

Computational Modeling, Monitoring and Analysis of Economic Networks

Eric Farran Moreno

July 1, 2025

Abstract

Este trabajo propone un nuevo marco conceptual para el análisis de fenómenos económicos basado en redes de agentes interrelacionados, representadas formalmente como grafos dirigidos. A través de la construcción algebraica del sistema, la formulación de programas de optimización individuales y la propuesta de visualización en tiempo real, se busca modelar la circulación monetaria desde una perspectiva estructural y dinámica. Lejos de pretender ofrecer una herramienta cerrada o empíricamente validada, el enfoque aquí desarrollado constituye una base teórica general y versátil, susceptible de ser extendida y particularizada para diferentes entornos económicos. Su valor reside precisamente en esta generalidad puesto que el modelo provee una arquitectura robusta desde la cual derivar futuras aplicaciones, validar con datos reales, o integrar técnicas avanzadas como la inteligencia artificial.

Introducción

Los modelos macroeconómicos tradicionales analizan la circulación monetaria de una economía sin considerar la interacción de los actores que la conforman. Ignoran el hecho de que el ingreso o el gasto para uno es el gasto o el ingreso para otro, respectivamente.

Este trabajo busca aportar una perspectiva alternativa para analizar los fenómenos económicos, mediante el desarrollo de herramientas propias del paradigma de red, un enfoque basado en el estudio de las transferencias monetarias a través de una red de agentes económicos interrelacionados representada formalmente como un grafo.

Así, el artículo tiene por finalidad plantear una metodología innovadora para la modelización y el análisis económico, y no pretende validar empíricamente el modelo, más allá de las reflexiones cualitativas realizadas en los anexos sobre casos históricos.

De acuerdo al primer principio de la termodinámica, *"la energía ni se crea ni se destruye, solo se transforma"*, y lo cierto es que esta ley también aplica a la economía, con dinero en lugar de energía.

Es cierto que el principio físico no recoge fidedignamente las interacciones económicas, esto es porque un banco central puede crear dinero en la misma medida que un individuo puede quemar un billete. Sin embargo, este permite observar el fenómeno social como una red interconectada de agentes económicos que da lugar a la transferencia de moneda, un grafo completo dirigido.

Para entender fácilmente este nuevo paradigma se puede recurrir a las finanzas personales. Uno recibe un salario y subvenciones del estado según el caso, y con esos ingresos paga impuestos, consume y ahorra. Si fuese requerido, también se puede solicitar un crédito bancario con el cual financiar ya sea la compra de un inmueble o de un coche, y eventualmente devolver la cantidad recibida.

Nótese cómo todos estos intercambios monetarios se adhieren perfectamente a la ley citada, en ningún caso el dinero se ha creado o destruido, solo se ha transferido de un agente a otro.

Es bajo esta nueva perspectiva donde nacen las redes económicas.

La redacción de este artículo se sustenta sobre 3 pilares: el desarrollo teórico y conceptual de una red económica, el diseño de una visualización para la monitorización de los flujos en tiempo real y, por último, el diseño de elementos interactivos y la deducción de relaciones inversas para la simulación de escenarios.

Para ello, en primer lugar, se define al grafo con sus agentes e interacciones y se obtiene su representación algebraica mediante una matriz de flujos.

Posteriormente, y como elemento diferenciador de los estudios macroeconómicos clásicos, se deduce la restricción contable del agente como un elemento endógeno al modelo donde, en función de su capacidad para crear o destruir moneda, se le atribuye uno u otro rol para restringir en mayor o menor medida su expresión presupuestaria.

A continuación se desarrolla el programa de optimización del agente con la consideración de sus preferencias, su impaciencia y sus flujos libres de elección, es decir, las transferencias que vienen dadas por ese agente, así como el consumo para los hogares. En este punto se define la propensión al estado estacionario como un comportamiento innato de los agentes a tender a la estabilidad, hecho que reduce la complejidad del sistema y facilita la extracción de interpretaciones económicas.

Para exponer la aplicación práctica de las redes económicas, se discute acerca de la monitorización y, sobre todo, la visualización del grafo en explotación. También se recurre al programa de maximización

para deducir dos expresiones equivalentes y calcular, mediante los flujos observados de la red, sus factores de propensión o preferencia hacia uno u otro flujo libre de elección. Para el caso de los hogares, su preferencia al consumo sobre el ahorro.

Además, se propone integrar la monitorización y la visualización con la simulación en tiempo real sobre la red, esto con sustento en la solución del problema de optimización para cada agente.

En este punto, conviene señalar que la propuesta de diseño para el panel de control es de carácter funcional, es decir, no se desarrollan aspectos técnicos dada su alta dependencia a la tecnología empleada. No obstante, en el [repositorio web](#) se incluye un prototipo a modo de ejemplo con Python y Dash.

Y para finalizar, se discuten tanto las aplicaciones como las limitaciones del modelo, así como futuras líneas de desarrollo.

Estado del arte

Este trabajo se sitúa en la intersección de cinco grandes áreas dentro de la investigación económica computacional: teoría de redes, modelización input-output, optimización intertemporal, simulación basada en agentes y visualización dinámica de datos. A continuación, se presentan los referentes clave en cada ámbito, junto con sus limitaciones y la motivación que da lugar a la propuesta metodológica desarrollada en este trabajo.

Teoría de redes económicas

Los trabajos de Jackson [[Jackson, 2008](#)] han establecido las bases para la modelización económica basada en redes, destacando cómo la estructura de las conexiones entre agentes afecta a la eficiencia del mercado y a la difusión de la información. No obstante, estos enfoques tienden a estudiar la red como una estructura estática y cualitativa, sin integrar una representación algebraica explícita de los flujos monetarios ni un programa de optimización para los agentes.

Aportación del TFM: Se propone una formalización como grafo dirigido completo,

cuantificando los flujos monetarios entre agentes y modelando sus decisiones mediante optimización microeconómica dinámica.

Modelización input-output

La metodología input-output desarrollada por Leontief [Leontief, 1936] ha sido fundamental para representar interdependencias sectoriales en la economía. Sin embargo, estos modelos suponen relaciones fijas entre sectores y carecen de heterogeneidad o comportamiento autónomo de los agentes.

Aportación del TFM: Aunque se utiliza una estructura matricial, se supera la rigidez de los modelos clásicos incorporando preferencias individuales, factores de propensión variables y decisiones optimizadas, lo que permite una representación más realista y flexible del sistema económico.

Optimización intertemporal

El modelo de Ramsey [Ramsey, 1928] introdujo el análisis óptimo intertemporal mediante funciones de utilidad descontadas. Si bien ha sido ampliamente adoptado en macroeconomía, suele abstraerse de la interacción entre agentes, centrándose en agentes representativos agregados.

Aportación del TFM: Se extiende el enfoque intertemporal al conjunto de agentes de una red, cada uno con su propia función de utilidad, restricción presupuestaria y dinámica individual, lo que permite simular decisiones descentralizadas y heterogéneas.

Simulación basada en agentes

La simulación basada en agentes, impulsada por Tesfatsion [Tsfatsion, 2006] y Epstein y Axtell [Epstein and Axtell, 1996], ha mostrado su potencial para capturar dinámicas emergentes desde la microestructura del sistema. No obstante, muchos de estos modelos carecen de un marco teórico sólido, basándose en reglas heurísticas más que en optimización formal.

Aportación del TFM: La simulación propuesta se construye a partir de modelos matemáticos formales, resolviendo el problema de optimización de cada agente y utilizando los resultados para simular escenarios e inferir comportamientos en la red.

Visualización y monitorización

Las técnicas de visualización descritas por Kirk [Kirk, 2016] ofrecen guías útiles para diseñar gráficos eficaces. En economía, sin embargo, sigue siendo escasa la implementación de herramientas que integren visualización, datos en tiempo real y modelos económicos formales.

Aportación del TFM: Se propone un sistema de visualización basado en la matriz de flujos normalizada, orientado a detectar desequilibrios, cambios de preferencias o cuellos de botella mediante una interfaz interactiva.

Síntesis y motivación del marco propuesto

La literatura revisada proporciona aportes parciales relevantes, pero no existe, hasta la fecha, un marco unificado que combine:

- Una estructura de red dirigida con flujos cuantificados,
- Un modelo de decisión microeconómica con optimización intertemporal,
- Una herramienta de simulación y visualización interactiva en tiempo real.

Este vacío es precisamente el que busca cubrir el presente trabajo, con el desarrollo de una metodología flexible, teóricamente fundamentada y orientada a su aplicación práctica en contextos económicos reales.

Modelización en grafo

Una red económica se puede modelar mediante un grafo dirigido completo $G = (A, I)$, donde:

- $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ es el conjunto de agentes, donde $|A| = n$.
- $I = A \times A$ es el conjunto de interacciones dirigidas posibles, donde $|I| = n^2$.

Cada par ordenado $(a_i, a_j) \in I$ representa la interacción económica dirigida del agente a_i hacia a_j . En particular, el par (a_k, a_k) representa el ahorro intertemporal del agente a_k .

Representación matricial

El sistema económico se puede representar algebraicamente mediante una matriz cuadrada de flujos.

$$S_t = \left[s_t^{i,j} \right]_{i,j \in A} \in \mathbb{R}_{\geq 0}^{n \times n}, \quad \forall t \in \mathbb{N}$$

donde:

- $s_t^{i,j}$ es el flujo monetario en t de a_i hacia a_j .
- $s_t^{k,k}$ es un elemento diagonal y representa el ahorro intertemporal de a_k en t para $t + 1$.

Roles, restricciones y flujo monetario neto del sistema

En una economía se distinguen tres tipos de agentes según la relación entre sus flujos de entrada y salida. Para asignar un rol a cada agente se introduce una función exógena al sistema $k : A \rightarrow \{-1, 0, 1\}$.

La restricción contable de cada agente en el periodo t viene dada por:

$$R_t^a := \sum_{j \in A} s_t^{a,j} + s_t^{a,a} - \sum_{i \in A} s_t^{i,a} - s_{t-1}^{a,a} \quad \forall a \in A, t \in \mathbb{N}$$

Y, según el rol del agente se tiene que:

$$\begin{cases} R_t^a \leq 0 & \text{si } k(a) = -1 & (\text{destructor}) \\ R_t^a = 0 & \text{si } k(a) = 0 & (\text{neutral}) \\ R_t^a \geq 0 & \text{si } k(a) = 1 & (\text{creador}) \end{cases}$$

El flujo monetario neto del sistema para un periodo dado se calcula como la suma de todas las restricciones.

$$D_t := \sum_{a \in A} R_t^a \quad \forall t \in \mathbb{N}$$

Este valor representa la cantidad neta de dinero creado, destruido o conservado en el sistema en t .

Optimización intertemporal

En el momento de poner en circulación el dinero, conviene establecer el mecanismo que guía el razonamiento de cada agente, esto es, cada uno maximiza su función de utilidad intertemporal:

$$U_t^a(\Omega_t^a, \hat{s}_t^a), \quad \forall a \in A$$

donde:

- $\Omega_t^a \in [0, 1]$ representa los factores de propensión exógenos del agente a , es decir, sus preferencias.
- $\hat{s}_t^a \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ es el conjunto de flujos que optimiza el agente y que pertenece al conjunto factible S_t^a .

$$S_t^a = \{\hat{s}_t^a \in \mathbb{R}_{\geq 0} \mid R_t^a(\hat{s}_t^a)\}$$

Así, la solución óptima para cada agente se define como:

$$s_t^{a*} := \arg \max_{\hat{s}_t^a \in S_t^a} \left[\sum_{t \in \mathbb{N}} (\Pi^a)^t U_t^a(\Omega_t^a, \hat{s}_t^a) \right], \quad \forall a \in A$$

donde $\Pi^a \in [0, 1]$ es el factor de descuento intertemporal que captura la impaciencia del agente.

Aunque las restricciones que definen S_t^a no son lineales, están dadas por funciones continuas que reflejan la restricción presupuestaria del agente. Esto implica que el conjunto factible es cerrado y acotado, y por tanto compacto.

Además, dado que en muchos contextos económicos una combinación convexa de dos decisiones factibles representa una asignación intermedia que también respeta la restricción presupuestaria, resulta razonable suponer que el conjunto S_t^a es convexo.

En consecuencia, la unicidad de la solución óptima depende únicamente de que la función de utilidad sea estrictamente cóncava y diferenciable en dicho conjunto.

De esta manera, el estado óptimo de la red económica en el instante t viene determinado por el conjunto de todos los flujos óptimos del sistema s_t^* .

No obstante, a pesar de que la red está formalmente determinada por las ecuaciones que dictan los valores óptimos para cada flujo, conviene reflexionar acerca de la naturaleza del sistema y advertir que su estado no es determinista puesto que la circulación monetaria depende de los factores de propensión, es decir, las preferencias de los agentes, las cuales son exógenas al modelo y varían en el tiempo.

$$s_t^* := \{s_t^{a*} \mid a \in A\}, \quad \forall t \in \mathbb{N}$$

Todo lo anterior funciona porque el programa de optimización para cada agente lleva implícito diversos tipos de asunciones. A saber, asunciones conductuales, como la racionalidad perfecta y la estabilidad del factor de descuento; y asunciones temporales, como la creencia en el horizonte infinito.

Monitorización y visualización

Para una red económica, se pueden utilizar datos en tiempo real con el fin de monitorizar la circulación de flujos monetarios entre agentes. El objetivo radica en diseñar una visualización automatizada y en tiempo real para advertir desequilibrios, así como cambios en las preferencias de los agentes.

La herramienta propuesta utiliza de la representación matricial de la economía para colorear un mapa de calor dinámico en el tiempo.

No obstante lo anterior, debido a la alta variabilidad de los registros medibles y por falta de una cota superior que restrinja el volumen de flujos del sistema, la visualización planteada no puede ser objeto de estudio debido a la inconsistencia de la red. Para solucionar esta problemática, se propone la normalización del grafo.

$$\bar{S}_t = \left[\frac{1}{N_t} s_t^{i,j} \right] \in \mathbb{R}_{\geq 0}^{a \times a}, \quad \forall i, j \in A, t \in \mathbb{N}$$

Para determinar el factor N , surgen dos opciones. Por un lado, el PIB permite extraer interpretaciones económicas de la evolución de las transacciones del sistema, como estudiar la variación del consumo o el

salario de los hogares en términos del PIB a lo largo del tiempo. Sin embargo, en redes simplificadas, su cálculo se vuelve exógeno y, por tanto, queda fuera del alcance del sistema.

Por otro lado, el flujo agregado del grafo garantiza que cualquier flujo del sistema quede acotado en el intervalo $[0, 1]$.

Dado que la finalidad de la visualización es convertirse en una herramienta de monitorización automática y en tiempo real, resulta más conveniente emplear una normalización consistente e independiente de los flujos nominales, incluso si ello implica sacrificar cierta interpretabilidad económica.

Así, para un instante de tiempo concreto:

$$N_t = \sum_{i \in A} \sum_{j \in A} s_t^{i,j}, \quad \forall t \in \mathbb{N}$$

Factores de propensión

Para inferir los factores de propensión de los agentes de la red se pueden emplear dos enfoques: el método analítico y el método empírico.

A partir de la expresión obtenida en el apartado de optimización para los flujos de elección óptimos s_t^{a*} , y gracias a la monitorización en tiempo real del sistema, se puede aislar s_t^{a*} y expresarla en función de los factores de propensión exógenos Ω_t^a , intrínsecos y no observables, con el fin de estimar su valor.

Dado que s_t^{a*} es el resultado del programa de maximización del agente y su valor depende de Ω_t^a , la existencia de su inversa está garantizada siempre que la función de utilidad utilizada sea estrictamente cóncava y diferenciable en todo S_t^a .

$$s_t^{a*} = f^a(\Omega_t^a) \Rightarrow \Omega_t^a = (f^a)^{-1}(s_t^{a*})$$

Por otro lado, mediante el método empírico y la monitorización continua del sistema, es posible estimar los factores directamente a partir de los flujos observables. Definiendo el ingreso neto del agente como la diferencia entre ingresos y gastos que no dependen del vector \hat{s}_t^a , se obtiene:

$$I_t^a := \sum_{\substack{i \in A \\ s_t^{i,a} \notin \hat{s}_t^a}} s_t^{i,a} - \sum_{\substack{j \in A \\ s_t^{a,j} \notin \hat{s}_t^a}} s_t^{a,j}$$

Entonces, la preferencia del agente viene dada por:

$$\Omega_t^a = \frac{s_t^{a*}}{I_t^a}, \quad \forall a \in A, t \in \mathbb{N}$$

A diferencia del método analítico, la deducción empírica no requiere conocer ni suponer una función de utilidad, lo cual elimina la necesidad de realizar hipótesis adicionales sobre el comportamiento del agente.

Con un conjunto suficiente de valores estimados de Ω_t^a , es posible plantear una regresión para identificar la expresión funcional que mejor describe las decisiones de los agentes, ajustando así la forma de la función de utilidad al comportamiento observado.

Con los factores de propensión estimados, se pueden desarrollar dos líneas de análisis:

- Comparación entre diferentes redes económicas, por ejemplo, entre países, para estudiar divergencias estructurales en el comportamiento de sus agentes.
- Diagnóstico interno de la red, útil para monitorizar la propagación de choques exógenos en las preferencias y detectar posibles riesgos como cambios de comportamiento abruptos.

Propensión al estado estacionario

Debido al elevado grado de interactividad de la red, por la complejidad del sistema, y en función de los conjuntos de flujos libres de elección, en particular si la función de utilidad depende del ahorro, las soluciones óptimas del programa de maximización pueden incorporar expectativas futuras debido al desfase temporal del ahorro en la restricción contable del agente. En consecuencia, el factor de propensión en el instante t no puede estimarse analíticamente.

Una simplificación razonable que facilita tanto el cálculo de los flujos óptimos como la estimación de las preferencias de los agentes es asumir la propensión al estado estacionario, en la cual los agentes esperan escoger el mismo flujo óptimo en todos los periodos de tiempo.

Bajo esta asunción, se considera que:

$$x_t^* = x_{t+1}^* = x^*, \quad \forall t \in \mathbb{N}$$

donde x puede representar tanto los flujos óptimos como los factores de propensión. Esta hipótesis permite resolver el modelo de forma estática y hacer inferencias sobre el comportamiento del sistema sin necesidad de anticipar expectativas dinámicas complejas.

Complejidad, caos y sensibilidad

Análisis de la sensibilidad

Los factores de propensión presentes en el programa de optimización pueden interpretarse como una medida de la preferencia de los agentes a destinar un mayor o menor volumen a una determinada transferencia monetaria.

En el caso de los hogares, por ejemplo, tiene sentido interpretar el parámetro α como su inclinación a consumir frente a ahorrar. Bajo este enfoque, resulta pertinente analizar cómo pequeñas variaciones en estas preferencias individuales afectan a los flujos agregados del sistema. En términos formales, el análisis de sensibilidad se plantea como:

$$\frac{\partial q}{\partial \Omega_t^a} \quad \forall q \in s_t^{a*}, a \in A$$

Caos y complejidad

En términos matemáticos, un sistema se considera complejo cuando presenta relaciones no lineales o cuando está compuesto por múltiples componentes interdependientes. En este sentido, cualquier red económica de tamaño suficientemente grande puede considerarse un sistema complejo debido a su grado de interacción.

La elevada conectividad implica que el comportamiento de un agente puede afectar a otros indirectamente, incluso si no están directamente conectados.

Por otro lado, un sistema es caótico cuando pequeñas diferencias en las condiciones iniciales provocan trayectorias significativamente distintas a lo largo del tiempo. Es importante destacar que la complejidad no implica necesariamente caos, ni viceversa. Un

sistema simple puede ser caótico, así como el clásico caso de la función logística en ecología, mientras que un sistema complejo puede mantener cierta estabilidad bajo determinadas condiciones.

De acuerdo a la metodología propuesta, la red económica incorpora elementos no lineales derivados para el tratamiento del ahorro intertemporal en las restricciones contables. Además, el estado del sistema depende del ahorro inicial impuesto en el modelo. Esta estructura de retroalimentación temporal no lineal introduce una dependencia respecto a las condiciones iniciales, lo cual puede derivar en comportamientos caóticos.

Si bien no es objeto de este trabajo cuantificar la caoticidad del sistema, cabe señalar que, para una red dada, sería posible simular su evolución y estimar su exponente de Lyapunov como indicador del comportamiento caótico.

Simulación

Aunque los flujos óptimos de algunos agentes dependan de expectativas futuras, es posible simular su evolución temporal fijando un valor arbitrario para su factor de propensión Ω_t^a .

Partiendo de la derivación empírica para estimar el factor de propensión, se puede despejar el flujo libre de elección óptimo del agente:

$$\Omega_t^a = \frac{s_t^{a*}}{I_t^a} \Rightarrow s_t^{a*} = \Omega_t^a I_t^a, \quad \forall a \in A, t \in \mathbb{N}$$

Para el desarrollo práctico de este trabajo, se propone la implementación de una simulación computacional de una red económica, acompañada del diseño de un panel de control interactivo que permita monitorizar su estado interno.

El panel de control incluye:

- La **matriz de flujos normalizada**, que permite observar la circulación de la masa monetaria en el sistema en tiempo real.
- **Indicadores visuales** para consultar los valores estimados de los factores de propensión exógenos en un entorno real.

- **Interacción por intervención** para intervenir directamente en la simulación mediante la modificación de los factores de propensión.

De este modo, cualquier usuario puede supervisar y jugar con el estado dinámico de la red y obtener una representación intuitiva y operativa del marco teórico desarrollado. Esta herramienta busca demostrar la aplicabilidad práctica del modelo propuesto y facilitar la detección y actuación frente a desequilibrios, cambios de comportamiento o situaciones de riesgo dentro del sistema económico modelado.

Conclusiones

La formalización del sistema económico como un grafo dirigido completo ha permitido representar de manera estructurada y dinámica la circulación monetaria entre agentes. Mediante la formulación matemática del comportamiento individual, a través de programas de optimización intertemporal, y la incorporación de una visualización normalizada, se ha logrado construir un marco operacional que conecta teoría y simulación en tiempo real.

Durante el desarrollo, se ha evidenciado que ciertas suposiciones, como la racionalidad perfecta o la invariabilidad de los roles, si bien necesarias para la consistencia formal, reducen la capacidad del modelo para capturar matices del comportamiento económico real. Asimismo, la complejidad computacional impone límites prácticos al tamaño y nivel de detalle de las redes simuladas.

No obstante, el trabajo también ha revelado caminos de mejora prometedoros. En particular, la estimación empírica de preferencias mediante flujos observados abre la puerta a aplicaciones prácticas en contextos institucionales. Además, la simulación en tiempo real integrada con un panel de control interactivo ofrece un potencial real para el monitoreo económico continuo y la detección temprana de riesgos sistémicos.

Con todo, el modelo desarrollado no solo presenta una contribución teórica, sino que plantea una arquitectura adaptable sobre la cual

construir herramientas de análisis económico más transparentes, automatizadas y alineadas con la complejidad de los sistemas reales.

Discusión

El sistema en grafo tiene aplicación para la modelización, la monitorización y el análisis de redes con múltiples interacciones. Es una metodología dirigida a los grandes actores de un sistema económico como el gobierno, los bancos nacionales y el banco central.

Gracias al diseño y desarrollo práctico de un panel de control interactivo es posible mantener un régimen de supervisión continuo y detectar ya sean valores anómalos para las preferencias de los agentes como cuellos de botella, en otras palabras, retenciones monetarias en una o varias autointeracciones para el ahorro personal.

Se cree que, con el panel de control en producción, tanto gobiernos como bancos estarán más capacitados para advertir y reaccionar de modo eficiente en frente situaciones adversas, actuando directamente sobre el origen de la alteración y minimizando los efectos adversos colaterales para sus acciones.

A lo largo de toda la construcción teórica de las redes económicas, han surgido ciertas limitaciones para hacer de la metodología presentada aplicable a cuestiones reales.

Roles exógenos

Para la sección de roles y restricciones se asume que el rol de un agente es exógeno e invariante al paso del tiempo. Por un lado, el hecho de ser exógeno al sistema permite flexibilidad en su construcción y facilita el modelado de múltiples familias de redes, es decir, grafos de misma estructura pero con restricciones alteradas según el caso. Por otro lado, la imposición de roles fijos perjudica la representación realista del sistema.

Tómese como ejemplo un sistema económico nacional con hogares. Mientras tiene sentido asignarles el rol de neutrales, puesto que no tienen potestad

para imprimir nueva moneda, también tiene sentido considerarlo como un destructor en tanto que eventualmente puede quemar algún billete, como ocurrió en la crisis bursátil de 1929.

Nótese como para redes más realistas convendría establecer un mecanismo donde la asignación del rol sea dinámica con el tiempo.

Asunciones implícitas

En la sección de optimización, primeramente se incurre en la asunción de conductas ideales, como la racionalidad perfecta sin margen a errores humanos y la estabilidad del factor de descuento, y de temporales, como la orientación a futuro sin fin.

Asimismo, para trabajar en un entorno determinado con soluciones únicas, se consideran escenarios perfectos donde las funciones de utilidad son estrictamente cóncavas, continuas y diferenciables dentro del conjunto factibles.

Extracción de datos

Otra gran limitación, esta vez fuera del contexto teórico, es la obtención de datos en tiempo real para alimentar el modelo y el panel de control interactivo. Quizá convendría la creación de una API privada para gestionar los datos y emplearse como un puerto de conexión para extraerlos mediante consultas temporales.

Coste computacional

Y como el aspecto más limitante para las redes se tiene al coste computacional. Al considerarse un grafo dirigido completo donde el número de aristas crece en orden cuadrático en función de la cantidad de agentes del sistema. Plantear interacciones con más de 5 agentes implica un esfuerzo significativamente alto.

Como posible extensión para futuros artículos relacionados convendría aplicar pruning al grafo con el objetivo de ignorar las interacciones no significativas como la transferencia de moneda entre un banco central y los hogares, la cual es cero en todo momento porque estos dos agentes no interaccionan.

Aplicación de Inteligencia Artificial

Para este artículo solo se ha propuesto el uso de Inteligencia Artificial para la detección de valores anómalos en la monitorización en tiempo real de las preferencias de los agentes. No obstante, para futuras extensiones, conviene considerar las siguientes acciones:

- La deducción de la función de utilidad en base a datos históricos
- La estimación de la red para estados futuros y el diseño de mecanismos de alarma tempranos

En definitiva, aunque el marco teórico propuesto proporciona una base sólida para la representación y análisis de redes económicas, su implementación efectiva en entornos reales requiere abordar limitaciones de tipo estructural, computacional y práctico. Las futuras líneas de desarrollo deberían centrarse en la dinamización de roles, la integración de datos reales mediante APIs específicas, la reducción de complejidad a través de técnicas como el *pruning* funcional y la extensión de funcionalidad por Inteligencia Artificial.

Uso de Inteligencia Artificial

Para el desarrollo de este trabajo académico se ha empleado Inteligencia Artificial Generativa como herramienta de soporte en:

- Investigación en visualización, optimización económica, modelización en grafos y en sucesos económicos históricos
- Redacción académica
- Redacción matemática
- Verificación de resultados

References

- [Bernanke, 1983] Bernanke, B. S. (1983). Nonmonetary effects of the financial crisis in the propagation of the great depression. *The American Economic Review*, 73(3):257–276.
- [Epstein and Axtell, 1996] Epstein, J. M. and Axtell, R. (1996). *Growing Artificial Societies: Social Science from the Bottom Up*. Brookings Institution Press, Washington, D.C.
- [Jackson, 2008] Jackson, M. O. (2008). *Social and Economic Networks*. Princeton University Press, Princeton, NJ.
- [Kirk, 2016] Kirk, A. (2016). *Data Visualization: A Handbook for Data Driven Design*. Sage Publications, London, 1st edition.
- [Leontief, 1936] Leontief, W. (1936). Quantitative input-output relations in the economic systems of the united states. *The Review of Economics and Statistics*, 18(3):105–125.
- [Ramsey, 1928] Ramsey, F. P. (1928). A mathematical theory of saving. *The Economic Journal*, 38(152):543–559.
- [Tsfatsion, 2006] Tsfatsion, L. (2006). Agent-based computational economics: A constructive approach to economic theory. In Schmedders, K. and Judd, K. L., editors, *Handbook of Computational Economics*, volume 2, pages 831–880. Elsevier, Amsterdam.

Anexos

Anexo A: Economía cerrada con hogares y empresas

En una economía cerrada, es decir, sin creación de dinero, con hogares y empresas, el sistema puede representarse como un grafo $G(2, 4)$, con:

$$A = \{ \text{Hogares (h), Empresas (f)} \}$$

Expresión matricial del sistema

$$S_t = \begin{pmatrix} s_t^{h,h} & c_t \\ w_t & s_t^{f,f} \end{pmatrix}$$

donde:

$$c_t := s_t^{h,f} \quad (\text{consumo}), \quad w_t := s_t^{f,h} \quad (\text{salario})$$

Restricciones

$$k(h) = 0, \quad k(f) = 0$$

$$R_t^h := c_t + s_t^{h,h} - w_t - s_{t-1}^{h,h} = 0 \quad \forall t \in \mathbb{N}$$

$$R_t^f := w_t + s_t^{f,f} - c_t - s_{t-1}^{f,f} = 0 \quad \forall t \in \mathbb{N}$$

Flujo monetario neto del sistema

$$\sum_{a \in A} [s_t^{a,a} - s_0^{a,a}] = 0 \quad \forall t \in \mathbb{N}$$

Flujos libres de elección

$$\hat{s}_t^h := \{c_t, s_t^{h,h}\} \quad \hat{s}_t^f := \{w_t, s_t^{f,f}\} \quad \forall t \in \mathbb{N}$$

Factores de descuento y propensión

$$\Pi^h = \{\beta\}, \quad \Pi^f = \{\delta\}$$

$$\Omega_t^h = \{\alpha_t\}, \quad \Omega_t^f = \{\rho_t\} \quad \forall t \in \mathbb{N}$$

Regiones factibles

$$S_t^h := \{\hat{s}_t^h \in \mathbb{R}_{\geq 0} \mid R_t^h(\hat{s}_t^h)\}$$

$$S_t^f := \{\hat{s}_t^f \in \mathbb{R}_{\geq 0} \mid R_t^f(\hat{s}_t^f)\}$$

Funciones de utilidad

$$U_t^h(\Omega_t^h, \hat{s}_t^h) = \alpha_t \ln(c_t) + (1 - \alpha_t) \ln(s_t^{h,h})$$

$$U_t^f(\Omega_t^f, \hat{s}_t^f) = \rho_t \ln(w_t) + (1 - \rho_t) \ln(s_t^{f,f})$$

Flujos óptimos

$$s_t^{h*} := \arg \max_{\hat{s}_t^h \in S_t^h} [\sum_{t \in \mathbb{N}} [U_t^h(\Omega_t^h, \hat{s}_t^h)]]$$

$$s_t^{f*} := \arg \max_{\hat{s}_t^f \in S_t^f} [\sum_{t \in \mathbb{N}} [U_t^f(\Omega_t^f, \hat{s}_t^f)]]$$

$$\hat{s}_t^{h*} = \{c_t^*, s_t^{h,h*}\}, \quad \hat{s}_t^{f*} = \{w_t^*, s_t^{f,f*}\}$$

Estado de la red en t

$$s_t^* = \{\hat{s}_t^{h*}, \hat{s}_t^{f*}\} = \{\{c_t^*, s_t^{h,h*}\}, \{w_t^*, s_t^{f,f*}\}\}$$

$$c_t^* = w_t^* + s_{t-1}^{h,h*} - s_t^{h,h*}$$

$$w_t^* = c_t^* + s_{t-1}^{f,f*} - s_t^{f,f*}$$

$$s_t^{h,h*} = \left[\left(c_t^* \left(\frac{1}{\alpha_t} - 1 \right) \right)^{-1} - \beta \alpha_{t+1} \frac{1}{c_{t+1}^*} \right]^{-1}$$

$$s_t^{f,f*} = \left[\left(w_t^* \left(\frac{1}{\rho_t} - 1 \right) \right)^{-1} - \delta \rho_{t+1} \frac{1}{w_{t+1}^*} \right]^{-1}$$

En estado estacionario:

$$s^{h,h*} = \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)^{-1} (1 - \beta(1 - \alpha))^{-1} c^*$$

$$s^{f,f*} = \left(\frac{1}{\rho} - 1 \right)^{-1} (1 - \delta(1 - \rho))^{-1} w^*$$

Estimación de los factores de propensión

Análítica:

$$\alpha_t = \left(1 + \left(c_t^* \left(\frac{1}{s_t^{h,h*}} + \beta \alpha_{t+1} \frac{1}{c_{t+1}^*} \right) \right)^{-1} \right)^{-1}$$

$$\rho_t = \left(1 + \left(w_t^* \left(\frac{1}{s_t^{f,f*}} + \delta \rho_{t+1} \frac{1}{w_{t+1}^*} \right) \right)^{-1} \right)^{-1}$$

Empírica:

$$\alpha_t = \frac{c_t^*}{w_t^* + s_{t-1}^{h,h*}}, \quad \rho_t = \frac{w_t^*}{c_t^* + s_{t-1}^{f,f*}}$$

Análisis de sensibilidad

$$\begin{aligned}
\frac{\partial c_t^*}{\alpha_t} &= \frac{\partial c_t^*}{s_t^{h,h^*}} * \frac{\partial s_t^{h,h^*}}{\alpha_t} > 0 \\
\frac{\partial w_t^*}{\alpha_t} &= \frac{\partial w_t^*}{c_t^*} * \frac{\partial c_t^*}{\alpha_t} > 0 \\
\frac{\partial s_t^{f,f^*}}{\alpha_t} &= \frac{\partial s_t^{f,f^*}}{w_t^*} * \frac{\partial w_t^*}{\alpha_t} > 0 \\
\frac{\partial c_t^*}{\rho_t} &= \frac{\partial c_t^*}{w_t^*} * \frac{\partial w_t^*}{\rho_t} > 0 \\
\frac{\partial s_t^{h,h^*}}{\rho_t} &= \frac{\partial s_t^{h,h^*}}{c_t^*} * \frac{\partial c_t^*}{\rho_t} > 0 \\
\partial \frac{w_t^*}{\rho_t} &= \frac{\partial w_t^*}{s_t^{f,f^*}} * \frac{\partial s_t^{f,f^*}}{\rho_t} > 0 \\
\frac{\partial s_t^{h,h^*}}{\alpha_t} &= \frac{1}{c_t^*} (1 - \alpha_t)^{-2} - \beta \frac{1}{c_{t+1}^*} < 0 \\
\partial \frac{s_t^{f,f^*}}{\rho_t} &= \frac{1}{w_t^*} (1 - \rho_t)^{-2} - \delta \frac{1}{w_{t+1}^*} < 0
\end{aligned}$$

Anexo B: Economía nacional abierta

En una economía nacional, el grafo se formaliza como $G(5, 25)$, donde:

$$A = \left\{ \begin{array}{lll} \text{Hogares (h),} & \text{Empresas (f),} & \text{Gobierno (g),} \\ \text{Bancos nacionales (nb),} & \text{Banco central (cb)} & \end{array} \right\}$$

Expresión matricial del sistema

$$S_t = \begin{pmatrix} s_t^{h,h} & c_t & t_t^h & (1 + i_t^h)p_t^h & 0 \\ w_t & s_t^{f,f} & t_t^f & (1 + i_t^f)p_t^f & 0 \\ b_t^h & b_t^f & s_t^{g,g} & 0 & (1 + i_t^g)u_t^{nb} \\ p_t^h & p_t^f & 0 & s_t^{nb,nb} & (1 + i_t^g)u_t^{nb} \\ 0 & 0 & u_t^g & u_t^{nb} & s_t^{cb,cb} \end{pmatrix}$$

$c_t := s^{(h,f)}$ Consumo de los hogares
 $t_t^h := s^{(h,g)}$ Impuestos sobre los hogares
 $p_t^h := s^{(nb,h)}$ Crédito a los hogares
 $w_t := s^{(f,h)}$ Salario
 $t_t^f := s^{(f,g)}$ Impuestos sobre las firmas
 $p_t^f := s^{(nb,f)}$ Crédito a las firmas
 $b_t^h := s^{(g,h)}$ Subvenciones a los hogares
 $b_t^f := s^{(g,f)}$ Subvenciones a las firmas
 $u_t^g := s^{(cb,g)}$ Deuda del gobierno
 $u_t^{nb} := s^{(cb,nb)}$ Deuda de los bancos nacionales

Restricciones

$$k(h) = 0, \quad k(f) = 0, \quad k(g) = 0, \quad k(nb) = 0, \quad k(cb) = 1$$

$$\begin{aligned}
R_t^h &:= c_t + t_t^h + (1 + i_{t-1}^h)p_{t-1}^h + s_t^{h,h} - w_t - b_t^h - p_t^h - s_{t-1}^{h,h} = 0 \\
R_t^f &:= w_t + t_t^f + (1 + i_{t-1}^f)p_{t-1}^f + s_t^{f,f} - c_t - b_t^f - p_t^f - s_{t-1}^{f,f} = 0 \\
R_t^g &:= b_t^h + b_t^f + (1 + i_{t-1}^g)u_{t-1}^g + s_t^{g,g} - t_t^h - t_t^f - u_t^g - s_{t-1}^{g,g} = 0 \\
R_t^{nb} &:= p_t^h + p_t^f + (1 + i_{t-1}^{nb})u_{t-1}^{nb} + s_t^{nb,nb} \\
&\quad - (1 + i_{t-1}^h)p_{t-1}^h - (1 + i_{t-1}^f)p_{t-1}^f - u_t^{nb} - s_{t-1}^{nb,nb} = 0 \\
R_t^{cb} &:= u_t^g + u_t^{nb} + s_t^{cb,cb} \\
&\quad - (1 + i_{t-1}^g)u_{t-1}^g - (1 + i_{t-1}^{nb})u_{t-1}^{nb} - s_{t-1}^{cb,cb} \geq 0
\end{aligned}$$

Flujo monetario neto del sistema

$$\sum_{a \in A} [s_t^{a,a} - s_0^{a,a}] \geq 0 \quad \forall t \in \mathbb{N}$$

Flujos libres de elección

$$\begin{aligned}\hat{s}_t^h &= \left\{ c_t, s_t^{h,h} \right\}, & \hat{s}_t^f &= \left\{ w_t, s_t^{f,f} \right\}, \\ \hat{s}_t^g &= \left\{ b_t^h, b_t^f, t_t^h, t_t^f \right\}, & \hat{s}_t^{nb} &= \left\{ i_t^h, i_t^f \right\}, \\ \hat{s}_t^{cb} &= \left\{ i_t^g, i_t^{nb} \right\}\end{aligned}$$

Factores de descuento y propensión

$$\begin{aligned}\Pi^h &= \{\beta\}, & \Omega_t^h &= \{\alpha_t\} \\ \Pi^f &= \{\delta\}, & \Omega_t^f &= \{\rho_t\} \\ \Pi^g &= \{\sigma\}, & \Omega_t^g &= \{\mu_t, \gamma_t\} \\ \Pi^{nb} &= \{\theta\}, & \Omega_t^{nb} &= \{\phi_t\} \\ \Pi^{cb} &= \{\varpi\}, & \Omega_t^{cb} &= \{\eta_t\}\end{aligned}$$

Regiones factibles

$$\begin{aligned}S_t^h &:= \left\{ \hat{s}_t^h \in \mathbb{R}_{\geq 0} \mid R_t^h(\hat{s}_t^h) \right\} \\ S_t^f &:= \left\{ \hat{s}_t^f \in \mathbb{R}_{\geq 0} \mid R_t^f(\hat{s}_t^f) \right\} \\ S_t^g &:= \left\{ \hat{s}_t^g \in \mathbb{R}_{\geq 0} \mid R_t^g(\hat{s}_t^g) \right\} \\ S_t^{nb} &:= \left\{ \hat{s}_t^{nb} \in \mathbb{R}_{\geq 0} \mid R_t^{nb}(\hat{s}_t^{nb}) \right\} \\ S_t^{cb} &:= \left\{ \hat{s}_t^{cb} \in \mathbb{R}_{\geq 0} \mid R_t^{cb}(\hat{s}_t^{cb}) \right\}\end{aligned}$$

Funciones de utilidad

$$\begin{aligned}U_t^h(\Omega_t^h, \hat{s}_t^h) &= \alpha_t \ln(c_t) + (1 - \alpha_t) \ln(s_t^{h,h}) \\ U_t^f(\Omega_t^f, \hat{s}_t^f) &= \rho_t \ln(w_t) + (1 - \rho_t) \ln(s_t^{f,f}) \\ U_t^g(\Omega_t^g, \hat{s}_t^g) &= \mu_t \ln(b_t^h) + (1 - \mu_t) \ln(b_t^f) \\ &\quad + \gamma_t \ln(t_t^h) + (1 - \gamma_t) \ln(t_t^f) \\ U_t^{nb}(\Omega_t^{nb}, \hat{s}_t^{nb}) &= \phi_t \ln(i_t^h) + (1 - \phi_t) \ln(i_t^f) \\ U_t^{cb}(\Omega_t^{cb}, \hat{s}_t^{cb}) &= U_t^{cb}(\eta_t, i_t^g, i_t^{nb})\end{aligned}$$

Flujos óptimos

$$\begin{aligned}s_t^{h*} &:= \arg \max_{\hat{s}_t^h \in S_t^h} \left[\sum_{t \in \mathbb{N}} [U_t^h(\Omega_t^h, \hat{s}_t^h)] \right] \\ s_t^{f*} &:= \arg \max_{\hat{s}_t^f \in S_t^f} \left[\sum_{t \in \mathbb{N}} [U_t^f(\Omega_t^f, \hat{s}_t^f)] \right]\end{aligned}$$

$$s_t^{g*} := \arg \max_{\hat{s}_t^g \in S_t^g} \left[\sum_{t \in \mathbb{N}} [U_t^g(\Omega_t^g, \hat{s}_t^g)] \right]$$

$$s_t^{nb*} := \arg \max_{\hat{s}_t^{nb} \in S_t^{nb}} \left[\sum_{t \in \mathbb{N}} [U_t^{nb}(\Omega_t^{nb}, \hat{s}_t^{nb})] \right]$$

$$s_t^{cb*} := \arg \max_{\hat{s}_t^{cb} \in S_t^{cb}} \left[\sum_{t \in \mathbb{N}} [U_t^{cb}(\Omega_t^{cb}, \hat{s}_t^{cb})] \right]$$

$$\begin{aligned}s_t^{h*} &= \left\{ c_t^*, s_t^{h,h*} \right\}, & s_t^{f*} &= \left\{ w_t^*, s_t^{f,f*} \right\}, \\ s_t^{g*} &= \left\{ b_t^{h*}, b_t^{f*}, t_t^{h*}, t_t^{f*} \right\}, & s_t^{nb*} &= \left\{ i_t^{h*}, i_t^{f*} \right\}, \\ s_t^{cb*} &= \left\{ i_t^{g*}, i_t^{nb*} \right\}\end{aligned}$$

Estado de la red en t

$$\begin{aligned}c_t^* &= w_t^* + b_t^{h*} + p_t^h + s_{t-1}^{h,h*} - t_t^{h*} - (1 + i_{t-1}^{h*})p_{t-1}^h - s_t^{h,h*} \quad \forall t \in \mathbb{N} \\ w_t^* &= c_t^* + b_t^{f*} + p_t^f + s_{t-1}^{f,f*} - t_t^{f*} - (1 + i_{t-1}^{f*})p_{t-1}^f - s_t^{f,f*} \quad \forall t \in \mathbb{N} \\ b_t^{h*} + b_t^{f*} - t_t^{h*} - t_t^{f*} &= u_t^g + s_{t-1}^{g,g*} - (1 + i_{t-1}^{g*})u_{t-1}^g - s_t^{g,g*} \quad \forall t \in \mathbb{N} \\ i_{t-1}^{h*} &= - \left(1 + \frac{(1 + i_{t-1}^{f*})p_{t-1}^f + u_{t-1}^{nb} + s_{t-1}^{nb,nb} - p_t^h - p_t^f - (1 + i_{t-1}^{nb*})u_{t-1}^{nb} - s_t^{nb,nb}}{p_{t-1}^h} \right) \quad \forall t \in \mathbb{N} \\ i_{t-1}^{g*} &\leq - \left(1 + \frac{(1 + i_{t-1}^{nb*})u_{t-1}^{nb} + s_{t-1}^{cb,cb} - u_t^g - u_t^{nb} - s_t^{cb,cb}}{u_{t-1}^g} \right) \quad \forall t \in \mathbb{N} \\ s_t^{h,h*} &= \left[\left(c_t^* \left(\frac{1}{\alpha_t} - 1 \right) \right)^{-1} - \beta \alpha_{t+1} \frac{1}{c_{t+1}^*} \right]^{-1} \quad \forall t \in \mathbb{N} \\ s_t^{f,f*} &= \left[\left(w_t^* \left(\frac{1}{\rho_t} - 1 \right) \right)^{-1} - \delta \rho_{t+1} \frac{1}{w_{t+1}^*} \right]^{-1} \quad \forall t \in \mathbb{N} \\ \mu \frac{1}{b_t^{h*}} + (1 - \mu) \frac{1}{b_t^{f*}} &= \gamma \frac{1}{t_t^{h*}} + (1 - \gamma) \frac{1}{t_t^{f*}} \quad \forall t \in \mathbb{N} \\ i_t^{f*} &= \left(\frac{1}{\phi_t} - 1 \right) \frac{p_t^h}{p_t^f} i_t^{h*} \quad \forall t \in \mathbb{N} \\ i_t^{nb*} &= \frac{\partial U_t^{cb}(\eta_t, i_t^g, i_t^{nb})}{\partial i_t^{nb}} \left(\frac{\partial U_t^{cb}(\eta_t, i_t^g, i_t^{nb})}{\partial i_t^g} \right)^{-1} \frac{u_t^g}{u_t^{nb}} i_t^{g*} \quad \forall t \in \mathbb{N}\end{aligned}$$

En estado estacionario:

$$\begin{aligned}
c^* &= w^* + b^{h*} - t^{h*} - i^{h*} p^h \\
w^* &= c^* + b^{f*} - t^{f*} - i^{f*} p^f \\
b^{h*} + b^{f*} - t^{h*} - t^{f*} &= -i^{g*} u^g \\
i^{h*} &= \frac{i^{nb*} u^{nb} - i^{f*} p^f}{p^h} \\
i^{g*} &\leq -\frac{u^{nb}}{u^g} i^{nb*} \\
s^{h,h*} &= \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)^{-1} (1 - \beta(1 - \alpha))^{-1} c^* \\
s^{f,f*} &= \left(\frac{1}{\rho} - 1 \right)^{-1} (1 - \delta(1 - \rho))^{-1} w^* \\
\mu \frac{1}{b^{h*}} + (1 - \mu) \frac{1}{b^{f*}} &= \gamma \frac{1}{t^{h*}} + (1 - \gamma) \frac{1}{t^{f*}} \\
i^{f*} &= \left(\frac{1}{\phi} - 1 \right) \frac{p^h}{p^f} i^{h*} \\
i^{nb*} &= \frac{\partial U^{cb}(\eta, i^g, i^{nb})}{\partial i^{nb}} \left(\frac{\partial U^{cb}(\eta, i^g, i^{nb})}{\partial i^g} \right)^{-1} \frac{u^g}{u^{nb}} i^{g*}
\end{aligned}$$

Estimación de los factores de propensión

Análítica:

$$\begin{aligned}
\alpha_t &= \left(1 + \left(c_t^* \left(\frac{1}{s_t^{h,h*}} + \beta \alpha_{t+1} \frac{1}{c_{t+1}^*} \right) \right)^{-1} \right)^{-1} \quad \forall t \in \mathbb{N} \\
\rho_t &= \left(1 + \left(w_t^* \left(\frac{1}{s_t^{f,f*}} + \delta \rho_{t+1} \frac{1}{w_{t+1}^*} \right) \right)^{-1} \right)^{-1} \quad \forall t \in \mathbb{N} \\
\mu &= \left(\frac{1}{b_t^f} + \frac{1}{t_t^f} - \gamma \left(\frac{1}{t_t^h} + \frac{1}{t_t^f} \right) \right) \left(\frac{1}{b_t^h} + \frac{1}{b_t^f} \right)^{-1} \quad \forall t \in \mathbb{N} \\
\phi_t &= \left(1 + \frac{p_t^f i_t^{f*}}{p_t^h i_t^{h*}} \right)^{-1} \quad \forall t \in \mathbb{N} \\
\frac{\partial U_t^{cb}(\eta_t, i_t^g, i_t^{nb})}{\partial i_t^{nb}} \left(\frac{\partial U_t^{cb}(\eta_t, i_t^g, i_t^{nb})}{\partial i_t^g} \right)^{-1} &= \frac{u_t^{nb}}{u_t^g} \frac{i_t^{nb*}}{i_t^{g*}} \quad \forall t \in \mathbb{N}
\end{aligned}$$

Es interesante observar la estimación del factor de propensión de los bancos nacionales. Esto se debe a que su valor puede ser estimado directamente a partir del coste crediticio de los hogares y las empresas.

Manipulando la expresión, se obtiene:

$$\phi_t = \left(1 + \frac{p_t^f i_t^{f*}}{p_t^h i_t^{h*}} \right)^{-1} = \frac{p_t^h i_t^{h*}}{p_t^h i_t^{h*} + p_t^f i_t^{f*}} \quad \forall t \in \mathbb{N}$$

A efectos prácticos, la propensión de los bancos nacionales a aumentar el tipo de interés i_t^h de los hogares para el periodo t se deduce de la relación que guarda el coste crediticio doméstico ($p_t^h i_t^h$) con el coste crediticio total ($p_t^h i_t^h + p_t^f i_t^f$).

Empírica:

$$\begin{aligned}
\alpha_t &= \frac{c_t^*}{w_t^* + b_t^{h*} + p_t^h + s_{t-1}^{h,h*} - t_t^{h*} - (1 + i_{t-1}^{h*}) p_{t-1}^h} \quad \forall t \in \mathbb{N} \\
\rho_t &= \frac{w_t^*}{c_t^* + b_t^{f*} + p_t^f + s_{t-1}^{f,f*} - t_t^{f*} - (1 + i_{t-1}^{f*}) p_{t-1}^f} \quad \forall t \in \mathbb{N} \\
\mu_t &= \frac{b_t^{h*}}{t_t^{h*} + t_t^{f*} + u_t^g + s_{t-1}^{g,g} - (1 + i_{t-1}^{g*}) u_{t-1}^g} \quad \forall t \in \mathbb{N} \\
\gamma_t &= \frac{t_t^{h*}}{u_t^g + s_{t-1}^{g,g} - b_t^{h*} - b_t^{f*} - (1 + i_{t-1}^{g*}) u_{t-1}^g} \quad \forall t \in \mathbb{N}
\end{aligned}$$

Anexo C: Bernanke y las crisis de 1929 y 2008

Ben Bernanke es un economista y agente político que presidió la Reserva Federal de los Estados Unidos (FED) entre los años 2006 y 2014. Tanto en el ámbito académico como político, destacó por sus estudios sobre macroeconomía y política monetaria, especialmente por sus investigaciones sobre la crisis de 1929.

En su artículo seminal, [Bernanke, 1983] argumentó que el colapso del crédito, más allá de la simple contracción monetaria, amplificó y prolongó la crisis debido al deterioro de las redes de financiación. En concreto, se advierte cómo la disfunción bancaria repercutió en el crédito a empresas sanas, en la asignación de recursos y condujo a la recesión económica hacia una depresión.

Desde el punto de vista de la metodología propuesta en este trabajo, y empleando el caso práctico de una economía a escala nacional en estado estacionario previamente desarrollado, la crisis del 29 puede representarse mediante un choque exógeno en el factor de propensión a gravar el crédito de los hogares (φ), donde sin intervención se llega a:

$$\uparrow \varphi \Rightarrow \uparrow i_h^* \Rightarrow \downarrow c^* \Rightarrow \downarrow w^* \quad (\text{primera línea causal})$$

$$\uparrow \varphi \Rightarrow \downarrow i_f^* \Rightarrow \uparrow p_f \Rightarrow \uparrow w^* \Rightarrow \uparrow c^* \quad (\text{segunda línea causal})$$

Pero de las ecuaciones calculadas en el caso nacional, se evidencia que:

$$\left| \frac{\partial i_h^*}{\partial \varphi} \right| > \left| \frac{\partial i_f^*}{\partial \varphi} \right|$$

$$\left(\frac{1}{\varphi} - 1 \right)^{-1} > \left| \frac{p_h}{p_f} - \left(\frac{1}{\varphi} - 1 \right)^{-1} \frac{i_h^*}{i_f^*} \right|, \quad \text{donde } \frac{i_h^*}{i_f^*} \simeq 1$$

Y solo si $\varphi \approx 1$

Como se deduce, la primera línea causal prevalece sobre la segunda si se parte de una alta propensión a gravar el crédito de los hogares, como la que [Bernanke, 1983] advierte en los datos históricos de la época en el sistema financiero de EEUU. Esto implica que, en la práctica y sin intervención, un aumento en el factor conduce a una reducción del consumo y de la retribución salarial, como ya sucedió en la crisis bursátil de 1929.

En el análisis a posteriori, Bernanke señaló dos acciones a nivel nacional con potencial para aliviar los efectos negativos de la crisis del 29:

- La inyección de liquidez a los bancos nacionales para evitar el colapso del sector bancario.
- El diseño de programas de garantía de préstamo para reanimar el canal crediticio.

En una economía nacional con propensión al estado estacionario se cumple:

$$i_{nb} u^{nb} = i_h^* p_h + i_f^* p_f$$

$$\uparrow u^{nb} \Rightarrow \uparrow (i_h^* p_h + i_f^* p_f)$$

Esto es, la inyección de liquidez a los bancos nacionales, con el coste de la deuda i^{nb} constante, empeora la economía, aumentando el coste crediticio total.

En el contexto de una crisis económica, la inyección de liquidez por sí sola solo aumenta la demanda de los créditos bancarios. Esto es porque, como ya se ha visto, un aumento en la propensión a gravar los créditos conduce a una reducción del salario y del consumo. Como consecuencia, y gracias a la inyección de liquidez, los bancos nacionales responden con mayor holgura a la solicitud de créditos para hogares y empresas con el fin de limitar los efectos temporales de la crisis.

Es decir, la inyección de liquidez aumenta el coste crediticio a medio plazo y solo se justifica como salvavidas financiero temporal.

La medida adecuada para este tipo de crisis pasa por, como bien señala Bernanke, reducir el coste de la deuda de los bancos:

$$\downarrow i_{nb}^* \Rightarrow \downarrow (i_h^* p_h + i_f^* p_f)$$

En este escenario, los bancos nacionales ven reducida su presión para asumir el coste de la deuda frente al banco central y, por lo tanto, no tienen la necesidad de ejercer tanta presión sobre los créditos de los hogares y empresas. A largo plazo, los intereses impuestos sobre el crédito disminuyen con independencia de si la deuda de los bancos nacionales hacia el banco central se reduce o se mantiene.

Esta última reflexión explica por qué las acciones realizadas por Bernanke en la crisis inmobiliaria de

2008 no funcionaron como se esperaba. Inyectar liquidez a coste reducido ocasionó que, por un lado, los bancos nacionales rebajaran los intereses sobre sus créditos, reduciendo la presión sobre la masa crediticia doméstica a largo plazo. Mientras que, por otro lado, empresas y hogares accedían temporalmente a más créditos para financiar su consumo en contexto de crisis, aumentando la presión sobre la masa crediticia agregada a medio plazo.

Mediante la reflexión anterior, se advierte cómo las medidas propuestas por Bernanke produjeron efectos contrarios simultáneamente, prevaleciendo finalmente el efecto de reducir el coste de la deuda por sobre el de inyectar liquidez a los bancos nacionales, esto último por su mayor extensión a largo plazo.

Anexo D: El ECB, la FED y la pandemia de 2020

A principios del año 2020, en la ciudad de Wuhan (China), se identificó una nueva cepa de la ya conocida familia del coronavirus (SARS-CoV-2), que en apenas dos meses se propagó a escala global y fue declarada pandemia por la Organización Mundial de la Salud.

Dicho evento tuvo efecto en todos los ámbitos humanos pero, haciendo énfasis en el campo económico, se puede modelar como un impacto negativo y significativo sobre la propensión de los hogares al consumo (α).

Dando uso a la aportación teórica de este documento, manteniendo los otros flujos constantes y trabajando a partir de las ecuaciones fruto del programa de maximización de una economía nacional con propensión al estado estacionario:

$$\downarrow \alpha \Rightarrow \downarrow c^* \Rightarrow \downarrow w^*$$

Esto es porque, con la propensión al estado estacionario y ante una disminución en la preferencia de los hogares a consumir, su salario percibido también disminuye. En este escenario, conviene destacar asimismo cómo una reducción en el salario conlleva otra disminución en la propensión de los hogares a consumir, lo cual repercute de nuevo en el consumo y genera una espiral recesiva.

Para estudiar esta dinámica, se debe advertir en qué condiciones una disminución en α impacta con mayor intensidad sobre el salario que sobre el ahorro de las empresas. Es decir, deducir cuándo en estado estacionario:

$$\left| \frac{\partial w^*}{\partial \alpha} \right| > \left| \frac{\partial s^{f,f*}}{\partial \alpha} \right|$$

O, aplicando la regla de la cadena:

$$\left| \frac{\partial w^*}{\partial c^*} \frac{\partial c^*}{\partial s^{h,h*}} \frac{\partial s^{h,h*}}{\partial \alpha} \right| > \left| \frac{\partial s^{f,f*}}{\partial w^*} \frac{\partial w^*}{\partial c^*} \frac{\partial c^*}{\partial s^{h,h*}} \frac{\partial s^{h,h*}}{\partial \alpha} \right|$$

$$1 > \left| \frac{\partial s^{f,f*}}{\partial w^*} \right|$$

$$\left| \rho \left(\frac{1}{1-\rho} - \delta \right) \right| > 1 \quad \text{cuando } \rho > 0.6$$

Esto es, ante un choque exógeno sobre la propensión de los hogares al consumo, las firmas trasladan esa

variación hacia la retribución del trabajo cuando $\rho > 0.6$. En este caso, ante una mayor preferencia de los hogares hacia el ahorro y sin intervención, la dinámica del sistema económico se ve arrastrada hacia una espiral recesiva.

Tanto Christine Lagarde como Jerome Powell, los dirigentes entonces del Banco Central Europeo y la Reserva Federal, llevaron a cabo diferentes actuaciones con el objetivo de minimizar los estragos económicos causados por la pandemia.

Por un lado, Estados Unidos reaccionó con un fuerte estímulo fiscal dirigido a los hogares, complementado con una política monetaria expansiva reduciendo los tipos de interés a casi cero e inyectando liquidez en la economía.

Por otro lado, los países europeos centraron su estrategia en proteger el tejido empresarial mediante mecanismos como los Expedientes de Regulación Temporal de Empleo (ERTE), que permitieron cubrir salarios y evitar despidos. Al mismo tiempo, se aplicaron políticas monetarias expansivas similares, reduciendo tipos de interés y aumentando la liquidez del sistema financiero.

De todo ello se desprende que, aunque tanto EEUU como la UE enfrentaron los mismos desafíos, adoptaron enfoques distintos. Estados Unidos optó por abordar directamente la caída del consumo de los hogares, mientras que Europa priorizó la estabilidad del mercado laboral, confiando en que así se podría contener el impacto del bache económico en tanto que los hogares reponían su confianza.

Dando utilidad al ejemplo de economía nacional, se deduce cómo EEUU aumentó b^h y u^{nb} y redujo i^{nb} , mientras que la UE aumentó b^f y u^{nb} y también redujo i^{nb} .

Con respecto al incremento de liquidez a coste reducido, la crítica para el caso de Ben Bernanke se mantiene. A saber, que el efecto de la iniciativa a medio plazo es nulo debido a la coexistencia de efectos contrarios: el aumento y la disminución simultánea del coste crediticio. Para los casos donde se quiere intervenir indirectamente en el sistema crediticio de una economía es suficiente con jugar con el coste de la deuda de los bancos nacionales. Si se quiere reavivar el crédito basta con reducir i^{nb} , o incrementarlo para el caso contrario.

La liquidez solo debe usarse como medida excepcional, para evitar el colapso de los bancos nacionales, puesto que tiene efectos perjudiciales. Ante una crisis económica, proveer liquidez incentiva la concesión de créditos mientras que quitarla aumenta el coste para los nuevos créditos. En cualquier caso el coste crediticio de la economía aumenta, y por lo tanto empeora.

Con independencia de si las subvenciones de los gobiernos van dirigidas a los hogares o a las firmas, la medida cumple con la función de reactivar la propensión de los hogares al consumo: EEUU mediante el sustento a los hogares y la UE mediante el sustento a las firmas.

En este escenario conviene que los gobiernos hagan uso de su margen presupuestario en la medida de lo posible para financiar la iniciativa a coste cero pero, de no ser suficiente, conviene que el banco central reduzca i^g para cubrir el déficit restante.

Anexo E: Modelización en grafo compuesto

Hasta ahora se ha desarrollado la modelización en grafo para una red de agentes interconectados, pero la metodología propuesta también es extensible a niveles superiores. Recuperando el Anexo B, donde se diseña una red económica nacional, es posible plantear una extensión hacia una red económica internacional $G = (A, I)$ compuesta por múltiples sistemas nacionales.

- $A = \{G_1, G_2, \dots, G_n\}$ es el conjunto de subgrafos, donde cada G_i representa una economía nacional.
- $I \subseteq A \times A$ es el conjunto de interacciones dirigidas entre naciones.

A este nivel, todo el marco teórico desarrollado en el núcleo de este trabajo sigue siendo aplicable, con la salvedad de que los nodos del supergrafo no representan agentes individuales, sino redes completas. Cada nodo actúa, por tanto, como un contenedor estructural que encapsula un grafo económico de nivel inferior.

Supónganse dos economías nacionales, cada una estructurada según el modelo presentado.

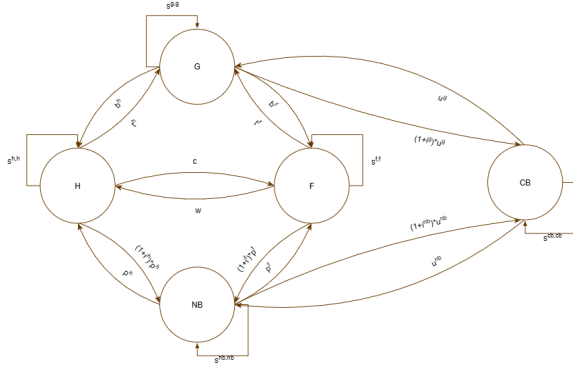


Figure 1: Economía nacional

Para construir una economía internacional, basta con definir qué agentes de cada red interactúan entre sí. A modo ilustrativo, se considera que la interacción entre economías se da mediante los bancos centrales, intercambio de moneda, y los hogares, comercio internacional.

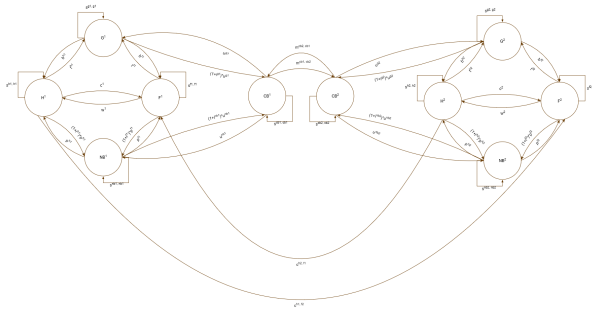


Figure 2: Economía internacional

Cabe destacar que la matriz asociada al grafo compuesto crece rápidamente en dimensión. Para facilitar su representación, se propone mantener encapsulada cada economía nacional como una

subestructura independiente, pero conservando las interacciones relevantes a nivel superior.

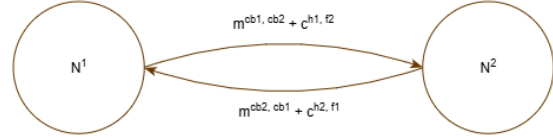


Figure 3: Economía internacional encapsulada

El resultado es un grafo compuesto, es decir, un grafo cuyos nodos son, a su vez, grafos: una estructura jerárquica de segundo orden.

Finalmente, es importante señalar que este enfoque es recursivo: partiendo de redes nacionales se puede modelar una red internacional; con múltiples planetas, una economía interplanetaria; con sistemas estelares, una economía interestelar. De la misma forma, el modelo también permite descender de nivel, hasta redes urbanas, sectoriales, empresariales o incluso personales.

Anexo F: Simulación y panel de control

A modo de práctica, se ha elaborado una simulación para una economía cerrada con hogares y firmas para mostrar un diseño de panel de control interactivo para el seguimiento y la simulación de escenarios.

Visita el [repositorio web](#) para consultar la visualización.