

## 离散数学

(课程代码 02324)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分,第一部分为选择题,第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答,答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔,书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

## 第一部分 选择题

一、单项选择题:本大题共 15 小题,每小题 1 分,共 15 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设  $p$ : 今年是 2020 年,  $q$ : 明年是 2021 年,命题“只有今年是 2020 年,明年才是 2021 年”的符号化为

A.  $p \wedge q$       B.  $p \vee q$       C.  $p \rightarrow q$       D.  $q \rightarrow p$

2. 下列命题公式是永真式的是

A.  $p \wedge (p \rightarrow q)$       B.  $p \wedge (p \leftrightarrow q)$       C.  $p \vee (p \rightarrow q)$       D.  $p \vee (p \leftrightarrow q)$

3. 下列式子不正确的是

A.  $\forall x(A(x) \wedge B(x)) \Leftrightarrow \forall xA(x) \wedge \forall xB(x)$

B.  $\exists x(A(x) \vee B(x)) \Leftrightarrow \exists xA(x) \vee \exists xB(x)$

C.  $\forall xA(x) \vee \forall xB(x) \Rightarrow \forall x(A(x) \vee B(x))$

D.  $\exists xA(x) \wedge \exists xB(x) \Rightarrow \exists x(A(x) \wedge B(x))$

4. 设论域为整数集,下列选项中,真值为真的是

A.  $\forall x \exists y(x+y=2020)$

B.  $\exists x \forall y(x+y=2020)$

C.  $\forall x \forall y(x+y=2020)$

D.  $\exists y \forall x(x+y=2020)$

5. 下列关系矩阵所对应的关系具有对称性的是

A.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

B.  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

C.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

D.  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

6. 设  $A=\{a,b,c,d,e\}$ ,  $B=\{1,2\}$ ,则从  $A$  到  $B$  的所有不同满射的个数是

A. 10      B. 30      C. 31      D. 32

7. 设  $A=\{1,2,3\}$ ,  $A$  上的二元关系  $R=\{\langle 1,2 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 3,2 \rangle\}$ ,则  $R$  具有

A. 自反性      B. 反自反性      C. 对称性      D. 传递性

8. 设  $R, S$  均是非空集合  $A$  上的等价关系,则下列关系仍是等价关系的是

A.  $R^{-1}$       B.  $R-S$       C.  $S-R$       D.  $A \times A - R$

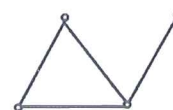
9. 设无向图有 6 条边,3 度与 5 度顶点各一个,其余都是 2 度顶点,则该图的顶点个数为

A. 4      B. 5      C. 6      D. 7

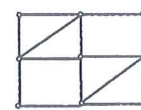
10. 下列无向完全图中不是平面图的是

A.  $K_2$       B.  $K_3$       C.  $K_4$       D.  $K_5$

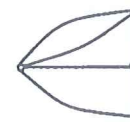
11. 下列图为欧拉图的是



A.



B.

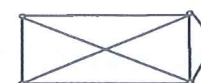


C.



D.

12. 下列图中不是哈密顿图的是



A.



B.



C.



D.

13. 设  $\langle L, \leq \rangle$  是有界格,则下列叙述中,正确的是

A. 全上界与全下界没有补元

B. 每个元都有补元

C. 每个元都没有补元

D. 至少有两个元素存在补元

14. 设  $S=\{a,b\}$ ,  $\circ$  是  $S$  上二元运算,满足  $a \circ a = b \circ a = a$ ,  $a \circ b = b \circ b = b$ ,则  $\langle S, \circ \rangle$  满足

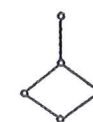
A. 交换律、结合律

B. 交换律、幂等律

C. 结合律、幂等律

D. 交换律、消去律

15. 下列格中不是分配格的是



A.



B.



C.



D.

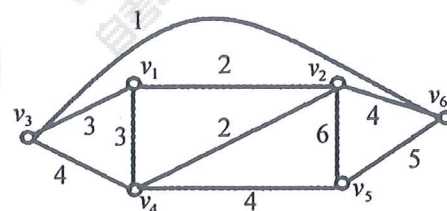
## 第二部分 非选择题

二、填空题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。

16. 两个不同小项的合取式的真值是\_\_\_\_\_。
17. 公式  $\forall x A(x) \rightarrow \exists y B(y)$  的前束范式为\_\_\_\_\_。
18. 公式  $\forall x(A(x) \wedge \exists y B(y)) \leftrightarrow C(x)$  中量词  $\forall x$  的辖域是\_\_\_\_\_。
19. 设  $A=\{1,2,3\}$  上的二元关系  $R=\{\langle 1,2 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 3,2 \rangle\}$ ,  $S=\{\langle 3,1 \rangle\}$ , 则  $\text{dom}(R \cup S^{-1}) =$ \_\_\_\_\_。
20. 设  $A=\{1,2,3,4\}$  的一个划分为  $S=\{\{1,4\}, \{2,3\}\}$ , 则  $S$  确定的  $A$  上等价关系  $R=$ \_\_\_\_\_。
21. 设  $A=\{1,2,3,4\}$ ,  $P(A)$  表示  $A$  的幂集,  $\oplus$  表示集合的对称差, 则  $(P(A), \oplus)$  的单位元是\_\_\_\_\_。
22. Klein 四元群中除了单位元外的其它元素的阶都是\_\_\_\_\_。
23. 设  $G$  为连通平面图, 有 7 个顶点, 其平面表示中共有 5 个面, 则边数为\_\_\_\_\_。
24. 6 阶非同构的树共有\_\_\_\_\_棵。
25. 有 10 个顶点的无向完全图, 需要删除\_\_\_\_\_条边才能得到生成树。

三、简答题:本大题共 8 小题,第 26~30 小题,每小题 6 分;第 31~33 小题,每小题 7 分,共 51 分。

26. 用真值表法判定命题公式  $(p \wedge q) \leftrightarrow (q \vee \neg r)$  是否为非重言式的可满足式。
27. 用等值演算法求命题公式  $(p \vee q) \wedge (q \rightarrow \neg r)$  的主合取范式。
28. 设集合  $A=\{1,2,3\}$  上的二元关系  $R=\{\langle 1,1 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 3,2 \rangle\}$ , 写出自反闭包  $r(R)$ , 对称闭包  $s(R)$  和传递闭包  $t(R)$  的集合表达式。
29. 画出  $A=\{1,2,3,9,18\}$  上整除关系的哈斯图, 并求  $B=\{2,3,9\}$  的极大元、极小元。
30. 利用 Kruskal 算法求题 30 图所示的连通带权图的最小生成树, 请给出详细过程并画出最小生成树, 计算最小生成树的权。



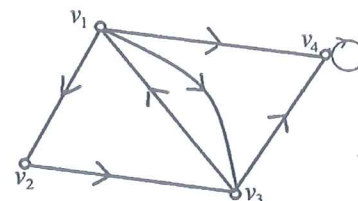
题 30 图

31. 设  $R$  为  $N \times N$  上的二元关系,  

$$\forall \langle a, b \rangle, \langle c, d \rangle \in N \times N, \langle a, b \rangle R \langle c, d \rangle \Leftrightarrow a=c$$
  - (1) 证明  $R$  为等价关系;
  - (2) 求  $R$  导出的等价类。

32. 设有向图  $D$  如题 32 图所示,

- (1) 写出图  $D$  的邻接矩阵  $M_D$ ;
- (2) 计算图  $D$  中长度为 4 的通路数;
- (3) 计算图  $D$  中长度小于或等于 4 的回路数。



题 32 图

33. 用二叉树表示算术表达式  $(a+3 * b) \div (c-d)$ , 并给出该树的先序、中序、后序遍历序列。

四、证明题:本大题共 2 小题,每小题 7 分,共 14 分。

34. 证明:正实数集  $R^+$ , 对于普通乘法构成交换群。

35. 用归谬法证明下面有效推理。

前提:  $p \rightarrow \neg q, q \vee \neg r, r \wedge s$

结论:  $\neg p$