工程问题建模与实践

关于案例2课题求解方案的几点探讨

上海交通大学

电子工程系

2022年4月

Agenda

- 从元件(状态)到系统(状态)

  回顾三元件串并联例题

  元件 => 节点 => 系统

- 关于时间的离散化做法

  三元件串并联例题的时间离散化做法

  案例2系统仿真的时间离散化做法

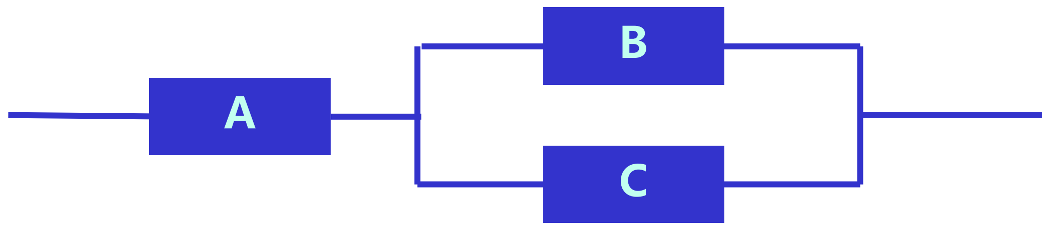
- “系统失效又复活”的现象
- “系统永生不死”的现象
- 本例中的可靠性和可用性
- 关于拓展论题构思

从元件(状态)到系统(状态)

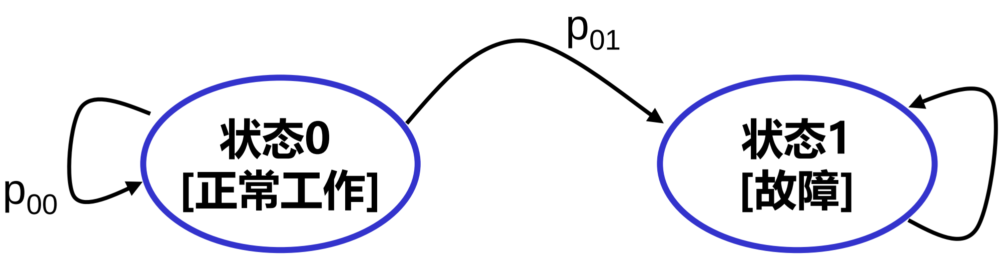
回顾三元件串并联例题

- **一个系统的可靠性模型，表现为三个不可修复元件A、B、C构成，三个元件的寿命统计独立，概率密度分布特性相同。欲求系统的平均寿命。**

$$f_{life} = \lambda e^{-\lambda t} \qquad \lambda = 10^{-3}(hour^{-1})$$

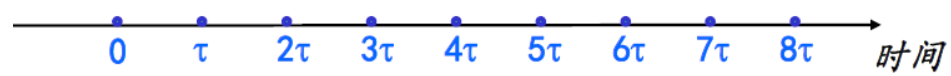


- **模拟元件状态随机变化的状态机图式（状态随机转移图）**



$$p_{01} = \Pr\{T \le \tau\} = \int_0^{\tau} \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-\lambda\tau}$$

当取τ=1小时，$p_{01} \approx 9.995 \times 10^{-4}$



- **系统状态**

$$G_{sys} = G_A \mid (G_B \,\&\, G_C)$$

从元件(状态)到系统(状态)

回顾三元件串并联例题

参考代码

```
% parameters
Nsample=50000;
Lamda=1/1000;
P01=1-exp(-Lamda);

life=zeros(1,Nsample);

for k=1:Nsample
    state_system=0;
    state_comp=zeros(1,3);
    while state_system==0;
        if state_comp(1)==0
            state_comp(1)=(rand(1)<=P01);
        end
        if state_comp(2)==0
            state_comp(2)=(rand(1)<=P01);
        end
        if state_comp(3)==0
            state_comp(3)=(rand(1)<=P01);
        end
        state_system=(state_comp(1)|(state_comp(2)&state_comp(3)));
        life(k)=life(k)+1;
    end
end
mean_life=mean(life);
fprintf('mean_life=%7.2f\n',mean_life);
```

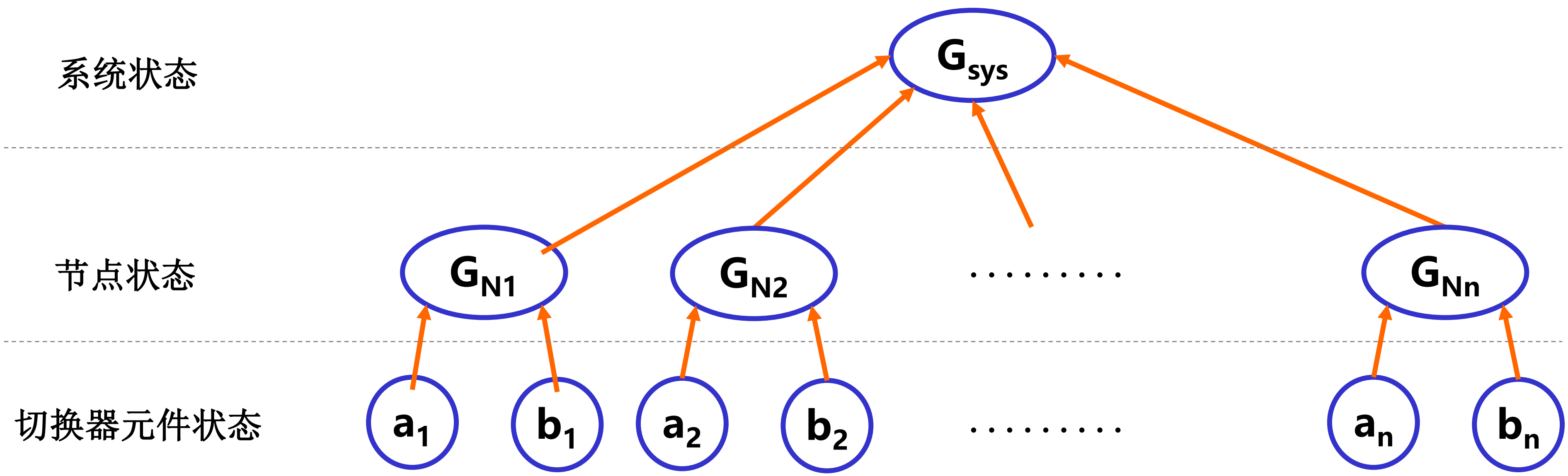
元件A下一小时状态

元件B下一小时状态

元件C下一小时状态

$G_{sys} = G_A | (G_B \& G_C)$ 系统下一小时状态

- 元件 => 节点 => 系统 (对象例)
  - 三个层面，自下而上



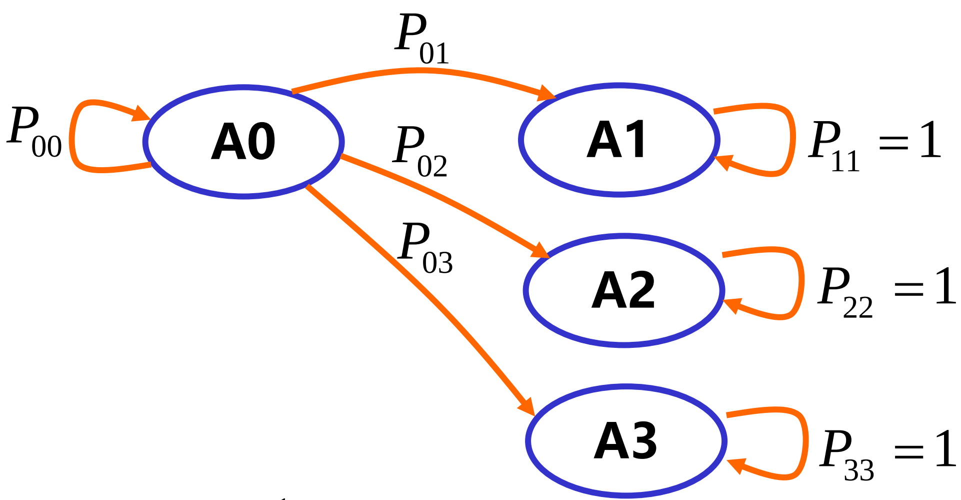
每个切换器状态确定后，可以根据系统内部的组合逻辑，推定节点的状态和整个系统的状态。

从元件(状态)到系统(状态)

元件 => 节点 => 系统

元件状态的随机转移图

假设时间离散步长（时间仿真颗粒度）为1小时



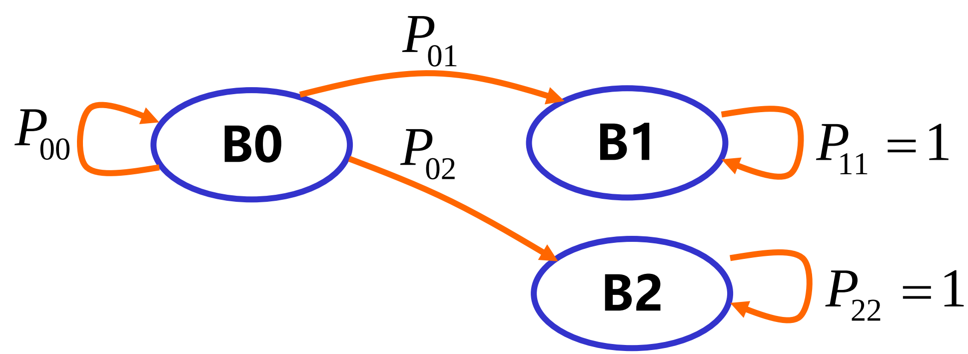
$$P_{01}=P_{EA1}\int_0^1\lambda_A e^{-\lambda_A\tau}d\tau$$

$$P_{02}=P_{EA2}\int_0^1\lambda_A e^{-\lambda_A\tau}d\tau$$

$$P_{03}=P_{EA3}\int_0^1\lambda_A e^{-\lambda_A\tau}d\tau$$

$$P_{00}=1-P_{01}-P_{02}-P_{03}$$

切换器A



$$P_{01}=P_{EB1}\int_0^1\lambda_B e^{-\lambda_B\tau}d\tau$$

$$P_{02}=P_{EB2}\int_0^1\lambda_B e^{-\lambda_B\tau}d\tau$$

$$P_{00}=1-P_{01}-P_{02}$$

切换器B

◻ 元件 => 节点 => 系统

➢ 节点性能状态

(1) 其中 g_{N0} 表示节点性能完好，为直观起见，定义别名 g_{PF}（意为 perfectly functioning）；

(2) g_{N1} 表示只能作为从节点，别名 g_{SO}（slave only）；

(3) g_{N2} 表示或者作为主节点，或者作为不阻塞总线的失效节点，别名 g_{DM}（disable / master）；

(4) g_{N3} 表示只能作为主节点，否则就会阻塞总线，别名 g_{MO}（master only）；

(5) g_{N4} 表示成为不阻塞总线的失效节点，别名 g_{DN}（disable node）；

(6) g_{N5} 表示节点总是阻塞总线，别名 g_{FB}（failed bus）；

《工程问题建模与仿真之案例课题2》中5.2节

□ 元件 => 节点 => 系统

- **节点性能状态**

切换器状态组合与节点性能状态的对应关系

《工程问题建模与仿真之案例课题2》中5.2节

(分析好)

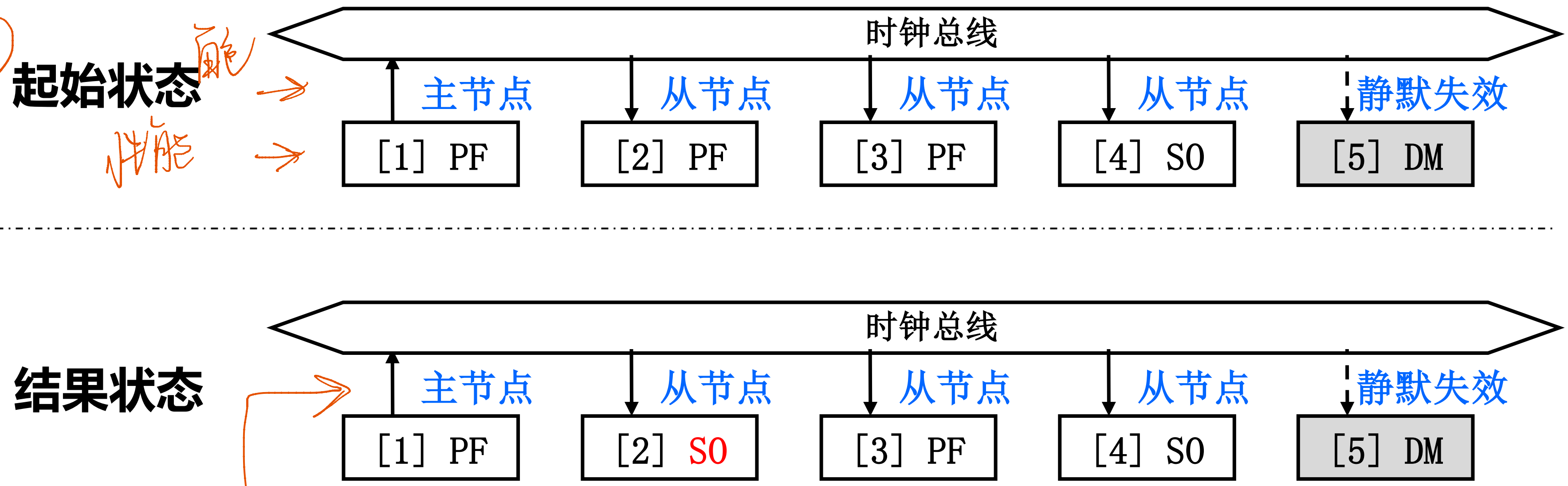
表 1 切换器-节点状态映射关系

切换器 A 状态	切换器 B 状态	节点状态	别名
g_{A0}	g_{B0}	g_{N0}	g_{PF}
	g_{B1}	g_{N3}	g_{MO}
	g_{B2}	g_{N1}	g_{SO}
g_{A1}	g_{B0}	g_{N1}	g_{SO}
	g_{B1}	g_{N5}	g_{FB}
	g_{B2}	g_{N1}	g_{SO}
g_{A2}	g_{B0}	g_{N2}	g_{DM}
	g_{B1}	g_{N3}	g_{MO}
	g_{B2}	g_{N4}	g_{DN}
g_{A3}	g_{B0}	g_{N4}	g_{DN}
	g_{B1}	g_{N4}	g_{DN}
	g_{B2}	g_{N4}	g_{DN}

元件 => 节点 => 系统

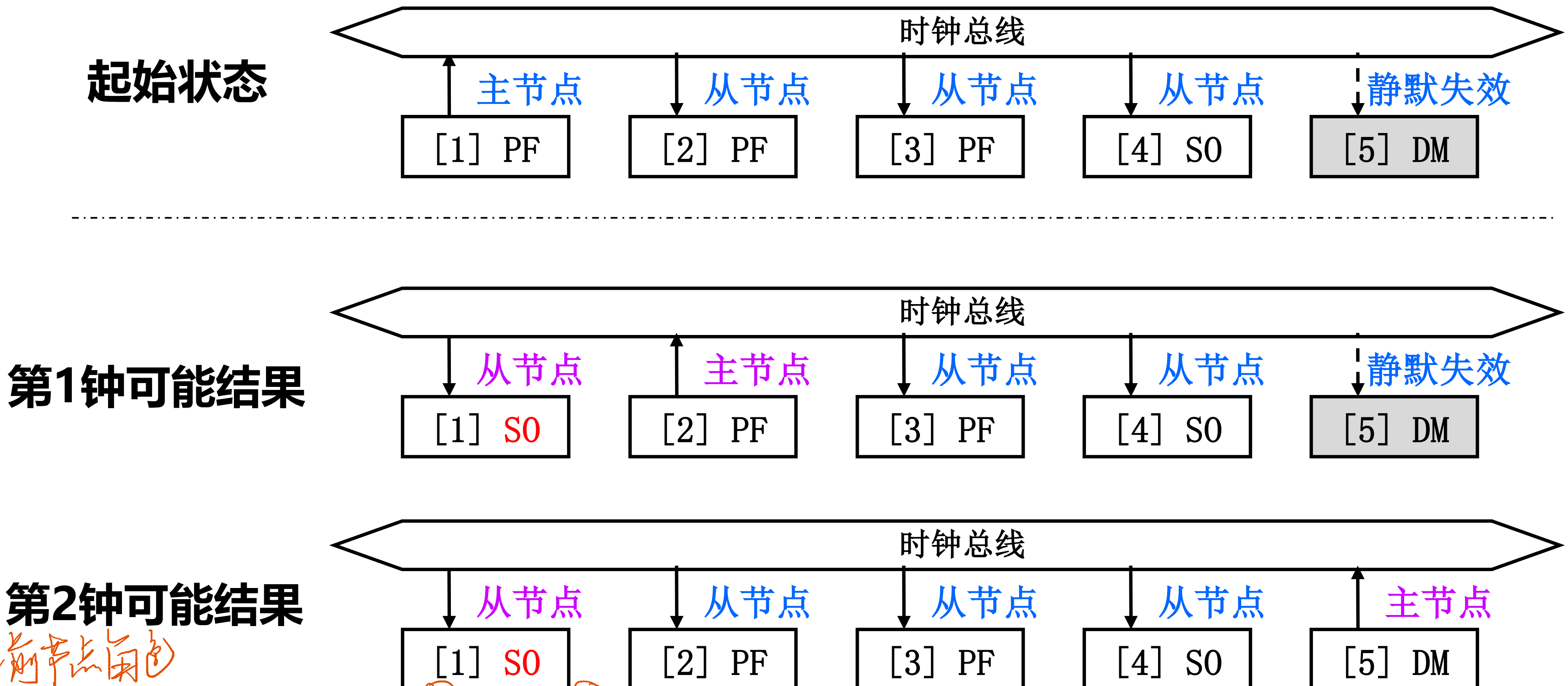
节点角色状态的变化

(当前)



元件 => 节点 => 系统

- **节点角色状态的变化**



当前节点角色

$$\left\{G_{role}^{(m)}\right\} = F_G\left(\left\{G_{role}^{(m-1)}\right\},\left\{G_N^{(m)}\right\},[random]\right)$$

1 2

→ 转化成代码

角色向量(当前一时刻) 当前各节点时性能 随机因素 仿真模拟

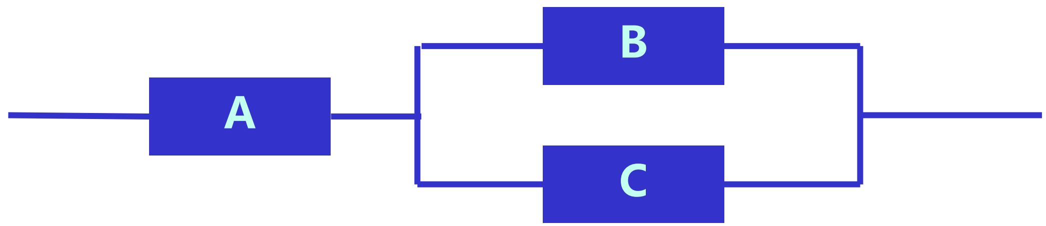
Agenda

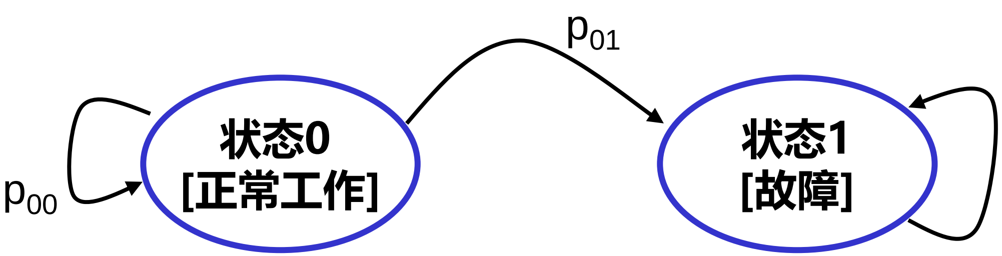
- 从元件(状态)到系统(状态)
  - 回顾三元件串并联例题
  - 元件 => 节点 => 系统
- 关于时间的离散化做法
  - 三元件串并联例题的时间离散化做法
  - 案例2系统仿真的时间离散化做法
- “系统失效又复活”的现象
- “系统永生不死”的现象
- 本例中的可靠性和可用性
- 关于拓展论题构思

三元件串并联例题的时间离散化做法

➢ “时间”按固定步长推进

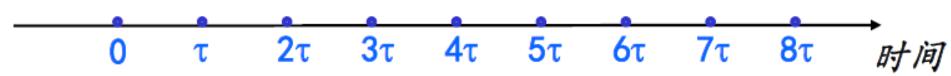
$$f_{life} = \lambda e^{-\lambda t} \qquad \lambda = 10^{-3}(hour^{-1})$$





$$p_{01} = \Pr\{T \le \tau\} = \int_0^{\tau} \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-\lambda\tau}$$

当取τ=1小时，$p_{01} \approx 9.995 \times 10^{-4}$



$$G_{sys} = G_A \,|\, (G_B \,\&\, G_C)$$

三元件串并联例题的时间离散化做法

➢ “时间”按固定步长推进

参考代码

```
Nsample=50000;
Lamda=1/1000;
P01=1-exp(-Lamda);

life=zeros(1,Nsample);

for k=1:Nsample
    state_system=0;
    state_comp=zeros(1,3);
    while state_system==0;
        if state_comp(1)==0
            state_comp(1)=(rand(1)<=P01);
        end
        if state_comp(2)==0
            state_comp(2)=(rand(1)<=P01);
        end
        if state_comp(3)==0
            state_comp(3)=(rand(1)<=P01);
        end
        state_system=(state_comp(1)|(state_comp(2)&state_comp(3)));
        life(k)=life(k)+1;
    end
end
mean_life=mean(life);
fprintf('mean_life=%7.2f\n',mean_life);
```

元件A下一小时状态

元件B下一小时状态

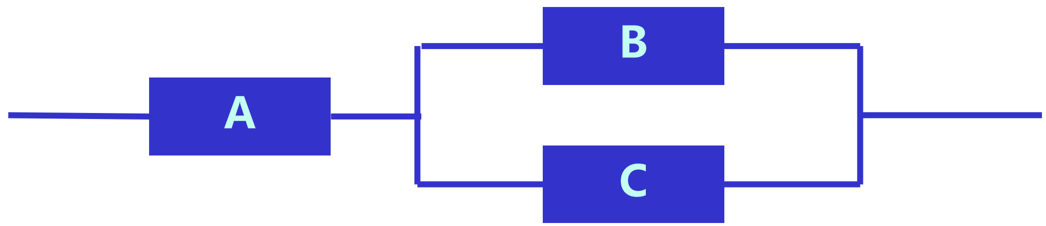
元件C下一小时状态

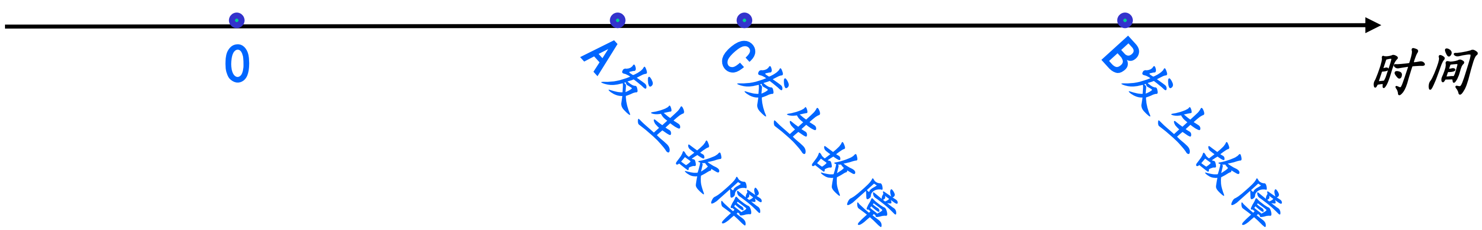
$G_{sys} = G_A | (G_B \& G_C)$ 系统下一小时状态

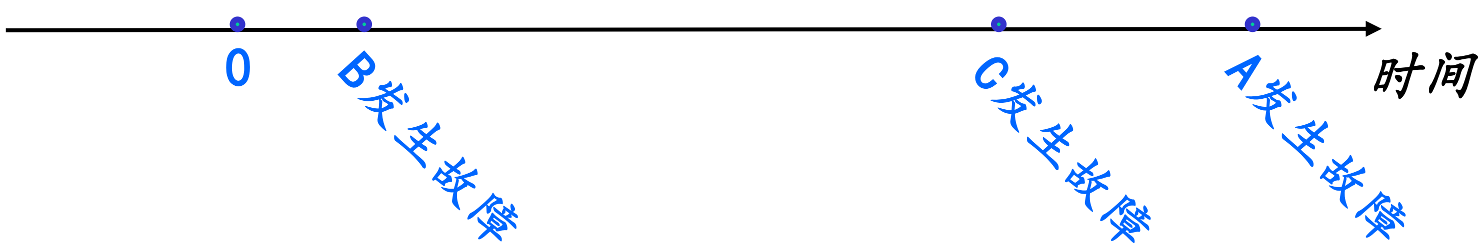
三元件串并联例题的时间离散化做法

- “时间”按变化步长推进

$$f_{life} = \lambda e^{-\lambda t} \qquad \lambda = 10^{-3}(hour^{-1})$$







三元件串并联例题的时间离散化做法

➢ “时间”按变化步长推进

参考代码

```
% parameters
Nsample=5000;
Lamda=1/1000;

life=zeros(1,Nsample);

for i=1:Nsample
    state_system=0;
    state_comp=zeros(1,3);
    life_comp=exprnd(1/Lamda,1,3);
    while state_system==0;
        life(i)=min(life_comp);
        j=find(life_comp==life(i),1);
        state_comp(j)=1;
        life_comp(j)=+inf;
        state_system=(state_comp(1)|(state_comp(2)&state_comp(3)));
    end
end
mean_life=mean(life);
fprintf('mean_life=%7.2f\n',mean_life);
```

life_comp=exprnd(1/Lamda,1,3); 随机生成三元件寿命（由好变坏的时间点）

寻找并处理下一个发生的事件（元件由好变坏）

life_comp(j)=+inf; 已处理的事件数值改作无穷大（相当于删除）

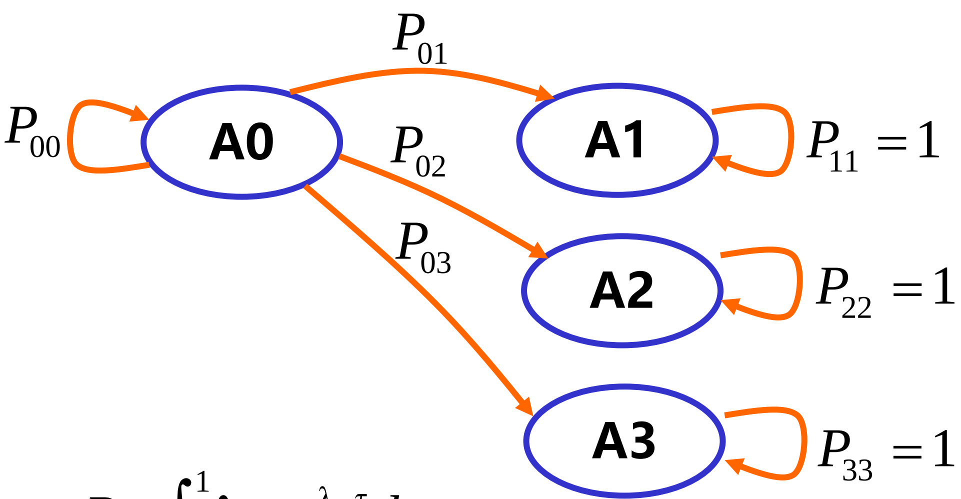
state_system=...; 系统状态的变化

$$G_{sys}=G_A|(G_B\&G_C)$$

案例2系统仿真的时间离散化做法

➢ “时间”按固定步长推进

切换器A为例，时间步长（也是仿真颗粒度）为1小时



$$P_{01}=P_{EA1}\int_0^1 \lambda_A e^{-\lambda_A \tau} d\tau$$

$$P_{02}=P_{EA2}\int_0^1 \lambda_A e^{-\lambda_A \tau} d\tau$$

$$P_{03}=P_{EA3}\int_0^1 \lambda_A e^{-\lambda_A \tau} d\tau$$

$$P_{00}=1-P_{01}-P_{02}-P_{03}$$

代码大致结构

$t=0$

$\Delta t=1$（小时）

切换器a_1的下一小时状态

切换器b_1的下一小时状态

切换器a_2的下一小时状态

切换器b_2的下一小时状态

·······

切换器a_n的下一小时状态

切换器b_n的下一小时状态

$t=t+\Delta t$

节点1至节点n的下一小时状态

分析整个系统的下一小时状态

案例2系统仿真的时间离散化做法

➢ **“时间”按变化步长推进**

假设4个节点，随机模拟所有切换器的寿命和故障类型

寿命随机结果

T_{a1}	T_{b1}
T_{a2}	T_{b2}
T_{a3}	T_{b3}
T_{a4}	T_{b4}

故障类型随机结果

A1	B2
A3	B1
A3	B2
A2	B2

假设各个时间数值大小顺序

$$T_{a3} \le T_{b1} \le T_{b4} \le \ldots \le T_{a1}$$

代码大致结构

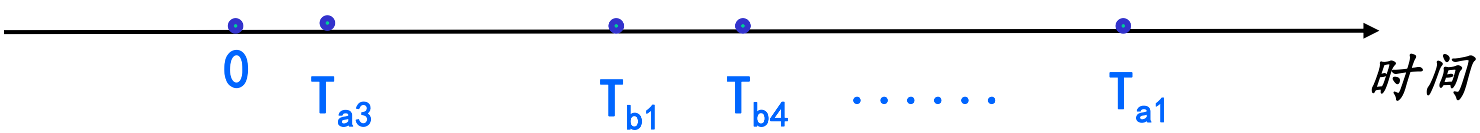
t=0及初始化

t=下一个故障事件的发生时间

该切换器故障事件处理

节点1至节点n的状态相应变化

整个系统的状态相应变化

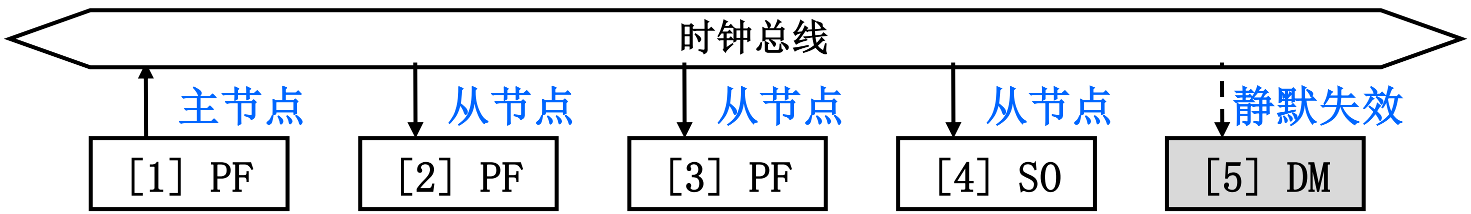


Agenda

- 从元件(状态)到系统(状态)
  - 回顾三元件串并联例题
  - 元件 => 节点 => 系统
- 关于时间的离散化做法
  - 三元件串并联例题的时间离散化做法
  - 案例2系统仿真的时间离散化做法
- “系统失效又复活”的现象
- “系统永生不死”的现象
- 本例中的可靠性和可用性
- 关于拓展论题构思

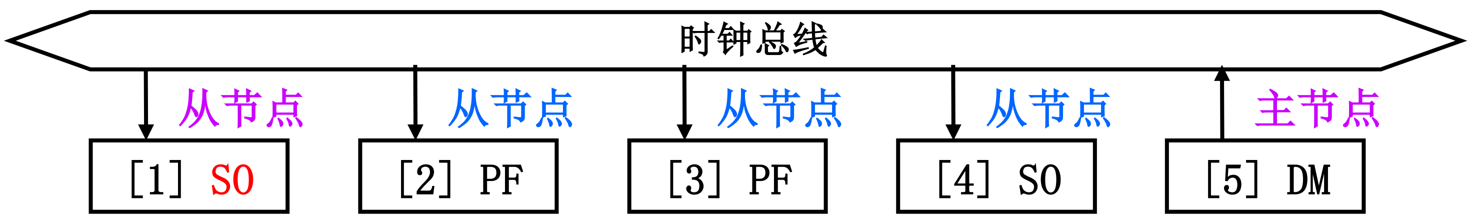
“系统失效又复活”的现象

K=5，系统中需有至少5个协同工作节点，才能正常发挥作用

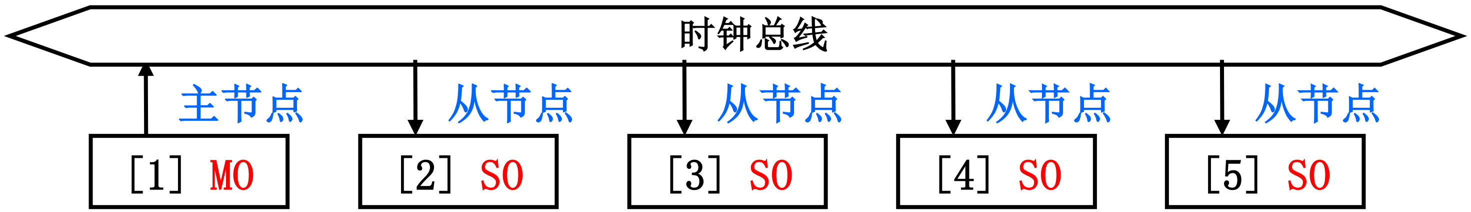


只有4个协同工作节点，系统已失效

变动后，有5个协同工作节点，系统“复活”



“系统永生不死”的现象



模型逻辑漏洞。

为了限制该漏洞对问题求解结果的影响，做了补充规则。

Agenda

- 从元件(状态)到系统(状态)

  回顾三元件串并联例题

  元件 => 节点 => 系统

- 关于时间的离散化做法

  三元件串并联例题的时间离散化做法

  案例2系统仿真的时间离散化做法

- “系统失效又复活”的现象
- “系统永生不死”的现象
- 本例中的可靠性和可用性
- 关于拓展论题构思

本例中的可靠性和可用性

可靠性

$R(w)$ = Pr(The system is not failed during the whole operation time t=0 to w)

系统从时刻 0到w 期间一直有效工作，才计为“可靠”。

在本例中，很难从理论上求解可靠性的公式或数值解。

可用性

$A(w)$ = Pr(The system is not failed at the time intant t=w)

matlab辅助运算程序.

系统只要在 时刻w 的瞬时状态为正常工作，就计为“可用”。

在本例中，可以从理论上求解可用性的公式或数值解；因前述“系统失效又复活”现象的影响，可用性数值约等于但略高于可靠性数值。

请参阅《案例2系统可用性数值的理论求解方法介绍》

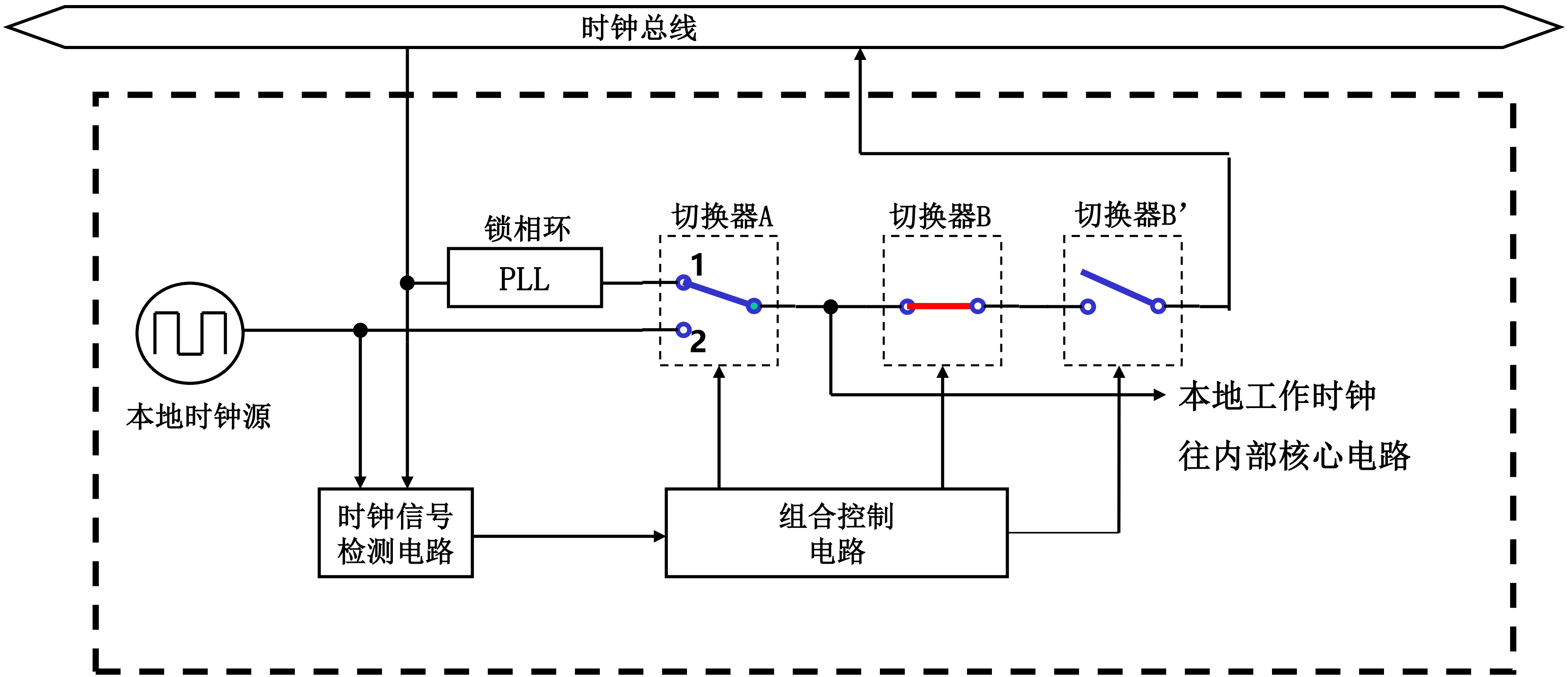
Agenda

- 从元件(状态)到系统(状态)
  - 回顾三元件串并联例题
  - 元件 => 节点 => 系统
- 关于时间的离散化做法
  - 三元件串并联例题的时间离散化做法
  - 案例2系统仿真的时间离散化做法
- “系统失效又复活”的现象
- “系统永生不死”的现象
- 本例中的可靠性和可用性
- 关于拓展论题构思

关于拓展论题构思

举例1

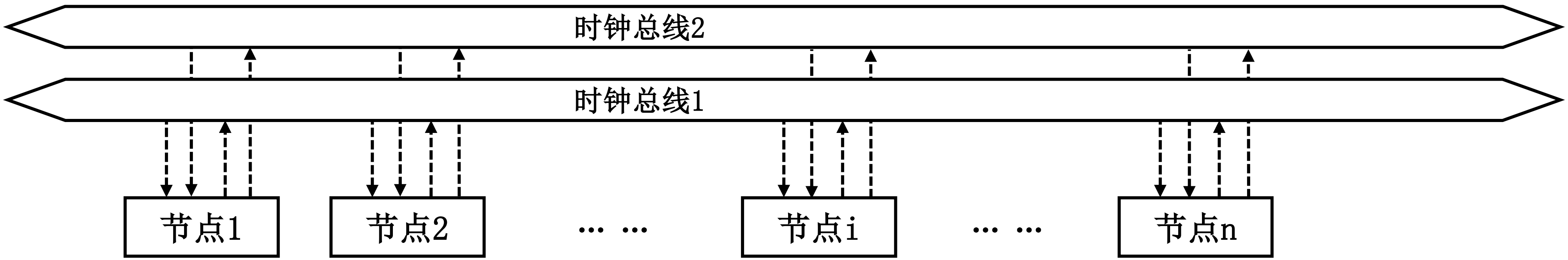
“总线阻塞”对系统寿命影响大，它似乎主要跟切换器故障B1有关



关于拓展论题构思

举例2

保持总线通畅是系统可靠性的核心问题



本讲结束，感谢！