A$ ;
- (2)  $D$  中长度为 1、2、3、4 的通路各有多少条? 其中长度为 1、2、3、4 的回路分别为多少条?



题 30 图

四、证明题:本大题共 3 小题,每小题 7 分,共 21 分。

31. 设  $R_1, R_2$  为集合  $A$  上的关系, 证明  $(R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cup R_2^{-1}$ 。

32. 设  $\langle A, * \rangle$  是一个群, 且  $|A| = 2n, n \in \mathbb{Z}^+$ . 证明: 在  $A$  中至少存在一个元素  $a$ , 满足  $a \neq e$  且使得  $a * a = e$ . 其中  $e$  是单位元。

33. 证明前提“在本离散数学课上的每个人都掌握一定的图论基础知识”和“小华是本课上的学生”, 可得结论“小华掌握一定的图论基础知识”。

五、综合应用题:本大题共 2 小题,每小题 7 分,共 14 分。

34. 今有 a、b、c、d、e、f、g 共 7 人,已知下列情况:

- (1) a 会讲英语;
- (2) b 会讲英语和汉语;
- (3) c 会讲英语、西班牙语和俄语;
- (4) d 会讲汉语和日语;
- (5) e 会讲德语和西班牙语;
- (6) f 会讲法语、日语和俄语;
- (7) g 会讲法语和德语。

现在需要让这 7 人围成一圈,应当怎样安排座位,才能让每个人都能和两边的人交谈?

35. 设  $R$  是定义在所有 8 位二进制数串构成的集合上的二元关系:如果  $s_1$  和  $s_2$  中 0 的个数相同,则  $s_1 R s_2$ .

- (1) 证明  $R$  是等价关系;
- (2) 共有多少个等价类?
- (3) 列举每个等价类的一个成员。